حلول التمارين

6.1 الفصل الأول:

(أ)

ليكن

تهب الرياح: P

(1) $M\neg P \wedge \neg L \neg P$

(2) $MP \rightarrow LMP$

(3) $MLP \rightarrow LP$

(4) الترجمة:

لتكن K: الأشياء تحدث $\neg M \neg K \rightarrow \neg M \neg K$

(5) الترجمة:

لتكن K: الأشياء تحدث $\neg M \neg K \rightarrow LK$

(6) الترجمة:

لتكن K: الأشياء تحدث $(MK \vee M\neg P) \rightarrow \neg LK$

(ب)

(1) صحة $LP \rightarrow LLP$ في w_1:

$V(P, w_2) = 0$ لأن $V(LP, w_1) = 0$ و w_1Rw_2، وهكذا ينتج أن

$V(LP \rightarrow LLP, w_1) = 1$.

صحة $LP \rightarrow LLP$ في w_2:

$V(LP, w_2) = 1$ لأن $V(LP, w_1) = 1$، كذلك فإن $V(LLP, w_2) = 0$، لأن $V(LP, w_1) = 0$ و w_2Rw_1، وهكذا ينتج أن $V(LP \rightarrow LLP, w_2) = 0$. وبما أن $V(LP \rightarrow LLP, w_2) = 0$، فإذاً $LP \rightarrow LLP$ ليست صحيحة في النموذج المعطى.

(2) صحة $\neg LP$ في w_1:

$V(\neg LP, w_1) = 1$، لأن $V(LP, w_1) = 0$.

صحة $\neg LP$ في w_2:

$V(\neg LP, w_2) = 0$، لأن $V(LP, w_2) = 1$ إذاً $\neg LP$ ليست صحيحة في النموذج المعطى.

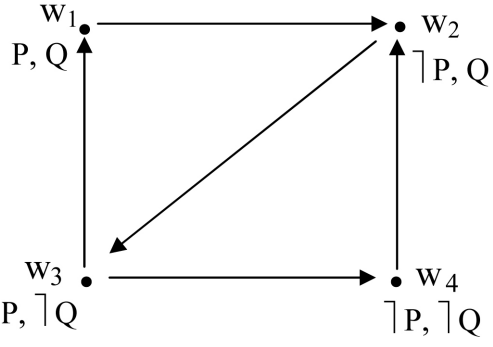
(3)

$V(MP, w_1) = 1$ لأن $V(P, w_1) = 1$ و w_1Rw_1، كذلك فإن $V(MP, w_2) = 1$، لأن $V(P, w_1) = 1$ و w_2Rw_1. إن هذا يعني أن $V(LMP, w_1) = 1$ و $V(LMP, w_2) = 1$ ومن هذا ينتج أن

$V(P \rightarrow LMP, w_1) = 1$ و $V(P \rightarrow LMP, w_2) = 1$ وإذاً $P \rightarrow LMP$ صحيحة في النموذج المعطى.

(ج)

(1) الرسم



(2)

(أ) بما أن $V(Q, w_2) = 1$ فإذاً $V(LQ, w_1) = 1$، لأن w_2 فقط موصول من w_1.

(ب) بما أن $V(\neg(P \rightarrow Q), w_3) = 1$ فإن $V(\neg(P \rightarrow Q), w_2) = 1$ لأن $V(L\neg(P \rightarrow Q), w_2) = 1$ فقط موصول من w_2.

(ج) بما أن $V(P, w_3) = 1$، فإن $V(LP, w_2) = 1$، لأن w_3 فقط موصول من w_2. وهكذا يكون $V(MLP, w_1) = 1$، لأن w_1Rw_2.

(د) بما أن $V(P, w_2) = 0$، فإن $V(MP, w_1) = 1$ لأن w_2 فقط موصول من w_1. وهكذا يكون $V(MP \wedge MQ, w_1) = 0$.

(3)

(أ) صحة MLP في w_2:

حتى يكون $V(MLP, w_2) = 1$ يجب أن يكون $V(LP, w_3) = 1$، لأن w_3 فقط موصول من w_2.

وحتى تكون $V(LP, w_3) = 1$ فيجب أن تكون $V(P, w_4) = 1$

و $V(P, w_1) = 1$ ولكننا نرى أن $P(P, w_4) = 0$.

إذاً $V(MLP, w_2) = 0$.

