الفصل الرابع

المعالجات الإحصائية لبيانات البحث
(أولا) الإحصاء الوصفي
DESCRIPTION STATISTICS

- **خطوات تبويب البيانات:**

- تجهيز البيانات.

- التوزيع التكراري للبيانات.

- التمثيل البياني للبيانات.

- **صور تلخيص البيانات:**

- مقاييس النزعة المركزية.

- مقاييس التشتت أو الانتشار.

- مقاييس العلاقة:

- معامل ارتباط بيرسون.
- معامل ارتباط الرتب.
- معامل الارتباط الثنائي.
- معامل الاقتران.
- معامل التوافق.
- معامل فاي.

- **الارتباط الجزئي.**
- **الارتباط المتعدد.**
- **الإنحدار الخطي:**

- الإنحدار الخطي البسيط.
- الإنحدار الخطي المتعدد.

إذا ما استرجعنا ما سبق أن وصفناه من خطوات البحث السيكولوجي ، وجدنا أن البداية في البحث السيكولوجي هي تحديد المشكلة ثم صياغة فرض كحل احتمالي لهذه المشكلة ثم جمع البيانات اللازمة لاختبار هذا الفرض، وتأتي بعد ذلك الخطوة الأكثر أهمية في تقرير صلاحية الفرض ونعني بها المعالجات الإحصائية لهذه البيانات التى تم حصرها ... هذه المعالجات بحسب ما تسفر عنه من نتائج إما أن تؤيد أو تدحض الفرض. وهناك نوعان من الإحصاء في البحوث السيكولوجية ، حددا تبعًا لوظيفتها أو الغرض من استخدامها في البحث، هما الإحصاءات الوصفية والإحصاءات الاستدلالية، فأما الأولى فهي تلك المستخدمة في وصف البيانات، وأما الثانية فلا تقتصر على تصنيف وتلخيص البيانات أي وصفها، وإنما بواسطتها نستدل من خواص العينة على خواص مجتمعها الأصل حتى يتسنى لنا تعميم نتائجنا عن العينة على مجتمعها الأصلي، وفيما يلي نحاول أن نعرض لهذان النوعان من الإحصاءات التى يمكن أن نستخدمها في التحليلات الإحصائية للبيانات في البحوث النفسية، **سوف نبدأ في هذا الفصل بالإحصاء الوصفي، أما الإحصاء الاستدلالي فسيكون موضوع مناقشتنا في الفصل القادم.**

بعد تحديد عينة الدراسة الملائمة، وكما شرحنا سابقًا، يقوم الباحث بتطبيق أدواته البحثية، ويسفر هذا التطبيق عن بيانات (درجات خام)، هذه البيانات من الكثرة

بما يحتم اللجوء إلى إجراءات ملائمة لترتيبها وتنظيمها، ذلك أنه يصعب التعامل مع هذا الكم الكبير من البيانات بشكل مباشر، كما يصعب فهم هذه الدرجات أو المقارنة بين مفرداتها أو التوصل إلى نتائج ذات معنى إذا لم يكن هناك مثل هذا الإجراء التنظيمي لها. وذلك يتم بداية بتبويب البيانات، **ويتضمن تبويب البيانات Data Tabulation ثلاث خطوات أساسية:**

أولًا: تجهيز البيانات:

- مراجعة وتصفية البيانات.
- تنقيح البيانات.
- تصنيف البيانات.
- اختصار أو تلخيص البيانات.
- اختيار نوع التبويب الملائم.

ثانيًا: التوزيع التكراري للبيانات:

اختيار التوزيع التكراري المناسب (الجدولة المناسبة) والتوزيعات التكرارية هي أشهر صور تصنيف البيانات، فهي تسمح بتصنيف البيانات ووضعها في مجموعات أو فئات تمكن من فهمها وتيسر عملية المعالجة الإحصائية لها، هذا ويتضمن جدول التوزيع التكراري ثلاث خطوات أساسية: (١) اختيار فئة مناسبة، (٢) حدود الفئة، (٣) تبويب عدد مرات حدوث القيم (التكرارات) في كل فئة.

ثالثًا: التمثيل البياني للبيانات:

ونقصد به الرسوم البيانية التي تعبر عن التوزيع التكراري، والعرض البياني للتوزيع التكراري يمكن أن يكون بأكثر من طريقة، ومن أكثرها ملائمة:

(١) المدرج التكراري Histogram

(٢) المضطلع التكراري Frequency Polygon

(٣) المنحنى التكراري Frequency Curve

أ- الاعتدالي Normal

ب- الملتوي Skewed

ج- ذو القمتين Bi-Medal

د- التكراري المتجمع Cummulative وينقسم إلى:

* المنحنى المتجمع الصاعد Upword

* المنحنى المتجمع النازل (الهابط) Downword

صور تلخيص البيانات:

ما سبق كان متعلقًا بصور تصنيف البيانات، أما ما يتعلق بتلخيص البيانات فإنه يتم من خلال ثلاث معالجات إحصائية:

١- **مقاييس النزعة المركزية Central Tendency وهي ثلاثة:** المنوال

Mode ، الوسيط Median، المتوسط Arithmetic Mean.

٢- مقاييس التشتت أو الانتشار Dispersion وأهمها: المدى Range، ونصف المدى الربعي Semi-interquartile، والانحراف المتوسط Mean Deviation والانحراف المعياري Standard.

٣- مقاييس العلاقة:

أولًا: معامل الارتباط البسيط Simple Correlation Coefficient

وهو يصف نوع العلاقة بين متغيرين، وتختلف وسائل، إيجاد معامل الارتباط بين متغيرين باختلاف هدف البحث وظروفه وإليك أهم الطرق المستخدمة في ذلك:

- **معامل ارتباط بيرسون Product Moment Correlation**

- باستخدام الدرجات المعيارية.

- باستخدام الانحرافات.

- من الدرجات الخام.

