

الجزء الثامن

القياس

MEASURE

obeikandi.com

الدرس السادس :

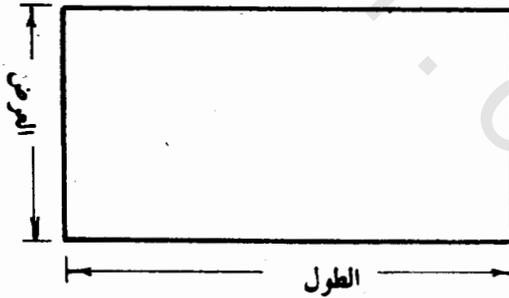
المساحات Area

[٦ - ١] عام :

في هذا الدرس ستعرض بإيجاز لما سبق دراسته في الجزئين الأول والثاني عن المساحات .

١ - مساحة المستطيل :

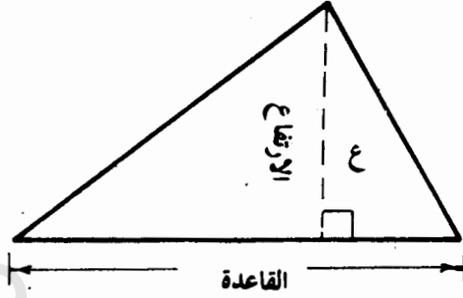
المساحة = الطول \times العرض وحدة مربعة



شكل [٦ - ١]

٢ - مساحة المثلث :

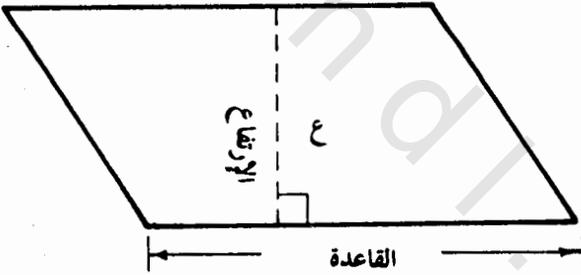
$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} \text{ القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$



شكل [٦ - ٢]

٣ - مساحة متوازي الأضلاع :

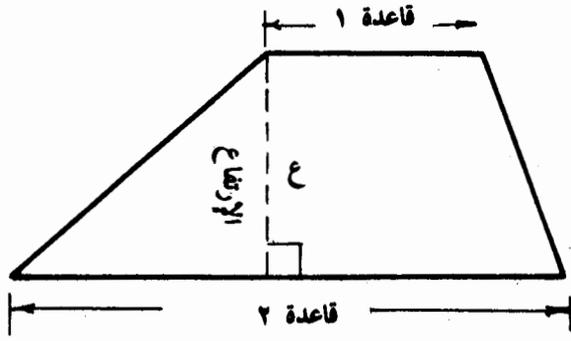
$$\text{المساحة} = \text{طول القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$



شكل [٦ - ٣]

٤ - شبه المنحرف :

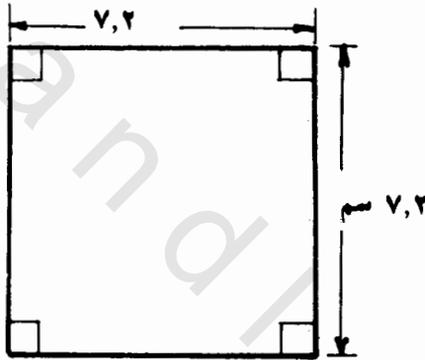
$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} \text{ مجموع القاعدتين المتوازيتين} \times \text{الارتفاع المحصور بينهما}$$



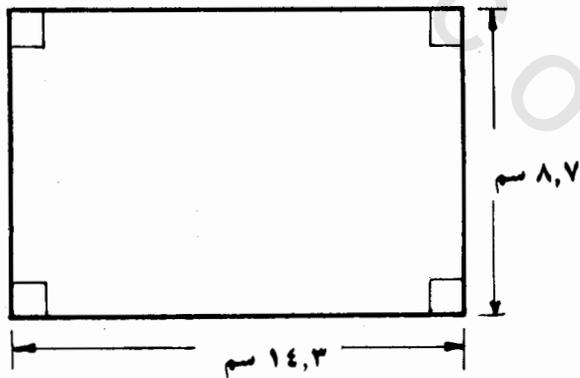
شكل [٤ - ٦]

[٢ - ٦] تدريبات :

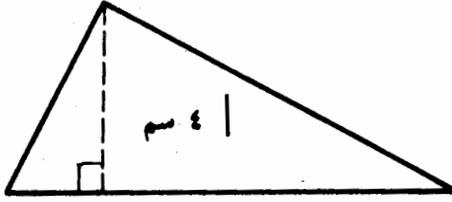
(١) باستخدام ما تعلمته في الجزئين الأول والثاني ، أوجب مساحة الأشكال التالية :



شكل [٨ - ٦] أ

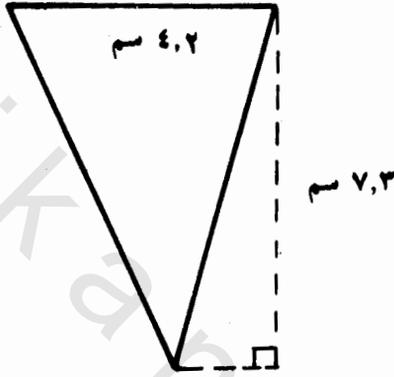


شكل [٨ - ٦] ب

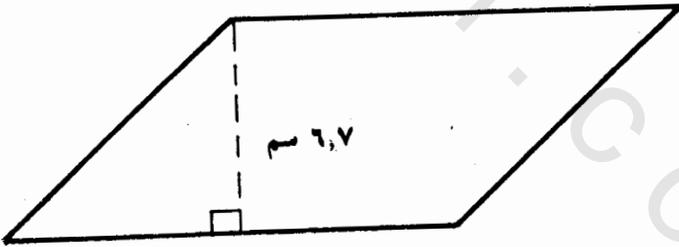


٩ سم

شکل [٥-٦] ج

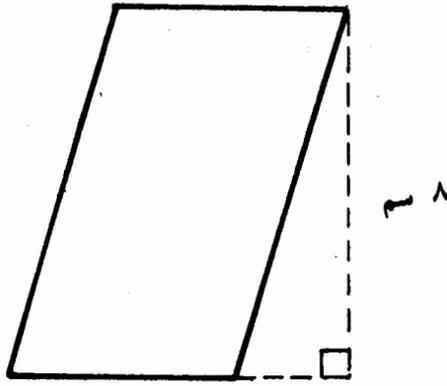


شکل [٥-٦] د



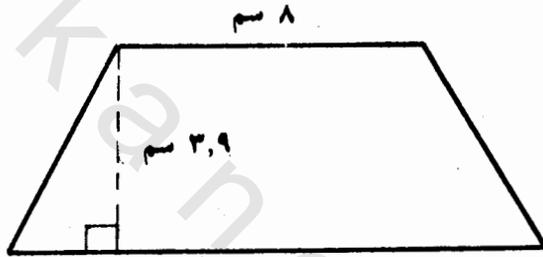
١٢ سم

شکل [٥-٦] ح



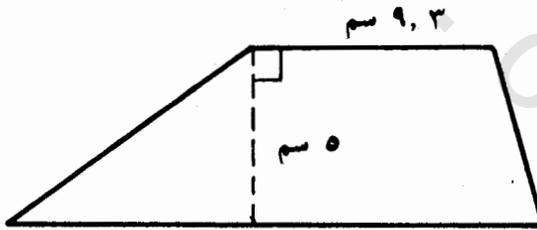
۳,۵ سم

شکل [۵-۶] و



۱۲,۶ سم

شکل [۵-۶] ذ



۱۴,۸ سم

شکل [۵-۶] ح

(٢) أوجد مساحة مربع طول ضلعه ١٣,٥ سم .

(٣) احسب مساحة قطعة أرض مستطيلة طولها ١٥,٧ متراً وعرضها ٦,٩ متراً .

(٤) مثلث ا ب ج قائم الزاوية في ب ، طول ضلعي القائمة ب = ١ ، ٣ ، ٩ سم ، ب ج = ٢,٧ سم ، احسب مساحة المثلث .

(٥) مثلث ا ب ج قائم الزاوية في ب وأطوال أضلاعه هي ٦ ، ٨ ، ١٠ سم ، فاحسب طول العمود النازل من رأس القائمة ب على أطول ضلع بالمثلث .

□ للإسترشاد :

[يمكنك حساب مساحة المثلث ، ثم اعتبار الضلع الأطول بالمثلث كقاعدة ، ومن هنا احسب الارتفاع المطلوب بمعرفة المساحة] .

(٦) متوازي أضلاع ، طول ضلعين منه ١٤ سم ، ٨ سم ومساحته ٤٩ سم^٢ ، فاحسب المسافة العمودية بين كل زوج من أضلاعه المتوازية .

(٧) شبه منحرف طول قاعدتيه المتوازيتين ١٨ سم ، ١٢ سم ويعدا عن بعضهما بمسافة عمودية قدرها ٧ سم ، احسب مساحته

(٨) مثل ا ب ج مساحته ٩٠ سم^٢ فيه ب ج = ١٦ سم :

(أ) احسب المسافة العمودية بين الرأسى ا والضلع ب ج .

(ب) يبلغ عرض مستطيل ، ١٠ سم بينما تبلغ مساحته ٣ أضعاف مساحة المثلث ا ب ج ، فاحسب هذا المستطيل .

(٩) احسب مساحة الدوائر التالية :

(أ) دائرة نصف قطرها ١٥ سم .

(ب) دائرة قطرها ٣٧,٢ متراً .

(ج) دائرة قطرها $\frac{٢٢}{٧}$ متر

(١٠) دائرة مساحتها ٣١٠ سم^٢ احسب طول قطرها .

الدروس السابعة :

مساحة المثلث

Area of a triangle

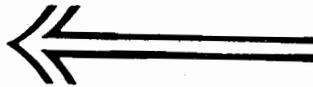
[٧ - ١] مقدمة :

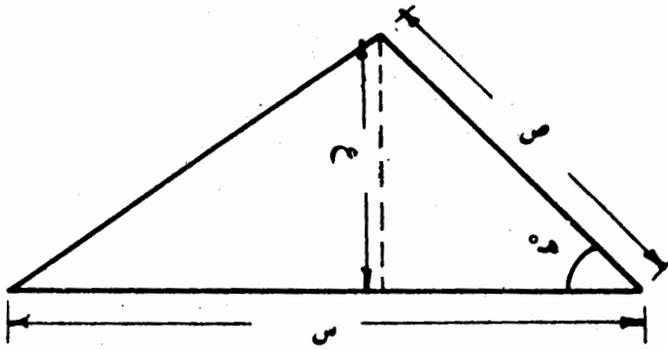
تعرضنا في الجزء الأول لإيجاد مساحة المثلث بالاعتماد على طريقة القاعدة والارتفاع ، إلا أنه توجد طريقتان مستعملتان بكثرة ، كذلك لتعيين مساحة المثلث ، اعتماداً على المعلومات المعطاة لنا .

[٧ - ٢] الطريقة الأولى : بمعلومية ضلعين والزاوية المحصورة بينهما أو باستخدام النسب المثلثية *The trigonometric method*

تستخدم هذه الطريقة في إيجاد مساحة المثلث عندما يكون لدينا ومعروفاً
سبعين من أضلاع المثلث ، والزاوية المحصورة بينهما .

انظر شكل (٧ - ١) :





شكل [٧ - ١]

مساحة المثلث = $\frac{1}{2} \times س \times ع$

ولكن $\frac{ع}{ص} = جا ه$ $\therefore ع = ص \times جا ه$

\therefore مساحة المثلث = $\frac{1}{2} \times س \times ص \times جا ه$

\therefore مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب أى ضلعين مضروباً في جيب الزاوية المحصورة بينهما .

