منطق الزمن ومنطق الأخلاق

Tense logic and Deontic logic

1.6 منطق الزمن:

يرتبط منطق الزمن بشدة بمنطق الجهة. ونحن نفهم الزمن كتتابع مرتب خطياً من اللحظات الزمنية، التي تمثل السياقات أو العوالم الممكنة. أما علاقة الموصولية التي تربط هذه اللحظات بعضها ببعض فهي علاقة (قبل)[٣٠]. وهكذا فإن قولنا بأن العالم w_2 موصول من w_1 يقابله هنا: اللحظة الزمنية t_2 قبل (أبكر من) اللحظة t_1. وبما أن علاقة (قبل) تمتلك خواص التمثيل الخطي وهي: التعدي وعدم التماثل وعدم الانعكاس والترابط، وبسبب هذه الخواص نعبر عن علاقة قبل باستخدام الرمز $<$. وهكذا نقوم بترتيب لحظات الزمن بواسطة $<$، الذي يسمح لنا بتمثيل هذه اللحظات كأعداد صحيحة:

$$\ldots,-n,\ldots-2, -1, 0, 1, 2, \ldots, n,\ldots$$

إن هذا التمثيل يعني أنه لا توجد بداية ولا نهاية للزمن ويجري على شكل خطوات متقطعة (غير متصلة). إن هذا الفهم للزمن يكون مناسباً عند أخذ الأيام كوحدات زمنية مثلاً، في التقاويم الشهرية. ولكننا لا نستطيع تمثيل الزمن بواسطة تجزئته إلى وحدات متقطعة، وإنما بواسطة تجزئته إلى وحدات غير متقطعة (متصلة)، وذلك بتمثيله كأعداد كسرية (نسبية)[٣١]، والتي تحتوي الأعداد الصحيحة وحيث توجد لحظة زمنية بين كل لحظتين زمنيتين. إن هذه الخاصية العامة للعلاقات تسمى خاصية التكاثف[٣٢]، ويعبر عنها بواسطة الصيغة:

30- before (earlier than).
31- rational.
32- density.

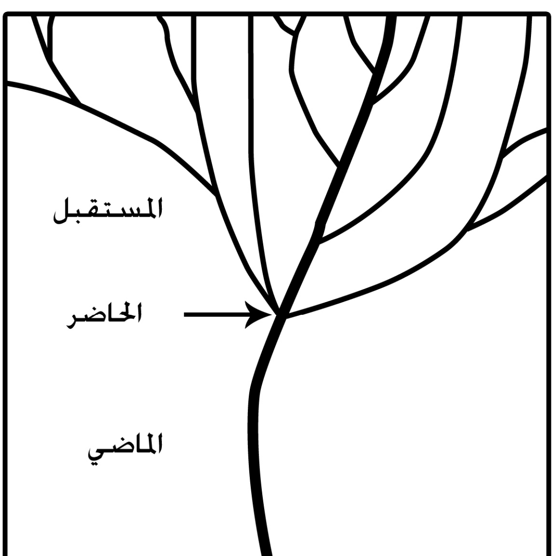
$$(\forall x)\ (\forall y)\ (\forall z)\ ((x \neq y \wedge xRy) \rightarrow (\exists z)\ (z \neq x \wedge z \neq y \wedge xRz \wedge zRy))$$

وهكذا، يصبح لا بداية ولا نهاية للزمن وبين كل لحظتين زمنيتين توجد دائماً لحظة أخرى. ونحن هنا نأخذ الزمن كأعداد كسرية نموذجاً لنا.

إن هذا الفهم ليس هو الفهم الوحيد، فنرى أن بعض المناطقة يستخدم (المجالات الزمنية)[٣٣] كسياقات عوضاً عن اللحظات الزمنية. وباستخدام الخيار الأول، يصبح لنا موقع في الزمن وهو اللحظة الحاضرة. أما اللحظات الأخرى فتقع في الماضي أو المستقبل. الحاضر يتقدم بثبات نحو المستقبل، وهذا التقدم يعطي للزمن اتجاهه. والماضي هو اتصال من اللحظات الممتدة خلفنا حتى اللانهاية والغير القابل للتغيير. أما المستقبل، على العكس، فهو زاخر بالإمكانات.