- **معامل ارتباط الرتب Rank Order Coefficient**

- **أساليب ارتباطية أخرى:**

- معامل الارتباط الثنائي الأصيل Coefficient Biserial-Point

- معامل الارتباط الثنائي Biserial Correlation Coefficient

- معامل ارتباط فاي Fourfold Coefficient of Phi
- معامل الارتباط الرباعي Tetrachoric Correlation coefficient
- معامل الارتباط الثلاثي لتشيبرو Gontingency Coefficient
- معامل الاتساق لكيندال Coefficient of Concordance (W)
- معامل إيتا Correlation Ration or Eta Coefficient

معامل الارتباط الجزئي

Partial Correlation

هب أن باحثًا ما يتعرض في دراسته لمشكلة الوحدة النفسية Loneliness عند فئة معينة ولتكن طلاب الجامعة ، وأنه يفترض أن قصور المهارات الإجتماعية Social skills deficiency أي المهارات الاجتماعية غير الكافية ترتبط بمشكلة الوحدة النفسية ، لكنه بمطالعة الأدب التنظيري والدراسات والبحوث التي أجريت حول مشكلة الوحدة النفسية تبين له أن هناك متغيرات أو عوامل أخرى غير قصور المهارات الإجتماعية ذات تأثير هام في نشأة وتطور مشاعر الوحدة النفسية كتقديرات الذات المنخفض Low-Self-Esteem ومشاعر عدم الكفاية الشخصية والأفكار اللاعقلانية Irrational thoughts ، ولأنه يهتم في دراسته بشكل أساسي فقط بالعلاقة بين قصور المهارات الإجتماعية والوحدة النفسية ، فعليه أن يبحث عن وسيلة إحصائية ملائمة لتثبيت أو عزل تأثيرات هذه المتغيرات ، بحيث تأتي العلاقة التي سوف يكشف عنها بحثه بين المهارات الإجتماعية والوحدة

النفسية خالية من تأثيرات هذه المتغيرات، أو بحيث يمكنه أن يقول بقدر معقول من الثقة أن معامل الارتباط الذي يمكن أن يحصل عليه بين المهارات الإجتماعية والوحدة النفسية هو بالفعل معامل الارتباط الحقيقي بينهما وليس متأثرًا أو داخلًا فيه تأثيرات المتغيرات الأخرى المحتملة، والوسيلة الإحصائية التي تمكنه من ذلك هي معامل الارتباط الجزئي[1] الذي يسمح لنا بإيجاد العلاقة بين المتغير (أ) المستقل والمتغير التابع (ب)، بعزل تأثير (ج) أو (د) أو (هـ)... إلى آخر ذلك من متغيرات يمكن أن تؤثر في العلاقة بين (أ)، و(ب).

إن كثيرًا من الإرتباطات التي يمكن أن نصل إليها بين المتغيرات والظواهر في حقل البحث السيكولوجي، قد لا تعكس بدقة واقع العلاقات بين هذه المتغيرات والظواهر، إذا ما دققنا وأمعنا النظر في إمكانية تأثير عوامل أو متغيرات أخرى في الارتباط الذي حصلنا عليه بين هذه المتغيرات والظواهر، وهذا هو واقع الأمر في ميدان دراستنا، بما يحتم علينا كباحثين الأخذ بعين الإعتبار مسألة البحث الجار عن كل ما يمكن أن يؤثر (أو يرتبط) بالظاهرة، وإن لم يكن ذلك فإن الإرتباطات التي نعتقد أنها كذلك بين المتغيرات، لن تكون حقيقية وفي أكثرها سوف تكون متأثرة بمتغيرات أخرى، بقول آخر لن يكون الارتباط الذي نصل إليه بين المتغيرات نقيًا Pure من تأثير متغيرات أخرى لم نضعها في الحسبان لكنها تؤثر في هذا الارتباط بشكل أو بآخر.

(١) لقد سمي هذا النوع بالارتباط الجزئي لأنه يقوم على عزل جزء من العوامل المؤثرة في الارتباط الكلي بين المتغيرين أو الاختبارين ، وبذلك تدل نتيجة هذه العملية على الارتباط الجزئي بدل أن كانت تدل على الارتباط الكلي. (فؤاد البهي السيد ، ١٩٧٨ ، ٢٨٩)

ولنفترض أننا في مثالنا السابق نود إيجاد معامل الارتباط بين المهارات الإجتماعية كمتغير مستقل (أ) والوحدة النفسية كمتغير تابع (ب)، ولكن بعزل تأثير متغير تقدير الذات (ج) كمتغير نفترض تأثيره في العلاقة بين (أ) و(ب)، فإننا نستخدم لذلك معادلة الارتباط الجزئي، وهي:

$$ر\ أ\ ب.\ جـ = \frac{ر\ أ\ ب - ر\ أ\ جـ \times ر\ ب\ جـ}{\sqrt{\{١ - (ر\ أ\ جـ)^{٢}\}\ \{١ - (ر\ ب\ جـ)^{٢}\}}}$$

حيث:

ر أب. جـ= معامل الارتباط الجزئي بين (أ) المهارات الإجتماعية و (ب) الوحدة النفسية عند عزل (جـ) تقدير الذات.

ر أ ب= معامل الارتباط بين المهارات الإجتماعية والوحدة النفسية.

ر أ جـ= معامل الارتباط بين المهارات الإجتماعية وتقدير الذات.

ر ب جـ= معامل الارتباط بين الوحدة النفسية وتقدير الذات.

(ر أ جـ)٢= مربع معامل الارتابط بين المهارات الإجتماعية وتقدير الذات.

(ر ب جـ)٢ مربع معامل الارتباط بين الوحدة النفسية وتقدير الذات.

إن المعادلة السابقة تمكننا من الإجابة على التساؤل عما إذا كانت العلاقة بين المهارات الإجتماعية (أ) والوحدة النفسية (ب) تظل على قوتها ودلالتها، إذا قمنا بعزل تأثير تقدير الذات (جـ) أما أنها تنقص وتفقد دلالتها عند عزل تأثير تقدير

الذات، وإذا ما حدث ذلك فإنه يعد مؤشرًا على أهمية متغير تقدير الذات في علاقته بالوحدة النفسية، وأن المهارات الإجتماعية متغير غير ذات إسهام دال في الوحدة النفسية، ذلك أننا عندما عزلنا تأثير تقدير الذات وجدنا أن معامل ارتباطها بالوحدة النفسية تناقص وصار غير دال، بما يعني مرة أخرى أن معامل ارتباطها الدال افتراضا بالوحدة النفسية لا يعبر عن الارتباط الحقيقي بينهما بقدر ما هو متأثر بمتغير تقدير الذات حيث بعزل تأثيره لم يكن هناك ارتباطًا دالًا بينها وبين الوحدة النفسية.

