الفصل الخامس

الإحصاء الاستدلالي
INFERENTIAL STATISTICS

- مفهوم الخطأ المعياري

– الخطأ المعياري للمتوسط

– الخطأ المعياري للوسيط

– الخطأ المعياري للانحراف المعياري

– الخطأ المعياري لمعامل الارتباط

- حساب دلالة الإحصاءات المنفردة:
- النسبة الحرجة لدلالة المتوسط
- اختبار (ت) لدلالة المتوسط
- اختبار (ت) لدلالة معامل الارتباط

- دلالة الفروق بين المتوسطات:

أولا: دلالة الفروق بين المتوسطات المرتبطة

ثانيا: دلالة الفروق بين المتوسطات المستقلة (غير المرتبطة)

ثالثا: اختبار (ت) لتحديد دلالة الفروق بين المتوسطات

اختبار (أ) لدلالة الفروق بين المتوسطات المرتبطة

- دلالة الفروق بين التباينات:

- دلالة الفروق بين التباينات المستقلة (غير المرتبطة)

- دلالة الفروق بين التباينات المرتبطة

- اختبار (ت) لمجموعتين غير متجانستين

- دلالة الفروق بين معاملات الارتباط:

- دلالة الفروق بين معاملات الارتباط المحسوبة لعينات غير مرتبطة

- دلالة الفروق بين معاملات الارتباط المحسوبة لعينات مرتبطة

- تحليل التباين:

- تحليل التباين البسيط

- تحليل التباين المتعدد

- تعقيب:

أشرنا، فيما سبق، إلى الأساليب الإحصائية المتبعة في وصف خواص العينة، فيما أشرنا إليه بالإحصاء الوصفي، ولكن الباحث يهتم - فيما يتعلق بمعظم أهداف البحث إن لم يكن جميعها - بإمكان تعميم بياناته على غير عينته المباشرة (عينة البحث) -، وهنا في إمكان الباحث اللجوء إلى إستخدام الأساليب الإحصائية الاستدلالية Inferential أي تلك التي نستدل بها من بيانات العينة البحثية عن المجتمع الأصل الذي يفترض أن عينة البحث تمثله. إذن، يلجأ الباحث إلى إستخدام الأساليب الإحصائية الاستدلالية إذا ما كان الهدف التحقق من إمكانية أن تنسحب نتائجه على المجتمع الأصل الذي اشتقت منه العينة، وإذا ما توافرت الشروط الأساسية في العينة التي ينبغي أن تتوافر إذا كان له أن يصل إلى الاستدلال من بياناتها عن المجتمع الأصل. وبالطبع، على الباحث السيكولوجي أن يلم - على نحو كافٍ - بالمفاهيم والمعادلات والقوانين الأساسية للإحصاء الاستدلالي. وبالطبع، أيضًا لا يمكننا أن نعرض في هذا الفصل تفصيلا للإحصاءات الاستدلالية، فذلك هدف لا يفي به فصل من كتاب، ونحيلكم إلى كتب ومراجع الإحصاء (في علم النفس) للثقات لتحقيق معرفة وفهم أفضل[1]، وإن كان ذلك لا يحول دون الإشارة إلى بعض من هذه الأساليب الإحصائية الاستدلالية التي يمكن أن تفيد الباحث المبتدئ.

(١) انظر ثبت المراجع والمطالعات المقترحة.

مفهوم الخطأ المعياري Standard Error

يستخدم الخطأ المعياري لحساب مدى اختلاف مقاييس العينة عن مقاييس مجتمعها الأصل، وكلما قل الخطأ المعياري أي كلما قل انحراف مقاييس العينة عن المقاييس المقابلة لها في مجتمعها الأصل تزداد ثقتنا فيها، وما يحدد درجة الثقة في هذه القيم المحسوبة الخطأ المعياري لهذه المقاييس، وتعتمد فكرة الخطأ المعياري لمقاييس العينة على التوزيعات التكرارية لهذه المقاييس، التي تبين لنا مدى التشتتات كانحراف الدرجات عن المتوسط العام. هذه التشتتات مؤشر نستدل منه على مدى اختلاف هذه المقاييس (كالمتوسط مثلا) عن المقاييس المناظرة في المجتمع الأصل.

الخطأ المعياري للمتوسط:

تعتمد طريقة الخطأ المعياري للمتوسط على الانحراف المعياري للعينة وعلى عدد أفرادها ، وهو يتناسب تناسبًا طرديًا مع الانحراف المعياري وتناسبًا عكسيًا مع الجذر التربيعي لعدد أفراد العينة ، أي أن:

$$ع_م = \frac{ع}{\sqrt{ن}}$$

حيث يدل الرمز (م) على الخطأ المعياري للمتوسط و(ع) هي الانحراف المعياري للعينة و(ن) هي عدد أفراد العينة. (فؤاد البهي السيد ، ١٩٧٨ ، ٣١١)

الخطأ المعياري للوسيط:

الخطأ المعياري للوسيط= ١,٢٥٣ × الخطأ المعياري المتوسط:

$$\therefore \text{ع ط} = ١,٢٥٣ \times \frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن}}}$$

$$\therefore \text{ع ط} = ١,٢٥٣ \times \frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن}}}$$

حيث يدل الرمز (ع ط) على الخطأ المعياري للوسيط. فإذا كان الوسيط= ٢٣,٦ والانحراف المعياري= ٥,٧ وعدد أفراد العينة= ١٠٠

$$\therefore \text{ع ط} = ١,٢٥٣ \times \frac{٥,٧}{\sqrt{١٠٠}}$$

$$= \frac{٧,١}{١٠} = ٠,٧١ \text{ تقريبًا}$$

إذن حدود هذا الوسيط هي:

الوسيط + الخطأ المعياري= ٥,٧ + ٠,٧١ = ٦,٤١

الوسيط – الخطأ المعياري = ٥,٧ – ٠,٧١ = ٤,٩٩

وبذلك تمتد القيمة العددية لوسيط هذه العينة من ٩٩ , ٤ إلى ٤١ , ٦ ، وثقتنا في احتمال وقوع الوسيط في هذا المدى إلى وقوعه خارج هذا المدى هي ٢ إلى ١.

(المرجع السابق ، ٣١٣-٣١٤)

الخطأ المعياري للإحصاءات الوصفية الأخرى

١ـ الخطأ المعياري للانحراف المعياري:

يمكن حساب الخطأ المعياري للانحراف المعياري كإحصاءة محسوبة لعينة معينة بالمعادلة الآتية:

$$ع_{ع} = \frac{ع_{ـ}}{\sqrt{٢ ن}}$$

حيث:

عع = الخطأ المعياري للانحراف المعياري.

عـ = الانحراف المعياري للعينة.

ن = عدد أفراد العينة.

٢ـ الخطأ المعياري لمعامل الارتباط

أ) الخطأ المعياري لمعامل الارتباط القريب من الصفر:

$$ع ر = \frac{١}{\sqrt{ن}}$$

ب) الخطأ المعياري لمعامل الارتباط القريب من الواحد الصحيح:

وخطوات حسابه كالتالي:

=تحويل معامل الارتباط كإحصاءة للعينة(ر) إلى مقابلة اللوغاريتمي (ز)[١].

=حساب الخطأ المعياري للمقابل اللوغاريتمي لمعامل الارتباط باستخدام المعادلة الآتية:

$$ع ز = \frac{١}{\sqrt{ن - ٣}}$$

حيث يدل الرمز (ع ز) على الخطأ المعياري للمعامل (ز ي) وهو المقابل اللوغاريتمي لمعامل الارتباط التتابعي لـ «بيرسون» .