إذا انطلقنا من الحاضر، فإن الأحداث يمكن أن تأخذ مسارات خيارية متعددة أو بعبارة أخرى: يوجد أكثر من مستقبل ممكن. وعلى الرغم من أن أحد المسارات هذه سيتحقق (وطبعاً، نحن لا نعرف أي مسار سيتحقق)، فإن المسارات الأخرى هي مسارات ممكنة.

إن هذا الفهم للزمن يؤدي إلى نموذج يكون فيه الزمن عبارة عن شجرة ذات جذع واحد (هو الماضي) والذي في نقطة معينة منه (الحاضر) يبدأ بالتفرع والتفرع مرات أخرى إلى فروع متشعبة (خيارات مستقبلية متعددة). وبتحرك الزمن فإن الفروع السفلية (الإمكانات الحية السابقة) تختفي. ويبقى طريق واحد عبر الشجرة يمثل المسار الواقعي للزمن، إنه العالم الواقعي. وبجريان الزمن إلى الأمام يتبين أكثر وأكثر هذا الطريق، بينما تتلاشى الفروع السفلى. المخطط التالي يبين جزءاً من الشجرة. صورة الزمن:



الخط السميك يمثل العالم الواقعي

1.1.6 تركيب منطق قضايا الزمن:

من أجل دراسة تركيب هذا المنطق، سندخل هنا مؤثرين جديدين: G و H المشابهين إلى المؤثر الجهوي L.

المؤثر G يعني: دائماً سيكون الحال أن.

المؤثر H يعني: دائماً

33- interval of time.

كان الحال أن.

وبما أن للمؤثر L مكمله M، كذلك فإن للمؤثرين G وH مكمليهما F و P على الترتيب.

المؤثر F يعني: أحياناً سيكون الحال أن

المؤثر P يعني: أحياناً كان الحال أن

إذا كانت α أي صيغة من حساب القضايا، فبتكميمها بواسطة المؤثرات الزمنية الأربعة أعلاه نقرأ:

$G\,\alpha$: دائماً ستكون α.

$H\,\alpha$: دائماً كانت α.

$F\,\alpha$: أحياناً ستكون α.

$P\,\alpha$: أحياناً كانت α.

المؤثرات الأربعة أعلاه هي مؤثرات أحادية والعلاقة بين كل مؤثر ومكمله تكون مشابهة للعلاقة بين L وM:

($M\alpha \Leftrightarrow \urcorner L \urcorner \alpha$ و $L\alpha \Leftrightarrow \urcorner M \urcorner \alpha$)

1. $\alpha \urcorner F \urcorner \Leftrightarrow G\alpha$ ونقرأ: دائماً ستكون α تكافئ: لن تكون أحياناً $\alpha\urcorner$.
2. $\alpha \urcorner P \urcorner \Leftrightarrow H\alpha$ ونقرأ: دائماً كانت α تكافئ لم تكن أحياناً $\alpha\urcorner$.
3. $\alpha \urcorner G \urcorner \Leftrightarrow F\alpha$ ونقرأ: أحياناً ستكون α تكافئ ليس دائماً ستكون $\alpha\urcorner$.
4. $\alpha \urcorner H \urcorner \Leftrightarrow P\alpha$ ونقرأ: أحياناً كانت α تكافئ لم تكن دائماً $\alpha\urcorner$.

مثال:

لتكن Q: أحمد يجري في الملعب.

إذاً:

G Q: دائماً سيجري أحمد في الملعب.

H Q: دائماً كان أحمد يجري في الملعب.

F Q: أحياناً سيجري أحمد في الملعب.

P Q: أحياناً جرى أحمد في الملعب.