□ ملحوظة :

جا ه هي أحد النسب المثلثية والتي سوف نتعرض لها بالتفصيل مؤخراً في هذا الكتاب .

وباستخدام الآلة الحاسبة ، فإنه يمكن إيجاد جيب أى زاوية ، وذلك بتسجيل قيمة الزاوية ثم الضغط على مفتاح Sin X .

□ مثال :

استخدم آتلك الحاسبة في إيجاد قيم جيوب الزوايا الآتية :

(١) جا ٣٠ ° (٢) جا ٦٠ ° (٣) جا ٨٩ ° (٤) جا ٩٠ °

□ الحل :

يرمز للجيب بالرمز جا وسوف نستخدم المقابل له وهو Sin عند التعرض لإيجاده بالآلة الحاسبة .

(١) حا $\sin 30 = 0.5$ ،

(أ) تُدخل رقم ٣٠ على الآلة الحاسبة .

(ب) نضغط على مفتاح $\sin X$ فنحصل على الإجابة مباشرة

∴ حا $0.5 = \frac{1}{2}$

(٢) حا $\sin 60 = 0.866$ وبنفس الخطوات السابقة .

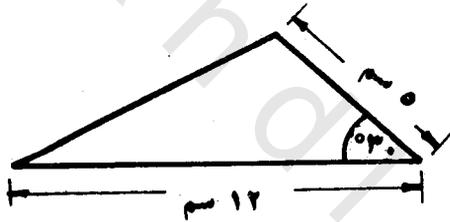
∴ حا $0.866 = \sin 60$ تقريباً .

(٣) حا $0.99985 = \sin 89$ تقريباً

(٤) حا $1 = \sin 90$

□ مثال (١) :

لإيجاد المساحة بطريقة النسب المثلثية السابقة أوجد مساحة المثلث
المبين في شكل (٧ - ٢)



شكل [٧ - ٢]

□ الحل :

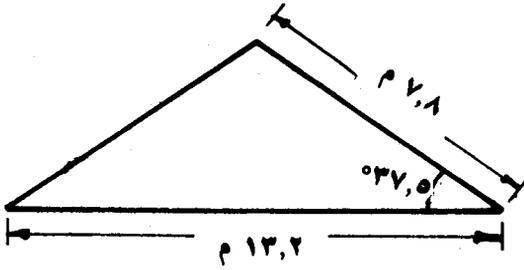
المساحة = $\frac{1}{2} \times 12 \times 5$ حا ٣٠

= $\frac{1}{2} \times 30 = 15$ سم^٢

□ مثال (٢) :

أوجد مساحة قطعة أرض على شكل مثلث في شكل (٧ - ٣) ، طول
ضلعين من أضلاعه (٨، ٧ متر) ، (٢، ١٣ متر) والزوايا المحصورة بينهما
مقدارها (٥٣٧، ٥) درجة ،

□ الحل :



شكل [٧ - ٣]

المساحة : $\frac{1}{2}$ س ص × حاه كما سبق

$$= \frac{1}{2} \times 7.8 \times 13.2 \times \sin(37.5) =$$

$$= 31.339 \approx 31.3 \text{ متر}^2$$

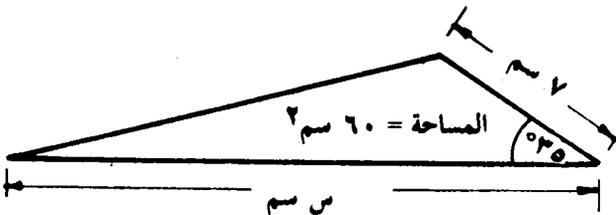
[نُسجل أولاً 37,5 ثم نضغط على مفتاح Sin X ثم نضرب في 7,8 ثم في 13,2 ثم في $\frac{1}{2}$ فنحصل على الجواب] .

وبلاحظ بالقانون السابق أنه يمكن إيجاد طول ضلع من أضلاع المثلث إذا علمنا مساحة المثلث وأحد أضلاعه والزاوية المحصورة بين الضلع المجهول والضلع المعروف .

□ مثال :

أوجد طول الضلع المجهول بالمثلث المبين بشكل (٧ - ٤) والمرموز له بالرمز س سم .

□ الحل :



شكل [٤ - ٧]

المساحة : $\frac{1}{2} \times 7 \times 35$ حـا

$$\therefore \frac{7}{2} \times 35 = 120$$

$$\therefore 7 \times 35 = 120 \times 2$$

$$\therefore \text{س} = \frac{120}{7 \times 35}$$

ويكون تسلسل الخطوات على الآلة الحاسبة كالتالى :

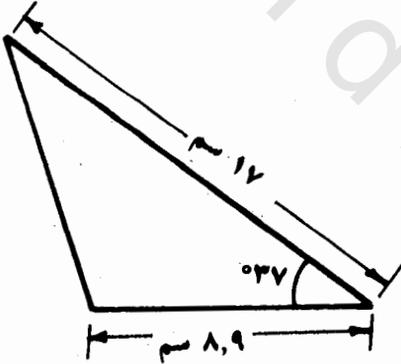
نسجل رقم ١٢٠ ثم مفتاح \div ثم ندخل الرقم ٧ ثم مفتاح \div ثم ندخل رقم ٣٥ ثم مفتاح $\sin X$ ثم مفتاح $=$

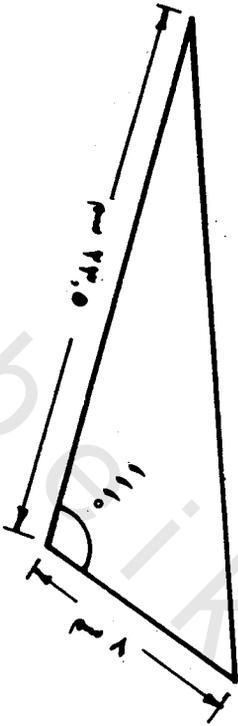
فحصل على الإجابة وهى :

س = ٢٩,٨٨ سم تقريباً وهو طول الضلع المجهول .

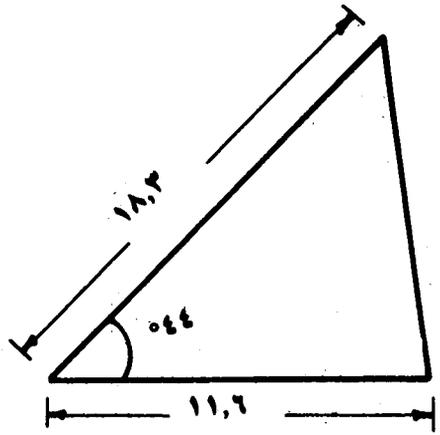
[٣ - ٧] **تقريبات :**

(١) أوجد مساحة المثلثات الميينة فى شكل [٥ - ٧]

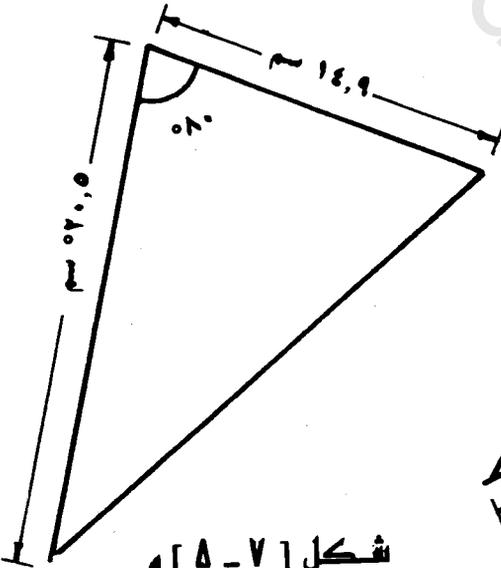




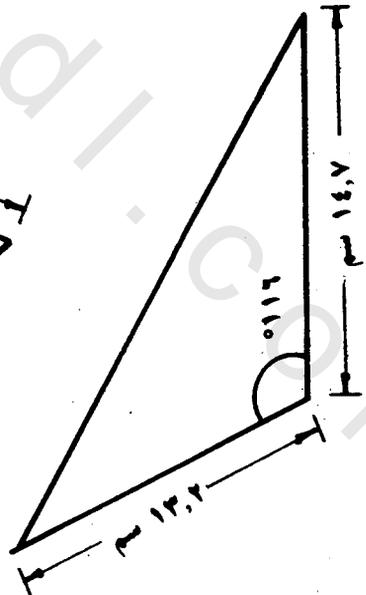
شکل [Δ - ۵] ط



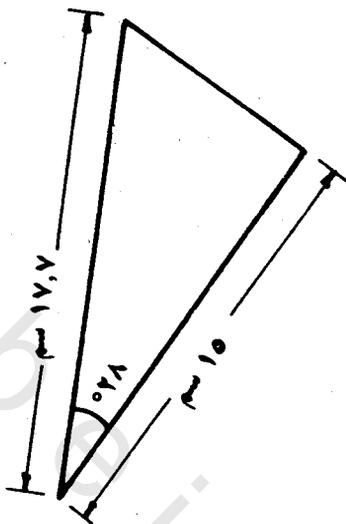
شکل [Δ - ۷] چ



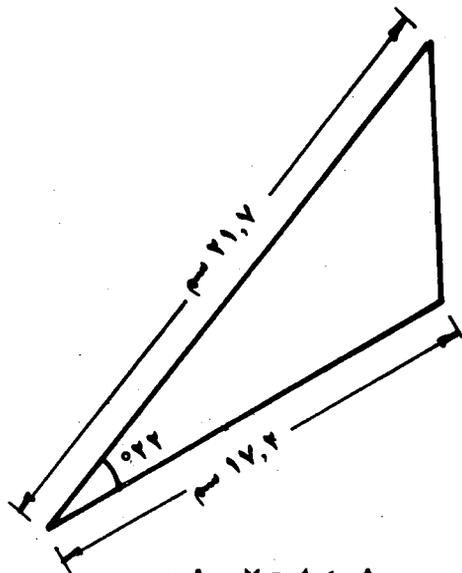
شکل [Δ - ۷] و



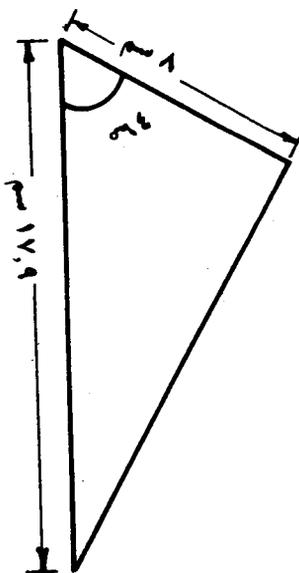
شکل [Δ - ۷] ح



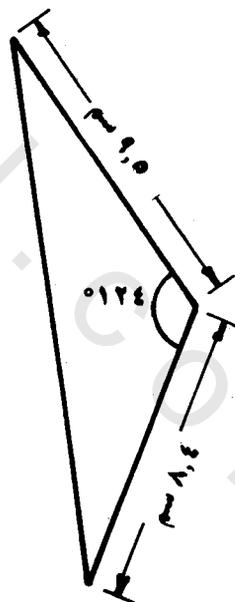
شکل [Δ - ۷] ح



شکل [Δ - ۷] ذ



شکل [Δ - ۷] ح



شکل [Δ - ۷] ط

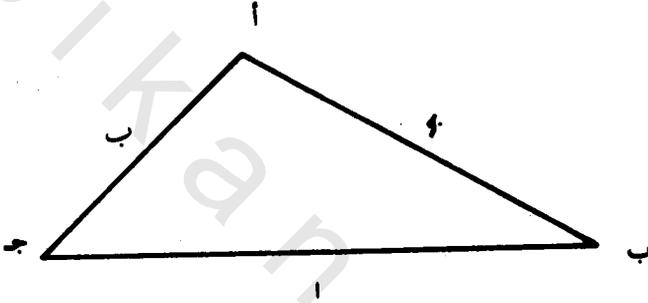
[٧ - ٤] الطريقة الثانية : طريقة هيرو

Hero's method

يُعتبر هيرو ، من قدامى علماء الرياضيات ، أول من اكتشف العلاقة بين مساحة المثلث وأطوال أضلعه الثلاثة والمحيط وتنص هذه العلاقة على ما يلي :

$$\text{مساحة المثلث} = \sqrt{ح(ح-ا)(ح-ب)(ح-ج)}$$

انظر شكل (٧ - ٦) ،



شكل [٧ - ٦]