---

(١) لقد ابتكر «فيشر» طريقة التحويل اللوغاريتمي لحساب الخطأ المعياري لهذا النوع من معاملات الارتباط للتغلب على مشكلة الالتواء الشديد في توزيع تكراراتها، وقد أعد «فيشر» جداول هذا التحويل، ويمكن الرجوع إلى الجدول رقم (١٣) في الجداول الإحصائية لعلم النفس والعلوم الإنسانية الأخرى التى أعدها «فؤاد البهي السيد» (١٩٥٨)، والمنشورة بدار الفكر العربي بالقاهرة.

- العودة إلى معامل الارتباط التتابعي الأصلي وذلك بترجمة المقابلات اللوغاريتيمة الدالة على الخطأ المعياري إلى معاملات الارتباط التي تناظرها في نفس جدول «فيشر».

مثال:

احسب الخطأ المعياري لمعامل الارتباط ٠,٨٤ المحسوب بين اختبارين تحصيليين أحدهما في الرياضيات والآخر في الفيزياء لعينة تتألف من ٨٤ مفحوصًا. يمكن السير في ذلك بالخطوات التالية:

(١) المقابل اللوغاريتمي لمعامل الارتباط المحسوب (من جدول فيشر) يساوي ١,٢٢.

(٢) ع ز = $\frac{١}{٣ - ٨٤}$ = $\frac{١}{٨١}$ = $\frac{١}{٩}$ = ٠,١١

(٣) حدود الخطأ المعياري للمعامل (ز) في هذه الحالة كما يلي:

ز + ع ز = ١,٢٢ + ٠,١١ = ١,٣٣

ز - ع ز = ١,٢٢ - ٠,١١ = ١,١١

(٤) تحويل الأخطاء المعيارية للمعامل (ز) إلى نظائرها من معاملات الارتباط التتابعي (ر) وعندئذ يصبح مقابل ١,٣٣ = ٠,٨٧ ، ومقابل ١,١١ = ٠,٨١

(في: فؤاد أبو حطب، آمال صادق، ١٩٩١ ، ٣٢٤ - ٣٢٧)

ج) حساب الخطأ المعياري لمعامل الارتباط المعتاد:

يحسب الخطأ المعياري لمعامل الارتباط الذي يقع بين الحدين المتطرفين للصفر والواحد الصحيح بالمعادلة الآتية:

$$ع ر = \frac{١ - ر^{٢}}{\sqrt{ن}}$$

حيث الرموز:

ع ر = الخطأ المعياري لمعامل الارتباط المعتاد

ر٢ = مربع معامل الارتباط التتابعي المحسوب كإحصاءة (ويسمى معامل التحديد)

ن = عدد أفراد العينة. (المرجع السابق ، ٣٢٨)

النسبة الحرجة لدلالة المتوسط:

$$ذ = \frac{مـ - م}{ع م}$$

حيث: (ذ) تشير إلى النسبة الحرجة (والتي تعد درجة معيارية).

و(مـ) تشير إلى متوسط العينة المحسوب كإحصاءة.

و (م) تشير إلى القيمة الفرضية لمتوسط الأصل كبارامتر.

و (ع م) تشير إلى الخطأ المعياري للمتوسط بافتراض معرفة الانحراف المعياري للأصل كبارامتر.

ويحسب الخطأ المعياري للمتوسط في هذه المعادلة كما يلي

$$ع م = \frac{ع}{\sqrt{ن}}$$

حيث (ع) هي الانحراف المعياري للأصل و(ن) هي عدد أفراد العينة.

اختبار ت لدلالة المتوسط:

معادلة (ت) لحساب دلالة المتوسط هي:

$$ت = \frac{مـ - م}{عـ مـ}$$

حيث أن:

ت= اختبار دلالة الفرق بين المتوسط كإحصاءة وبارامتر معلوم للأصل.

مـ = متوسط العينة المحسوب كإحصاءة.

م = القيمة الفرضية لمتوسط الأصل كبارمتر.

عـ مـ= تقدير الخطأ المعياري للمتوسط بإفتراض عدم معرفة الانحراف المعياري للأصل ، ويعتمد في حسابه على الانحراف المعياري للعينة. (فؤاد أبو حطب ، آمال صادق ، مرجع سابق ، ٣٥٥)

لاحظ أن الفرق بين المعادلتين السابقتين هو أننا في حساب النسبة الحرجة لدلالة المتوسط نفترض معلومية الانحراف المعياري للأصل، أما في اختبار (ت) فإننا نعتمد على الانحراف المعياري للعينة، وفي الأغلب نستخدم اختبار (ت)، لأنه من المتعذر بل من النادر في البحوث النفسية أن تتاح لنا معرفة الانحراف المعياري للأصل.

وبعد حساب (ت) بالمعادلة السابقة، يمكن للباحث اللجوء مباشرة إلى جدول مستويات دلالة (ت) التي أعدها جوست، وكل ما هو مطلوب من الباحث أن يحدد درجات الحرية في عينته (وهي ن – ١ في حالة اختبار دلالة المتوسط). ويكون ذلك مدخله إلى اختيار توزيع (ت) المناسب لعينته عند النسب المختلفة لاحتمال (وخاصة ٠,٠٥ ، و ٠,٠١). وعليه أن يقارن بين (ت) المحسوبة و (تَ) الجدولية عند مستوى الدلالة المختار ، فإذا كانت تساوي أو تزيد على هذه القيمة فإنه يستنتج أن المتوسط دال. (المرجع السابق ، ٣٥٥-٣٥٦)

اختبار (ت) لدلالة معامل الارتباط:

دلالة الفروق بين المتوسطات:

أولا: دلالة الفروق بين المتوسطات المرتبطة:

١- الخطأ المعياري لفروق المتوسطات المرتبطة:

ع سَ ١ – سَ ٢ = ع٢ سَ ١ + ع٢ سَ ٢ – (٢ × ر × ع سَ ١ × ع سَ٢)

حيث ع س ١ – س ٢ هي الخطأ المعياري لفرق متوسط المجموعة الأولى من متوسط المجموعة الثانية.

ع سَ ١ = الخطأ المعياري لمتوسط المجموعة الأولى.

ع سَ ٢ = الخطأ المعياري لمتوسط المجموعة الثامنة.

ر = معامل الارتباط بين درجات المجموعة الأولى ودرجات المجموعة الثانية.

٢ـ النسبة الحرجة للفرق بين متوسطين مرتبطين:

يتطلب حساب النسبة الحرجة للفرق بين متوسطين مرتبطين أولا حساب الخطأ المعياري للفرق بينهما ثم حساب الفرق بينهما ثم لإيجاد النسبة نقوم بقسمة الفرق بين المتوسطين على قيمة الخطأ المعياري للفرق بينهما، بذلك تتخذ معادلة النسبة الحرجة الصورة التالية:

$$ذ = \frac{سَ ١ - سَ ٢}{ع سَ ١ - سَ ٢}$$

حيث:

ذ هي النسبة الحرجة، و س ١ متوسط المجموعة الأولى، و سَ ٢ متوسط المجموعة الثانية وع سَ ١ – سَ ٢ الخطأ المعياري للفرق بين متوسط المجموعة الأولى ومتوسط المجموعة الثانية.