بإدخال المؤثرات الأربعة G, H, F, P نستطيع كتابة الكثير من الصيغ الزمنية وهذا قسم منها مع تفسيراتها:

1. $GH\alpha$: دائماً سيكون أنه دائماً كانت α.

(هذا يعني أن α هي الحال في جميع الأزمان: الماضي، الحاضر والمستقبل).

2. $FH\alpha$: سيكون الحال أنه دائماً كانت α.

(هذا يعني أنه دائماً كانت α وستستمر لبعض الزمن).

3. $PH\alpha$: كان الحال أنه دائماً كانت α.

(هذا يعني وجد زمن سابق كانت دائماً α).

4. $HP\alpha$: دائماً كان الحال أنه كان الحال (لبعض الزمن) أن α.

5. $G P\alpha$: دائماً سيكون الحال أنه كانت α.
6. $F P\alpha$: سيكون الحال أنه كانت (لبعض الزمن) α.

نلاحظ إننا استخدمنا المؤثرين G و F للتعبير عن المستقبل واستخدمنا المؤثرين H و P للتعبير عن الماضي، أما الحاضر فلا نستخدم للتعبير عنه أي مؤثر.

2.1.6 دلالة قضايا الزمن:

تدرس دلالة منطق قضايا الزمن باستخدام نماذج كريبكة، بشكل مشابه لما مر بنا عند دراستنا لمنطق قضايا الجهة.

تعريف:

نموذج منطق قضايا الزمن S يتألف من:

1. مجموعة غير خالية T من لحظات زمنية.
2. علاقة (قبل) الثنائية R المعرفة على T، $R \subseteq T x T$.
3. دالة صدق V تعين قيم صدق $V(P, t)$ لكل متغير قضائي P وكل لحظة زمنية t، حيث $t \in T$.

وكما في منطق قضايا الجهة فإن (T, R) هو الإطار الذي يسمى هنا أحيانا (محور الزمن).

قبل أن نعطي تعريف الصدق نشير إلى أن الصدق الذي كان منسوباً إلى العوالم الممكنة في منطق قضايا الجهة يجب أن يكون منسوباً، هنا، إلى اللحظات الزمنية.

تعريف:

ليكن S نموذجاً حيث T مجموعة من اللحظات الزمنية وR علاقة (قبل) الثنائية على T. إذاً قيمة صدق أي صيغة من صيغ منطق قضايا الزمن في اللحظة (العالم) t تعرف كما يلي أدناه، حيث α أي صيغة من صيغ حساب القضايا:

1. $V(G\alpha,t) = 1$

إذا وفقط إذا كان من أجل جميع t' $(t' \in T)$ حيث $t R t'$: $V(\alpha,t') = 1$

2. $V(F\alpha,t) = 1$

إذا وفقط إذا كان من أجل t' واحدة على الأقل $(t' \in T)$ حيث $t R t'$: $V(\alpha,t') = 1$

3. $V(H\alpha,t) = 1$

إذا وفقط إذا كان من أجل جميع t' $(t' \in T)$ حيث $t'\,R\,t$: $V(\alpha,t') = 1$

4. $V(P\alpha,t) = 1$

إذا وفقط إذا كان من أجل t' واحدة على الأقل $(t' \in T)$ حيث $t'\,R\,t$: $V(\alpha,t') = 1$

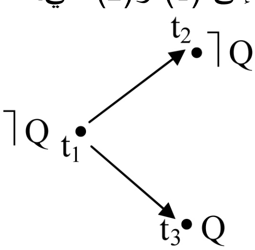
إن مفهوم صحة الصيغ في الإطارات، الذي مر بنا في منطق قضايا الجهة سنقوم بتطبيقه هنا على بعض صيغ منطق قضايا الزمن، وسنرى أياً من خواص محور الزمن تعكسه هذه الصيغ إن وجدت.