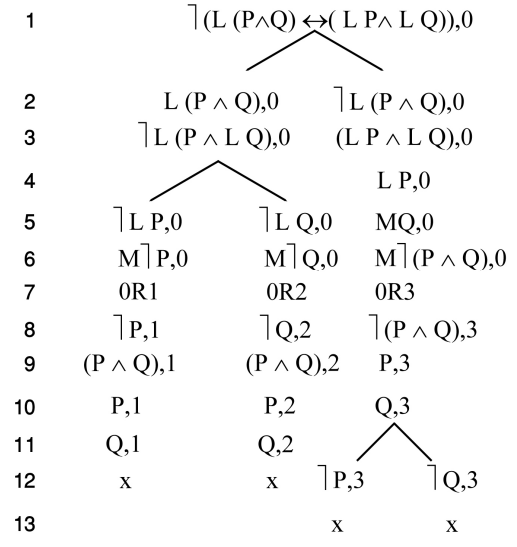
صحة MMLP في w_2:

حتى يكون $V(MMLP, w_2) = 1$ يجب أن يكون $V(MLP, w_3) = 1$ وحتى تكون $V(MLP, w_3) = 1$ فإن $V(LP, w_1) = 1$ أو $V(LP, w_4) = 1$، لأن w_1 و w_4 موصولان من w_3. لكننا نرى أن $V(P, w_2) = 0$ وحيث أن w_2 فقط موصول من w_1 و w_4. إذاً $V(LP, w_1) = 0$ و $V(LP, w_4) = 0$. وهكذا فإن $V(MMLP, w_2) = 0$ وبالتالي نجد أن $V(MLP \vee MMLP, w_2) = 0$.

وهكذا فالصيغة $MLP \vee MMLP$ غير صحيحة في النموذج المعطى.

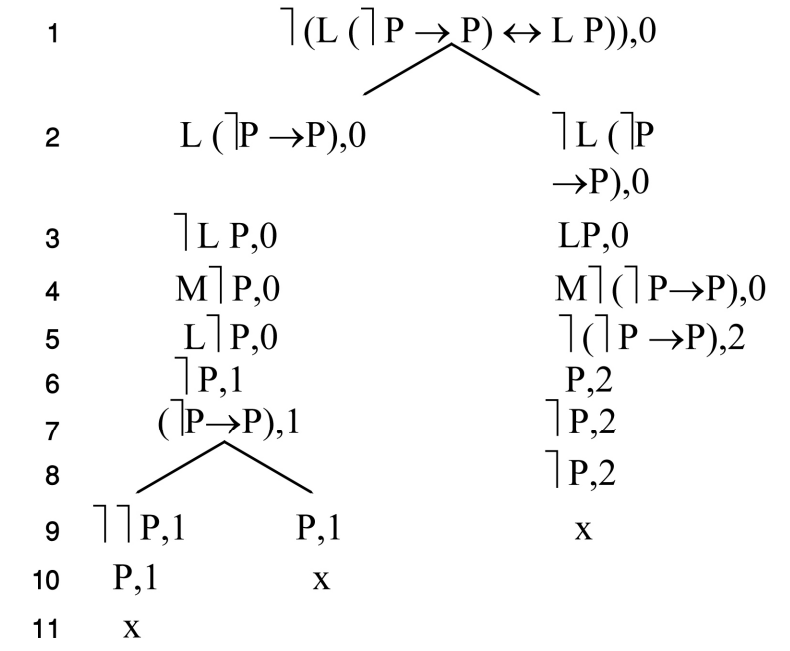
4.2 الفصل الثاني:

(1)



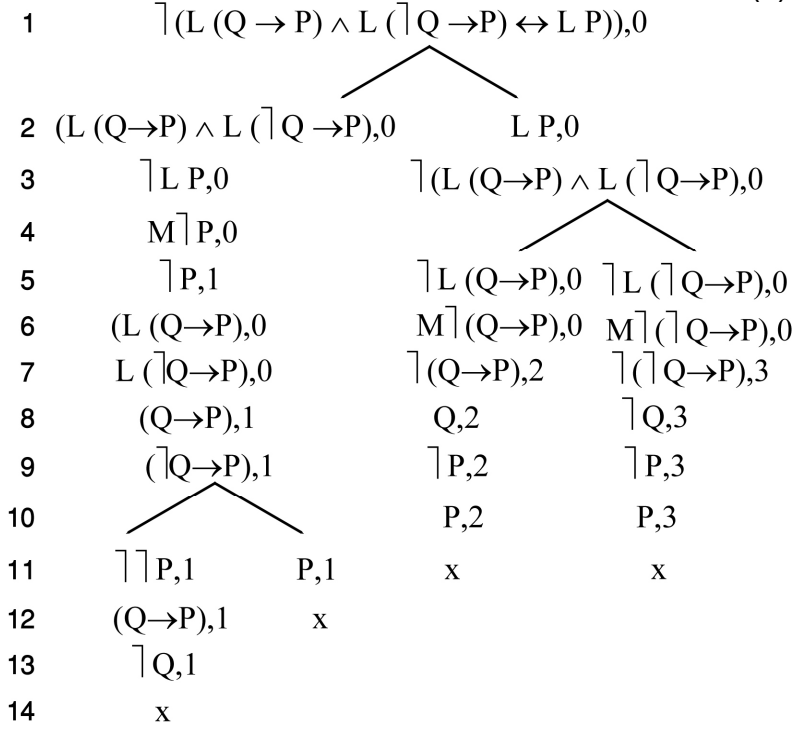
الشجرة مغلقة والصيغة صحيحة.

