حيث تمثل n العدد الكلى للنباتات التى يتعين زراعتها، و r العدد المطلوب من النباتات ذات التركيب الوراثى المرغوب فيه، و q نسبة (معدل) ظهورها فى النسل، و P احتمال الحصول على العدد المطلوب منها، و z قيمة محسوبة تقابل الاحتمال P علمًا بأن قيمة z تكون ١٫٦٤٥ فى حالة P = ٠٫٩٥، و ٢٫٣٢٦ عند P = ٠٫٩٩ .

وتجدر الإشارة إلى أن المعادلتين السابقتين يمكن استعمالهما - كذلك - فى كل الحالات المماثلة، فهما تستخدمان - مثلاً - فى حساب الحد الأدنى لعدد النباتات التى تلزم زراعتها، للعثور على نبات واحد، أو عدد معين من النباتات المصابة بمرض ما إذا علمت نسبة إصابة البذور بذلك المرض.

وقد استخدم Sedcole معادلة أخرى أكثر دقة وتعقيدًا فى التوصل إلى الأرقام المبينة فى جدول (٤-٩)، وهى أعداد النباتات التى يتعين زراعتها؛ للعثور على عدد معين من تركيب وراثى مرغوب فيه، عندما تكون احتمالات ظهورها حسب النسب المبينة فى الجدول (وهى أكثر شيوعًا)، ومع احتمال قدره ٠٫٩٥ أو ٠٫٩٩ للحصول على العدد المطلوب من النباتات ذات التركيب الوراثى المرغوب فيه، ويتبين من الجدول أن أعداد النباتات التى يتعين زراعتها تزيد زيادة كبيرة عند خفض احتمال المخاطرة، بعدم ظهور التركيب الوراثى المرغوب فيه من ٥٪ إلى ١٪، وعند انخفاض النسبة المتوقعة لظهور التركيب الوراثى المرغوب فيه، ومع زيادة العدد المطلوب من النباتات.

ويجب أن تؤخذ نسبة إنبات البذور فى الحسبان عند حساب عدد البذور التى يتعين زراعتها. ويحسب عدد البذور التى تلزم زراعتها بقسمة العدد المحسوب من النباتات (بواسطة المعادلات) على نسبة إنبات البذور.

اختبار مربع كاى

يستخدم اختبار مربع كاى فى المجالات التالية:

١ - لمطابقة النسب المشاهدة للانعزالات الوراثية مع النسب المتوقعة.

٢ - لاختبار مدى استقلالية النتائج المشاهدة، مثل اختبار ما إذا كانت نسب النباتات المصابة، وغير المصابة بمرض ما تختلف - أو لا تختلف - جوهريًا فى مجموعة من الأصناف.

٣ - لاختبار إن كانت مجموعة من العينات تنتمى إلى عشيرة واحدة، أم لا.

جدول (٤-٩): الحد الأدنى لعدد النباتات التى تلزم زراعتها فى العشائر الانعزالية؛ حتى يمكن الحصول منها على عدد معين من نباتات ذات تركيب وراثى مرغوب فيه، عند اختلاف النسبة المتوقعة لظهورها فى العشيرة، واختلاف احتمالات النجاح الإحصائية، المتوقعة لتحقيق ذلك.