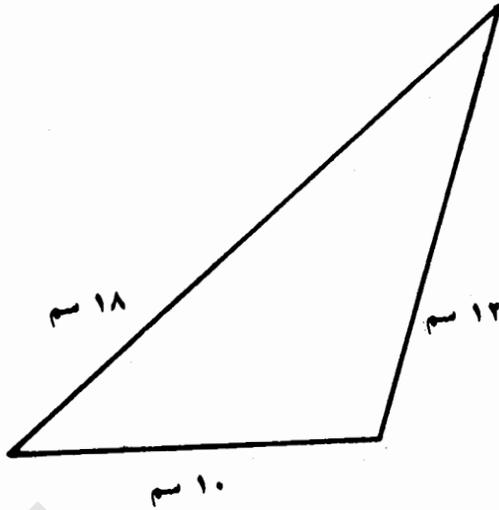
$$\text{حيث } ح = \frac{1}{2} \text{ محيط المثلث} = \frac{1}{2} (ا + ب + ح)$$

□ مثال (١) :

أوجد مساحة مثلث أطوال أضلعه : ١٠ سم ، ١٢ سم ، ١٨ سم

□ الحل :

أولاً يلزم إيجاد طول محيط المثلث ومن ثم إيجاد قيمة ح



شكل [٧-٧]

$$\therefore \text{ح} = \frac{1}{2} [ا + ب + ج]$$

$$20 \text{ سم} = 40 \times \frac{1}{2} = [18 + 12 + 10] \times \frac{1}{2} =$$

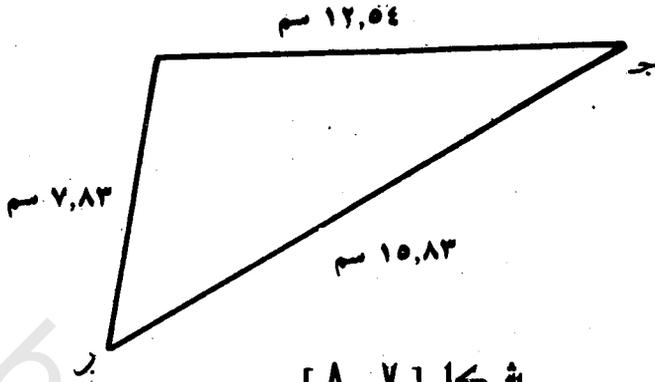
$$\begin{aligned} \therefore \text{المساحة} &= \sqrt{\text{ح} (ا - \text{ح}) (ب - \text{ح}) (ج - \text{ح})} \\ &= \sqrt{(18 - 20) (12 - 20) (10 - 20) 20} \\ &= \frac{2 \times 8 \times 10 \times 20}{2} \\ &= \sqrt{3200} = 56,57 \text{ سم}^2 \text{ تقريباً.} \end{aligned}$$

□ مثال (٢) :

أوجد مساحة المثلث ا ب ج الذي أطوال أضلعه كالتالي : ب ج = ١٥,٨٣ سم ، ج ا = ١٢,٥٤ سم ، ا ب = ٧,٨٣ سم ،

□ الحل :

انظر شكل (٧ - ٨)



شكل [٨ - ٧]

$$[\text{ب ج ا} + \text{ج ا ج} + \text{ج ا ب}] \frac{1}{2} = \text{ح}$$

$$[7,83 + 12,04 + 10,83] \frac{1}{2} =$$

$$[30,7] \frac{1}{2} = 15,35 \text{ سم}$$

$$\therefore \text{المساحة} = \sqrt{\text{ح} (\text{ح} - \text{ا}) (\text{ح} - \text{ب}) (\text{ح} - \text{ج})}$$

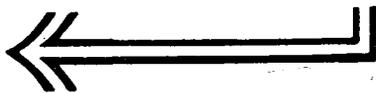
$$= \sqrt{(15,35 - 7,83) \times (15,35 - 12,04) \times (15,35 - 10,83) \times 15,35}$$

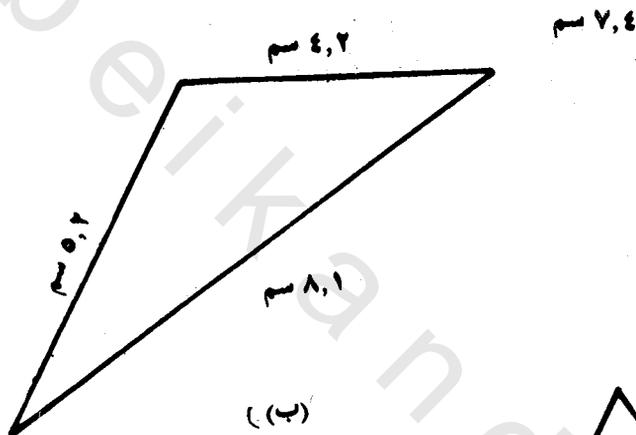
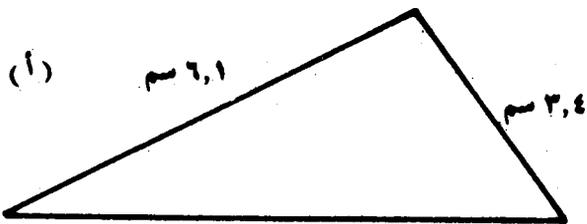
$$= \sqrt{2346} \text{ سم}^2$$

$$= 48,44 \text{ سم}^2$$

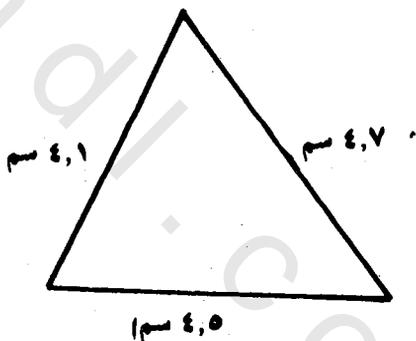
[٥ - ٧] تدريبات :

١) أوجد مساحة المثلثات الميئة في شكل [٩ - ٧] .

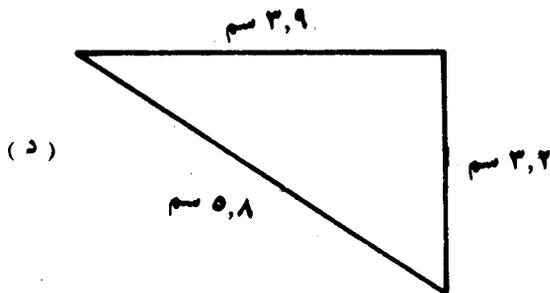




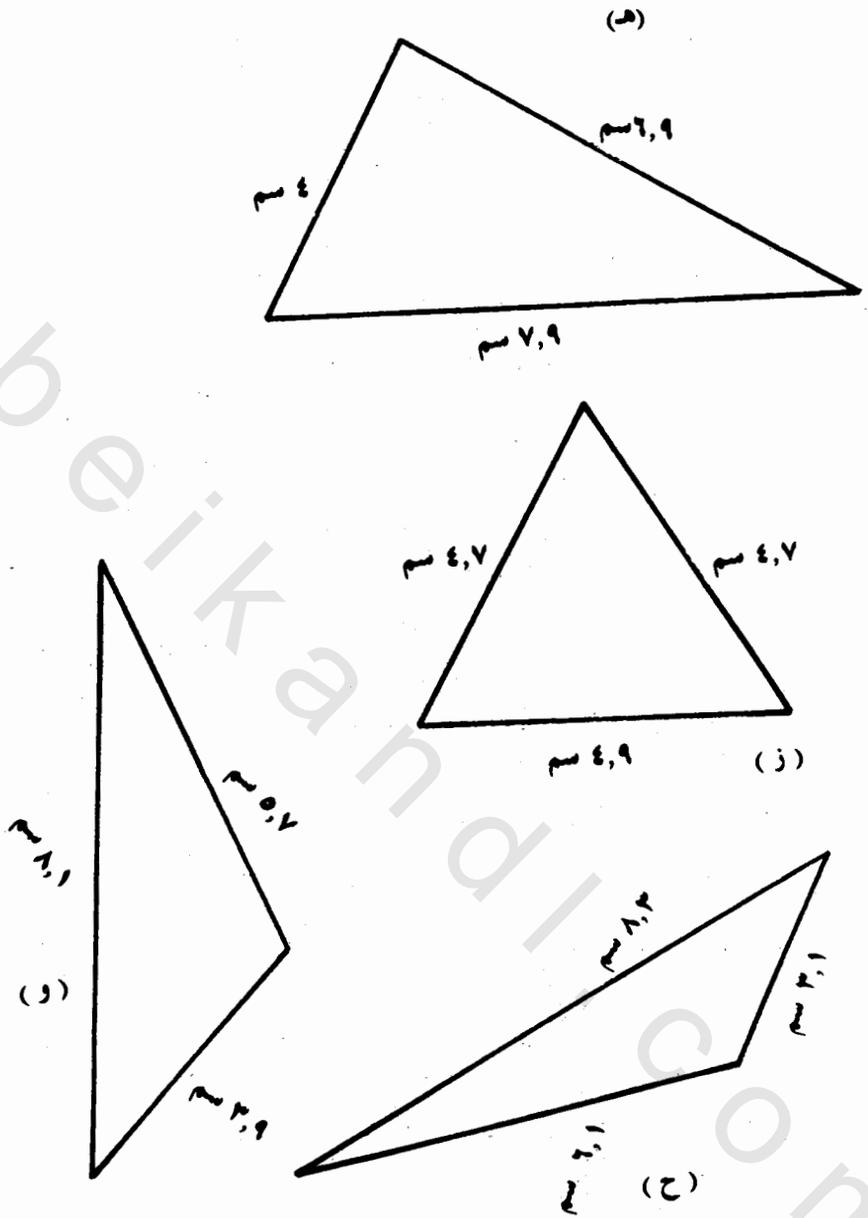
(2)



(3)

