النظرية الكهرومغنطيسية المتقدمة

(الإلكتروديناميكا الكلاسيكية)

تمهيد: أساسيات النظرية الكهرومغنطيسية

في هذا التمهيد نذكر أهم الكميات والتعريفات المستخدمة في النظرية الكهرومغنطيسية تمهيداً لدراسة المعادلات الأساسية لهذه النظرية في الباب الأول.

(١) معادلة الإتصال Equation of Continuity

الشحنة الكهربية = q (electric charye)

كثافة الشحنة = ρ (charye density) (الشحنة الموجودة في وحدة الحجوم من المادة)

العلاقة بين ρ , q: $\boxed{q = \int \rho \, dV}$ حيث dV عنصر الحجم

قانون بقاء الشحنات: Law of conservation of charges

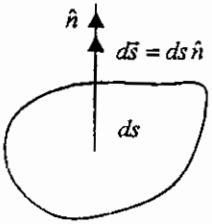
ينص على أن: " معدل إنسياب الشحنات خلال سطح ما يساوي التيار الكلي الذي يعبر السطح ".

التيار الكهربي (I) electric current: يعرف بأنه معدل إنسياب الشحنات خلال مساحة (سطح) ما، أي كمية الشحنة المارة في وحدة الزمن.

$\boxed{I = -\frac{\partial q}{\partial t}}$ حيث إشارة (–) تدل على تناقص الشحنة بمرور الزمن

كثافة التيار ($\vec{j}$) current density: يعرف $\vec{j}$ (متجه كثافة التيار) بأنه التيار المار خلال وحدة المساحات.

العلاقة بين $I, \vec{j}$:



$\boxed{I = \int \vec{j} \cdot d\vec{s}}$ حيث $d\vec{s}$ متجه المساحة

يلاحظ أن:

(١) الشحنات q: طالما هي ساكنة تكون على هيئة شحنات كهربية (أو كهربية استاتيكية).

(٢) التيار الكهربي I: هو شحنات كهربية متحركة.

$$I \xleftarrow{\text{في حالة الحركة}} q$$

(تيار) (شحنات)

الصورة الرياضية لقانون بقاء (أو حفظ) الشحنات:

$$-\frac{\partial q}{\partial t} = I = \int \vec{j} \cdot d\vec{s}$$

$$\therefore -\frac{\partial}{\partial t}[\int \rho \, dV] = \int \vec{j} \cdot d\vec{s}$$

$$-\int \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = \int \vec{j} \cdot d\vec{s}$$

ومن نظرية جاوس في المتجهات:

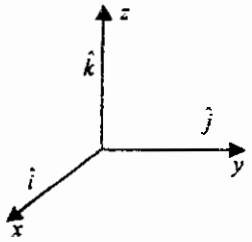
$$\boxed{\int \vec{j} \cdot d\vec{s} = \int div\, \vec{j}\, dV}$$

$$\therefore -\int \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = \int div\, \vec{j}\, dV$$

$$\therefore \int (div\, \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t}) dV = 0$$

$$\therefore \quad \boxed{div\, \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0}$$

وهي معادلة الاتصال.



حيث:

$$div\, \vec{j} = \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z}$$

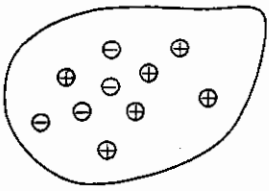
$$\boxed{\vec{j} = j_x \hat{i} + j_y \hat{j} + j_z \hat{k}}$$

(٢) الاستقطاب في المواد العازلة (Polarization):

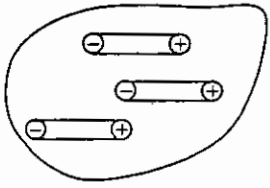
تنقسم المواد من الناحية الكهربية إلى قسمين:

- مواد عازلة (Dielectrics): (عوازل) لا تسمح بمرور التيار خلالها.
- مواد موصلة (Conductors): (موصلات) تسمح بمرور التيار خلالها.

المواد العازلة: تتكون من أجزاء (جزئيات) مشحونة تتحرك بصورة عشوائية random (غير منتظمة).



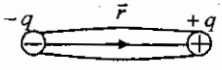
عند وضع المادة العازلة في مجال كهربي خارجي يعمل المجال على ترتيب وضع الجزئيات بحيث يستقطب الجزئيات الموجبة في ناحية والسالبة في الناحية الأخرى مكوناً ما يسمى بالديبول (المزدوج أو ثنائي القطب) (dipole).



ويقال أن المادة العازلة قد تم استقطابها.

∴ الاستقطاب هو: إعادة ترتيب أو توزيع الشحنات بحيث تتكون المزدوجات الكهربية (الديبولات – dipoles).