(2)



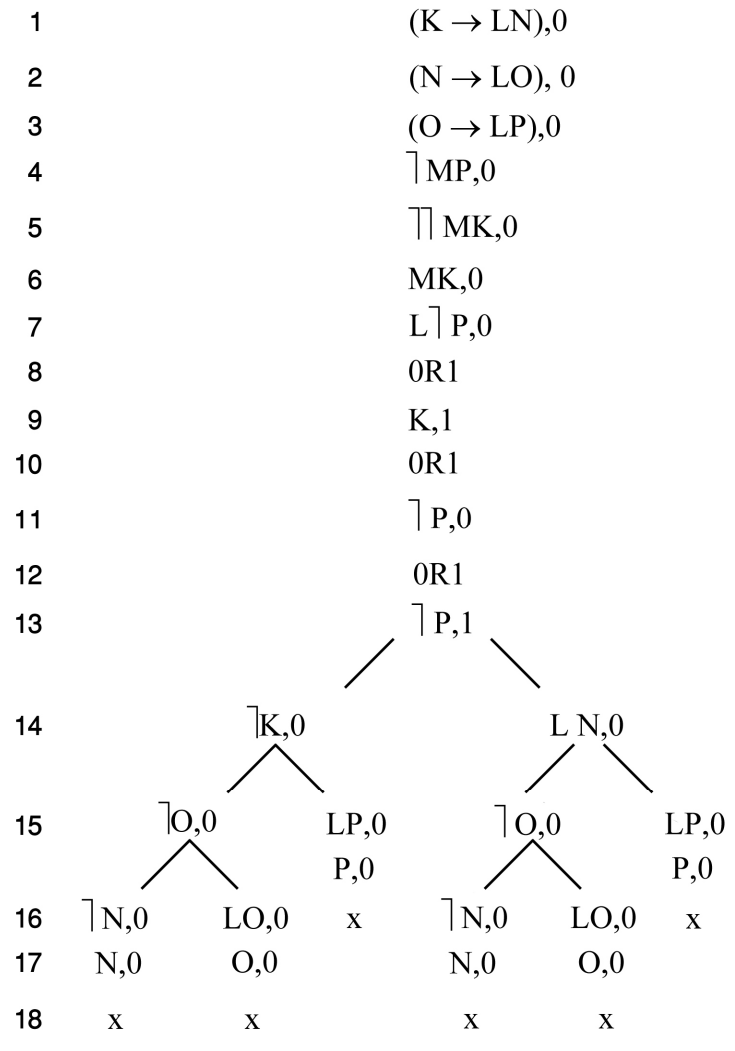
الشجرة مغلقة والصيغة صحيحة.

(3)



الشجرة مغلقة والصيغة صحيحة.

(ب)



الشجرة مغلقة وصورة الحجة صحيحة.

4.3 الفصل الثالث:

مبرهنة K_7 $M(P \to Q) \leftrightarrow (LP \to MQ)$

البرهان

1. $M(⌉P \vee Q) \leftrightarrow (M⌉P \vee MQ)$ استبدال, مبرهنةK_6 $(⌉P/P)$
2. $M(⌉P \vee Q) \leftrightarrow (⌉LP \vee MQ)$ تبادل 1, (L-M)
3. $M(P \to Q) \leftrightarrow (LP \to MQ)$ تعريف$_2$ 2,

$M(P \wedge Q) \rightarrow (MP \wedge MQ)$ مبرهنةK_8

البرهان

1. $(MP \wedge MQ) \rightarrow MP$ قع3، حق1
2. $(MP \wedge MQ) \rightarrow MQ$ قع3، حق2
3. $M(P \wedge Q) \rightarrow (MP \wedge MQ)$ حق3 1,2

$L(P \vee Q) \rightarrow (LP \vee MQ)$ مبرهنة K_9

البرهان

1. $L(\neg Q \rightarrow P) \rightarrow (L\neg Q \rightarrow LP)$ استبدال ,البديهية K (Q/P) (P/Q)
2. $L(Q \vee P) \rightarrow (\neg L\neg Q \vee LP)$ حق12، تعريف2 1,
3. $L(P \vee Q) \rightarrow (LP \vee MQ)$ حق16، تعريف4 2,

$M(P \rightarrow LP)$ مبرهنةT_2

البرهان

1. $L P \rightarrow MLP$ استبدال (LP/P) ,مبرهنةT_1
2. $M(P \rightarrow LP) \leftrightarrow (LP \rightarrow MLP)$ استبدال (LP/Q) ,مبرهنةK_7
3. $M(P \rightarrow LP)$ استبدال (M(P→LP)/LP→MLP) 1,2