ثانيًا: دلالة الفروق بين المتوسطات المستقلة:

١ـ الخطأ المعياري لفروق المتوسطات المستقلة:

$$\text{ع}_{\bar{س}_1 - \bar{س}_2} = \sqrt{\text{ع}^2_{\bar{س}_1} + \text{ع}^2_{\bar{س}_2}}$$

حيث أن المقدار:

$\text{ع}^2_{\bar{س}_1} + \text{ع}^2_{\bar{س}_2}$ في المعادلة السابقة: معادلة الخطأ المعياري للفرق بين متوسطين مرتبطين يساوي صفرا.

٢ـ النسبة الحرجة للفروق بين متوسطين مستقلين:

$$\text{ذ} = \frac{\bar{س}_1 - \bar{س}_2}{\sqrt{\frac{\text{ع}^2_1}{\text{ن}_1} + \frac{\text{ع}^2_2}{\text{ن}_2}}}$$

حيث $\bar{س}_1$ متوسط المجموعة الأولى ، و $\bar{س}_2$ متوسط المجموعة الثانية و ع ١ الانحراف المعياري للمجموعة الأولى و ع ٢ الانحراف المعياري للمجموعات الثانية و ن ١ عدد أفراد العينة الأولى و ن ٢ عدد أفراد العينة الثانية.

لاحظ أن $\bar{س}$ والتي ترمز إلى المتوسط، يمكن أن تستبدل بالرمز م، فكلاهما يمكن استخدامه في الإشارة إلى المتوسط. هذا من ناحية، ومن الناحية الأخرى فإن $\bar{س}_1 - \bar{س}_2$ في هذه المعادلة والمعادلات السابقة لا تهم فيه الإشارة الجبرية (-) فتحديد أي المجموعتين هو المجموعة الأولى وأيهما هو المجموعة الثانية يتوقف على الباحث نفسه، وعمومًا فإن الإشارة تحدد اتجاه الفرق لصالح أي من المجموعتين إن وجد دالا، ولذلك إذا كانت النسبة الحرجة لها دلالة إحصائية، فإن الباحث يحدد إتجاه الدلالة لصالح أي المجموعتين.

ثالثًا: اختبار « ت » لدلالة المتوسطات:

يعتبر اختبار "ت"[1] من أكثر اختبارات الدلالة استخدامًا في البحوث النفسية، ويستخدم لقياس دلالة الفروق بين المتوسطات (المرتبطة وغير المرتبطة / المستقلة) للعينات المتساوية الأعداد وغير المتساوية كذلك، على أن هناك عدة شروط ينبغي التحقق منها قبل الشروع في استخدام اختبار الدلالة « ت » وهي:

١- حجم العينة:

يعد اختبار « ت » في الأساس من اختبارات دلالة العينات الصغيرة والعينة الصغيرة هي التي يقل عددها عن (٣٠) فردًا، لكنه في ذات الوقت يمكن استخدامه للعينات الكبيرة، والعينة الكبيرة هي التي يزيد عدد أفرادها عن (٣٠)، أما العينات الصغيرة جدا والتي يقل عددها عن (٥)، فلا يفضل استخدام اختبار « ت » ويمكن استبداله بأي من اختبارات الدلالة اللابارامترية التي لا تقتضي اعتدالية التوزيع.

٢- تجانس العينتين:

ويتم اختباره بقسمة التباين الكبير على التباين الصغير أي بالنسبة الفائية، ثم بالكشف عن دلالة (ف) في جداول الدلالة الإحصائية للنسبة الفائية، فإذا كانت (ف) غير دالة، فيمكننا عندئذٍ استخدام اختبار « ت ».

٣- اعتدالية التوزيع:

---

(١) ترجع نشأته الأولى إلى « ستودنت » ولذلك سمى بأكثر الحروف تكرارا في اسمه وهو حرف الـ T.

ويختبر ذلك بمدى خلو التوزيع التكراري من الإلتواء، ويحسب الإلتواء كالتالي:

$$\text{الإلتواء} = \frac{٣ \times (\text{المتوسط} - \text{الوسيط})}{\text{الانحراف المعياري}}$$

وكلما كان الإلتواء قريبًا من الصفر، كان ذلك مؤشرًا على اعتدالية التوزيع، ومن ثم احتمالية استخدام اختبار « ت ».

الحالات المختلفة لحساب « ت »:

توجد عدة طرق لحساب "ت" لكنها تقوم جميعًا على فكرة واحدة وهي نسبة مدى انحراف فرق أي متوسطين عن متوسط التوزيع الإحصائي لفروق المتوسطات أي: الخطأ المعياري لذلك الفرق، وبذلك يصبح بسط هذه النسبة هو:

(متوسط العينة الأولى – متوسط العينة الثانية) – متوسط التوزيع الإحصائي لفروق المتوسطات.

لكن التوزيع الإحصائي لفروق المتوسطات إعتدالي التوزيع، وبذلك يصبح متوسطه صفرًا، وهكذا لا يبقى في بسط النسبة إلى فرق متوسط العينة الثانية عن متوسط العينة الأولى.

أما مقام تلك النسبة فهو مجرد الخطأ المعياري لفرق المتوسطات المرتبطة وغير المرتبطة وفقًا لخصائص كل حالة من الحالات التي تحسب دلالة فرق متوسطيها. وفيما يلي عرضًا للحالات المختلفة لحساب دالة فروق المتوسطات باختبار (ت).

أولًا: حساب (ت) لمتوسطين غير مرتبطين حيث ن١ لا تساوي ن٢:

لنفترض أننا نسعى إلى تحديد دلالة الفرق بين متوسطي درجات مجموعتين مختلفين في متغير ما وهاتان المجموعتان تختلفان في عدد أفرادهما، فإننا في هذه الحالة يمكننا استخدام اختبار (ت) لحالة متوسطين غير مرتبطين لعينتين غير متساويتين في عدد أفرادهما ، وتحسب دلالة (ت) في هذه الحالة بالمعادلة الآتية:

$$ت = \frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\left[\frac{ن_1 ع_1^2 + ن_2 ع_2^2}{ن_1 + ن_2 - 2}\right]\left[\frac{1}{ن_1} + \frac{1}{ن_2}\right]}}$$

حيث يشير الرمز م ١ إلى متوسط المجموعة الأولى.

و م٢ إلى متوسط المجموعة الثانية.

و ع١ إلى الانحراف المعياري للمجموعة الأولى.

و ع٢ إلى الانحراف المعياري للمجموعة الثانية.

و ن١ إلى عدد أفراد المجموعة الأولى.

و ن٢ إلى عدد أفراد المجموعة الثانية.

وبعد الحصول على قيمة (ت) يقوم الباحث بالكشف في جدول (ت) للدلالة ذات الطرفين عند درجات الحرية المحسوبة (ن ١ – ن ٢ – ٢) لتحديد دلالة قيمة ت المحسوبة بمقارنتها بـ « ت » الجدولية عند مستوى دلالة ٠١ , ٠ .

ثانيًا: حساب « ت » لمتوسطين غير مرتبطين حيث ن١ = ن٢:

عندما يصبح عدد أفراد العينة الأولى مساويًا لعدد أفراد العينة الثانية أي عندما تصبح ن١ = ن٢ = ن.