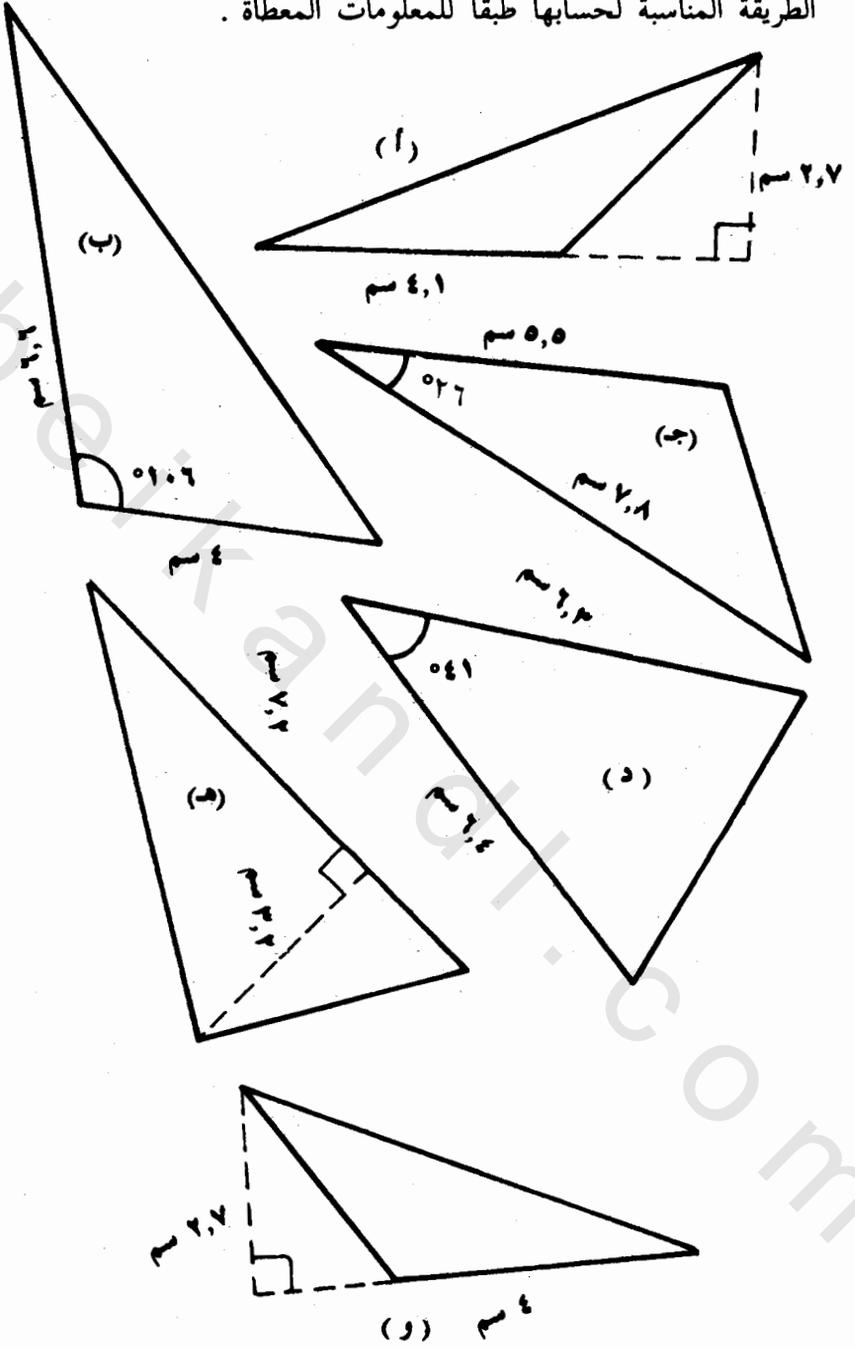


1)



شكل [4 - 7] (ا - ج)

(٢) أوجد مساحة المثلثات الميينة في شكل [٧ - ١٠] ، مستخدماً الطريقة المناسبة لحسابها طبقاً للمعلومات المعطاة .



شكل [٧ - ١٠] (أ - ف)

مساحة متوازي الأضلاع Area of a parallelogram

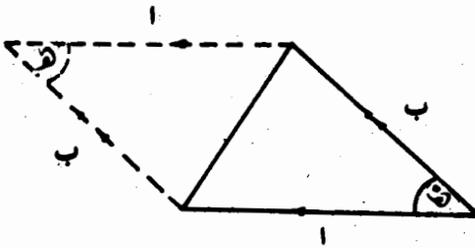
[٨ - ١] عام :

علمنا من الجزء الأول أن مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة \times الارتفاع العمودي عليها .

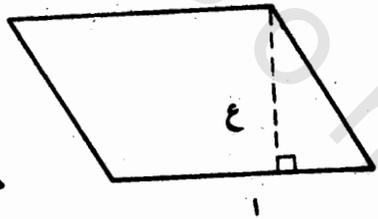
$$\text{أى س} = \text{أ} \times \text{ع}$$

إلا أنه توجد طريقة أخرى لحساب مساحة مبنية على نفس فكرة حساب مساحة المثلث بمعلومية النسب المثلثية ،

وحيث أن مساحة المثلث يمكن حسابها كما سبق في الدرس السابع بند (٧ - ٢) بمعلومية ضلعين والزاوية المحصورة بينهما وذلك باعتبار أن متوازي الأضلاع ، عبارة عن مثلثين متساويين في المساحة تماماً ، انظر شكل (٨ - ١) .



المساحة = $a \times b$ جا هـ



المساحة = $a \times c$

(١) شكل [٨ - ١] (أ ، ب) (ب)

وعلى ذلك فإن مساحة متوازي الأضلاع بطريقة النسب المثلثية :

trigono metric method

$$= \text{ضعف} \left[\frac{1}{2} \times \text{ب جا هـ} \right]$$

$$= \text{ا ب جا هـ} .$$

□ مثال (١) :

أوجد مساحة متوازي الأضلاع الموضح مشكل (٨ - ٢)

□ الحل :



شكل [٢ - ٨]

المساحة = ا ب جا هـ

$$= ٩ \times ٦ \text{ جا } ٣٠ =$$

$$= ٥٤ \times \frac{1}{2} = ٢٧ \text{ سم}^٢$$

ونعود مرة ثانية لتؤكد على أنه إذا عُلمت مساحة وطول أحد ضلعيه والزاوية المحصورة . فإنه يمكن إيجاد طول الضلع الآخر .

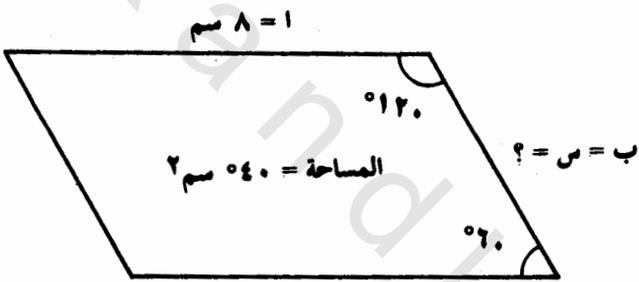
□ مثال (٢) :

في شكل [٣ - ٨] ، متوازي أضلاع مساحته = ٤٠ سم^٢ وطول أحد ضلعيه ٨ سم والزاوية بين ضلعيه هي ١٢٠° فأوجد طول الضلع المجهول ؟

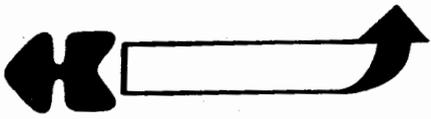
□ الحل :

المساحة : ا ب حا ١٢٠

$$\therefore ٤٠ = ٨ \times س \times ٠,٨٦٦$$



شكل [٣ - ٨]



∴ س = $\frac{40}{0,866 \times 8} = 5,77$ سم . وهو طول الضلع المجهول

ويلاحظ أن حا ١٢٠ = حا ٦٠ = حا (١٨٠ - ١٢٠)

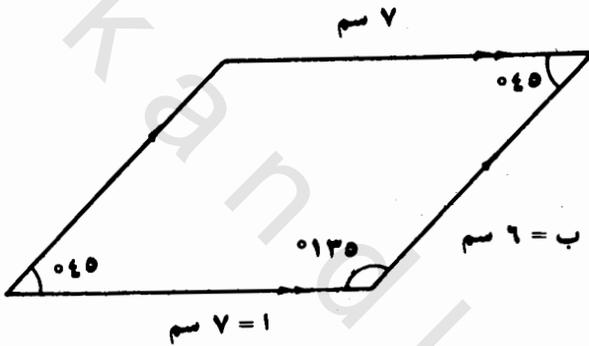
= حا (١٨٠ - ٥)

ومن ثم فالمساحة = ا ب حا ٦٠

□ مثال (٣) :

أوجد مساحة متوازي الأضلاع بالشكل [٤ - ٨]

□ الحل :



شكل [٤ - ٨]

المساحة = ا × ب × حا ١٣٥

= ا × ب × حا ٤٥

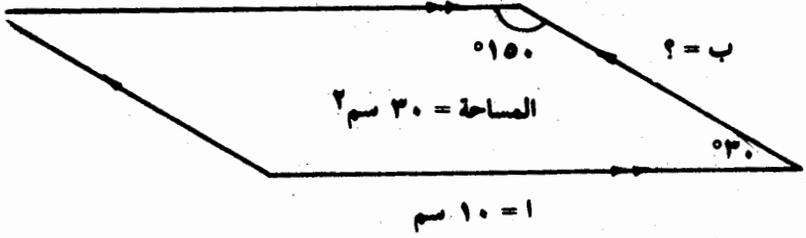
= ٧ × ٦ × ٠,٧٠٧

= ٢٩,٧ سم^٢

□ مثال (٤) :

أوجد مساحة متوازي الأضلاع بالشكل [٥ - ٨]

□ الحل :



شكل [٨ - ٥]

الحل

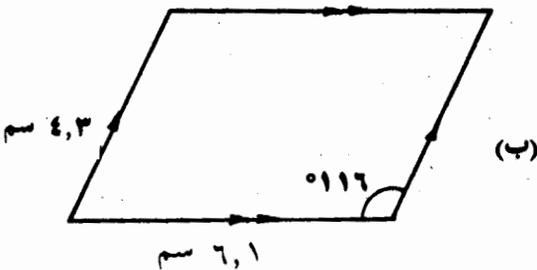
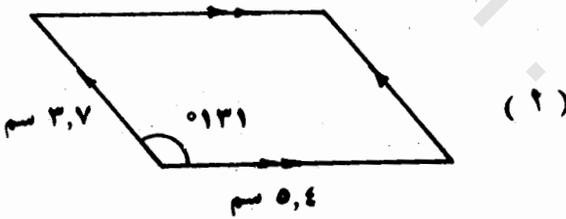
$$\text{المساحة} = ١ \times \text{ب} \times \text{ح} = ٣٠$$

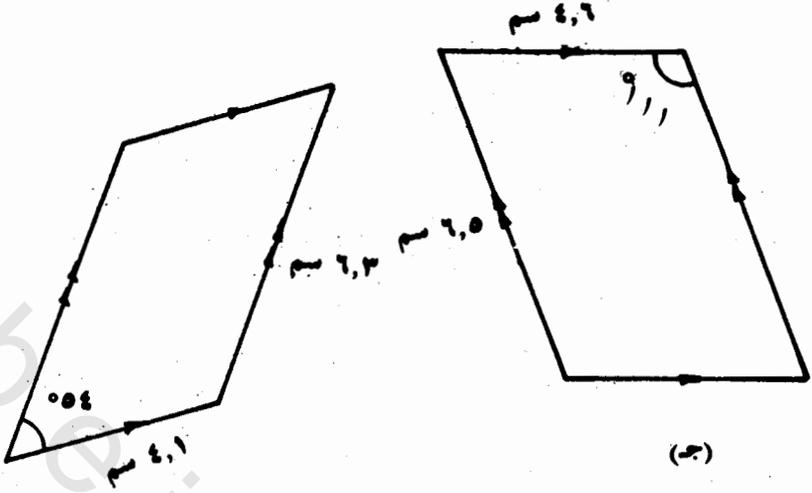
$$\therefore ٣٠ = \frac{١}{٢} \times \text{ب} \times ١٠$$

$$\therefore \text{ب} = ٦ \text{ سم}$$

[٨ - ٢] تدريبات :

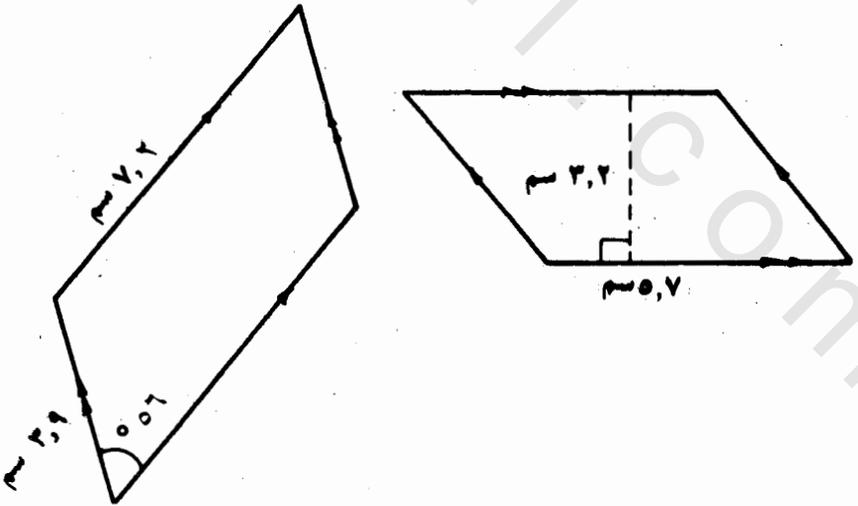
(١) أوجد مساحة متوازيات الأضلاع التالية مستخدماً طريقة النسب المثلثية ، انظر شكل [٨ - ٦] .