وتفرغ نتائج معادلة الارتباط الجزئي في جدول على النحو التالي:

جدول رقم (١)

المتغـــيرات	الارتباطالبسيط	الارتباط الجزئي
الوحدة النفسية والمهارات الإجتماعية	–	
الوحدة النفسية وتقدير الذات	–	
المهارات الإجتماعية وتقدير الذات	–	
الوحدة والمهارات بعزل تقدير الذات		–

ثالثًا: الارتباط المتعدد: Multiple Correlation

في حقل الظواهر النفسية، تواجهنا – أغلب الأحيان – مشكلة تعدد وتداخل العوامل المؤثرة في الظاهرة الواحدة، إذ ليس هناك متغير أو عامل واحد فقط يمكن أن يفسر لنا الظاهرة، وفي هذه الحال، قد يحتاج الباحث إلى معامل عددي واحد يشير إلى أو يبين العلاقة المحتملة بين ظاهرته (موضوع دراسته) وبين مجموعة من

المتغيرات أو العوامل التي يحتمل أن تؤثر أو ترتبط معًا بهذه الظواهر. والبداية في البحث أن يحدد الباحث من خلال ما يطالعه من التنظير والدراسات والبحوث التي أجريت حول الظاهرة موضوع دراسته العوامل Factors أو المتغيرات Variables التي يمكن أن تؤثر أو ترتبط مجتمعةً بظاهرته موضوع البحث، ثم بعد ذلك يبحث عن وسيلة تمكنه من إيجاد العلاقة بين ظاهرته وبين مجموعة العوامل أو المتغيرات التي أمكنه تحديدها، وهنا يمكنه اللجوء إلى معامل الارتباط المتعدد ليحدد العلاقة بين الظاهرة موضوع بحثه وعدة متغيرات مجتمعه معًا. إن الأمر هنا ليس كما في الارتباط البسيط حيث نسعى إلى تحديد العلاقة أو الارتباط بين المتغير التابع ومتغير مستقل واحد ، إنما الأمر أننا نسعى إلى تحديد الارتباط بين المتغير التابع وبين مجموعة من المتغيرات المستقلة مجتمعة نحددها في دراستنا. والفكرة وراء دراسة علاقة هذه المتغيرات (المستقلة) مجتمعة معًا بالمتغير التابع أن هناك نوعًا من العلاقة التبادلية أو التأثير المشترك بين هذه المتغيرات (المستقلة) بما يجعلنا نحسب ارتباطهم جميعها كمجموعة بمتغيرنا التابع.

مثال:

لنفترض أننا بصدد دراسة عوامل أو متغيرات الشخصية Personality Variables المحددة أو المرتبطة بالإتجاهات التعصبية بين فئة معينة كالشباب مثلًا، وبمطالعتنا للأدب النظري Theoretical Literature والبحثي المتعلق بالإتجاهات التعصبية ، افترضنا أن هناك عدة عوامل أو متغيرات شخصية بينها نوع من التأثير أو التفاعل المشترك يمكن أن تقف معًا خلف الاتجاهات التعصبية. هذه

العوامل أو المتغيرات كنمط الشخصية التسلطية Authoritarian Personality، والنمط المعرفي Cognitive style كالتصلب Rigidity وعدم تحمل الغموض Intolerance of ambiguity، وسوء التوافق النفسي كما يبدو في: انخفاض اعتبار الذات Self-regard والأمن النفسي والعصابية والذهانية. فللتحقق من فرضنا بأن هذه العوامل أو المتغيرات لها تأثير مشترك على الإتجاهات التعصبية أو ترتبط معًا بالإتجاهات التعصبية، يمكن أن نستخدم معادلة الارتباط المتعدد التي توفر لنا معامل عددي واحد عن العلاقة بين الإتجاهات التعصبية كمتغير تابع (أ) وبين هذه المتغيرات المستقلة معًا: الشخصية التسلطية (ب)، التصلب (جـ)، عدم تحمل الغموض (د)، سوء التوافق النفسي (هـ). أي بين (أ) من ناحية وبين كل من ب ، جـ ، د ، هـ معًا من ناحية أخرى. وسوف نكتفي هنا بعرض معادلة الارتباط المتعدد في صورته البسيطة المعروفة بمعادلة مربع معامل الارتباط المتعدد، التي تقوم على حساب الارتباط بين متغير تابع (أ) وبين متغيرين مستقلين فقط: (ب)، و(جـ) معًا. وفي مثالنا السابق، لنفترض أننا اقتصرنا على الاتجاهات التعصبية في علاقتها فقط بالتسلطية (ب) والتصلب (جـ) معًا، فبإمكاننا إستخدام المعادلة البسيطة: معادلة مربع معامل الارتباط المتعدد وهي كالتالي:

$$ر^{٢}\ أ.\ ب\ جـ = \frac{ر^{٢}\ أب + ر^{٢}\ أجـ + (٢ \times ر\ أب \times ر\ أجـ \times ر\ ب\ جـ)}{١ - ر^{٢}\ ب\ جـ}$$

حيث:

ر٢ أ. ب جـ= مربع معامل الارتباط المتعدد بين المتغيرات الثلاثة، وبالطبع فإن

الجذر التربيعي له هو معامل الارتباط المتعدد.

ر٢ أ ب= مربع معامل الارتباط بين الاتجاهات التعصبية والتسلطية.

ر٢ أ جـ= مربع معامل الارتباط بين الاتجاهات التعصبية والتصلب.

ر ب جـ= معامل الارتباط بين التسلطية والتصلب.

ر٢ ب جـ= مربع معامل الارتباط بين التسلطية والتصلب.