عزم المزدوج (dipole moment): يعرف بالعلاقة:



$$\boxed{\vec{d} = q\vec{r}}$$

متجه الاستقطاب (polarization vector): هو عزم المزدوج في وحدة الحجم:

$$\boxed{\vec{p} = \frac{\vec{d}}{V}}$$

ملحوظة: نتيجة عملية الاستقطاب تتكون شحنات تأثيرية (induced charges) كثافتها ρ_i وتكون الشحنة التأثيرية الكلية الناتجة عن الاستقطاب:

$$\boxed{q_i = \int \rho_i \, dV}$$

وتكون العلاقة بين متجه الاستقطاب $(\vec{p})$ والشحنات التأثيرية الناتجة عن عملية الاستقطاب (ρ_i) هي:

$$\boxed{\rho_i = -div\,\vec{p}}$$

وسنعود لإثباتها لاحقاً.

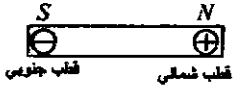
(٣) التمغنط في الأوساط الممغنطة:

Magnetization in Magnetized Medium:

تنقسم المواد من الناحية المغنطيسية إلى قسمين:

- مواد ممغنطة magnetized (مثل الحديد، ...): تتأثر بالمجال المغنطيسي، وتتكون من جزئيات مغنطيسية عبارة عن أقطاب مغنطيسية موجبة وسالبة (مثل الشحنات الكهربية) موجودة بصورة عشوائية (غير مرتبة).
- مواد غير ممغنطة antimagnetized (مثل الخشب، ...): لا تتأثر بالمجال المغنطيسي.

عند وضع المادة الممغنطة في مجال مغنطيسي خارجي فإن المجال يعمل على ترتيب وضع الجزئيات المغنطيسية (الأقطاب) بحيث تستقطب الأقطاب الموجبة (الشمالية) في ناحية والسالبة (الجنوبية) في الناحية الأخرى.

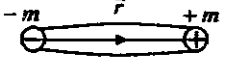


وتكون النتيجة مزدوجات (ثنائيات الأقطاب) مغنطيسية.

ويقال أن المادة قد تم استقطابها مغناطيسياً أو أنها تمغنطت.

نتيجة عملية التمغنط تتكون شحنات (أو أقطاب) مغنطيسية تأثيرية كثافتها ρ_i .

عزم المزدوج المغنطيسي: يعرف بالعلاقة:



$$\boxed{\vec{d} = m\vec{r}}$$

حيث m تمثل شدة القطب.

متجه التمغنط Magnetization vector:

يعرف بأنه عزم المزدوج لوحدة الحجوم

$$\boxed{\vec{M} = \frac{\vec{d}}{V}}$$

العلاقة بين $\vec{M}$, ρ_i :

$$\boxed{\rho_i = -div\ \vec{M}}$$

(٤) تيار الاستقطاب (polarization current)

وتيار التمغنط (Magnetization current)

حيث أن عملية الاستقطاب ينتج عنها شحنات تأثيرية كثافتها ρ_i ، فعند تحركها (أو تغير قيمتها مع الزمن) فإننا نحصل على تيار تأثيري كثافته $\vec{j}_i$.

العلاقة بين $\rho_i , \vec{j}_i$: هي عبارة عن معادلة الاتصال

$$\boxed{div\,\vec{j}_i + \frac{\partial \rho_i}{\partial t} = 0}$$

وبالتعويض عن $\rho_i = -div\,\vec{p}$:

$$\therefore div\,\vec{j}_i + \frac{\partial}{\partial t}(-div\,\vec{p}) = 0$$

$$\therefore div\,\vec{j}_i - div\frac{\partial \vec{p}}{\partial t} = 0$$

$$\therefore div\,(\vec{j}_i - \frac{\partial \vec{p}}{\partial t}) = 0 \qquad \text{_____(1)}$$

ومن قوانين المتجهات:

$$div\,curl\,\vec{A} = 0 \;\rightarrow\; div\,curl\,(c\,\vec{A}) = 0 \qquad \text{_____(2)}$$

بمقارنة (1), (2):

$$\therefore \vec{j}_i - \frac{\partial \vec{p}}{\partial t} = curl\,(c\,\vec{A}) = curl\,(c\,\vec{M})$$

وذلك بإختيار: $\vec{A} = \vec{M}$ ، حيث $\vec{M}$ هو متجه التمغنط

$$\therefore \vec{j}_i - \frac{\partial \vec{p}}{\partial t} = c\;\; curl\;\vec{M}$$

$$\therefore \vec{j}_i = \frac{\partial \vec{p}}{\partial t} + c\;\; curl\;\vec{M} = \vec{j}_p + \vec{j}_M$$

حيث: $\vec{j}_p = \frac{\partial \vec{p}}{\partial t}$ يسمى تيار الاستقطاب.