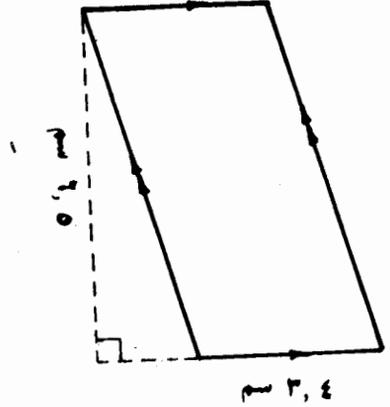
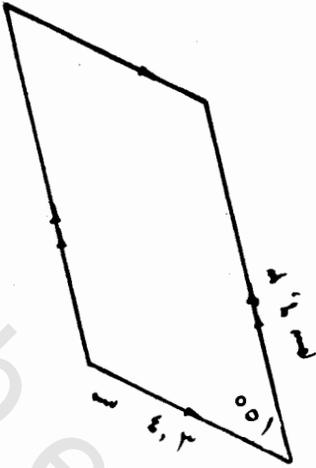




شكل [٦ - ٨] (أ ، ب ، ج ، د)

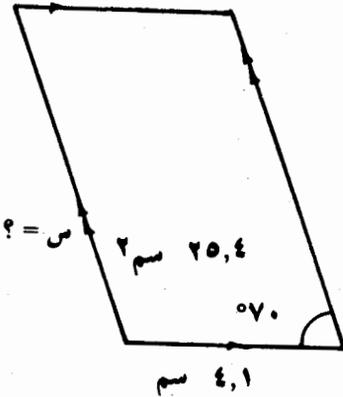
(٢) أوجد مساحة متوازيات الأضلاع التالية مستخدماً الطريقة المناسبة لذلك ، انظر شكل [٧ - ٨] .





شكل [٧ - ٨] (أ ، ب ، ج ، د)

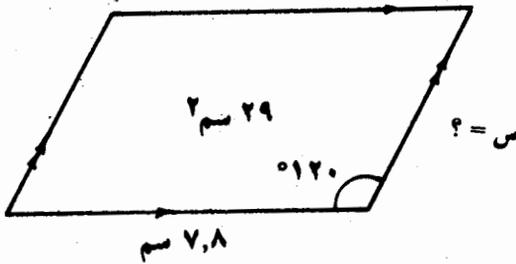
(٣) أوجد طول الضلع المجهول في متوازيات الأضلاع التالية ، والمرموز له بالرمز س ، انظر شكل [٨ - ٨]



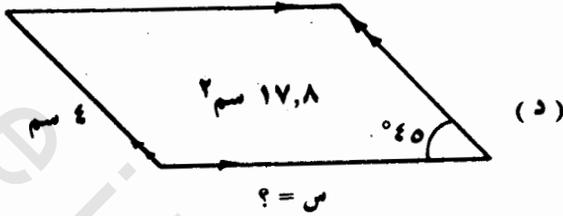
(ب)



(أ)



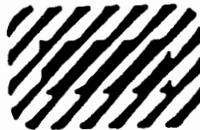
(ج)



(د)

شكل [٨ - ٨] (أ ، ب ، ج ، د)

- (٤) أوجد مساحة المثلث ا ب ح ، الذي فيه ا ب = ٨ سم ، ب ج = ٩ سم ، زاوية ا ب ج = ٥٧°
- (٥) أوجد مساحة المثلث ا ب ج ، الذي فيه ا ب = ٧,٢ سم ، ب ج = ١٣,٤ سم ، زاوية ا ب ج = ١٠٠° .
- (٦) أوجد مساحة متوازي أضلاع طولاه ضلعيه المتجاورين ، ٩ سم ، ١١ سم والزاوية المحصورة بينهما = ١٣٥° .
- (٧) مساحة متوازي أضلاع ٤٣ سم فيه طولاه ضلعيه متجاورين ٧ سم ، ٩ سم ، احسب الزاوية المحصورة بينهما الحادة والمنفرجة .



الدرس التاسع :

المساحة الدائرية

Circular area

[٩ - ١] مقدمة :

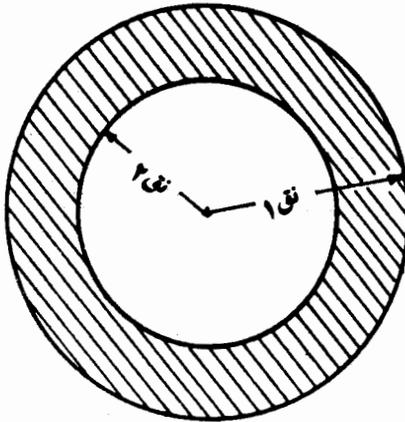
تعرضنا فى الجزء السابق (الكتاب الثانى) إلى كل من مساحة ومحيط الدائرة ونحن الآن بصدد التعمق أكثر لمعرفة كيفية حساب مساحة حلقة دائرية أو طول قوس ومساحات القطاعات الدائرية .

[٩ - ٢] مساحة الحلقة الدائرية

Areas of rings, Washers

فى شكل (٩ - ١) ، تُسمى المساحة المظللة بالحلقة ، ويمكن بسهولة حسابها وذلك بطرح مساحة الدائرة الداخلية من مساحة الدائرة الكلية (الكبرى - الخارجية) .

ويجب أن لا نغفل ، عن أن مساحة الدائرة = πr^2 حيث r هى النسبة الثابتة ، r هو نصف قطر الدائرة .



شكل [٩ - ١]

ولنفترض أن نصف قطر الدائرة الخارجية هو نق_١ ، وأن نصف قطر الدائرة الداخلية هو نق_٢ ، كما هو مبين بالشكل .

∴ مساحة الجزء المظلل - الحلقي = ط نق_١ - ط نق_٢ = ط (نق_١ - نق_٢)

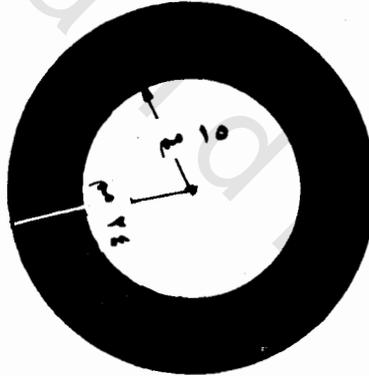
□ مثال :

أوجد مساحة وردة 'Washer' . قطرها الخارجى ٤٨ مم وقطرها الداخلى

$$٣٠ \text{ مم} \text{ اعتبر } ط = \frac{٢٢}{٧}$$

□ الحل :

انظر شكل [٩ - ٢]



شكل [٩ - ٢]

من معطيات المسألة :

$$\therefore \text{نق}_١ = \frac{٤٨}{٢} = ٢٤ \text{ سم}$$

$$\text{نق}_٢ = \frac{٣٠}{٢} = ١٥ \text{ سم}$$

وتكون مساحة الجزء المظلل = ط نق_١ - ط نق_٢

$$= ط (نق_١ - نق_٢)$$

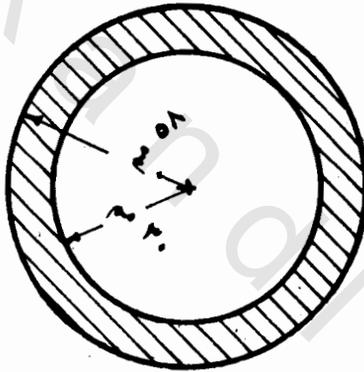
$$= \left[٢(١,٥) - ٢(٢,٤) \right] \frac{٢٢}{٧} =$$

$$= ١١,٠٣ \text{ مم}^٢ = ٣,٥١ \times \frac{٢٢}{٧} = [٢,٢٥ - ٥,٧٦] \frac{٢٢}{٧} =$$

$$= ١١,٠٣ \text{ سم}^٢ \text{ تقريباً .}$$

[٣ - ٩] تدريبات :

(١) احسب المساحة المظلمة في الشكل (٩ - ٣) .



شكل [٣ - ٩]

(٢) وردة معدنية ، قطرها الخارجى ٥,٥ سم وقطرها الداخلى ٣,٢ سم ،

أوجد مساحة سطح المعدن [اعتبر ط = $\frac{٢٢}{٧}$]

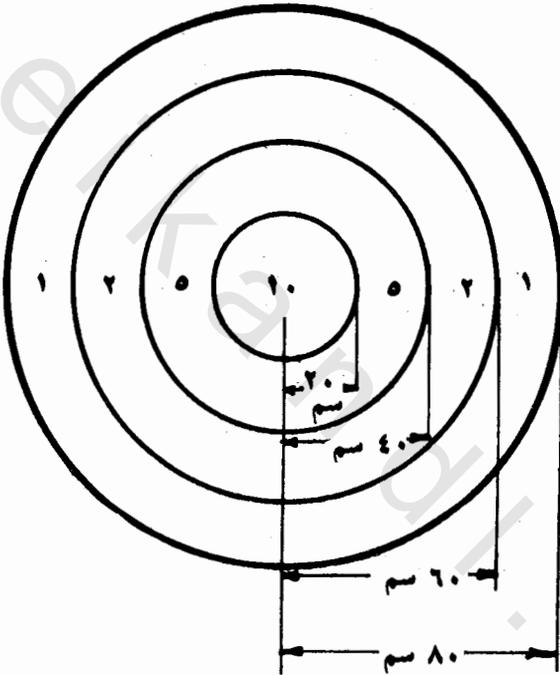
(٣) بحيرة اصطناعية يحيط بها طريق منتظم ، عرضة ٣ أمتار فإذا كانت

مساحة سطح البحيرة هي ١٥٤٠٠ متر مربع ، باعتبار ط = $\frac{٢٢}{٧}$ ، أوجد

مساحة الطريق بالأمتار المربعة .

(٤) شكل [٤ - ٩] يوضح إحدى علامات النيشان للتدريب على الرماية ، وباعتبار ط = $\frac{22}{7}$ ، أوجد :

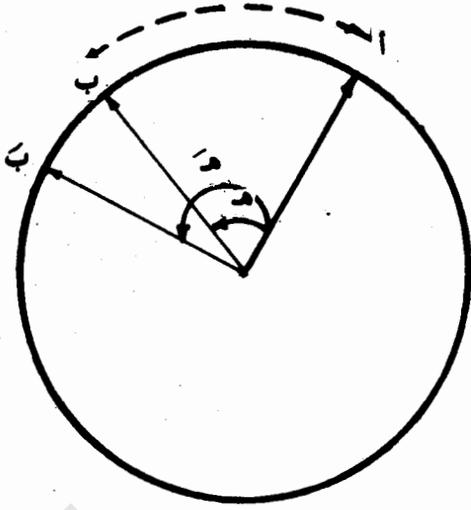
- (أ) مساحة مركز علامة التنشين العلامة « ١٠ »
 (ب) مساحة الحلقة « ٥ » .
 (ج) مساحة الحلقة « ٢ » .
 (د) مساحة الحلقة « ١ » .