وتُفرغ نتائج المعادلة في جدول على النحو التالي:

جدول رقم (٢)

المتغـــيرات	معامل الارتباط البسيط	الارتباط المتعدد أ. ب جـ
الاتجاهات التعصبية والتسلطية	-	
الاتجاهات التعصبية والتصلب	-	
التسلطية والتصلب	-	
الاتجاهات التعصبية والتسلطية والتعصب		-

وحتى نتعرف أكثر على إستخدامات الارتباط المتعدد ، نسوق المثال التالي:

لنفرض أن أحد الباحثين بصدد بحث العلاقة بين أحداث الحياة الضاغطة Stressful life events (كمتغير مستقل) والاكتئاب Depression (كمتغير تابع)، وأنه افترض أن هناك علاقة طردية بينهما أي أنه يتوقع أن تزداد درجة الإكتئاب بزيادة أحداث الحياة الضاغطة، ولاختيار هذا الفرض فإنه يلجأ إلى حساب معامل الارتباط البسيط بين المتغيرين أي بين أحداث الحياة الضاغطة

والاكتئاب، ولنفترض أن نتيجة حساب معامل الارتباط أكدت وجود علاقة طردية دالة إحصائيًّا بين المتغيرين، لكنه أراد أن يختبر فرضًا آخرًا يتوقع فيه أنه إلى جانب أحداث الحياة الضاغطة هناك أيضًا متغيرًا آخرًا قد يسهم في الاكتئاب هو مدى فعالية الفرد الذاتية Self-efficacy ، وأن الاكتئاب يمكن أن يزداد بفعل اجتماع تأثير أو التأثير المشترك لكل من أحداث الحياة الضاغطة وانخفاض الفعالية الذاتية معًا، ولاختبار هذا الفرض فإنه يلجأ إذن إلى حساب الارتباط المتعدد أي حساب الارتباط بين الاكتئاب، وبين كل من أحداث الحياة الضاغطة والفعالية الذاتية معًا، ثم يقارن معامل الارتباط المتعدد الذي حصل عليه بين الاكتئاب وبين كل من أحداث الحياة الضاغطة والفعالية الذاتية معًا، يقارنه بمعامل الارتباط البسيط بين الاكتئاب، وأحداث الحياة الضاغطة، فإذا كان يزيد عليه بدلالة كان ذلك دليلًا على صحة توقعه بأن الاكتئاب المفترض أنه ينشأ عن أحداث الحياة الضاغطة يزيد كلما انخفضت الفعالية الذاتية للفرد بمعنى أنه مع زيادة أحداث الحياة الضاغطة وانخفاض الفعالية الذاتية للفرد في ذات الوقت، تزداد درجات الاكتئاب بدرجة أكبر مما إذا كان الفرد يواجه فقط أحداث ضاغطة، بقول آخر الاكتئاب الناشئ عن أحداث الحياة الضاغطة وحدها أقل من الاكتئاب الناشئ عنها إذا كانت مصحوبة في ذات الوقت بانخفاض الفاعلية الذاتية للفرد، ففي الحالة الأخيرة تزداد درجات الاكتئاب بفعل التأثير المشترك لهما. أما إذا كان معامل الارتباط المتعدد لم يتجاوز بدلالة معامل الارتباط البسيط فإن ذلك يعني أن الاكتئاب الذي يفترض أنه ينتج عن أحداث الحياة الضاغطة لا يتأثر بارتفاع أو انخفاض الفعالية الذاتية، فالأهم في الاكتئاب إذن هو أحداث الحياة الضاغطة أما الفعالية الذاتية فهي غير ذات

إسهام، ونود أن نشير إلى أن الفكرة القائمة خلف الإفتراضين السابقين أن أحداث الحياة الضاغطة التي يواجهها الفرد قد تجعله عرضة للأعراض الاكتئابية وإن هذه الأعراض يمكن أن تزداد إذا ما كان يصاحب هذه الأحداث الضاغطة انخفاض درجة الفعالية الذاتية للفرد، فإجتماع تأثير الأحداث الضاغطة مع انخفاض الفعالية الذاتية يزيدان من الاكتئاب أكثر مما تفعل الأحداث الضاغطة وحدها، وذلك أن الفعالية الذاتية محدد لكيفية إدراك ومواجهة الفرد للأحداث الضاغطة، فالأفراد ذوو الدرجات المرتفعة من الفعالية الذاتية يدركون أحداث الحياة الضاغطة على أنها غير مهددة وبإمكانهم مواجهتها بنجاح ومن ثم فإن هذه الأحداث قد لا تؤدي بهم إلى الاكتئاب، على خلاف ذوي الدرجات المنخفضة من الفعالية الذاتية الذي يسيئون إدراك الأحداث الضاغطة ويفشلون في مواجهتها ومن ثم فقد تقودهم هذه الأحداث الضاغطة إلى الاكتئاب. وبالطبع، فإن حساب المعادلات السابقة: معادلة الارتباط البسيط، ومعادلة مربع معامل الارتباط المتعدد، وما يسفر عنه من نتائج، يمكننا من التحقق من مدى صحة هذه الفكرة كما تبدت في الفرضين السابقين.

الإنحدار الخطي[1] Linear Regression

يستخدم الإنحدار الخطي للتنبؤ بدرجات متغير تابع من درجات متغير مستقل (أو أكثر)، وكما هو الحال في الارتباط، فالتنبؤ لا يتضمن السببية Causality بمعنى أنه ليس بإمكاننا القول بأن المتغير المنبئ Predictor Variable سبب

(١) سوف نعتمد في تناولنا للانحدار الخطي بنوعيه: البسيط والمتعدد على العرض الوافي الذي قدمه صلاح الدين محمود علام (٢٠٠٠)، في كتابه: تحليل بيانات البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية، ص ص ٣٦٣-٤٠٧ ، ٥٥٥-٦٠٣ .

للمتغير المتنبأ به Predicted ، لكن ما نقصده من إستخدام تحليل الإنحدار الخطي هو التوصل إلى مؤشرات صادقة تفيد في التنبؤ بالمتغير التابع.

ويرتبط الانحدار بمفهوم الارتباط Correlation ارتباطًا وثيقًا، فإذا كان معامل الارتباط بين متغيرين صفرًا، فإن هذا يعني أننا لا نستطيع أن نتنبأ بقيم أحد المتغيرين باستخدام قيم المتغير الآخر أكثر من مجرد التخمين العشوائي، أما إذا كان معامل الارتباط بينهما يختلف عن الصفر، فذلك معناه أنه إذا علمنا شيئًا عن أحد المتغيرين، فإنه يمكننا التنبؤ بشيء ما عن المتغير الآخر أكثر من مجرد التخمين العشوائي، والعكس بالعكس. إذًا كلما زادت القيمة المطلقة لمعامل الارتباط بين المتغيرين، أمكننا أن نتنبأ بأحد المتغيرين باستخدام المتغير الآخر بدرجة أكبر من الدقة، ومن ثم فإذا كان معامل الارتباط بينهما= (+١) أو = (−١)، عندئذ نستطيع التنبؤ بدرجة تامة. من هذا يتضح أهمية معامل الارتباط في فهم عملية التنبؤ، ولتطبيق معامل الارتباط بصورة أكثر وضوحًا في التنبؤ يجب أن نضعه في إطار مفهوم الانحدار الخطي.