		عدد النباتات التى تجب زراعتها عندما يكون عدد النباتات المطلوبة من التركيب الوراثى المرغوب فيه (r) كما يلى:								
p[أ]	q[ب]	١	٢	٣	٤	٥	٦	٨	١٠	١٥
٠,٩٥	١/٢	٥	٨	١١	١٣	١٦	١٨	٢٣	٢٨	٤٠
	١/٣	٨	١٣	١٧	٢١	٢٥	٢٩	٣٧	٤٤	٦٢
	١/٤	١١	١٨	٢٣	٢٩	٣٤	٤٠	٥٠	٦٠	٨٤
	١/٨	٢٣	٣٧	٤٩	٦٠	٧١	٨٢	١٠٣	١٢٣	١٧٢
	١/١٦	٤٧	٧٥	٩٩	١٢٢	١٤٤	١٦٦	٢٠٨	٢٤٨	٣٤٧
	١/٣٢	٩٥	١٥٠	٢٠٠	٢٤٦	٢٩١	٣٣٤	٤١٨	٥٠	٦٩٧
	١/٦٤	١٩١	٣٠٢	٤٠١	٤٩٤	٥٨٤	٦٧١	٨٣٩	١٠٠٢	١٣٩٧
٠.٩٩	١/٢	٧	١١	١٤	١٧	١٩	٢٢	٢٧	٣٢	٤٥
	١/٣	١٢	١٧	٢٢	٢٧	٣١	٣٥	٤٤	٥٢	٧١
	١/٤	١٧	٢٤	٣١	٣٧	٤٣	٤٩	٦٠	٧٠	٩٦
	١/٨	٣٥	٥١	٦٤	٧٧	٨٩	١٠١	١٢٤	١٤٦	١٩٨
	١/١٦	٧٢	١٠٤	١٣٢	١٥٨	١٨٢	٢٠٦	٢٥٢	٢٩٦	٤٠٢
	١/٣٢	١٤٦	٢١٠	٢٦٦	٢١٨	٢٦٨	٣١٦	٥٠٨	٥٩٧	٨٠٩
	١/٦٤	٢٩٣	٤٢٣	٥٣٥	٦٤٠	٧٣٩	٨٣٥	١٠٢٠	١١٩٨	١٦٢٣

[أ] **p** = احتمال الحصول على العدد المطلوب من النباتات ذات التركيب الوراثى المرغوب فيه.

[ب] **q** = نسبة النباتات ذات التركيب الوراثى المرغوب فيه فى الجيل الانعزالى.

استخدام اختبار مربع كاى فى مطابقة نسب الانعزالات الوراثية المشاهدة على النسب المتوقعة:

يستخدم اختبار مربع (كا٢، χ^2، أو chi square test) فى معرفة إن كانت النسب أو القيم المشاهدة للانعزالات الوراثية هى حقيقة مشابهة للنسب المندلية أو القيم المتوقعة.

ويحصل على مربع كاى عن طريق إيجاد الانحراف للقيم المشاهدة عن المتوقعة لكل حد من حدود النسبة، ثم تربيع كل انحراف، وقسمته على القيمة المتوقعة لحده. ثم جمع هذه القيم مع بعضها؛ فيكون حاصل الجمع هو مربع كاى .. أى إن:

$$\text{مجموع مربع كاى} = \text{مجموع} \left[\frac{(\text{المشاهد} - \text{المتوقع})^{2}}{\text{المتوقع}} \right]$$

ويحدد بعد ذلك احتمال حدوث مثل هذه القيمة من جدول توزيع مربع كاى (جدول ٤–١٠) عند العدد المناسب لدرجات الحرية (وهو يساوى عدد فئات الأشكال المظهرية المنعزلة–١) فلو فرض – مثلاً – إن كانت قيمة مربع كاى لصفة بسيطة فى الجيل الثانى هى ٠,٣٢٢ فعلى أى شئ تدل هذه القيمة ؟، وكيف نحدد إن كانت النسبة المشاهدة هى حقيقة تمثل النسبة ٣:١. يلاحظ من جدول توزيع مربع كاى أن قيمة ٠.٣٢٢ لدرجة حرية تساوى واحد، تقع بين القيمتين ٠.١٦ لاحتمال ٠.٩٠. ٠.٤٥٥ لاحتمال ٠,٥٠ أى أن قيمة مربع كاى المحسوبة تقع بين درجتى احتمال ٥٠٪ و ٩٠٪. ويعنى ذلك أن إعادة هذه التجربة سينتج انحرافات ترجع إلى الصدفة تشابه – فى كبرها – الانحرافات المشاهدة – غالبًا – أقل من مرة فى الخمسين، ولكنها – غالبًا – تكون أكبر من مرة فى التسعين، وبذا .. يمكن اعتبار أن هذا الانحراف المشاهد يرجع إلى العينة أو إلى المصادفة، وبمعنى آخر .. فإن هذا الانحراف غير معنوى.