$\vec{j}_M = c\;curl\;\vec{M} = c(\vec{\nabla} \wedge \vec{M})$ يسمى تيار التمغنط.

سؤال: عن سبب إختيار المتجه $\vec{A}$ = متجه التمغنط $\vec{M}$:

حيث أن الشحنات إذا تحركت تولد تيار كهربي وأن وجود التيار يولد مجال مغنطيسي.

فنصل إلى القاعدة الآتية:

" حركة التيار الكهربي ينتج عنها وجود مجال مغنطيسي "

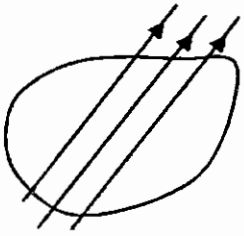
وتعرف بقاعدة أورستد.

∴ التيار التأثيري الناتج عن عملية الاستقطاب $\vec{j}_i$ لابد أن ينتج عنه مجال مغنطيسي يعمل على إحداث عمليات استقطاب مغنطيسي أو تمغنط وبذلك فإنه من اللازم إدخال متجه التمغنط $\vec{M}$ في العلاقات السابقة.

---

(٥) قانون فاراداي للحث (أو التأثير) الكهرومغنطيسي

Farada's induction Law



- **المجال المغنطيسي يتكون من مجموعة من خطوط القوى المغنطيسية أو خطوط الحث (أو التأثير) المغنطيسي.**
- **الفيض الكلي خلال دائرة (ϕ): هو عدد خطوط القوى التي تعبر مساحة معينة**

$$\phi = \int \vec{H} \cdot d\vec{s}$$

حيث $\vec{H}$ شدة المجال المغنطيسي، $d\vec{s}$ عنصر المساحة.

من المتجهات: الفيض (flux) لأي متجه هو: $\phi = \oint \vec{A} \cdot d\vec{s}$

قانون فاراداي: ينص على:

في حالة وجود مجال مغنطيسي يتكون من مجموعة من خطوط القوى، وتغيرت هذه الخطوط خلال مساحة ما من دائرة مغلقة بمرور الزمن فإنه يتولد عن ذلك ما يسمى بالقوة الدافعة الكهربية التأثيرية، بحيث أن:

القوة الدافعة المتولدة تتناسب مع معدل التناقص في الفيض الكلي ϕ لخطوط القوى المغنطيسية.

رياضياً:

$$\varepsilon_i \propto (-\frac{\partial \phi}{\partial t})$$

$$\therefore \quad \varepsilon_i = -\alpha \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \phi}{\partial t}$$

بأخذ $\alpha = \frac{1}{c}$

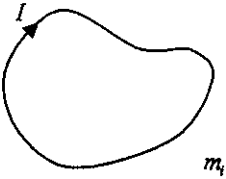
$$\therefore \quad \boxed{\varepsilon_i = -\frac{1}{c}\frac{\partial \phi}{\partial t}}$$

وهو قانون فاراداي للحث (أو التأثير) الكهرومغنطيسي.

---

(٦) علاقة أمبير الدوائرية Ampere's Circuital Relation

هي علاقة بين التيار الكهربي الكلي I الذي يمر في دائرة كهربية ما والمجال المغنطيسي الناتج عن هذا التيار.



المجال الكهربي:
له قوة دافعة كهربية ε_i
المجال المغنطيسي:
له قوة دافعة مغنطيسية m_i

وتنص على الآتي:

القوة الدافعة المغنطيسية (m_i) للمجال الناتج عن مرور التيار تتناسب مع شدة التيار (I)

$$\therefore m_i \propto I \rightarrow m_i = \beta I = \frac{4\pi}{c} I$$

بأخذ $\beta = \frac{4\pi}{c}$ (حيث c = سرعة الضوء في الفراغ)

$$\therefore \quad \boxed{m_i = \frac{4\pi}{c} I}$$

وهي علاقة أمبير.

تعريف:

(١) القوة الدافعة الكهربية (ε_i) Electromotive Force: هي الشغل المبذول في نقل وحدة الشحنات الكهربية حول دائرة مغلقة.

رياضياً: هي التكامل الخطي لشدة المجال الكهربي $\vec{E}$

$$\boxed{\varepsilon_i = \int \vec{E} \cdot d\vec{r}}$$

(٢) القوة الدافعة المغنطيسية (m_i) Magnetomotive Force: هي الشغل المبذول في نقل وحدة الأقطاب (أو الشحنات) المغنطيسية حول دائرة مغلقة.

رياضياً: هي التكامل الخطي لشدة المجال المغنطيسي $\vec{H}$

$$\boxed{m_i = \int \vec{H} \cdot d\vec{r}}$$

ملحوظة: يسمى التكامل الخطي أحياناً بالدوران (circulation) .