الانحدار الخطي البسيط: Simple Regression Analysis

لنفرض أننا بصدد بحث العلاقة بين النظرة للحياة والإتجاه نحو تعاطي المخدرات، وأننا نتوقع أن النظرة السلبية للحياة (كمتغير مستقل) يمكن أن نتنبأ منها بالإتجاه الإيجابي نحو تعاطي المخدرات، لاختبار هذا التوقع أو الفرض يمكن أن نلجأ إلى الانحدار الخطي البسيط، وبه نتبين انحدار المتغير التابع (ص) وهو الإتجاه الإيجابي نحو تعاطي المخدرات على المتغير المستقل (س) وهو النظرة السلبية للحياة، إذ يُستخدم خطا انحدار (ص) على (س) للتنبؤ أو لتقدير قيم (ص) غير المعلومة (الإتجاه نحو تعاطي المخدرات) التى تناظر قيم (س) التي تكون معلومة

(النظرة السلبية للحياة).

ولذلك يجب أن نميز قيم (ص) الملاحظة / الفعلية والتي يرمز لها بالرمز (ص)، وقيم (ص) المتنبأ بها أو التي نود تقديرها ونرمز لها بالرمز (صم). ويرمز لميل خط انحدار (ص) على (س) بالرمز (بص س)، والنقطة التي يقع فيها خط الانحدار محور الصادات بالرمز (أ ص س)، وبذلك تكون معادلة خط انحدار (ص) على (س) هي:

$$ص_م = ب_{ص س} س + أ_{ص س}$$

وتحسب قيمة الثابت بص س بالمعادلة التالية:

$$ب_{ص س} = \frac{ن مج س ص - مج س مج ص}{ن مج س^2 - (مج س)^2}$$

وتحسب قيمة أ ص س بالمعادلة التالية:

$$أ_{ص س} = \frac{مج ص - ب_{ص س} مج س}{ن}$$

مثال:

يمكن توضيح ذلك بتطبيق صيغة معادلة خط انحدار (ص) على (س) على البيانات الموضحة بالجداول التالي والخاصة بدرجات عينة من التلاميذ (ن=١٨) على اختبارين: الأول للذكاء والثاني للقراءة، على افتراض أن الذكاء متغير مستقل يمكن أن يتنبأ بدرجة إجادة القراءة كمتغير تابع.

جدول (٣)

« خطوات / بيانات حساب انحدار (ص) على (س) »

(١) رقم الطالب	(٢) نسب الذكاء (س)	(٣) درجات اختبار القراءة (ص)	(٤) س^{٢}	(٥) س ص	(٦) درجة اختبار القراءة المتوقعة (ص$_{م}$)
١	١١٨	٦٦	١٣٩٢٤	٧٧٨٨	٦٨
٢	٩٩	٥٠	٩٨٠١	٤٩٥٠	٥٥
٣	١١٨	٧٣	١٣٩٢٤	٨٦١٤	٦٨
٤	١٢١	٦٩	١٤٦٤١	٨٣٤٩	٧٠
٥	١٢٣	٧٢	١٥١٢٩	٨٨٥٦	٧١
٦	٩٨	٥٤	٩٦٠٤	٥٢٩٢	٥٤
٧	١٣١	٧٤	١٧١٦١	٩٦٩٤	٧٧
٨	١٢١	٧٠	١٤٦٤١	٨٤٧٠	٧٠
٩	١٠٨	٦٥	١١٦٦٤	٧٠٢٠	٦١
١٠	١١١	٦٢	١٢٣٢١	٦٨٨٢	٦٣
١١	١١٨	٦٥	١٣٩٢٤	٧٦٧٠	٦٨
١٢	١١٢	٦٣	١٢٥٤٤	٧٠٥٦	٦٤
١٣	١١٣	٦٧	١٢٧٦٩	٧٥٧١	٦٥
١٤	١١١	٥٩	١٢٣٢١	٦٥٤٩	٦٣
١٥	١٠٦	٦٠	١١٢٣٦	٦٣٦٠	٦٠
١٦	١٠٢	٥١	١٠٤٠٤	٦٠١٨	٥٧
١٧	١١٣	٧٠	١٢٧٦٩	٧٩١٠	٦٥
١٨	١٠١	٥٧	١٠٢٠١	٥٧٥٧	٥٧
	مج س= ٢٠٢٤	مج ص= ١١٥٥	مج س^{٢}= ٢٢٨٩٧٨	مج س ص= ١٣٠٨٠٦	

من الجدول يتبين أن:

مج س (وهي مجموع درجات التلاميذ على اختبار الذكاء)= ٢٠٢٤

مج ص (وهي مجموع درجات التلاميذ على اختبار القراءة)= ١١٥٥

مج س ص (وهي مجموع حاصل ضرب قيم س، وص المتقابلة= ١٣٠٨٠٦

ولحساب معادلة خط انحدار (ص) أي القراءة على (س) أي الذكاء نقوم بالخطوات التالية:

(١) حساب ميل خط انحدار (ص) على (س):

$$ب_{ص\,س} = \frac{ن\ مج\ س\ ص - مج\ س\ مج\ ص}{ن\ مج\ س^{٢} - (مج\ س)^{٢}}$$

$$= \frac{١٨ \times ١٣٠٨٠٦ - ٢٠٢٤ \times ١٥٥}{١٨ \times ٢٢٨٩٧٨ - (٢٠٢٤)^{٢}}$$

$$= ٠,٦٧٠٨$$

(٢) إيجاد الجزء الذي يقطعه خط الانحدار من محور الصادات:

$$أ_{ص\,س} = \frac{مج\ ص - ب_{ص\,س}\ مج\ س}{ن}$$

$$= \frac{\text{مج ص} - \text{ب}_{\text{ص س}} \text{ مج س}}{\text{ن}}$$

$$= \frac{١١٥٥ - ٠,٦٧٠٨ \times ٢٢٠٤}{١٨}$$

$$= -١١,٢٥$$

(٣) وبذلك تكون معادلة خط انحدار (ص) على (س):

$$\text{ص}_{\text{م}} = \text{ب}_{\text{ص س}} \text{ س} + \text{أ}_{\text{ص س}}$$

$$\text{ص م} = ٠,٦٧٠٨ \text{ س} - ١١,٢٥$$

ويمكن استخدام هذه المعادلة في التنبؤ بقيم (ص) بمعلومية قيم (س). ويبين العمود (٦) في الجدول السابق درجات اختبار القراءة المتنبأ بها بإستخدام قيم (ص) بعد التعويض بهذه القيم في معادلة خط الانحدار التي حصلنا عليها.