وعادة ما تفسر النتائج حسب موقع مجموع مربع كاى من الاحتمالات فى جدول توزيع مربع كاى على النحو التالى:

١ – إذا كانت درجة الاحتمال ٠,٠٥ (أى ٥٪) أو أقل .. فإن ذلك يعنى أن النتائج المتحصل عليها غير مطابقة للنظرية الافتراضية المقترحة، وأن الانحرافات المشاهدة تعد انحرافات معنوية، لا ترجع إلى المصادفة فقط. كما تعد النظرية الافتراضية غير مرضية.

٢ – إذا كانت درجة الاحتمال أكبر من ٠,٠٥ حتى ٠,٩٠ فإن ذلك يعنى إن الانحرافات المشاهدة غير معنوية، وأنها ترجع إلى المصادفة؛ وبذا تكون النظرية الافتراضية التى حسبت القيم المتوقعة على أساسها متفقة مع النتائج أو القيم المشاهدة.

٣ – إذا كانت درجة الاحتمال أكبر من ٠.٩٠ حتى ٠.٩٥ فإن ذلك يعنى وجود تقارب شديد غير طبيعى بين النتائج المشاهدة والنظرية الافتراضية.

٤ – أما إذا كانت درجة الاحتمال أكبر من ذلك .. فإن ذلك يثير الشك حول النتائج فى احتمال وجود تحيز بوعى؛ أو بدون وعى لمطابقة النتائج المشاهدة مع النظرية الافتراضية.

ويعنى اتخاذ درجة الاحتمال ٠,٠٥ كأساس لقياس مطابقة النتائج المشاهدة مع النظرية الافتراضية أن فرصة رفض نظرية صحيحة لا تزيد على ٥٪. بينما لا تزيد فرصة رفض نظرية صحيحة على ١٪ إذا اتخذت درجة احتمال ٠,٠١ كأساس .. بينما توجد فى هذه الحالة فرصة أكبر لقبول نظرية غير صحيحة.

وتجب مراعاة الأمور التالية عند تطبيق اختبار مربع كاى

١ – لا يكون الاختبار حساسًا للعينات الصغيرة؛ فمثلاً .. يكون الانحراف عن النسبة ١:١ غر مقبول، حسب اختبار مربع كاى، إذا كانت النسبة المشاهدة ٢:٣، بينما يكون مقبولاً إذا كانت النسبة المشاهدة ٢٠:٣٠، ويمكن القول .. إنه لا يمكن تطبيق الاختبار – بدقة – على التوزيعات التى يقل فيها عدد الأفراد عن خمسة أفراد فى أى من الفئات.

٢ – يزيد احتمال جوهرية النتائج كلما قرب الفرق المتوقع بين النسب، فمثلاً .. يحتاج الاختبار إلى عينة أصغر حجمًا. عندما يكون الانعزال بنسبة ١:١ عما لو كان بنسبة ١٥:١.

٣ – لا يمكن تطبق اختبار مربع كاى – بدقة – على النسب المئوية، أو النسب المأخوذة من تكرارات عددية، ولكن الاختبار يطبق على التكرارات العددية ذاتها. فمثلاً .. إذا شوهد فى تجربة سبعة أفراد من طراز معين، وواحد وعشرون فردًا من الطراز الآخر .. فإنه لا يكون من العدل إعادة حساب هذه القيم إلى نسب مئوية مثل ٢٥٪ للطراز الأول، و ٧٥٪ للطراز الثانى، ثم بعد ذلك .. يطبق اختبار مربع كاى لهذه النسب المئوية التى تفترض أن المورد يتكون من مئة فرد؛ بينما لا يوجد – حقيقة – فى هذه التجربة سوى ٢٨فردًا، وبالمثل .. فإن من الخطأ إعادة حساب القيمة المشاهدة، تبعًا للنسبة ٣:١ مثلاً، ثم اختبار هذه النسبة بمربع كاى بعد ذلك (طنطاوى وحامد ١٩٦٣، و Whitehouse ١٩٧٣، و Little & Hills ١٩٧٨).