فإن معادلة « ت » تختصر من صورتها العامة

$$ت = \frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\left[\frac{ن_1 ع_1^2 + ن_2 ع_2^2}{ن_1 + ن_2 - 2}\right]\left[\frac{1}{ن_1} + \frac{1}{ن_2}\right]}}$$

إلى الصورة المختصرة التالية:

$$ت = \frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\frac{ن(ع_1^2 + ع_2^2)}{2(ن-1)} \times \frac{2}{ن}}}$$

$$ت = \frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\frac{ع_1^2 + ع_2^2}{(ن-1)}}}$$

ودرجات الحرية في هذه الحالة، كما يذكر Mc. Ncmar (١٩٦٣)،

= (ن-١) + (ن-١).

= ٢ ن - ٢ (فؤاد البهي السيد ، مرجع سابق ، ٣٤٠-٣٤١)

وليست كما يعتقد بعض الباحثين خطأ بأنها ن - ١ نظرًا إلى المقام الوارد تحت

الجذر التربيعي في المعادلة السابقة، ومرة ثانية، هذه المعادلة ليست معادلة جديدة بل صيغة أو معادلة مختصرة للمعادلة الأولى وهي معادلة (ت) لحساب فرق متوسطين غير مرتبطين لعينتين غير متساويتين في عدد أفرادهما.

وبالحصول على قيمة « ت » بالمعادلة السابقة نرجع إلى جداول « ت » للدلالة ذات الطرفين باستخدام درجات الحرية السابقة لتحديد دلالة « ت » المحسوبة بمقارنتها بـ « تَ » الجدولية عند مستوى دلالة ٠,٠٥ ، و ٠,٠١.

ثالثًا: حساب « ت » لمتوسطين مرتبطين:

في حساب ثبات الاختبار نفسي، فإننا نطبق الاختبار على عينة ما ثم نعيد تطبيقه على نفس العينة في وقت لاحق، وبالطبع نحن هنا بصدد متوسطان لذات العينة: متوسط درجاتهم على الاختبار في التطبيق الأول ومتوسط درجاتهم على الاختبار في التطبيق الثاني، هذان المتوسطان مرتبطان بالضرورة. مثال آخر عندما نود قياس تأثير متغير مستقل ما على متغير تابع، فقد نختار لذلك جماعة واحدة نقيس متوسط درجاتها على المتغير التابع قبل تعريضها للمتغير المستقل (القياس القبلي) ثم نحسب متوسط درجاتها على المتغير التابع بعد تعريضها للمتغير المستقل (القياس البعدي)، نحن هنا أيضًا بصدد متوسطين مرتبطين، وفي هذا المثال، فإن الباحث يسعى إلى تحديد دلالة الفرق بين متوسطي درجات المجموعة في المتغير التابع قبل وبعد تطبيق المتغير المستقل، وفي هذه الحالة يمكنه استخدام اختبار (ت) لحالة متوسطين مرتبطين، مع ملاحظة أنه في هذه الحالة لسنا بصدد عينتين، بل عينة واحدة، ومعادلة (ت) في هذه الحالة تفترق عن المعادلات السابقة في أنها ترتكز على فكرة الفروق،

والمعادلة كالتالي:

$$ت = \frac{م\ ق}{\sqrt{\frac{مج\ ح^2\ ق}{ن\ (ن-1)}}}$$

(وليم ج. ماير ، ١٩٩٠ ، ٤٩٤)

حيث م ق = متوسط الفروق و مج ح^{2}ق = مجموع مربعات انحرافات الفروق عن متوسطها و ن= عدد أفراد العينة.

وعدد درجات الحرية هنا مساويا ن - ١، وإذا كنا قد حددنا درجات الحرية المتضمنة في معادلة اختبار ت لفروق المتوسطات المستقلة بالحد ن١+ ن٢-٢، حيث فقدنا درجتين من درجات الحرية نتيجة لأن المعادلة تتضمن توزيعين يتشتتان حول متوسطين مستقلين ، لكننا في هذه الحالة فقدنا درجة حرية واحدة، لأن الأمر يتضمن متوسطًا واحدًا فقط هو متوسط الفروق. (المرجع السابق ، ٤٩٥)

ولحساب « ت » بهذه المعادلة السابقة لا بد من توافر بيانات إحصائية يتم التعبير عنها في جدول يتخذ الشكل التالي:

جدول (٦)

« خطوات / بيانات حساب (ت) لدلالة فرق متوسطين مرتبطين »

الأفراد	س١	س٢	ق	ح ق	ح ق^{٢}
المجموع	مج س ١	مج س ٢	مج ق	مج ح ق	مج ح ق^{٢}

حيث س١ تشير إلى درجة التطبيق الأول.

س٢ تشير إلى درجة التطبيق الثاني.

ق الفرق بين درجة التطبيق الأول والتطبيق الثاني.

ح ق تشير إلى انحراف كل فرق عن متوسط الفرق ٢

ح ق٢ مربع انحراف كل فرق عن متوسط الفرق ٢

ويحسب متوسط فروق الدرجات م ق، كالتالي:

$$م\ ق = \frac{مج\ ق}{ن}$$

حيث مج ق = مجموع فروق الدرجات

ن = عدد أفراد العينة

وبعد الحصول على مج ح ق٢ أي: مجموع مربعات انحرافات الفروق عن متوسطها، يمكن عندئذ حساب « ت » كما بينا سابقًا، بقسمة م ق على الجذر

التربيعي لمجموع انحرافات الفروق عن متوسطها (مج ح ق^{٢}) مقسومًا على عدد أفراد العينة × (ن-١). وبالحصول على قيمة (ت) نرجع إلى جداول (ت) للدلالة ذات الطرفين، لتحديد حد (ت) للطرفين بدرجات الحرية المحسوبة لمستوى دلالة ٠,٠٥، و ٠,٠١.

اختبار (أ) لدلالة الفروق بين المتوسطات المرتبطة:

وهو أسهل في حسابه من اختبار (ت) السابق، وكما اقترحه "ساندلر" Sandler، يحسب بالمعادلة التالية:

$$أ = \frac{مج\ ق^{٢}}{(مج\ ق)^{٢}}$$

فلو افترضنا أن باحثا يقوم باختبار تأثير متغير مستقل على متغير آخر تابع وذلك باستخدام جماعة واحدة، فسوف يتوافر لديه درجتين لكل فرد: درجة في القياس القبلي أي قبل تعريضه للمتغير المستقل (المعالجة التجريبية)، ودرجة في القياس البعدي أي بعد تعريضه للمتغير المستقل. وبحساب الفرق بين درجة كل فرد في القياس القبلي والقياس البعدي ثم تربيع هذا الفرق، يمكن لنا عندئذ أن نحصل على قيمة (أ) بقسمة مجموع مربعات الفروق بين القياسين على مربع مجموع الفروق بين القياسين.

مثال:

نورده نقلا عن: فؤاد أو حطب ، آمال صادق (١٩٩١ ، ٣٧١ - ٣٧٢).

يتضمن الجدول التالي البيانات التي حصل عليها أحد الباحثين من تطبيق

مقياس للإتجاه نحو العمل اليدوي على مجموعة من طلاب المدارس الفنية الصناعية قبل الانتظام في الدراسة وبعد عام من الدراسة في إحدى هذه المدارس، وكانت هذه البيانات من النوع الذي يسمى في الإحصاء الاستدلالي المقاييس المتكررة.