وإلى جانب إيجاد معادلة خط انحدار (ص) على (س) باستخدام الدرجات الخام ، كما بينا، فإنه يمكن أيضًا إيجادها باستخدام طريقة الانحرافات، وباستخدام الدرجات المعيارية ، وأيضًا بإستخدام معامل الارتباط[١].

الخطأ المعياري في التنبؤ:

وهو الانحراف المعياري حول خط الانحدار ويساوي الجذر التربيعي لتباين البواقي، ويحسب بالمعادلة الآتية:

(١) للتعرف على هذه الطرق، انظر: صلاح الدين محمود علام (مرجع سابق، ص ص ٣٧٨-٣٨٧).

$$\text{الانحراف المعياري للمتغير (ص)} = \frac{\sqrt{\text{مج (ص} - \text{ص}_م)^2}}{\text{ن}}$$

فإذا ربعنا انحراف كل درجة عن خط الانحدار (ص – ص م)^2، وجمعنا مربع الانحرافات الناتجة: أي مج (ص – ص م)^2، ثم قسمناه على عدد الأفراد (ن)، فإننا نحصل بذلك على تباين البواقي Residual Variance ، وبإيجاد الجذر التربيعي للقيمة الناتجة، نحصل على الانحراف المعياري للمتغير (ص) أي الخطأ المعياري في التنبؤ.

وتوجد طريقة أبسط لحساب الخطأ المعياري في التنبؤ وهي:

الخطأ المعياري في التنبؤ بقيم (ص) بمعلومية (قيم (س)=

$$\text{ع ص} \sqrt{1 - \text{ر}^2}$$

ويمكن توضيح هذه الصيغة إذا ما تذكرنا تعريف معامل التحديد ومعامل الإغتراب، فمعامل الإغتراب هو نسبة التباين في أحد المتغيرين الذي لا يرجع إلى المتغير الآخر وهو يساوي (١–ر٢)، فإذا ما ضربنا هذا المقدار في القيمة الحقيقية لتباين (ص) أي (ع^{2}ص) فإننا نحصل على مقدار التباين (مقاسا بالوحدات الأصلية للمتغير ص) والتي لا ترجع أولا تنسب إلى الانحدار، فإذا ما استخرجنا الجذر التربيعي لحاصل الضرب ع^{2}ص (١–ر٢) نحصل على الخطأ المعياري في التنبؤ.

التباين المتنبأ به والتباين غير المتنبأ به:

Predicted and Unpredicted Variance

هناك ثلاثة أنواع من مجموعات المربعات يمكن حسابها من البيانات اللازمة لحساب معادلة خط انحدار (ص) على (س) وهي:

١- تباين الدرجات حول متوسط العينة (ص - صَ)٢.

٢- تباين الدرجات حول خط الانحدار (أو حول الدرجات المتنبأ بها) ويمثله المقدار (ص-ص م)٢.

٣- تباين الدرجات المتنبأ به حول متوسط التوزيع (ص م - صَ)٢

حيث:

مج (ص - صَ)٢ = مج (ص - ص م)٢ + مج (ص م - صَ)

أي أن:

المجموع الكلي للمربعات (التباين الكلي) وهو مج (ص - صَ)٢ يساوي مجموع المربعات الخاصة بالتباين غير المتنبأ به وهو مج (ص - ص م)٢ + مجموع المربعات الخاصة بالتباين المتنبأ به وهو مج (ص م - صَ)٢.

معامل التحديد: Coefficient of Determination:

(نسبة التباين)

نسبة التباين المتنبأ به إلى التباين الكلي تسمى معامل التحديد، ويرمز له بالرمز (ر٢)، ويمكن إيجاد قيمة (ر٢) باستخدام الصيغة الآتية:

$$ر^{٢} = \frac{\text{التباين الذي يمكن تفسيره}}{\text{التباين الكلي}}$$

$$= \frac{مج (ص_{م} - \bar{ص})^{٢}}{مج (ص - \bar{ص})^{٢}}$$

يتبين من هذه المعادلة أن معامل التحديد يدل على النسبة من التباين الكلي التى يمكن تفسيرها بمعلومية قيمة معامل الارتباط، فإذا كانت ر= ٠,٤، فإن ر^{٢}= ٠,١٦، أي أننا يمكن أن نقول أن ١٦٪ من التباين الكلي يمكن تفسيره بالمتغير المستقل، في حين أن النسبة المتبقية وهي ٨٤٪ تفسرها متغيرات أخرى غير المتغير المستقل موضوع البحث.

وإذا كان معامل التحديد على هذا النحو يدل على نسبة التباين الذي يمكن تفسيره بالمتغير المستقل، فعلى الجانب الآخر يدل معامل الإغتراب على نسبة التباين في (ص) التي لا ترجع إلى المتغير المستقل أو بقول آخر التي لا ترجع أو تنسب إلى الانحدار ولا نستطيع تفسيرها بمعلومية معامل الارتباط بين س و ص ويحسب معامل الإغتراب، كالتالي:

$$ك^{٢} = ١ - ر^{٢}$$

وقيمته تشير، كما أوضحنا، إلى نسبة التباين في (ص) التي يلزم البحث عن تفسير لها بمتغيرات أخرى غير متغيرنا المستقل (س).

ويمكن إيجاز العلاقة بين ر^{٢} و ك^{٢} كالتالي:

$ك^{٢} = ١ - ر^{٢}$

$ك^{٢} + ر^{٢} = ١$

مؤشر فاعلية التنبؤ: The Index of Forecasting Efficiency

أوضحنا سابقًا أن الخطأ المعياري في التنبؤ بقيم (ص) بمعلومية قيم (س) = ع ص $\sqrt{١ - ر^{٢}}$.