وقد أخضع بعض الباحثين نتائج دراسات مندل لاختبار مربع كاى، حيث وجد أنها

كانت مطابقة للنسب المتوقعة بدرجة غير عادية، فعندما فحصت النتائج كلها مجتمعة كانت قيمة الاحتمال لاختبار مربع كاى ٠.٩٩٩٩٣. وهى نتيجة لا تحدث بمحض الصدفة إلاَ مرة واحدة فى كل ١٤٣٠٠ مرة. وقد تراوحت قيمة الاحتمال فى اختبارات مربع كاى لجميع التجارب التى أجراها مندل بين ٠.٠٥ و ٠.٩، علمًا بأنه ينتظر أن تقل أو تزيد قيمة الاحتمال عن ٥٠٪ بنفس الدرجة بفرض أن جميع النتائج مطابقة للمتوقع.

جدول (٤-١٠): جدول توزيع مربع كاى.

درجات الحرية	الاحتمال							
	0.99	0.95	0.50	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01
1	0.0002	0.004	0.46	1.64	2.71	3.84	5.41	6.64
2	0.020	0.103	1.39	3.22	4.60	5.99	7.82	9.21
3	0.115	0.35	2.37	6.64	6.25	7.82	9.84	11.34
4	0.30	0.71	3.36	5.99	7.78	9.49	11.67	13.28
5	0.55	1.14	4.35	7.29	9.24	11..07	13.39	15.09
6	0.87	1.64	5.35	8.56	10.64	12.59	15.03	16.81
7	1.24	2.17	6.35	9.80	12.02	14.07	16.62	18.48
8	1.65	2.73	7.34	11.03	13.36	15.51	18.17	20.09
9	2.09	3.32	8.34	12.24	14.68	16.92	19.68	21.67
10	2.56	3.94	9.34	13.44	15.99	18.31	21.16	23.21
11	3.05	4.58	10.34	14.63	17.28	19.68	22.62	24.72
12	3.57	5.23	11.34	15.81	18.55	21.03	24.05	26.22
13	4.11	5.89	12.34	16.98	19.81	22.36	25.47	27.69
14	4.66	6.57	13.34	18.15	21.06	23.68	26.87	29.14
15	5.23	7.26	14.34	19.31	22.31	25.00	28.26	30.58
16	5.81	7.96	15.34	20.46	25.54	26.30	29.63	32.00
17	6.41	8.67	16.34	21.62	24.77	27.59	31.00	33.41
18	7.02	9.39	17.34	22.76	25.99	28.87	32.35	34.80
19	7.63	10.12	18.34	23.90	27.20	30.14	33.69	36.19
20	8.26	10.85	19.34	25.04	28.41	31.41	35.02	37.57
21	8.90	11.59	20.34	26.17	29.62	32.67	36.34	38.93
22	9.54	12.34	21.34	27.30	30.81	33.92	37.66	40.29
23	10.20	13.09	22.34	28.43	32.01	35.17	38.97	41.64
24	10.86	13.85	23.34	29.55	33.20	36.42	40.27	42.98
25	11.52	14.61	24.34	30.68	34.38	37.65	41.57	44.31
26	12.20	15.38	25.34	31.80	35.56	38.88	42.86	45.64
27	12.88	16.15	26.34	32.91	36.74	40.11	44.14	46.96
28	13.56	16.93	27.34	34.03	37.92	41.34	45.42	48.28
29	14.26	17.71	28.34	35.14	39.09	42.56	46.69	49.59
30	14.95	18.49	29.34	36.25	40.26	43.77	47.96	50.89

هذا .. إلا أن الحقائق التاريخية تؤكد ما يلى:

١ - يمكن أن تتسع الحديقة التى أجرى فيها مندل دراسته لعدد النباتات التى ذكرها.

٢ - تتطلب دراسة انعزالات صفات الجنين فى البذور زراعة جيل إضافى كما ذكر مندل.

وقد فُسِّر ذلك التطابق غير العادى بين نتائج دراسات مندل وبين النتائج المتوقعة بأن مندل لم ينشر سوى نتائج دراسات خمس سنوات (من عام ١٨٥٩ إلى ١٨٦٣)، على الرغم من ذكره أنها نتائج دراسات ثمانى سنوات (من عام ١٨٥٦ إلى ١٨٦٣)؛ مما يعنى أن دراسات السنوات الثلاث الأولى لم تنشر مطلقاً.