الصيغتان:

$$(1).\ G(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (G\alpha \rightarrow G\beta)$$
$$(2).\ H(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (H\alpha \rightarrow H\beta)$$

من الواضح أنهما صحيحتان في أي محور زمني، ذلك أن G وH هما نسختان من المؤثر الجهوي L وإن الصيغة الجهوية المقابلة إلى (1) و(2) هي:

$$L(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (L\alpha \rightarrow L\beta)$$



الصيغتان:

$$(3).\ G\alpha \rightarrow \alpha$$
$$(4).\ H\alpha \rightarrow \alpha$$

يقابلان الصيغة الجهوية: $L\ \alpha \rightarrow \alpha$ وهما مكافئتان إلى $\alpha \rightarrow F\alpha$ (إذا α فإنه ستكون α) و $\alpha \rightarrow P\alpha$ (إذا α فإنه كانت α) على الترتيب. إذا كانت العلاقة R غير انعكاسية (أي لا توجد أي لحظة زمنية قبل نفسها) فإن (3) و (4) تصبحان غير صحيحتين. ولكنه، وكما كان الحال في منطق قضايا الجهة فإن الخاصية غير الانعكاسية لا يمكن التعبير عنها بواسطة صيغة.

الصيغتان:

$$(5).\ P\alpha \rightarrow H\,(F\alpha \vee \alpha \vee P\alpha)$$
$$(6).\ F\alpha \rightarrow G\,(P\alpha \vee \alpha \vee F\alpha)$$

صحيحتان في جميع النماذج التي تكون فيها علاقة الموصولية مترابطة (كل لحظتين مختلفتين في الزمن أحدهما تكون قبل الأخرى). لنأخذ المخطط التالي حيث R ليست مترابطة:

بوضع $V(Q, t_3)=1$ و $V(Q, t)=0$ من أجل كل t أخرى، يصبح لدينا مثال مضاد إلى (6)، ذلك أن FQ صادقة في t_1، لأن Q صادقة في t_3. ولكن، $G\,(P\alpha \vee \alpha \vee F\alpha)$ كاذبة في t_1، لأن $P\alpha \vee \alpha \vee F\alpha$ كاذبة في t_2، وحيث لا تصح أي من الحالات التالية: t_2Rt_3, t_3Rt_2, $t_2 = t_3$، بينما t_3 هي اللحظة الوحيدة التي تكون فيها Q صادقة.

مبرهنة:

الصيغة $FP \rightarrow HFP$ صحيحة في الإطارات المتعدية.
البرهان:
سنستخدم طريقة المثال المضاد للإطارات غير المتعدية.
لتكن:

$$T = \{t_1, t_2, t_3\}$$
$$R = \{(t_1, t_2), (t_2, t_3)\}$$

هنا ليس عندنا t_1Rt_3، ومخطط النموذج يكون كالتالي:

$$\begin{array}{ccccc} \neg P & & \neg P & & P \\ \bullet & \longrightarrow & \bullet & \longrightarrow & \bullet \\ t_1 & & t_2 & & t_3 \end{array}$$

ويصبح:

$V (P, t_3) = 1$ و $V (P, t) = 0$ من أجل كل t آخر.

لدينا الآن، مثال مضاد للصيغة، ذلك أن FP صادقة في t_2، لأن P صادقة في t_3 و $t_2 R t_3$. ولكن HFP كاذبة في t_2 لأن FP كاذبة في t_1، لأنه ليس عندنا $t_1 R t_3$، و t_3 هي اللحظة الوحيدة التي تكون فيها P صادقة.

تستخدم أشجار الصدق في منطق الزمن بشكل مشابه لمنطق قضايا الجهة، وذلك باستخدام تعريف صدق الزمن وإضافة 4 قواعد اشتقاق مقابلة للقاعدتين: قاعدة الضرورة L وقاعدة الإمكانية M كالتالي:

1- القاعدة G (قاعدة المؤثر G) والقاعدة H (قاعدة المؤثر H) تقابلان قاعدة الضرورة المعروفة L.

2- القاعدة F (قاعدة المؤثرF) والقاعدة P(قاعدة المؤثر P) تقابلان قاعدة الإمكانية المعروفة M.