ولأن $\sqrt{١ - ر^{٢}}$. هي معامل الإغتراب ك

إذًا يمكن كتابة الصيغة كالتالي:

الخطأ المعياري في التنبؤ = ع $_{ص}$ ك $_{ص س}$

فإذا ضربنا (ك) في ١٠٠ نحصل على نسبة الخطأ المعياري في الانحراف المعياري للمتغير (ص).

فإذا كانت ر = ٠,٧٢ مثلا ، فإن ك = $\sqrt{١ - (٠,٧٢)^{٢}}$

= ٦٩,٤

وبذلك يكون الخطأ المعياري في التنبؤ ٦٩,٤٪ من الانحراف المعياري للمتغير (ص). أي أننا عند التنبؤ بقيم (ص) بمعلومية قيم (س) ، تكون نسبة الخطأ مساوية ٦٩٪ من الخطأ الناتج عند التنبؤ بقيم (ص) دون معرفة قيم (س).

أي أن النسبة المئوية لمقدار النقص في أخطاء التنبؤ = ١٠٠ - ٦٩,٤ = ٣٠,٦٪

ويعرف مؤشر فاعلية التنبؤ (ف) بأنه النسبة المئوية لمقدار النقص في أخطاء التنبؤ

نتيجة للارتباط بين المتغيرين، والصيغة العامة التي يمكن استخدامها في حساب هذا المؤشر هي:

$$ف = ١٠٠ (١ - \sqrt{١ - ر^{٢}})$$

أو

$$ف = ١٠٠ (١ - ك)$$

فمثلاً، إذا كان معامل الصدق التنبؤي لاختبار ما = ٤٥ , ٠، فإن معنى ذلك أن مقدار أخطاء التنبؤ بوجه عام تكون فقط أقل بقدر ١٠٪ من الأخطاء التي تحدث لو أنه لم يكن معلومًا لدينا درجات الاختبار، ولكن يكون لدينا فقط متوسط درجات المقياس المحك، وهذا ربما يدل على عدم فاعلية هذا الاختبار في التنبؤ بالمحك. وتوجد بلا شك مواقف نحصل منها على قيم منخفضة لهذا المؤشر، ولكن على الرغم من ذلك يكون للموقف أهمية علمية.

تحليل الانحدار الخطي المتعدد Multiple Regression Analysis في حالة (وجود متغيرين مستقلين):

تناولنا فيما سبق الانحدار الخطي البسيط لمتغير تابع (ص) على متغير مستقل واحد (س)، لكننا في بحوثنا النفسية غالبًا ما نواجه بأكثر من متغير مستقل يمكن أن يرتبط بالظاهرة الواحدة، وهنا يمكننا أن نلجأ إلى استخدام تحليل الانحدار الخطي المتعدد الذي نستطيع من خلاله التنبؤ بالمتغير التابع من متغيرين مستقلين أو أكثر معًا، وقد ضربنا مثالاً فيما سبق عن كيفية استخدام الانحدار الخطي (البسيط) للتنبؤ

بالإتجاه الإيجابي نحو تعاطي المخدرات كمتغير تابع من النظرة السلبية للحياة كمتغير مستقل، لكننا قد نجد أن هناك متغيرًا مستقل كضغوط الأقران مثلًا يمكن أن يرتبط بالإتجاه الإيجابي نحو تعاطي المخدرات، وأنه بإمكاننا التنبؤ بالإتجاه الإيجابي نحو تعاطي المخدرات بدرجة أفضل من النظرة السلبية للحياة وضغوط الأقران معًا عما لو كان ذلك من النظرة السلبية للحياة بمفردها، ولاختبار هذا التوقع أو الفرض الذي مؤداه: أن النظرة السلبية للحياة وضغوط الأقران Peer Pressures ينبأن معًا وبشكل دال بالإتجاه الإيجابي نحو تعاطي المخدرات، يمكن أن نستخدم تحليل الانحدار المتعدد لحالة متغيرين مستقلين فقط، وهما في مثالنا: النظرة السلبية للحياة (س١) ، وضغوط الأقران (س٢).

والمعادلة العامة للانحدار في حالة وجود متغيرين مستقلين هي:

$$ص_{م} = أ + ب١ س١ + ب ٢ س٢$$

حيث:

$ص_{م}$ = قيم ص (الإتجاه الإيجابي نحو تعاطي المخدرات) المتنبأ بها بمعلومية المتغيرين المستقلين:

س١ النظرة السلبية للحياة

س٢ ضغوط الأقران

ب١ = معامل الانحدار أو الوزن المقدر للمتغير المستقل الأول: س١ (النظرة السلبية للحياة).

ب٢ = معامل الانحدار أو الوزن المقدر للمتغير المستقل الثاني: س٢ (ضغوط الأقران).

أ= ثابت الانحدار، ويحسب كالتالي:

$$أ = \bar{ص} - ب ١ \bar{س} ١ - ب٢ \bar{س}٢ ،$$

وللحصول على قيمة ب١، نستخدم المعادلة التالية:

$$ب١ = \frac{(مج \bar{س} ١ \bar{ص})(مج \bar{س}_2^2)(مج \bar{س} ١ \bar{ص}) - (مج \bar{س} ١ \bar{ص})(مج \bar{س} ٢ \bar{ص})}{(مج \bar{س}_1^2)(مج \bar{س}_2^2) - (مج \bar{س} ١ \bar{س} ٢)^٢}$$

وللحصول على قيمة ب٢، نستخدم المعادلة التالية:

$$ب٢ = \frac{(مج \bar{س}_1^2)(مج \bar{س} ٢ \bar{ص})(مج \bar{س} ١ \bar{س} ٢) - (مج \bar{س} ١ \bar{ص})}{(مج \bar{س}_1^2)(مج \bar{س}_2^2) - (مج \bar{س} ١ \bar{س} ٢)^٢}$$

حيث $\bar{س}$ ١ ، $\bar{س}$ ٢ ، $\bar{ص}$ ترمز إلى انحرافات قيم هذه المتغيرات وهي: س١، س٢ ، ص... عن متوسط كل منها.