(٥) نافورة مياه نصف قطرها ٧ أمتار يراد تبليط طريق حولها بعرض ٢,٥ متر ، احسب المساحة المراد تبليطها .

[٤ - ٩] حساب طول القوس الدائري وزاوية القطاع الدائري :

من شكل [٥ - ٩] يتضح أن هنالك علاقة بين طول جزء من محيط أى دائرة ، والزاوية المركزية المقابلة لها .



شكل [٤ - ٩]

ومن الواضح أن نسبة طول القوس إلى طول المحيط كنسبة زاوية القوس إلى ٣٦٠ .

$$\text{أى } \frac{\text{ب}}{٣٦٠}$$

$$\text{وعلى ذلك فطول القوس } \text{ب} = ٣٦٠ \times \frac{\text{ب}}{٣٦٠} \text{ ط نق}$$

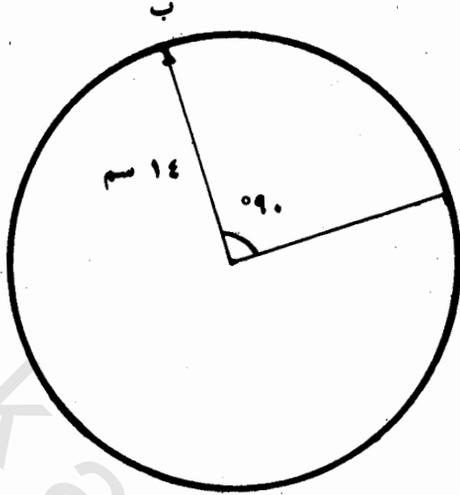
حيث (٣٦٠ ط نق = طول محيط الدائرة)

□ مثال (١) :

أوجد طول القوس ا ب بالدائرة الموضحة في شكل (٩ - ٦) ، اعتبر

$$\frac{٢٢}{٧} = \text{ط}$$

□ الحل :



شكل [4 - 7]

محيط الدائرة = 2 ط نق

$$14 \times \frac{22}{7} \times 2 =$$

$$= 88 \text{ سم}$$

$$\text{وطول القوس} = 2 \text{ ط نق} \times \frac{90}{360} = 88 \times \frac{90}{360} = 22 \text{ سم}$$

ويلاحظ أن الزاوية 90 يقابلها $\frac{1}{4}$ محيط الدائرة . وعلى ذلك فطول القوس يمكن حسابه بطريقة أخرى وهي :

$$1 \text{ ب} = 14 \times \frac{22}{7} \times 2 \times \frac{1}{4} = 22 \text{ سم}$$

وبطريقة عكسية فإنه إذا علم نصف قطر الدائرة وطول القوس فإنه يمكن إيجاد الزاوية المقابلة للقوس .

[٩ - ٥] تدريبات :

أولاً : عبر عن كل زاوية مما يلي ، في أبسط صورة ، ككسر من ٣٦٠°

١٢٠ (و)	٢٤ (أ)
١٣٦ (ز)	٣٠ (ب)
١٨٠ (ح)	٣٦ (ج)
٢٠٠ (ط)	٥٧,٢٧ (د)
٣١٠ (ى)	١٠٠ (هـ)

ثانياً : أوجد طول القوس لكل من الدوائر التالية المدرجة في جدول (٩ - ١) المبين به محيط الدائرة والزاوية المركزية المقابلة للقوس المطلوب حسابه .

زاوية القطاع	محيط الدائرة
١٢٠°	٣٠ سم
٧٥°	٤٥ متر
٥٣°	٣٠٠ سم
١٤٠°	٤٤٠ سم
٢٦٠°	٥٠٠ متر

جدول (٩ - ١)

ثالثاً : أوجد طول القوس لكل من الدوائر التالية المدرجة في جدول (٢ - ٩) ، المبين به نصف قطر الدائرة والزاوية المركزية المقابلة للقوس المطلوب حسابه ؛

زاوية القطاع	نصف القطر
٥٦.	٩ سم
٥٤٥	١٥ متر
٥٩.	٨ سم
٥١٢.	٧,٥ سم
٥١٨.	٢٠ م

جدول (٩ - ٢)

رابعاً : أوجد زاوية القطاع المقابلة للقوس طبقاً للجدول المرفق ، جدول (٣ - ٩) .

طول القوس	المحيط
٥ سم	٣٠ سم
١٠ متر	٥٠ متر
١٤ متر	٧٠ متر
٧,٥ سم	٢٠ سم
٢١ سم	٧٠ سم

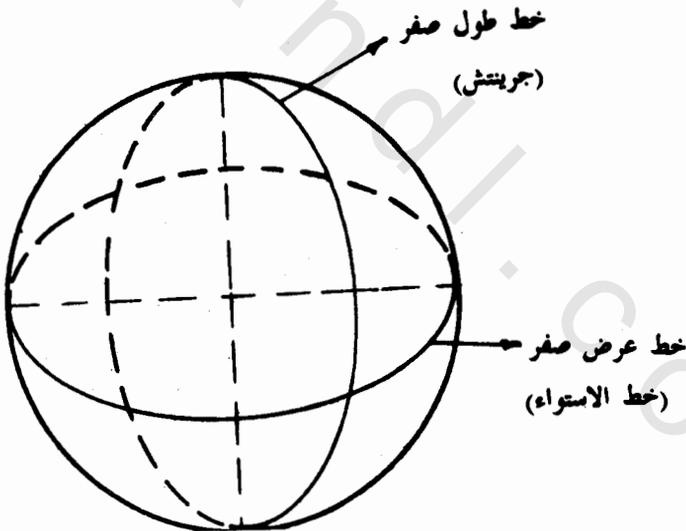
جدول (٩ - ٣)

[٩ - ٦] تطبيقات على إيجاد طول قوس دائرة ، حساب المسافات بين الأماكن المختلفة ، خطوط الطول والعرض :

يعتبر حساب المسافة بين مدينتين أو مكانين على نفس خط الطول على سطح الأرض (أو على نفس خط العرض) ، هو تطبيق عملي مباشر لحساب طول قوس من دائرة .

وخطوط الطول ، هي خطوط وهمية تقسم سطح الأرض طولياً (رأسياً) وتبدأ من القطب الشمالي وتنتهي بالقطب الجنوبي ، وهي مرسومة على خرائط سطح الكرة الأرضية وتعرف بخطوط الزوال وعددها ٣٦٠ خطاً ، منها ١٨٠ خطاً شرق جرينتش ، ١٨٠ خطاً غرب جرينتش وتبلغ المسافة الزمنية بين كل خط والثاني ٤ دقائق .

$$(٣٦٠ \text{ خط} \times ٤ \text{ دقائق} = ١٤٤٠ \text{ دقيقة} \div ٦٠ = ٢٤ \text{ ساعة})$$



شكل [٩ - ٨]

أما خطوط العرض فهي خطوط عرضية تخيلية (أفقية) وعددها ١٨٠ خطاً ، ٩٠ خطاً منها شمال خط الاستواء ، ٩٠ خطاً منها جنوب خط الاستواء .

وباستخدام خطوط الطول والعرض وتقاطع كل منهما يتحدد أى مكان على سطح الكرة الأرضية . وتكون المسافات المحسوبة بهذه الطريقة تقديرية وذلك لأننا نعتبر نصف قطر الأرض ثابت ، والحقيقة غير ذلك .

□ ملحوظة :

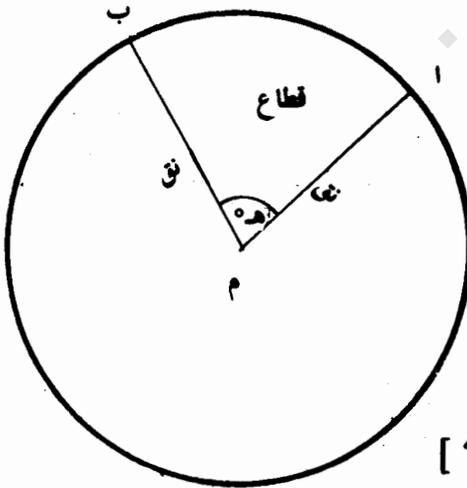
عند كتابة خطوط طول وعرض أى مكان فإنه عادة ، يكتب أولاً خط عرض المكان ثم خط طوله بعد ذلك . مثل مدينة « أ » (٤٥° شمالاً ، ٥٩٠ شرقاً) .

[٧ - ٩] مساحة القطاع الدائرى Sector area

يوضح شكل (٩ - ٩) ، قطاع دائرى وكما اتبعنا عند إيجاد طول قوس بالنسبة للمحيط ، فإنه يتم نفس الشيء عند الرغبة فى إيجاد مساحة قطاع مقارنة بالمساحة الكلية إلا أنه سيتم استخدام المساحة بدلاً من المحيط وبذلك فإن مساحة القطاع

$$= \frac{\text{زاوية القطاع المراد حساب مساحته } \theta^\circ}{360^\circ} \times \text{ط نق}^2$$

حيث ط نق^٢ هى المساحة الكلية للدائرة .



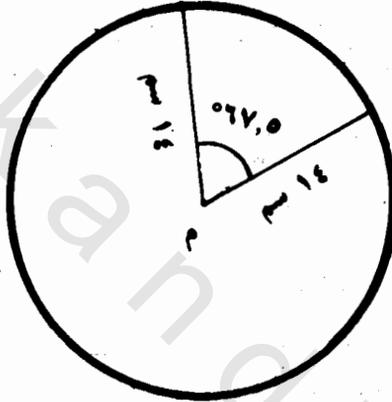
شكل [٩ - ٩]

□ مثال :

أوجد مساحة القطاع الدائري لدائرة نصف قطرها ١٤ سم ، والذي يقابل زاوية مركزية مقدارها ٥٦٧,٥ عند مركز الدائرة ، اعتبر $\pi = \frac{22}{7}$

□ الحل :

نرسم المسألة كما هو موضح بشكل [٩ - ١٠] مبيناً عليه كل مُعطيات المسألة .



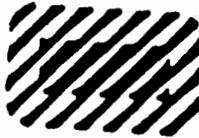
شكل [٩ - ١٠]

$$\text{مساحة الدائرة} = \pi r^2 = \frac{22}{7} \times 14 \times 14 = 616 \text{ سم}^2$$

وحيث أن الزاوية المقابلة للقطاع هي ٥٦٧,٥

$$\therefore \text{مساحة القطاع} = 616 \times \frac{567,5}{360}$$

$$= 110,5 \text{ سم}^2$$



[٩ - ٨] تدريبات : على مساحة القطاع الدائري
وطول القوس بالدائرة :

أولاً : أوجد مساحة القطاعات الدائرية ، للدوائر المبينة في جدول
(٩ - ٤) ،

زاوية القطاع	مساحة الدائرة
٥٦٠	(أ) ١٢٠ سم ^٢
٤٣٥	(ب) ٣٢٥ سم ^٢
٥١٧٠	(ج) ١٨٠ سم ^٢
٥٨٥	(د) ٢١٧ سم ^٢
٥٥٣	(هـ) ٨٧ سم ^٢

جدول (٩ - ٤)

ثانياً : أوجد الزاوية المركزية للقطاعات المبينة بالجدول (٩ - ٥) ، في
الدوائر المناظرة لكل منها .