$MLP \leftrightarrow MLMLP$ مبرهنة (7) S 4

البرهان

1. $LM\neg P \leftrightarrow LMLM\neg P$ استبدال (P/P¬) ,مبرهنة(6)S 4
2. $\neg MLP \leftrightarrow \neg MLMLP$ تبادل (L-M) 1,
3. $MLP \leftrightarrow MLMLP$ حق 2,

$M(P \wedge MQ) \leftrightarrow (MP \wedge MQ)$ مبرهنة (7) S 5

البرهان

1. $L(\neg P \vee L\neg Q) \leftrightarrow (L\neg P \vee L\neg Q)$,(P/P¬) ,مبرهنة S 5(5) استبدال (Q/Q¬)
2. $\neg L(\neg P \vee L\neg Q) \leftrightarrow \neg(L\neg P \vee L\neg Q)$ حق1,
3. $M\neg(\neg P \vee \neg MQ) \leftrightarrow \neg(\neg MP \vee \neg MQ)$ تبادل (L-M) 2,
4. $M(P \wedge MQ) \leftrightarrow (MP \wedge MQ)$ تعريف1 3,

$M(P \wedge LQ) \leftrightarrow (MP \wedge LQ)$ مبرهنة (8) S 5

البرهان

1. $M(P \wedge MLQ) \leftrightarrow (MP \wedge MLQ)$ استبدال (LQ/Q) ,مبرهنة S 5(7)

2. $M(P \wedge LQ) \leftrightarrow (MP \wedge LQ)$ مبرهنة$_{5(3)}$ 1, S

3.4 الفصل الرابع:

(أ)

(1)

$LP \rightarrow (Q \blacktriangleright P)$ مبرهنةK_{14}

1. $P \rightarrow (Q \rightarrow P)$ حق
2. $LP \rightarrow L(Q \rightarrow p)$ قع$_{1,1}$
3. $LP \rightarrow (Q \blacktriangleright P)$ تعريف $\blacktriangleright$, 2

(2)

$L\neg P \rightarrow (P \blacktriangleright Q)$ مبرهنةK_{15}

1. $\neg P \rightarrow (P \rightarrow Q)$ حق
2. $L\neg P \rightarrow L(P \rightarrow Q)$ قع$_{1,1}$
3. $L\neg P \rightarrow (P \blacktriangleright Q)$ تعريف $\blacktriangleright$, 2

(ب)

(1)

1 $P \blacktriangleright Q,0$

2 $0R1$

3 $P,0$

4 $\neg Q,0$

5 $\neg P,0$ | $Q,0$

6 x | x

الخط 5 اشتق من 1 بتطبيق القاعدة $\blacktriangleright$. الشجرة مغلقة وصورة الحجة صحيحة.

(2)

1 $P \rightarrow Q,0$

2 0R1

3 $\neg Q\ ,0$

4 $\neg\neg P\ ,0$

5 $\neg P,0$ $\quad$ $Q,0$

6 x $\quad$ x

الخـط 5 اشـتق مـن 1 بتطبيـق القاعدة $\rightarrow$. الشجرة مغلقة وصورة الحجة صحيحة.

(3)

1 $P \leftrightarrow Q,0$

2 0R1

3 $P,0$

4 $\neg Q\ ,0$

5 $P,0$ $\quad$ $\neg P,0$

6 $Q,0$ $\quad$ $\neg Q,0$

7 x $\quad$ x

الخطـان 5 و6 اشـتقا مـن 1 بتطبيـق القاعـدة $\leftrightarrow$. الشـجرة مغلقـة وصـورة الحجة صحيحة.

(4)

1 $LP \rightarrow LQ,0$

2 $L \neg Q,0$

3 0R1

4 $\neg M \neg P,0$

5 $\neg Q\ ,0$

6 $L\neg\neg P,0$

7 $\neg\neg P,1$

8 $\neg LP,0$ $\quad$ $LQ,0$

9 $M\neg P,0$ $\quad$ $Q,0$

10 $\neg P,1$ $\quad$ x

11 x

الخـط 5 اشـتق مـن 2 بتطبيـق القاعـدة L. الخـط 6 اشـتق مـن 4 بتطبيـق القاعـدة $\neg$M. الخـط 7 اشـتق مـن 6 بتطبيـق القاعـدة L. الخـط 8 اشـتق مـن 1 بتطبيـق القاعـدة $\rightarrow$. بالنسـبة للفـرع الأيسـر: الخـط 9 اشـتق مـن 8 بتطبيـق القاعدة $\neg$L. الخط 10 اشتق من 9 بتطبيق القاعدة M. بالنسبة للفرع الأيمن: الخـط 9 اشـتق مـن 8 بتطبيـق القاعـدة L. الشـجرة مغلقـة وصـورة الحجـة صحيحة.