جدول (٧)

« خطوات / بيانات حساب (أ) لدلالة فرق متوسطين مرتبطين »

	القياس القبلي	القياس البعدي	الفروق (ق)	مربعات الفروق ($ق^{٢}$)
	١٠	١٤	-٤	١٦
	٨	١٠	-٢	٤
	١٢	١٣	-١	١
	١٥	١٩	-٤	١٦
	١٧	١٦	١	١
	١١	١٨	-٧	٤٩
	٧	٨	-١	١
	٨	١١	-٣	٩
	١١	١٠	١	١
	١١	١١	صفر	صفر
	ن= ١٠		مج ق = -٢٠	مج $ق^{٢}$= ٩٨

وبتطبيق المعادلة السابقة نحصل على قيمة اختبار (أ) على النحو الآتي:

$$أ = \frac{٩٨}{(-٢٠)^{٢}} = \frac{٩٨}{٤٠٠} = ٠,٢٤٥$$

ويمكن الرجوع إلى جدول الدلالة الخاص بهذا الاختبار والذي أعده ساندلر (١٩٥٥) والذي أعاد فؤاد أبو حطب إنتاجه في الملحق رقم (٦).

دلالة الفروق بين التباينات:

تحتل مسألة اختبار الفروض حول مقاييس النزعة المركزية (المتوسط مثلا) والعلاقة (معاملات الارتباط) أهمية قصوى في الإحصاء الاستدلالي، ومع ذلك فقد تنشأ ظروف تتطلب اختبار الفروض حول التشتت، ومنها قد تثار بعض المشكلات البحثية حول مدى الإتفاق أو الإختلاف بين المجموعتين في الفروق الفردية داخل كل منهما. أضف إلى ذلك، أن اختبار الفروض حول التباين له أهميته في تحديد درجة مشروعية إستخدام طرق إحصائية أخرى لها افتراضات معينة حول التباين.

(فؤاد أبو حطب ، آمال صادق ، مرجع سابق ، ٣٧٥-٣٧٦)

أولًا: دلالة الفروق بين التباينات المستقلة (غير المرتبطة):

يعتمد الاختبار الإحصائي لتجانس التباين على نسبة التباين الكبير إلى التباين الصغير، وتؤدي إلى معامل إحصائي يعرف بالنسبة الفائية (ف)[1] وفي صيغة رمزية هو:

$$ف = \frac{\frac{مج ح_1^2}{ن_1 - 1}}{\frac{مج ح_2^2}{ن_2 - 1}} = \frac{ع_1^2}{ع_2^2}$$

(١) تختلف النسبة الفائية المستخدمة في هذه المعادلة والتى تسمى (ف العظمى) عن النسبة الفائية المعتادة والمستخدمة في تحليل التباين Variance Analysis.

حيث:

ع $^{2}_{1}$ هو أكبر التباينين

مج ح $^{2}_{1}$ = مجموع مربعات الانحرافات في المجموعة الأولى.

مج ح $^{2}_{2}$ = مجموع مربعات الانحرافات في المجموعة الثانية.

ن١ = عدد أفراد المجموعة الأولى.

ن٢ = عدد أفراد المجموعة الثانية.

وللحكم على النسبة الفائية الناتجة من هذه المعادلة، ندخل جدول النسبة الفائية[١] بمجموعتين من درجات الحرية، مجموعة لكل تقدير للتباين، ونحدد مكان درجات حرية التباين الكبير على المحور الأفقي، ودرجات حرية التباين الصغير على المحور الرأسي، وبالقراءة عرضًا حتى يتقابل العمود والصف نجد قيمة (ف) اللازمة للدلالة عند مستوى ٥ في المائة وواحد في المائة من مستويات الدلالة. وفي هذه الحالة نفضل ألا نرفض الفرض الصفري، حتى نجري اختبارًا أكثر دقة لتجانس التباين ليجعل مستوى الدلالة المقبول أعلى منه عندما يكون اهتمامنا هو رفض الفرض الصفري.

وإذا وجد أن (ف) كانت دالة فيما يشير إلى وجود فروق بين تباييني المجموعتين،

---

(١) أعده الإحصائي الشهير سنديكور C.W. Sendocor ، الذي يعود إليه الفضل في ابتكار هذه النسبة ، وقد أطلق عليها هذه التسمية "أي النسبة الفائية" تقديرا للإحصائي الأشهر " فيشر Fisher ".

فإن الباحث عندئذ يرفض الفرض الصفري الذي مؤداه أنه ليس هناك فروق بين التباينين، ولا يمكننا في هذه الحالة الاستمرار في حساب دلالة الفروق بين متوسطي المجموعتين باستخدام اختبار (ت) المعتاد، ولكن إذا وجد أن (ف) غير دالة، فيما يشير إلى تجانس التباينين، فإننا عندئذ نقبل الفرض الصفري ويمكننا إستخدام اختبار (ت) المعتاد لحساب دلالة الفروق بين المتوسطين.

ثانيًا: دلالة الفروق بين التباينات المرتبطة:

حين تكون التباينات التي نقارن بينها محسوبة لعينات متزاوجة أو لنفس العينة في قياسات متكررة فإنها توصف بأنها مرتبطة بسبب احتمال وجود معامل ارتباط موجب بين التباينين، وحينئذٍ لا تصلح (ف العظمى) كاختبار لتجانس التباين في هذه الحالة، والأصح تطبيق اختبار (ت) بالمعادلة الآتية التي يمكن أن نسميها (ت العظمى) تمييزا لها عن (ت) المعتادة:

$$\text{ت العظمى} = \frac{\sqrt{\text{ن} - 2}\ \left(ع_2^2 - ع_1^2\right)}{\sqrt{1 - ر_{21}^2}\ \sqrt{2\ ع_1^2\ ع_2^2}}$$

حيث:

ع١ ، ع٢ = الانحراف المعياري لكل من مجموعتي القياسات المرتبطة.

$ع_1^2$ ، $ع_2^2$ = تباين كل من مجموعتي القياسات المرتبطة

$ر_{21}$ = معامل الارتباط بين مجموعتي القياسات المرتبطة.

و ر $^{2}_{21}$ = مربع معامل الارتباط بين مجموعتي القياسات المرتبطة.

ن= عدد الأزواج. (فؤاد أبو حطب، آمال صادق، مرجع سابق، ٣٧٩)

وللبحث عن دلالة (ت) نستخدم نفس الجدول الخاص بها عند درجات حرية (ن-٢) حيث عدد القيود يدل على عدد مرات القياس ، وكالمعتاد نقارن (ت) المحسوبة بـ (تَ) الجدولية عند مستوى دلالة ٠١ , ٠ ، لتحديد الدلالة وما إذا كنا سنقبل الفرض الصفري أو نرفضه ، فإذا كانت (ت) المحسوبة تساوي أو أعلى من (ت) الجدولية عند مستوى دلالة ٠١ , ٠ ، أي إذا كانت دالة ، فإن ذلك يعني وجود فروق بين التباينين ومن ثم نرفض الفرق الصفري الذي مؤداه أنه ليس هناك فروق بينهما ، والعكس.

ثالثًا: اختبار (ت) لمجموعتين غير متجانستين:

إذا جاءت (ف العظمى) دالة، فإن ذلك معناه كما أوضحنا وجود فروق بين التباينين أي أن التباينين غير متجانسين، وهنا يمكن للباحث أن يستخدم لحساب دلالة الفروق بين متوسطي المجموعتين تحليل التباين لمجموعتين، ولكن إذا ما أردنا أنا نستخدم اختبار (ت)، فإننا في هذه الحالة يمكن أن نلجأ إلى استخدام اختبار(ت) لحالة عينتين غير متجانستين كما أوضحنه فؤاد البهي السيد (١٩٧٨)، حيث ن١ لا تساوي ن٢ ، وحيث ع $^{2}_{1}$ لا يساوي ع $^{2}_{2}$ والمعادلة كما يلي:

$$ت = \frac{م1 - م2}{\sqrt{\frac{ع^{2}_{1}}{ن1} + \frac{ع^{2}_{2}}{ن2}}}$$

حيث:

م ١ = متوسط المجموعة الأولى.