مساحة القطاع	مساحة الدائرة
(أ) ٧٠ سم ^٢	٥٠٠ سم ^٢
(ب) ٩٠ سم ^٢	٢٨٠ سم ^٢
(ج) ١٥ سم ^٢	٧٠ سم ^٢
(د) ٢٧ سم ^٢	١٨٩ سم ^٢
(هـ) ١٧٨ سم ^٢	٦٣٠ سم ^٢

جدول (٩ - ٥)

ثالثاً : أوجد مساحة القطاعات الدائرية بالدوائر الميئة بجدول (٩ - ٦) مبن الزاوية المركزية المقابلة لكل قطاع منها .

$$\frac{22}{7} = \text{ط}$$

زاوية القطاع	نصف قطر الدائرة
٥٣٦	(أ) ٨٤ سم
٥٥٤	(ب) ٤٢ م
٥١٨٠	(ج) ٥٦ سم
٥٢١٠	(د) ٧٠ متر
٥٧٢	(هـ) ١٠٥ متر

جدول (٩ - ٦)

رابعاً : أوجد مساحة القطاع للدوائر التالية بجدول (٩ - ٧) والمبين به أنصاف أقطار الدوائر والزاوية المركزية المقابلة لكل قطاع ،

زاوية القطاع	نصف قطر الدائرة
٥١٣٥	(أ) ٢ سم
٥٢٧٠	(ب) ٦٠ سم
٥٤٠	(ج) ٣٠ متر
٥٦٠	(د) ٧٠ م
٥٤٥	(هـ) ٣٦ م

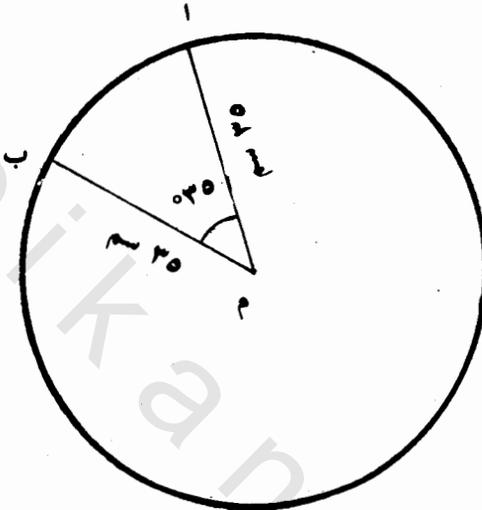
جدول (٩ - ٧)

خامساً : في شكل (٩ - ١١) ، أوجد الآتي :

(أ) طول القوس ا ب

(ب) مساحة القطاع ا م ب

$$\frac{22}{7} = \text{ط} ،$$

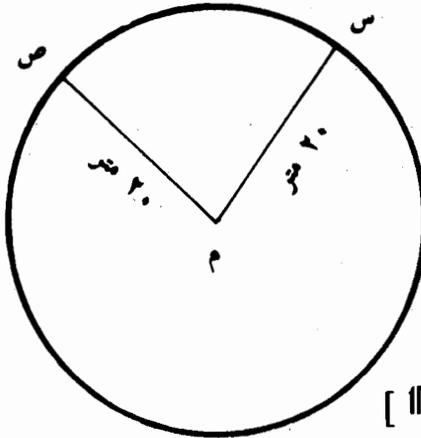


شكل [٩ - ١١]

سادساً : في شكل (٩ - ١٢) ، احسب الزاوية المركزية المقابلة للقوس

س ص الذي طوله ٢٧ متراً ، نصف قطر الدائرة ٢٠ متر .

٢٧ متر

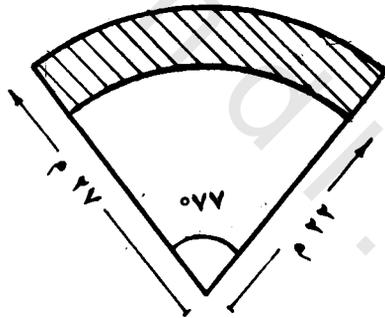


شكل [٩ - ١٢]

سابعاً : احسب المساحة التي يغطيها عقرب الدقائق في إحدى ساعات الحائط ، التي يبلغ قطرها ٣٠ سم ، طول عقرب الدقائق ١٣ سم وذلك عند تحركه لمدة ٢٣ دقيقة اعتبر ط ٣,١٤٢ .

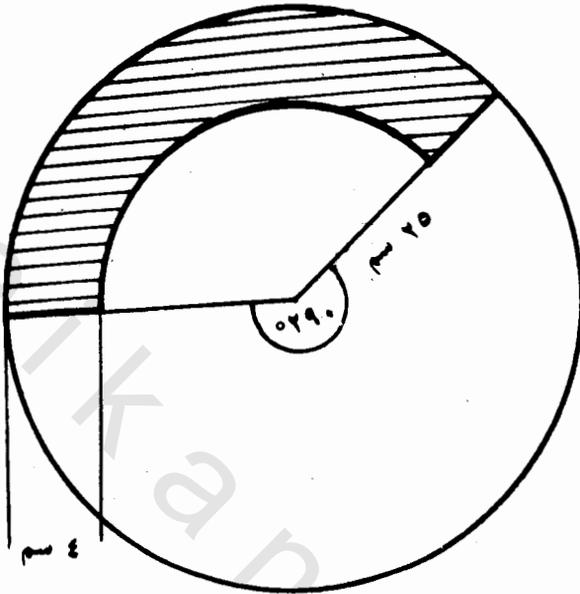
ثامناً : احسب الزاوية المركزية المناظرة لقطاع طول قوسه ٢٨ سم في دائرة نصف قطرها ٢١ سم اعتبر ط = $\frac{22}{7}$

تاسعاً : احسب مساحة الجزء المظلل المبين في شكل (٩ - ١٣) ، اعتبر ط = ٣,١٤٢ .



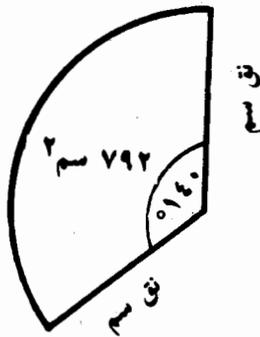
شكل [٩ - ١٣]

عاشراً: احسب مساحة الجزء المظلل في شكل (٩ - ١٤) ، اعتبر $ط = ٣,١٤٢$.



شكل [٩ - ١٤]

حادى عشر: احسب نصف قطر القطاع الدائرى المبين فى شكل (٩ - ١٥) ، اعتبر $ط = \frac{٢٢}{٧}$



شكل [٩ - ١٥]

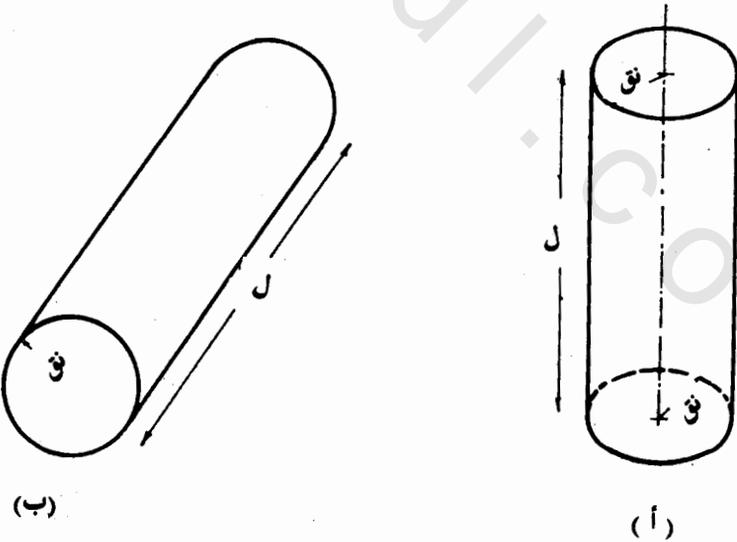
الكربس الحاشرو :

الاسطوانة Cylinder

[١٠ - ١] حجم الاسطوانة :

علمنا فى الجزء الثانى « الكتاب الثانى » من هذه السلسلة أن حجم المجسمات ذات المقطع المنتظم ، عبارة عن مساحة المقطع مضروباً فى الطول .

والاسطوانة لها مقطع منتظم عبارة عن دائرة ، انظر شكل (١٠ - ١) .



شكل [١٠ - ١] (أ ، ب)

∴ حجم الأسطوانة = مساحة المقطع × الطوال .

$$= ط \text{ نق} \times ل$$

$$= ط \text{ نق} \times ع$$

□ مثال :

قضيب معدني ذو شكل اسطواني منتظم المقطع قطره ٩,٢ سم ، طوله ٦٥ سم ، أوجد حجم هذا القضيب مُعتبراً ط = ٣,١٤٢

□ الحل :

انظر شكل (١٠ - ٢) .



شكل [١٠ - ٢]

حجم القضيب = مساحة المقطع × الطول

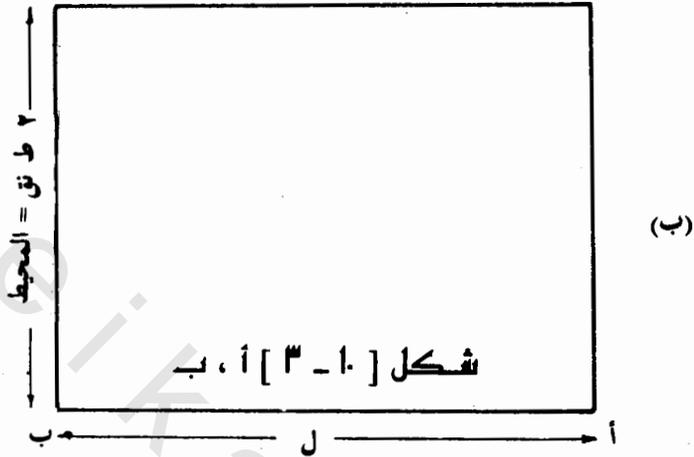
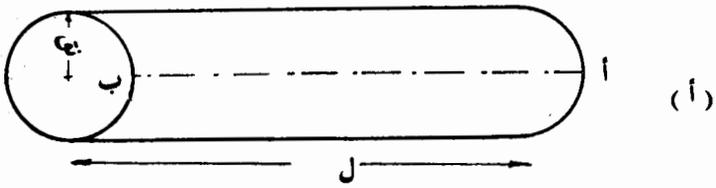
$$= ط \text{ نق} \times ل$$

$$= ٣,١٤٢ \times ٩,٢ \times ٩,٢ \times ٦٥ = ١٧٢٨٦ \text{ سم}^٣ \text{ تقريباً}$$

[١٠ - ٢] المساحة السطحية للأسطوانة :

لتصور أن لدينا اسطوانة مفرغة من الورق الكرتون نصف قطرها نق ،
وقمنا بقطعها في اتجاه طولها ، إتجاه الخط المتقطع بالشكل (١٠ - ٣) ،
ثم قمنا بإفرادها ، بحيث يصبح شكلها مستطيلاً [أو مربعاً] .

هنا ، تكون المساحة الجانبية للأسطوانة ، معادلة . لمساحة المستطيل .



وحيث أن مساحة المستطيل = الطول \times العرض .

$$= ل \times ط نق$$

\therefore المساحة الجانبية للاسطوانة = $ط نق \times ل$ وحدة مربعة .

وفي حالة الاسطوانة المفرغة ، إذا كان لها قاعدة واحدة ، فإن المساحة السطحية الكلية = المساحة الجانبية + مساحة قاعدة واحدة ... (١)

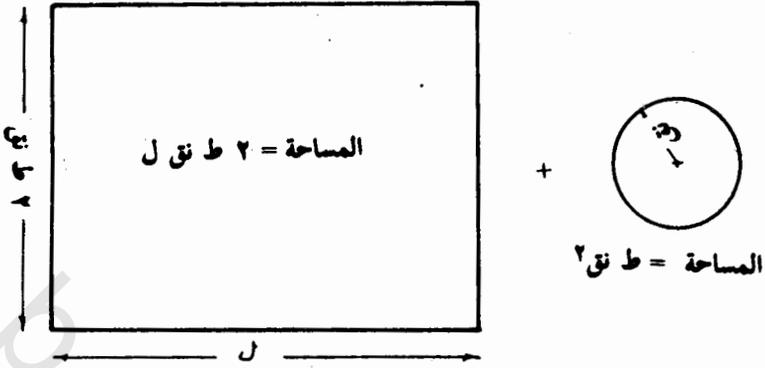
أما إذا كانت الأسطوانة المفرغة لها قاعدة وقمة (قاعدتين) أو في حالة الأسطوانة المصمتة ، فإن المساحة السطحية الكلية في هذه الحالة :

المساحة السطحية الكلية = المساحة الجانبية + ضعف مساحة القاعدة ... (٢)

انظر شكل (١٠ - ٤) .