4.5 الفصل الخامس:

(1)

1. $\neg(\forall x)\, MPx \rightarrow M\,(\forall x)\, Px))$ $\quad$ 0

2.	$(\forall x)\ MPx$	0
3.	$\neg M\ (\forall x)\ Px$	0
4.	$L \neg \forall\ (X)\ Px$	0
5.	MPx	0
6.	0R1	
7.	Pa	1
8.	$\neg (\forall x)\ Px$	1
9.	$\exists (X) \neg Px$	1
10.	$\neg Pb$	1
11.	MPa	0
12.	Pb	2

الخطـان 2 و 3 اشـتقا مـن 1 باسـتخدام القاعـدة $\rightarrow \neg$. الخـط 4 اشـتق مـن 3 باستخدام القاعدة $M \neg$. الخط 5 اشتق من 2 باستخدام القاعدة تخ.ك. الخطان 6 و7 حصلنا عليهما من 5 باستخدام القاعدة M. الخـط 8 اشـتق مـن 4 باسـتخدام القاعـدة L. الخـط 9 اشـتق مـن 8 باسـتخدام القاعـدة $\forall \neg$. الخـط 10 اشـتق مـن 9 باسـتخدام القاعـدة تـم.و. الخـط 11 اشـتق مـن 2 باسـتخدام تـخ.ك. والخـط 12 اشـتق مـن 5 باسـتخدام القاعـدة M. مـن الواضـح، أن الشـجرة لا يمكـن أن تكـون مغلقـة. وإذاً، الصيغة ليست صحيحة (خاطئة).

(2)

1.	$\neg (L\ (\forall x)\ Px \rightarrow (\forall x)\ LPx))$	0
2.	$L\ (\forall x)\ Px$	0
3.	$\neg (\forall x)\ LPx$	0
4.	$(\exists x) \neg LPx$	0
5.	$\neg LPx$	0
6.	$(\forall x)\ Px$	0
7.	Pa	1
8.	$M \neg Px$	0
9.	0R1	
10.	$\neg Pa$	1
11.	x	

(3)

1.	$\neg (M\ (\forall x)\ Px \rightarrow (\forall x)\ MPx))$	0
2.	$M\ (\forall x)\ Px$	0
3.	$\neg (\forall x)\ MPx$	0
4.	0R1	
5.	$(\forall x)\ Px$	1

6.	Pa	1
7.	$(\exists x) \neg MPx$	0
8.	$\neg MPa$	1
9.	$L \neg Pa$	1
10.	$\neg Pa$	1
11.	X	

الخطـان 2 و3 اشـتقا مـن 1 باسـتخدام القاعـدة $\rightarrow \neg$. الخـط 4 اشـتق مـن 3 باستخدام القاعدة $\forall \neg$. الخط 5 اشتق من 4 باستخدام القاعدة تم.و. الخط 6 اشتق من 2 باستخدام القاعدة L. الخط 7 اشتق من 6 باستخدام القاعدة تخ.ك. الخط 8 اشتق من 5 باستخدام القاعدة $L \neg$. الخط 9 و10 حصلنا عليهما من 8 باستخدام القاعدة M.

الشجرة مغلقة والصيغة صحيحة.

(4)

1.	$\neg((a \neq b) \rightarrow L(a \neq b))$	0
2.	$a \neq b$	0
3.	$\neg L(a \neq b)$	0
4.	$M \neg (a \neq b)$	0
5.	0R1	
6.	$\neg(a \neq b)$	1
7.	$a = b$	1
8.	$a \neq a$	1
9.	x	

الخطـان 2 و3 اشـتقا مـن 1 باسـتخدام القاعـدة $\rightarrow \neg$. الخـط 4 اشـتق مـن 3 باستخدام القاعدة $L \neg$. الخطـان 5 و6 حصـلنا عليهمـا مـن 4 باسـتخدام القاعدة M. الخط 7 اشتق من 6. الخط 8 اشتق من 6 و7.

الشجرة مغلقة والصيغة صحيحة.

(5)

1.	$\neg((a = b) \rightarrow (LPa \rightarrow LPb))$	0
2.	$a = b$	0
3.	$\neg(LPa \rightarrow LPb)$	0
4.	$\neg LPb$	0
5.	$\neg LPa$	0
6.	Pa	1
7.	$Pb \neg M$	0
8.	0R1	
9.	$\neg Pb$	1

10. ⌉Pa 1
11. x

الخطان 2 و3 اشتقا من 1 باستخدام القاعدة → ⌉. الخطان 4 و5 اشتقا من 3 باستخدام القاعدة → ⌉. الخط 6 اشتق من 4 باستخدام القاعدة L. الخط 7 اشتق من 5 باستخدام القاعدة L⌉. الخط 8 و9 حصلنا عليهما من 7 باستخدام القاعدة M. الخط 10 اشتق من 2 و9 باستخدام القاعدة أ س. م..

الشجرة مغلقة والصيغة صحيحة.