م ٢ = متوسط المجموعة الثانية.

$ع_1^2$ = تباين المجموعة الأولى.

$ع_1^2$ = تباين المجموعة الثانية.

ن١ = عدد أفراد المجموعة الأولى.

ن٢ = عدد أفراد المجموعة الثانية.

إذن قبل أن نلجأ إلى استخدام هذه المعادلة، لا بد من التثبت من أن التباينين غير متجانسين وذلك، وكما أوضحنا، باستخدام معادلة (ف العظمى).

مثال:

لنفترض أننا حصلنا على البيانات الآتية من قياس مجموعتين:

م ١ = ٢٠,٦ م ٢ = ١٦,٠

$ع_1^2$ = ٢٨,٤٢ $ع_2^2$ = ٦,٧٢

ن١ = ١٠ ن٢ = ٢٠

الخطوة الأولى: حساب التجانس بالنسبة الفائية:

$$ف = \frac{28.42}{6.72} = 4.23$$

درجات حرية العينة الأولى = ١٠ – ١ = ٩

درجات حرية العينة الثانية = ٢٠ – ١ = ١٩

وبالكشف في جداول (ف) بالجداول الإحصائية (جدول ٢٦) نجد أن قيمتها بدرجات الحرية السابقة عند مستوى ٠,٠٥ هي ٢,٨٨ ومن ثم فالعينتين غير متجانسين أي هناك فروق دالة بين تبايني العينتين.

الخطوة الثانية: حساب ت من المعادلة السابقة:

$$ت = \frac{16.0 - 20.6}{\sqrt{\frac{6.72}{20} + \frac{28.42}{10}}}$$

الخطوة الثالثة: حساب (تَ) الجدولية للعينة الأولى (تَ١) وللعينة الثانية (تَ٢)، وذلك بالاستعانة بجداول ت لدلالة الطرفين.

(١) فإذا حددنا مستوى دلالة بـ ٠,٠٥ للعينة الأولى

و ∵ درجة حرية العينة الأولى ٩

∴ قيمة تَ ١ لدلالة الطرفين ولدرجات حرية ٩ ومستوى دلالة ٠,٠٥ (من جدول ١٤١) هي:

تَ١ = ٢,٢٦٢

(٢) وبالمثل إذا حددنا مستوى الدلالة: ٠,٠٥ للعينة الثانية

و ∵ درجات حرية العينة الثانية: ١٩

∴ قيمة تَ ٢ لدلالة الطرفين ولدرجات حرية ١٩ ومستوى دلالة ٠,٠٥ (من جدول ١٤١) هي: تَ ٢ = ٢,٠٩٣

الخطوة الرابعة: حساب (تَ) الجدولية لدلالة الفرق بين المتوسطين باستخدام تَ١ ، و تَ٢ ، بالمعادلة الآتية:

$$\text{تَ} = \frac{\frac{ع^2_2}{ن_2}\text{تَ}_2 + \frac{ع^2_1}{ن_1}\text{تَ}_1}{\frac{ع^2_2}{ن_2} + \frac{ع^2_1}{ن_1}}$$

$$\text{تَ} = \frac{\frac{6.72}{20} \times 2.093 + \frac{28.42}{10} \times 2.262}{\frac{6.72}{20} + \frac{28.42}{10}}$$

$$\text{تَ} = \frac{0.7032 + 6.4286}{3.178}$$

$$\text{تَ} = ٢,٢٤$$

وبالمقارنة بين (ت) المحسوبة في الخطوة الثانية ومقدارها ٣,٥٨ و(تَ) الجدولية المحسوبة بالمعادلة السابقة ومقدارها ٢,٢٤ عند مستوى دلالة ٠,٠٥ ، نجد أن (ت) المحسوبة أكبر من (تَ) الجدولية ، بما يعني وجود فرق دال بين المتوسطين م١، و م٢ ، وبما يعني رفض الفرض الصفري.

(فؤاد البهي السيد، مرجع سابق، ٣٤٣ – ٣٤٥)

دلالة الفروق بين معاملات الارتباط:

أولًا: دلالة الفروق بين معاملات الارتباط المحسوبة لعينات مستقلة (غير مرتبطة):

لنفرض أن أحد الباحثين يدرس متغيرًا مثل تقييم الذات عند فئة من الشباب وليكن الشباب الجامعي مثلا ، مفترضًا أن هذا المتغير يشغل أهمية كبيرة في هذه المرحلة بالذات لنمو الهوية وتحقيق الاستقلال الذاتي ، واستطاع تحديد متغيرا افترض أن له إسهامًا في تقييم الذات في مرحلة الشباب وهو متغير الضبط الوالدي Parental Control الذي يشير إلى كم الضوابط التي يمارسها أي من الوالدين على سلوك الشباب أو مدى القيود التي يفرضونها كمحددات لسلوك الشاب ، وباتجاه مزيد من التحديد افترض أن أثر هذا المتغير أي الضبط الوالدي على تقييم الذات -Self Evaluation يبدو أكثر وضوحًا عند الذكور أكثر مما هو عند الإناث ، إذ بمطالعته للأدب السيكولوجي النظري المتعلق بتقييم الذات والدراسات التي أجريت بشأنه خلص إلى أن الشاب وهو يسعى بحكم المرحلة إلى تحقيق هوية شخصية مستقلة تنبني أساسًا على شعور قوي بتقدير الذات وبالكفاية الشخصية فإن هذا السعي يعرقله كثرة الضوابط والقيود والتدخلات التي يمارسها الوالدان إزاءه بمعنى أنه إذ يبحث عن تحقيق الاستقلال الذاتي وتكوين هوية مستقلة فإن ذلك لابد أن يمهد له شعور بالكفاية وتقدير الذات ، غير أن هذا الشعور يفترض أنه يتأثر سلبا بالتدخل والقيود الوالدية طالما كانت تحد من سعيه نحو تحقيق الاستقلالية والتفرد الذاتي. ومن ثم افترض أن العلاقة بين الضبط الوالدي وتقدير الذات لدى الشاب سوف

تكون أكثر دلالة مقارنة بذات العلاقة عند الأنثى التي يفترض أن تقديرها لذاتها وشعورها بالقيمة يتوقف أو يتأثر بمدى الحب والقبول والاستحسان من الوالدين (وذوى الأهمية) أكثر مما هو مرتبطًا أو متأثرًا بالضوابط التي يفرضها الوالدان عليها. بتعبير آخر إذا كان شعورها بالقيمة والتقدير شرط كما هو عند الشاب لتحقيق هويتها ، إلا أنها على خلافه في أن هويتها هي هوية في إطار علاقات، ومن ثم فإن الحب الوالدي أي حب الوالدين لها هو ما يحدد مدى شعورها بالقيمة ومن ثم هويتها، فحبهما (وحب غيرهما) هو ما يعنيها وليس ما يفرضونه عليها من قيود أو ضوابط تلك التى تضر على الجانب المقابل بتقدير الذات عند الشاب وهو يسعى للاستقلال كشرط لتحقيق هويته. ولاختبار فرضه الذي مؤداه أن معامل الارتباط بين الضبط الوالدي وتقييم الذات عند الذكور أقوى أو أدل من معامل الارتباط بين ذات المتغيرين عند الإناث، فإنه أي الباحث يمكنه إستخدام اختبار لدلالة الفرق بين معاملي الارتباط، متبعًا الخطوات التالية:

الخطوة الأولى: باستخدام تحويلات "فيشر" الخاصة Fisher's Zr Transformation ، يقوم بتحويل كلا معاملي الارتباط إلى قيمتهما المناظرة أي تحويل كل معامل ارتباط إلى المقابل اللوغاريتمي له بإستخدام جدول E ، ويرمز للمقابلين اللوغاريتميين بالرمزين: Z ر١ ، Z ر٢ ، حيث ر١ = معامل الارتباط الأول ، ر٢ = معامل الارتباط الثاني.