والبيانات الإحصائية اللازمة لحساب ذلك:

جدول (٤)

«خطوات / بيانات حساب انحدار (ص) على (س١) و (س٢)»

مسلسل (ن)	ص	س١	س٢	ص٢	$س_1^2$	$س_2^2$	س١ص	س٢ص	س١س٢
المجموع	مج ص=	مج س١=	مج س٢=	مج ص٢=	مج $س_1^2$ =	مج $س_2^2$	مج س١ص=	مج س٢ص=	مج س١س٢=

«درجات المتغيرات الثلاثة (ص)، (س١)، (س٢)، ومربعاتها، وحواصل ضربها»

ثم نجري العمليات الحسابية التالية:

١- نوجد مجموع درجات كل من المتغيرات الثلاثة على حدة، ومتوسطاتها، وبذلك نحصل على مج ص، صَ ومج س١، سَ ١، ومج س٢، سَ.

٢- نوجد مجموع مربعات كل من المتغيرات الثلاثة على حدة ، لنحصل على مج ص٢ ، مج $س_1^2$ ، مج $س_2^2$.

٣- نوجد مجموع حواصل ضرب المتغيرات الثلاثة مثنى مثنى، لنحصل على مج س١ ص ، مج س ٢ ص ، مج س١ س٢.

٤- نوجد الانحراف غير المتحيز لكل من المتغيرات الثلاثة باستخدام الصيغة العامة:

$$ع = \frac{مج ص٢ - \frac{(مج ص)^{٢}}{ن}}{ن - ١}$$

لنحصل على القيم التالية:

ع ص ، ع س١ ، ع س ٢

٥- نوجد مجموع مربعات انحرافات كل من المتغيرات الثلاثة عن متوسطاتها ، لنحصل على:

$$مج صَ^{٢} ، مج \overset{2}{1} سَ ، مج \overset{2}{2} سَ$$

٦- نوجد مجموع حواصل ضرب انحرافات كل من المتغيرات الثلاثة عن متوسطاتها ، حيث نحصل على القيم التالية:

$$مج سَ ١ صَ، مج سَ ٢ صَ ، مج سَ_{١} سَ_{٢}$$

٧- نوجد قيمة معامل ارتباط «بيرسون» بين كل متغيرين من المتغيرات الثلاثة باستخدام صيغة الدرجات الخام، فنحصل على ر س١ص، ر س٢ص، ر س١س٢ .

٨- نكون مصفوفة معاملات الارتباط بين كل متغيرين من المتغيرات الثلاثة.

٩- نوجد قيمة معاملي الانحدار (ب١) ، (ب٢) باستخدام معادلتي ب١ ، ب٢ .. المشار إليهما سابقًا.

١٠- نوجد قيمة الثابت (أ) باستخدام الصيغة التي أشرنا إليها فيما قبل، وهي مرة أخرى:

أ = صَ- ب ١ سَ ١ - ب ٢ سَ٢

١١- نوجد معادلة انحدار المتغير التابع (ص) على المتغيرين المستقلين (س١) ، (س٢) ، وهي مرة أخرى:

ص م = أ + ب ١ س١ + ب٢ س٢

خطأ التنبؤ:

ويسمى بواقي التنبؤ (ف) Residual ، ويساوي قيمة (ص) الفعلية مطروحًا منها قيم (ص) المتنبأ بها، أي أن:

ف = ص - ص م

ويمكن الحصول على بواقي التنبؤ Residuals لجميع قيم (ص)، ومجموع مربعات هذه البواقي أي مج (ص – ص م)٢ أو (مج ف٢) للتحقق من مقدار خطأ التنبؤ بقيم (ص) بمعلومية (أو استخدام) المتغيرين المستقلين: (س١) ، (س٢).

والبيانات الإحصائية اللازمة لحساب ذلك:

جدول (٥)

«خطوات / بيانات حساب خطأ التنبؤ بقيم (ص) من (س١)، (س٢)»

ص	س١	س٢	ص م = أ + ب١ س١ + ب٢ س٢	ف = ص − ص م	ف٢	ص م٢	ص × ص م
المجموع	مج س١ =	مج س٢ =		مج = صفر	مج ف٢ =	مج ص م٢ =	مج ص×ص م =

«بواقي قيم (ص)، ومربع البواقي، ومربع قيم (ص م)، وحاصل ضرب (ص × ص م)»

وتدل قيمة (مج ف٢) على النسبة من التباين الكلي للمتغير (ص) التي ترجع إلى خطأ التنبؤ، أي التي لا ترجع إلى المتغيرين المستقلين (س١)، (س٢). ولنفترض مثلًا أن مج ف٢ = ٢٥٣٧ , ٤٢، فإن ذلك يدل على أن حوالي ٤٢٪ من المجموع الكلي لمربعات المتغير التابع (وليكن مج صَ ٢ ٥٥ , ١٥٤) ترجع إلى خطأ التنبؤ ولا ترجع إلى المتغيرين المستقلين موضوع الدراسة.

ويمكننا التحقق من ذلك بإيجاد المجموع الكلي لمربعات المتغير التابع (ص) التي ترجع إلى أو يمكن تفسيرها بمعلومية المتغيرين المستقلين (س١ ، س٢)، وذلك باستخدام الصيغة التالية:

المجموع الكلي لمربعات المتغير التابع (ص) التي ترجع إلى س١ ، س٢

= ب١ مج سَ ١ صَ + ب٢ مج سَ ٢ صَ

وليكن ١١٢,٣١١٢ مثلا

وبذلك نكون قد حصلنا على:

(١) مجموع مربعات المتغير التابع (ص) الذي يمكن تفسيره بمعلومية المتغيرين المستقلين س١ و س٢ وهو في مثالنا ١١٢,٣١١٢.

(٢) وكذلك مجموع البواقي أي مجموع المربعات الذي لا نستطيع تفسيره بهذين المتغيرين س١ ، س٢ ، وهو في مثالنا ٤٢,٢٥٣٧.

فإذا أضفنا المجموع الأول إلى المجموع الثاني أي:

١١٢,٣١١٢ + ٤٢,٢٥٣٧

فإننا نحصل على ١٥٤,٥٦٤٩ التي تساوي تقريبًا (مج صَ^{2}) أي المجموع الكلي لمربعات المتغير التابع (ص) الذي حصلنا عليه وهو في مثالنا= ١٥٤,٥٥.

***