(6)

1. ⌉((a = b) → (Pa → LPb)) 0
2. a = b 0
3. ⌉(Pa → LPb) 0
4. Pa 0
5. ⌉LPb 0
6. M⌉Pb 1
7. 0R1
8. ⌉Pb 1
9. ⌉Pa 1
10. x

الخطان 2 و 3 اشتقا من 1 باستخدام القاعدة → ⌉. الخطان 4 و5 اشتقا من 3 باستخدام القاعدة → ⌉. الخط 6 اشتق من 5 باستخدام القاعدة L⌉. الخطان 7 و8 حصلنا عليهما من 6 باستخدام القاعدة M. الخط 9 اشتق من 2 و 8 باستخدام القاعدة اس.م.

الشجرة مغلقة والصيغة صحيحة.

3.6 الفصل السادس:

(أ)

(1) HGα: دائماً كان الحال أنه سيكون الحال دائماً أن α.

(أي أن: α هي الحال في جميع الأزمان: الماضي والحاضر والمستقبل).

(2) PGα: كان (في زمن ما) الحال أنه سيكون دائماً الحال أن α.

(3) FGα: سيكون(في زمن ما) الحال أنه سيكون دائماً الحال أن α. (أي أن: سيأتي الزمن الذي بعده α تكون دائماً هي الحال).

(4) GFα: سيكون دائماً الحال أنه سيكون في زمن ما الحال أن α.

(5) HFα: دائماً كان الحال أنه ستكون α.

(6) PFα: كان (في زمن ما) الحال أنه سيكون الحال أن α.

(ب)

(1) $Q \wedge F \urcorner Q$

Q: أنت شاب.

(2) $Q \wedge G Q$

Q: أنا مخلص لك.

(3) $PQ \wedge PR$

Q: أحمد يقرأ رواية (خريف البطريق).

R: سليم يقرأ رواية (خريف البطريق).

(4) $P (Q \wedge PR)$

Q: خلود تدخل الغرفة.

R: علي يضع الشاي على النار.

(ج)

سنستخدم طريقة البرهان غير المباشر، حيث نفرض أن الصيغة خاطئة. إذاً، توجد لحظة زمنية، بحيث أن $V (\alpha,t) = 1$ و $V (HF\alpha, t) = 0$. وهكذا فحسب (3) من تعريف قيم صدق صيغ الزمن، فإنه توجد لحظة زمنية t' بحيث أن $t' R t, V (F\alpha, t') = 0$. ولكن حسب (2) من التعريف نفسه، فإن $V (\alpha, t'') = 0$، حيث $t' R t''$. الآن بما أن $t' R t$، فإن هذا يعني على وجه الخصوص، أن $V (\alpha, t) = 0$ وهذا أيضاً يناقض ما فرضناه أعلاه $V (\alpha, t) = 1$.

(د)

البرهان: سنستخدم طريقة البرهان غير المباشر، أي نفرض وجود عالم w، بحيث أن:

$V (O (A \rightarrow B), w) = 1$ و $V (OA, w) = 1$

بينما

$V (OB, w) = 0$

بما أن $V(OB,w)=F$، إذاً حسب القاعدة 1 من قواعد الصدق، يوجد عالم u حيث أن $w\delta u$ و $V(B,u)=0$. ولكن بما أن $V(OA,w)=1$ و $w\delta u$ ينتج أيضاً حسب القاعدة نفسها أن $V(A,u)=1$. وبما أن $V(A,u)=1$ و$V(B,u)=0$ فإذاً $V(A\rightarrow B,u)=0$. والآن، بما أن $w \delta u$ ينتج حسب القاعدة المذكورة أن:

$V(O(A\rightarrow B,w)=0$، ولكننا قلنا أعلاه إن $V(O(A\rightarrow B,w)=1$ وهذا تناقض.

5.8 الفصل الثامن:

(أ)

1. $\neg\neg P \rightarrow P, 0$
2. 0R0
3. 0R1

4. $\neg\neg P, +1$
5. $P, -1$
6. $1R1$
7. $\neg P, -1$
8. $1R2$
9. $P, +2$
10. $2R2, 0R2$
11. $\neg P, -2$

.
.
.

الخطان (الصيغتان) 4 و5 اشتقا من 1 بتطبيق القاعدة $\supset$ الكاذبة. الخط 7 اشتق من 4 بتطبيق قاعدة النفي الصادق. الخط 9 اشتق من 7 بتطبيق قاعدة النفي الكاذب. الخط 11 اشتق من 4 بتطبيق قاعدة النفي الصادق.

نلاحظ أننا نفتح، في كل مرة، عالماً جديداً، i، الخط الرابع (وخاصية التعدي) تتطلب منا كتابة $P\neg$ - i و$P\neg$، ولكن هذا يتطلب فتح عالم جديد j حيث أن $P, +j$ و iRj وهكذا الشجرة غير منتهية والصيغة خاطئة.