الخطوة الثانية: يحسب الخطأ المعياري للفرق بين المقابلين اللوغاريتميين لمعاملي الارتباط، حيث يساوي:

$$\sqrt{\frac{1}{\text{ن}_{1-3}} + \frac{1}{\text{ن}_{2-3}}}$$

حيث:

ن١ عدد أفراد مجموعة الذكور.

ن٢ عدد أفراد مجموعة الإناث.

الخطوة الثالثة: يحسب النسبة الحرجة لدلالة الفرق بين المقابلين اللوغاريتميين بالمعادلة الآتية:

$$z = \frac{z_{ر2} - z_{ر1}}{\sqrt{\frac{1}{\text{ن}_{1-3}} + \frac{1}{\text{ن}_{2-3}}}}$$

الخطوة الرابعة: بعد الحصول على قيمة Z ، وبوصفها درجة معيارية، يرجع الباحث إلى جداول الدلالة للكشف عن دلالة الفرق بين المقابلين اللوغاريتميين عند مستوى الدلالة المحدد: ٠,٠٥ أو ٠,٠١ ، فإذا حدد مستوى الدلالة ٠,٠٥ مثلا ، فإنه يقوم بمقارنة قيمة Z بالدرجة المعيارية المقابلة عند هذا المستوى.

ثانيًا: دلالة الفرق بين معاملات الارتباط المحسوبة لعينات مرتبطة:

لنفترض أن باحثًا قام بتطبيق اختبار (أ) على عينة ما، ثم أراد التحقق من الصدق التنبؤي لهذا الاختبار، من خلال محكين أو اختبارين آخرين (ب ، جـ) كمؤشرين – يفترضهما – على قدرة الاختبار (أ) التنبؤية، لكنه أيضًا يود تحديد أي المحكين أو

الاختبارين أقوى وأدل في علاقته بالاختبار (أ) موضوع التقنين، بقول آخر يود تحديد هل معامل الارتباط بين الاختبار (أ) والاختبار (ب) يختلف أو يفترق بشكل دال عن معامل الارتباط بين الاختبار (أ) والاختبار (جـ)، أم لا يختلف، واختبار ذلك إحصائيا هو الذي يحدد أي الاختبارين ب، أو جـ أفضل أو أدل في علاقته بالاختبار أ، ويمكن للباحث لإجراء الاختبار الإحصائي أن يتبع الخطوات التالية:

الخطوة الأولى:

= حساب معامل الارتباط بين الاختبار (أ)، والاختبار (ب)، ليحصل على ر١ ٢ .

= حساب معامل الارتباط بين الاختبار (أ) والاختبار (جـ)، ليحصل على ر١ ٣ .

= حساب معامل الارتباط بين الاختبار (ب) والاختبار (جـ)، ليحصل على ر٢ ٣ .

الخطوة الثانية:

استخدام معادلة "هوتلنج" وهي كالتالي:

$$\text{ت ق ر} = (\text{ر } 21 - \text{ر } 31) \sqrt{\frac{(\text{ن} - 3)(1 + \text{ر } 32)}{2(1 - \text{ر}32^2 - \text{ر}21^2 - \text{ر}31^2 + \text{ر}32 \times \text{ر}21 \times \text{ر}31)}}$$

ثم بعد ذلك يرجع الباحث إلى جدول (ت) عند درجات حرية (ن-٣) لتحديد دلالة الفرق عند مستوى الدلالة المحدد وليكن ٠,٠٥ مثلا.

تحليل التباين

Analysis of Variance

تفيد طريقة تحليل التباين في الكشف عن تجانس العينات ومدى انتسابها إلى أصل واحد أو أصول متعددة، وهو يصلح لمعرفة الفروق القائمة بين البنين والبنات في الذكاء والقدرات العقلية الطائفية وفي السمات المزاجية وفي النواحي التحصيلية المختلفة، كما يصلح أيضًا لقياس مدى تجانس عينات المختبرين (المفحوصين)، وعينات المفردات (الفقرات/ البنود) التي تتألف منها الاختبارات النفسية، وتختلف طريقة تحليل التباين تبعًا لاختلاف التنظيم التجريبي للمشكلة، ولذا فقد تعددت طرق ووسائل هذا النوع من التحليل، وسوف نقتصر في العرض الموجز التالي، على الصور البسيطة لتحليل التباين المرتبطة بشكل مباشر باختبار الفروض، والتي تفيد أيضًا في تقنين الاختبارات النفسية.

أولا: تحليل التباين لمجموعتين:

إذا أردنا أن نقارن درجات البنين بدرجات البنات في أحد الاختبارات النفسية لمعرفة الفروق الجوهرية بين تلك الدرجات، وللكشف عن مدى دلالة تلك الفروق توطئة للجمع بينهما في عينة واحدة أو لفصلهما إلى عينتين متميزين ، فعلينا أن نبحث هذه المشكلة بطريقة تحليل التباين (لمجموعتين).

مثال:

لنفرض أن الجدول التالي يدل على درجات (٥) بنين و(٥) بنات في ذلك الاختبار النفسي وعلى مربعات تلك الدرجات.

جدول (٨)

درجات (٥) بنين و(٥) بنات في أحد الاختبارات النفسية ومربعات هذه الدرجات

« البيانات الأولية اللازمة لحساب تحليل التباين البسيط »

البنين	الدرجات	مربعات الدرجات	البنات	الدرجات	مربعات الدرجات
١	٢٣	٥٢٩	١	١٩	٣٦١
٢	٢١	٤٤١	٢	١٩	٣٦١
٣	١٩	٣٦١	٣	١٨	٣٢٤
٤	١٩	٣٦١	٤	١٤	١٩٦
٥	١٨	٣١٤	٥	١٥	٢٢٥
ن س=٥	مج س= ١٠٠ م س= $\frac{100}{5}$ = ٢٠ (مج س)٢= ١٠٠٠	مج س٢= ٢٠١٦		مج ص= ٨٥ م ص= $\frac{85}{5}$ = ١٧ (مج ص)٢= ٧٢٢٥	مج ص٢= ١٤٦٧

فلحساب تحليل التباين يمكننا إتباع الخطوات التالية:

الخطوة الأولى: حساب مجموع المربعات داخل المجموعتين:

مجموع المربعات داخل المجموعتين= ن س ع٢ س + ن ص ع٢ ص

(١) ع٢س= متوسط مربعات الدرجات – مربع متوسط الدرجات.