إن قاعدة الموصولية R تبقى هي القاعدة R (قبل) التي تربط اللحظات الزمنية t والتي تمثل هنا أيضا بواسطة الأعداد 0،1،2،....

مثال: لنحدد صحة الصيغة $PGQ \rightarrow Q$

1. $\neg(PGQ \rightarrow Q),0$
2. $PGQ,0$
3. $\neg Q,0$
4. $1R0$
5. $GQ, 1$
6. $Q, 0$

7. ×

الخطان (الصيغتان) 3،2 اشتقا من 1 باستخدام القاعدة → ⌉. الخط 5 اشتق من 2 باستخدام القاعدة P. الخط 6 اشتق من 5 باستخدام القاعدة G. الشجرة مغلقة لوجود Q,0 و ⌉Q,0 والصيغة صحيحة.

2.6 منطق الأخلاق Deontic logic:

لبناء منطق قضايا الأخلاق، نحن نحتاج لمؤثرين يقابلان L وM في منطق قضايا الجهة. المؤثر الأول، نرمز له بواسطة O، وهو مؤثر الإلزام(٣٤) ونقرأه: من اللازم أن أو من الواجب أن. من الواضح أن O ليس دالة صدق. فإذا أردنا ملء جدول للسيطرة على معنى هذا المؤثر، فإننا لا نستطيع تحديد قيمة صدق لأي سطر:

Q	OQ
1	?
0	?

وللتوضيح نأخذ المثال التالي:

لتكن Q: الدولة رفعت الضرائب مؤخراً. نحن لا نستطيع من صدق Q هذه اشتقاق صدق إنه كان من اللازم أن ترفع الدولة الضرائب ولا ليس من اللازم أن ترفع الدولة الضرائب. وبالمثل، فإنه من صدق أني لا أملك مزرعة لا يمكن اشتقاق أنه من اللازم أن أملك ولا من غير اللازم أن أملك.

إن المؤثر المكمل لمؤثر الإلزام هو الذي نرمز له بواسطة P(٣٥) ونقرأه: من المسموح به أن. وكما أن الإمكانية تعرف بواسطة الضرورة في منطق الجهة، فإن السماح يعرف بواسطة الإلزام. فإذا كان من المسموح لأحد أن يمارس السباحة، فإنه ليس من اللازم ألا يمارس. وبصورة عامة فإن شيئاً ما يكون من مسموح به إذا كان نفيه ليس إلزامياً:

PQ إذا وفقط إذا كان ⌉O⌉Q

وبالتالي فإن السماح ليس دالة صدق.

قواعد صدق منطق الأخلاق تماثل نظيراتها في منطق الجهة. نحن نحتاج، هنا، فقط إلى قاعدتين جديدتين تتعلقان بمؤثري الأخلاق: O وP. وهما يقابلان المؤثرين L وM، أما علاقة الموصولية R فسنستبدلها بواسطة العلاقة δ التي هي علاقة موصولية أخلاقية حيث:

$w_2 \ \delta \ w_1$ إذا وفقط إذا كان w_2 مسموحاً به أخلاقياً من w_1، من أجل أي عالمين w_1 وw_2.

34- obligation.
35- permission.

وحسب بعض المناطقة مثل كانط، فإن هذا يعني أن جميع الأعمال في العالم w_2 تتفق مع القانون الأخلاقي الساري في w_1. ومن الطبيعي بالنسبة لهؤلاء المناطقة أن القانون نفسه يسري في جميع العوالم وإذاً، فإن أي عالم يكون مسموحاً به أخلاقياً من عالم واحد يكون مسموحاً به أخلاقياً من جميع العوالم.