ويعتقد Fisher أن مندل وضع نظريته عن وراثة الصفات خلال فترة السنوات الثلاث الأولى. والتى تضمنت زراعة نحو ٧٠٠٠ نبات. وفى السنوات الخمس التالية قدر Fisher أن مندل زرع ٢٦٥٠٠ نبات. وأجرى دراساته عليها لإثبات صحة نظرية كان قد توصل إليها بالفعل خلال السنوات الثلاث الأولى (عن Whitehouse ١٩٧٣).

استخدام مربع كاى فى اختبار إن كانت مجموعة من العينات تنتمى إلى عشيرة واحد أم لا

يستخدم اختبار مربع كاى كذلك لدى مقارنة عشيرتين أو أكثر، تقسم فيها الأفراد إلى فئات نوعية؛ فمثلاً يجرى الاختبار عند مقارنة عشيرتين من محصول ما لمعرفة إن كانتا متشابهتين أم مختلفتين فى نسبة إصابتها بمرض ما. ويجرى الاختبار على اعتبار أن العشيرتين توجد بهما نفس درجة الإصابة بالمرض؛ أى إنهما يجب أن يتشابها فى نسبة النباتات المصابة بكل منهما؛ فيحسب العدد المتوقع للنباتات المصابة فى كل من العشيرتين (أ، و ب) على أساس أنهما سيكونان بنفس النسبة التى توجد فى المجموع الكلى كما يلى:

$$\text{العدد المتوقع للنباتات المصابة من العشيرة أ} = \frac{\text{العدد الكلى للنباتات المصابة فى العشيرتين} \times \text{العدد الكلى للنباتات المختبرة من العشيرة أ}}{\text{العدد الكلى للنباتات المختبرة من العشيرتين}}$$

العدد المتوقع للنباتات المصابة من العشيرة ب =

$$\frac{\text{العدد الكلى للنباتات المصابة فى العشيرتين} \times \text{العدد الكلى للنباتات المختبرة من العشيرة ب}}{\text{العدد الكلى للنباتات المختبرة من العشيرتين}}$$

ويلى ذلك .. حساب العدد المتوقع للنباتات غير المصابة من العشيرتين، بحساب الفرق بين العدد الكلى المختبر، والعدد المتوقع المصاب فى كل منهما، ثم يحسب مربع كاى لأربع مجموعات من الأرقام المشاهدة والمتوقعة (تساوى دائمًا عدد العشائر المختبرة × عدد الفئات بكل عشيرة)، وبجمعها معًا .. نحصل على مجموع مربع كاى. ويحدد – بعد ذلك – احتمال حدوث هذه القيمة من جدول توزيع مربع كاى عند العدد المناسب من درجات الحرية. ويحسب عدد درجات الحرية المناسب من المعادلة التالية:

عدد درجات الحرية = (عدد العشائر المختبرة – ١) × (عدد الفئات بكل عشيرة–١)

أى يكون عدد درجات الحرية فى هذا المثال: (٢–١) × (٢ – ١) =١

ويعد احتمال ٠,٠٥ هو الحد الفاصل بين قيم مربع كاى الجوهرية (الأعلى من ٠,٠٥) وغير الجوهرية (٠,٠٥ أو أقل) وتدل القيم الجوهرية على أن العشيرتين مختلفتان وراثيًا – عن بعضهما. أما القيم غير الجوهرية .. فتدل على أن العشيرتين متشابهتان فى درجة مقاومتهما للمرض، وأن فرقا بينهما – بالقدر المشاهد، أو أكبر منه – لا يتوقع حدوثه بالمصادفة، إلا فى ٥٪ أقل من الحالات المشابهة (Briggs & Knowles ١٩٦٧).

ولمزيد من التفاصيل عن استعمالات اختبار مربع كاى .. يراجع أحد مراجع الإحصاء، مثل: Snedecor & Cochran (١٩٦٧)، و Little & Hills (١٩٧٨)، و Gomez & Gomez (١٩٨٤).

الخريطة الكروموسومية

يمكن بدراسة الانعزال فى ثلاثة جينات تُحمل على كروموسوم واحد تحديد نسبة الانعزال المزدوج double crossing over. وترتيب الجينات على الكروموسوم بالنسبة لبعضها البعض؛ فيما يعرف باسم الخريطة الكروموسومية chromosome map.