(ب)

(1) مبرهنة 6

$$K \supset L, K \supset (L \supset M) \vdash K \supset M$$

البرهان

م		
1	$K \supset (L \supset M)$	
2	$(\alpha \supset \beta) \supset ((\alpha \wedge \gamma) \supset (\beta \wedge \gamma))$	بديهية 3,
3	$K \supset (L \supset M)) \supset ((K \wedge L) \supset ((L \supset M) \wedge L))$	استبدال $2, (K/\alpha),(L \supset M/\beta)$
4	$(K \wedge L) \supset ((L \supset M) \wedge L)$	الوضع 1,2
5	$(\alpha \wedge \beta) \supset (\beta \wedge \alpha)$	بديهية 2,
6	$((L \supset M) \wedge L) \supset ((L \wedge (L \supset M)$	استبدال $5, (M/\beta)\ (L \supset M/\alpha)$
7	$(\alpha \wedge (\alpha \supset \beta)) \supset \beta$	بديهية 6,
8	$(L \wedge (L \supset M)) \supset M$	استبدال $7, (M/\beta),(L/\alpha)$

9	$(K \wedge L) \supset M$	الوضع 4,6,8
10	$(\alpha \wedge \beta) \supset (\beta \supset \alpha)$	بديهية2
11	$(L \wedge K) \supset (K \wedge L)$	استبدال 10, (K/β),(L/α)
12	$(L \wedge K) \supset M$	مبرهنة9,11,1
13	$(\alpha \supset \beta) \supset ((\alpha \wedge \gamma) \supset (\beta \wedge \gamma))$	بديهية 3
14	$(K \supset L) \supset ((K \wedge K) \supset ((L \wedge K))$	استبدال 13, (K/γ)(L/β),(K/α)
15	$K \supset L$	م
16	$(K \wedge K) \supset (L \wedge K)$	الوضع 13,14
17	$\alpha \supset (\alpha \wedge \alpha)$	بديهية1
18	$K \supset (K \wedge K)$	استبدال 17, (K/α)
19	$K \supset (L \wedge K)$	مبرهنة15,17,1
20	$K \supset M$	مبرهنة11,18,1

(2) مبرهنة 7

$K \supset L, K \supset M \vdash K \supset (L \wedge M)$

البرهان

1	$(\alpha \supset \beta) \supset ((\alpha \wedge \gamma) \supset (\beta \wedge \gamma))$	بديهية 3
2	$(K \supset L) \supset ((K \wedge M) \supset (L \wedge M))$	استبدال 2, (K/α),(L/β),(M/γ)
3	$K \supset L$	م
4	$(K \wedge M) \supset (L \wedge M)$	2,3الوضع
5	$(K \supset M) \supset ((K \wedge K) \supset (K \wedge M))$	استبدال1, (K/α),(L/β),(M/γ)
6	$K \supset M$	م
7	$(K \wedge K) \supset (K \wedge M)$	الوضع 5,6
8	$\alpha \supset (\alpha \wedge \alpha)$	بديهية1
9	$K \supset (K \wedge K)$	استبدال 8, (K/α)
10	$K \supset (L \wedge M)$	مبرهنة4,7,9,1

5.9 الفصل التاسع:

(أ)

(1) في دلالة بوشفار:

K	⌝K	K ∨ ⌝K
T	F	T
F	T	T
I	I	I

يتبين من الجدول أن الصيغة (1) ليست تكرارية في دلالة بوشفار لامتلاكها القيمة I.

في دلالة كلين:

K	⌝K	K ∨ ⌝K
T	F	T
F	T	T
I	I	I

هنا أيضاً الصيغة ليست تكرارية للسبب نفسه.

في دلالة لوكاتشيفيج:

K	⌝K	K ∨ ⌝K
T	F	T
F	T	T
I	I	I

هنا أيضاً الصيغة ليست تكرارية للسبب نفسه.

(6)

(1) في دلالة بوشفار:

K	L	⌝K	⌝L	K → L	⌝L → ⌝K	(K→L) →(⌝L → ⌝K)
T	T	F	F	T	T	T
T	F	F	T	F	F	T
T	I	F	I	I	I	I
F	T	T	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T
F	I	T	I	I	I	I
I	T	I	F	I	I	I
I	F	I	T	I	I	I
I	I	I	I	I	I	I

يتبين من الجدول أن الصيغة (6) ليست تكرارية في دلالة بوشفار لامتلاكها القيمة I.

في دلالة كلين:

K	L	⌝K	⌝L	K → L	⌝L → ⌝K	(K→L) →(⌝L → ⌝K)
T	T	F	F	T	T	T
T	F	F	T	F	F	T

T	I	F	I	I	I	I
F	T	T	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T
F	I	T	I	T	T	T
I	T	I	F	T	T	T
I	F	I	T	I	I	I
I	I	I	I	I	I	I

هنا أيضا الصيغة (6) ليست تكرارية للسبب نفسه.