نعطي الآن قواعد صدق منطق الأخلاق:

1. $V(O\,\alpha, w) = 1$

إذا وفقط إذا كان من أجل جمع العوالم u، حيث $w\,\delta\,u$، و $V(\alpha, u) = 1$

$V(O\,\alpha, w) = 0$

إذا وفقط إذا وجد عالم u، حيث $w\,\delta\,u$ و $V(\alpha, u) = 0$

2. $V(P\alpha, w) = 1$

إذا وفقط إذا وجد عالم u، حيث $w\,\delta\,u$ و $V(\alpha, u) = 1$

$V(P\alpha, w) = 0$

إذا وفقط إذا كان من أجل جميع العوالم u، حيث $w\,\delta\,u$، فإن $V(\alpha, u) = 0$

علاقات الموصولية الأخلاقية ليست انعكاسية، وذلك لأنه لا يمكننا الافتراض بأن ما يكون إلزامياً يكون صادقاً، وهكذا فلا يمكن أن تكون لدينا $LP\rightarrow P$، والتي تعكس الخاصية الانعكاسية لعلاقة الموصولية ولكن علاقة الموصولية الأخلاقية متسلسلة. والحقيقة أنه إذا لم تكن δ متسلسلة فإن أي صيغة متناقضة تصبح إلزامية في عالم ما. وبالتالي، تكون متطلبات أخلاقنا غير متسقة[٣٦]. والمبرهنة التالية تبرهن ذلك.

مبرهنة:

إذا لم تكن δ متسلسلة، فإنه يوجد عالم w، بحيث إن $V(O\,\alpha, w) = 1$ من أجل أي صيغة α.

لنفرض أن δ ليست متسلسلة. إذاً يوجد عالم w، بحيث إنه لا تصح الحالة $w\,\delta\,u$ لكل عالم u. الآن، لتكن α أي صيغة. بما أنه لا توجد عوالم u بحيث إن $w\,\delta\,u$، أذاً $V(\alpha, u) = 1$ من أجل جميع u، حيث $w\,\delta\,u$. وهكذا، فإن $V(O\,\alpha, w) = 1$، حسب القاعدة 1 أعلاه.

لقد برهنا أنه إذا كانت δ ليست متسلسلة، فإنه يوجد عالم w حيث $V(\alpha, w) = 1$ لكل صيغة α والتي يمكن أن تكون صيغة متناقضة.

وعلى خلاف، الصيغة $LP\rightarrow P$، فإنه يمكن أن تكون لدينا $LP\rightarrow MP$، ذلك أنه إذا كانت LP تعني من اللازم أن P فإن MP تعني من المسموح أن P (ليس من اللازم أن ليس P). وهكذا، فإن $LP\rightarrow MP$ تعني ما هو لازم يكون مسموحاً

36- inconsistent.

به، وهذا يبدو صحيحاً بدرجة كافية. (ومن الجدير بالذكر أن $LP \rightarrow MP$ تعكس الخاصية المتسلسلة للعلاقة الموصولية). إن تفسير L هذا يدعى التفسير الأخلاقي، ولهذا السبب تسمى $LP \rightarrow MP$ بالصيغة D، والنسق المحصول عليه بواسطة إضافتها إلى النسق K يسمى D، كما مر بنا في الفصل الثالث.

3.6 تمارين:

(أ) ترجم إلى اللغة العادية كلاً من صيغ منطق الزمن التالية:

(1) $HG\alpha$

(2) $PG\alpha$

(3) $FG\alpha$

(4) $GF\alpha$

(5) $HF\alpha$

(6) $PF\alpha$

(ب) ترجم القضايا التالية إلى صيغ منطق الزمن:

(1) الآن أنت شاب، ولكن في يوم ما لن تكون كذلك.

(2) أنا مخلص لك وسأكون دائماً كذلك.

(3) قرأ أحمد رواية (خريف البطريق)، وكذلك فعل سليم.

(4) عندما دخلت خلود الغرفة، كان علي قد وضع الشاي على النار.

(ج) برهن أن الصيغة الزمنية التالية صحيحة:

$$\alpha \rightarrow HF\alpha$$

(د) برهن أن صورة حجة منطق الأخلاق التالية صحيحة:

المقدمات:

$$O\,A,\ O\,(A \rightarrow B)$$

النتيجة:

$O\,B$