$$= \frac{\text{مج س}^2}{\text{ن}} - (\text{م س})^2$$

$$= \frac{2016}{5} - (20)^2 = \frac{16}{5}$$

$$\therefore \text{ن س ع}2\text{س} = 5 \times \frac{16}{5} = 16 =$$

$$(٢)\ \text{ع}^2\text{ص} = \frac{\text{مج ص}^2}{\text{ن}} - (\text{م ص})^2$$

$$= \frac{1467}{5} - (17)^2$$

$$= \frac{22}{5}$$

$$\therefore \text{ن ص ع}^2\text{ص} = 5 \times \frac{22}{5} = 5$$

∵ مجموع المربعات داخل المجموعتين = ن س ع٢س + ن ص ع٢ص

= ١٦ + ٢٢ = ٣٨

الخطوة الثانية: حساب مجموع المربعات بين المجموعتين:

يعتمد مجموع المربعات بين المجموعات على مربعات انحراف كل متوسط من متوسطات تلك المجموعات عن المتوسط الوزني لها جميعًا كما يدل على ذلك المتوسط الوزني، أي أن:

مجموع المربعات بين المجموعتين = ن س ق س^2 + ن ص ق ص^2

(١) حساب المتوسط الوزني للمجموعتين:

$$م = \frac{ن\ س\ م\ س + ن\ ص\ م\ ص}{ن\ س + ن\ ص}$$

$$18.5 = \frac{17 \times 5 + 20 \times 5}{5 + 5}$$

(٢) ق س = م س − م

= ٢٠ − ١٨,٥ = ١,٥

ق ص =م ص − م

= ١٧ − ١٨,٥ = − ١,٥

(٣) ∴ مجموع المربعات بين المجموعتين = ن س ق^{٢}س + ن ص ق^{٢}ص

= ٥ × (١,٥)^{٢} + ٥ × (− ١,٥)^{٢}

= ٢٢,٥٠

الخطوة الثالثة: يحسب التباين داخل المجموعات بقسمة مجموعه المربعات الداخلية على درجات حريتها، كما يحسب التباين بين المجموعات بقسمة المربعات البينية على درجات حريتها.

(١) درجات حرية مجموع المربعات الداخلية:

وهي= عدد الدرجات −١ لكل مجموعة

المجموعة الأولى = ٥ − ١ = ٤

المجموعة الثانية = ٥ − ١ = ٤

∴ درجات الحرية للمجموعتين = ٤ + ٤ = ٨

(٢) درجات حرية مجموع المربعات البينية:

∵ عدد المتوسطات = ٢

وهما م س ، و م ص

و ∵ عدد الإلتزامات أو القيود = ١

 درجات الحرية بين المجموعتين = ٢ – ١ = ١

الخطوة الرابعة: حساب التباين داخل المجموعات وبين المجموعات:

∵ التباين داخل المجموعتين = مجموع المربعات بين المجموعات / عدد درجات الحرية

$$= \frac{22.50}{1} = 22.50$$

الخطوة الخامسة: حساب النسبة الفائية:

تحسب النسبة الفائية بقسمة التباين الكبير على التباين الصغير

و ∵ التباين الكبير = ٢٢,٥٠

والتباين الصغير = ٤,٧٥

∴ النسبة الفائية = $\frac{22.50}{4.75} = 4.7368$

الخطوة السادسة: حساب الدلالة الإحصائية للنسبة الفائية:

تعتمد جداول النسبة الفائية على درجات حرية التباين الكبير والصغير، وفي مثالنا:

درجات حرية التباين الكبير = ١

ودرجات حرية التباين الصغير = ٨

وبالكشف في جداول الدلالة للنسبة الفائية المبينة بملحق الجداول الإحصائية النفسية، جدول (٢٦) باستخدام درجات الحرية السابقة نجد أن ف = ٥,٣٢ عند مستوى دلالة ٠,٠٥ ، و =١١,٢٦ عند مستوى دلالة ٠,٠١ ، و ∵ النسبة الفائية في مثالنا = ٤,٧٤ ، ∴ فهذه النسبة أقل من أن تدل على اختلاف عينة البنين عن عينة البنات في هذا الاختبار ، لأنها أصغر من ٥,٣٢ وبالطبع أصغر من ٠١١,٢٦، أي أن هذه النسبة لا تختلف في جوهرها الإحصائي عن الصفر، وترجع إلى الصدفة، وهنا يقبل الباحث الفرض الصفري.

(نقلا عن: فؤاد البهي السيد ، مرجع سابق ، ٤٧٩ – ٤٨٥)

حساب التباين لثلاث مجموعات:

لنفترض أننا بصدد بحث الفروق بين ثلاثة مجموعات في أحد الاختبارات ، ففي هذه الحالة يتم إجراء تحليل التباين لحالة ثلاث مجموعات لتحديد نسبة ف ومدى دلالتها ، ويتم إتباع نفس خطوات تحليل التباين لمجموعتين وذات المعادلة مع الإضافات التى يقتضيها دخول المجموعة الثالثة في التحليل.

الخطوة الأولى: نحسب مجموع المربعات داخل المجموعات:

= ن س ع٢س + ن ص ع٢ص + ن هـ ع٢هـ

حيث هـ تشير إلى المجموعة الثالثة.

ن = عدد أفراد المجموعة

الخطوة الثانية: نحسب مجموع المربعات بين المجموعات:

= ن س ق٢س + ن ص ق٢ص + ن هـ ق٢هـ

وللحصول على ق٢س ، ق٢ص ، ق٢هـ نحسب أولا المتوسط الوزني لدرجات المجموعات الثلاثة.

$$م = \frac{ن\ س\ م\ س + ن\ ص\ م\ ص + ن\ هـ\ م\ هـ}{ن\ س + ن\ ص + ن\ هـ}$$

حيث م س = متوسط درجات المجموعة الأولى.

م ص = متوسط درجات المجموعة الثانية.

م هـ= متوسط درجات المجموعة الثالثة.

وبعد حساب المتوسط الوزني لدرجات المجموعات الثلاثة نحصل على:

$$ق^{٢}س = (م\ س - م)^{٢}$$

$$ق^{٢}ص = (م\ ص - م)^{٢}$$

$$ق^{٢}هـ\ (م\ هـ - م)^{٢}$$

الخطوة الثالثة: حساب درجة الحرية:

أ) داخل المجموعات =

مجموع أفراد المجموعات الثلاثة -٣

ب) بين المجموعات =

عدد المتوسطات (٣) - ١

الخطوة الرابعة:

(أ) نحسب التباين داخل المجموعات:

$$= \frac{\text{مجموع مربعات الانحرافات داخل المجموعات}}{\text{عدد درجات الحرية داخل المجموعات}}$$

(ب) نحسب التباين بين المجموعات:

$$= \frac{\text{مجموع مربعات الانحرافات بين المجموعات}}{\text{عدد درجات الحرية داخل المجموعات}}$$

الخطوة الخامسة: حساب النسبة الفائية حيث:

$$= \frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}}$$

والمقصود بهما بالطبع التباين داخل المجموعات والتباين بين المجموعات، حيث نقسم أيهما أكبر على التباين الآخر للحصول على النسبة الفائية.

الخطوة السادسة:

الرجوع إلى جداول الدلالة الإحصائية للنسبة الفائية بإستخدام درجات حرية التباين الكبير والتباين الصغير لتحديد مدى دلالة النسبة الفائية، عند مستويي دلالة ٠,٠٥ و٠,٠١ فإذا ما كانت دالة فإن ذلك يعني وجود فروق جوهرية دالة بين المجموعات الثلاثة، وهنا نرفض الفرض الصفري، بينما إذا وجد أن النسبة الفائية غير دالة، فذلك لا يعني وجود فروق دالة بين المجموعات الثلاثة وعندئذ نقبل الفرض الصفري.

***