في دلالة لوكاتشيفيج:

K	L	⌉K	⌉L	K → L	⌉L → ⌉K	(K→L) →(⌉L → ⌉K)
T	T	F	F	T	T	T
T	F	F	T	F	F	T
T	I	F	I	I	I	T
F	T	T	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T
F	I	T	I	T	T	T
I	T	I	F	T	T	T
I	F	I	T	I	I	T
I	I	I	I	T	T	T

الصيغة (6) هنا تكرارية لامتلاكها القيمة T فقط.

(ب)

(1) أنشئ جدول صدق الصيغة $(K \wedge (K \to L)) \to L$

فإذا كانت هذه الصيغة تكرارية في أي من الدلالات الثلاث فعندئذ يكون الوضع قاعدة اشتقاق صحيحة، وإذا لم تكن تكرارية فعندئذ يكون الوضع قاعدة اشتقاق خاطئة.

(2) أنشئ جدول صدق الصيغة $(\neg L \wedge (K \to L)) \to \neg K$

وتحقق من أنها تكرارية في الدلالات الثلاث.

بقيت فروع هذا التمرين تحل بالطريقة نفسها المبنية في (1) و (2) أعلاه.

(ج)

(1) المقدمات: $\neg(K \wedge L)$

النتيجة: $\neg K \vee \neg L$

في دلالة بوشفار:

سنحاول إعطاء مثال مضاد. نأخذ النتيجة $\neg L \vee \neg K$ كاذبة. إذاً K يجب أن تكون صادقة و L تكون صادقة. حتى تكون المقدمة $\neg (K \wedge L)$

صادقة فيجب أن تكون $K \wedge L$ كاذبة. وبما أن K صادقة فيجب أن تكون L كاذبة. ونصل هنا إلى تناقض، إذاً يفشل المثال المضاد وصورة الحجة صحيحة.

في دلالة كلين:

مطابق لما ذكر في دلالة بوشفار والشيء نفسه في دلالة لوكاتشيفيج.

(د)

$$\begin{aligned} V(\neg\alpha \wedge \neg\beta) &= \min (V(\neg\alpha), V(\neg\beta) \\ &= \min (1 - V(\alpha), (1 - V(\beta)) \\ &= 1 - \max (V(\alpha), V(\beta)) \end{aligned}$$

(حسب الخاصية الجبرية: $\min (1 - x, 1 - y) = 1 - \max (x,y)$)

$$\begin{aligned} &= 1 - V (\alpha \vee \beta) \\ &= V (\neg(\alpha \vee \beta)) \end{aligned}$$

(هـ)

$$\begin{aligned} V (\alpha \rightarrow \alpha) &= 1 + \min (V (\alpha), V (\alpha)) - V(\alpha) \\ &= 1 + V (\alpha) - V (\alpha) = 1 \end{aligned}$$

10.10 الفصل العاشر:

(أ)

باستخدام:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_{A}(x)$$

نجد أن:

$$\mu_{\bar{A}}(4) = 1 - \mu_{A}(4) = 1 - 1 = 0$$

$$\mu_{\bar{A}}(5) = 1 - \mu_{A}(5) = 1 - 0.7 = 0.3$$

$$\mu_{\bar{A}}(6) = 1 - \mu_{A}(6) = 1 - 0.5 = 0.5$$

(ب)

		x_1	x_2	x_3
1	$\bar{A}$	0.9	0.4	0.3
	$\bar{B}$	0.1	0	0.9
2	$A \cup B$	0.9	1	0.7
3	$A \cap B$	0.1	0.6	0.1
4	$A \cap \bar{A}$	0.1	0.4	0.3

5	$\bar{A} \cup \bar{B}$	0.9	0.4	0.9
6	$\overline{A \cap B}$	0.9	0.4	0.9

(د)

Y	0	20	40	60	80	100	120	140
$\mu_{\text{ليس خطير}}(y)$	0	0.96	0.9	0.8	0.6	0.3	0	0
$\mu_{\text{خطير جدا}}(y)$	0	0.00	0.01	0.04	0.16	0.49	1	1
$\mu_{\text{خطير باعتدال}}(y)$	0	0.2	0.32	0.45	0.63	0.84	1	1

(هـ)

(1) $\{(1,0)\ ,\ (0.9,\ 0)\ ,\ (0.8,\ 0.1)\ (0.7,\ 0.2),\ (0.6,\ 0.6),\ (0.5,\ 0.8)\}$

(2) $\{(1,1)\ ,\ (0.9,1)\ ,\ (0.8,\ 0.81)\ ,\ (0.7,\ 0.64),\ (0.6,\ 0.16)\ ,\ (0.5,\ 0.04)\}$

(3) $\{(1,1)\ ,\ (0.9,1)\ ,\ (0.8,\ \sqrt{0.9}),\ (0.7,\ \sqrt{0.8}),\ (0.6,\ \sqrt{0.4}),\ (0.5,\ \sqrt{0.2})\}$