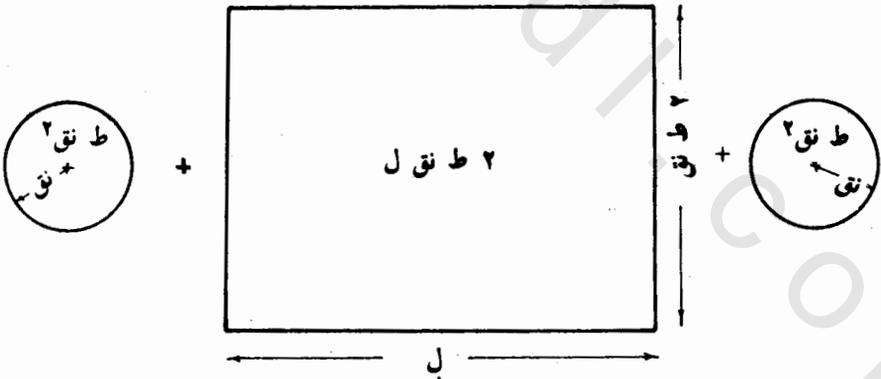
وفي الحالة (١) : المساحة الكلية = $ط نق \times ل + ط نق^2$

وفي الحالة (٢) : المساحة الكلية = $ط نق \times ل + ٢ ط نق^2$



حالة (١) أسطوانة مفرغة وقاعدة واحدة

المساحة = ط نق ل + ط نق ر²



حالة (٢) أسطوانة مفرغة وقاعدتين

المساحة = ط نق ل + ٢ ط نق ر²

شكل [١٠ - ٤]

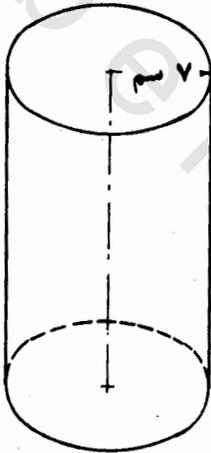
□ مثال :

أوجد حجم علبة صفيح اسطوانة الشكل وبدون غطاء ، ارتفاعها ٣٠ سم ونصف قطر قاعدتها ٧ سم ، ومن ثم احسب المساحة السطحية الكلية للعلبة ، اعتبر $\pi = \frac{22}{7}$.

□ الحل :

كما بالشكل (١٠ - ٥) .

الحجم = مساحة القاعدة \times الارتفاع



$$\text{ط نق} \times \pi = 30 \times 7 \times 7 \times \frac{22}{7} = 4620 \text{ سم}^3$$

$$= 4,62 \text{ لتر}$$

المساحة السطحية الكلية = $2 \times \text{ط نق} \times \pi + \text{ل} \times \text{ط نق} \times \pi$

$$= 2 \times 7 \times 7 \times \frac{22}{7} + 30 \times 7 \times \frac{22}{7} \times 2 =$$

$$= 67 \times 22 = [7 + 60] \times 22 =$$

$$= 1474 \text{ سم}^2 \text{ . شكل [١٠ - ٥]}$$

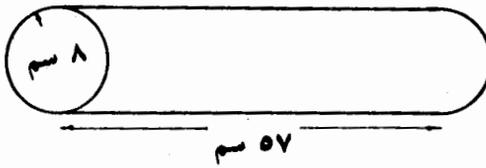
[١٠ - ٣] تدريبات على الحجم والمساحات السطحية للاسطوانات :

(١) في الاسطوانة المبينة في شكل (١٠ - ٦) ، أوجد :

(أ) المساحة الجانبية للسطح المنحني « بدون القاعدتين » .

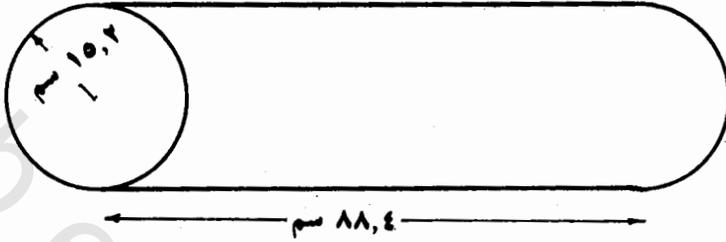
(ب) الحجم .

$$\text{اعتبر } \pi = \frac{22}{7}$$



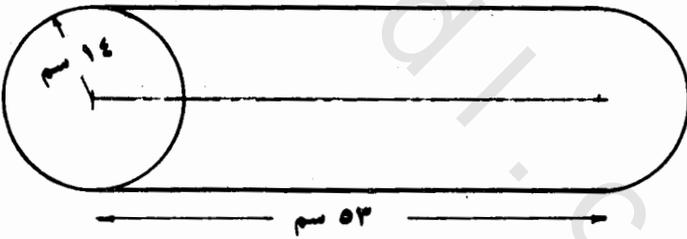
شكل [١٠ - ٦]

(٢) فى الأسطوانة المبنية فى شكل (١٠ - ٧) ، أوجد الحجم والمساحة السطحية الكلية ، والأسطوانة مغلقة من أحد طرفيها فقط اعتبر $\pi = 3,142$



شكل [٧ - ١٠]

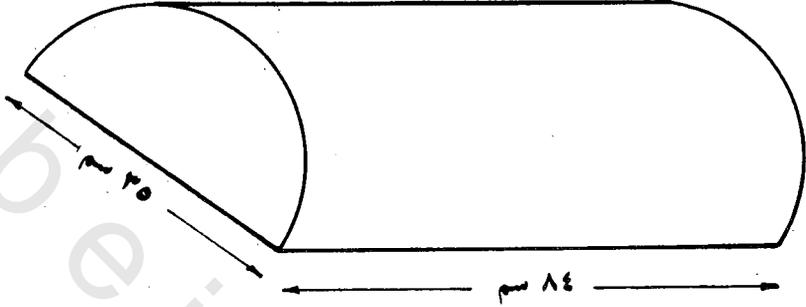
(٣) أوجد الحجم والمساحة السطحية الكلية للأسطوانة المبنية فى شكل (١٠ - ٨) ، وهى مغلقة من طرفيها ، اعتبر $\pi = 3,142$



شكل [٨ - ١٠]

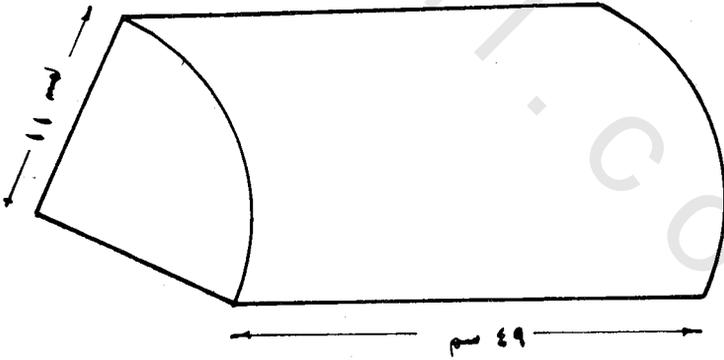
(٤) اسطوانة معدنية مُفرغة مُغلقة من أحد طرفيها ، ارتفاعها ٣٥ سم وقطرها ١٥ سم ، أوجد حجمها ومساحتها السطحية ، ($\pi = 3,142$) .
 (٥) اسطوانة حجمها ٢٩٣٠ سم^٣ ونصف قطرها ٨ سم ، أوجد ارتفاعها .

(٦) أوجد حجم المنشور النصف دائرى ، المبين فى شكل (١٠ - ٩)
ومن ثم أوجد مساحته السطحية « بما فيها القاعدة » .



شكل [٩ - ١٠]

(٧) أوجد حجم المنشور الربع دائرى ، المبين فى شكل (١٠ - ١٠)
وأوجد مساحته السطحية الكلية .



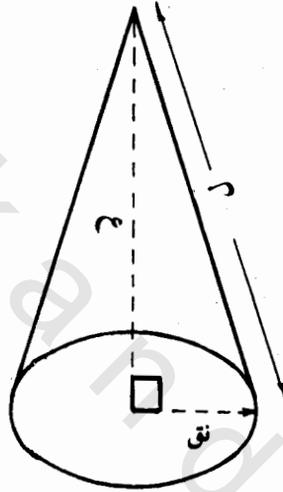
شكل [١٠ - ١٠]

المخروط والهرم

The cone and the pyramid

[١١ - ١] حجم المخروط :

يوضح شكل (١١ - ١) مخروط دائرى قائم ، مبيناً عليه أبعاده الرئيسية .



شكل [١١ - ١]

وحجم المخروط = ثلث مساحة القاعدة الدائرية × الإرتفاع العمودى للمخروط

$$ح م = \frac{1}{3} ط نق ع$$

[١١ - ٢] المساحة السطحية للمخروط :

المساحة السطحية للمخروط الدائرى القائم = ط نق ل

والإرتفاع المائل للمخروط أو طول حرفه الجانبى أو طول راسمة **slant**

height ، ل ، يمكن حسابه ، م يكن معروفاً وذلك بمعرفة نصف قطر لقاعدة والإرتفاع العمودى وتطبيق نظرية فيثاغورث ويكون الراسم هو وتر مثلث قائم الزاوية وأحد ضلعي القائمة هو نصف القطر والضلع الآخر للقائمة هو الإرتفاع العمودى وعندما يكون المخروط مصمتاً فإن المساحة الكلية للمخروط ، عبارة عن مساحته الجانبية مضافاً لها مساحة قاعدة المخروط .

∴ المساحة السطحية الكلية للمخروط :

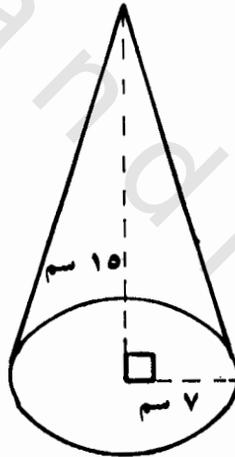
$$= \text{ط نق}^2 + \text{ط نق ل} = \text{ط نق} (\text{نق} + \text{ل})$$

□ **مثال :**

أوجد الحجم والمساحة السطحية الكلية لمخروط قائم مصمت نصف قطر قاعدته ٧ سم وارتفاعه ١٥ سم ، اعتبر $\text{ط} = \frac{22}{7}$

□ **الحل :**

انظر شكل (١١ - ٢)



شكل [١١ - ٢]

$$\text{حجم المخروط} = \frac{1}{3} \text{ط نق}^2 \text{ع}$$

$$= 10 \times 7 \times 7 \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{3} =$$

$$= 770 \text{ سم}^3 = 5 \times 7 \times 22 =$$

المساحة السطحية للمخروط = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة .

$$\text{ط نق ل} + \text{ط نق}^2$$

$$7 \times 7 \times \frac{22}{7} + l \times 7 \times \frac{22}{7} =$$

$$22(104 + l) \text{ سم}^2 =$$

ولإيجاد قيمة ل ، نطبق قاعدة فيثاغورث

$$274 = 220 + 49 = 210 + 27 = 2l$$

$$\therefore l = \sqrt{274} = 16,55 \text{ سم تقريباً}$$

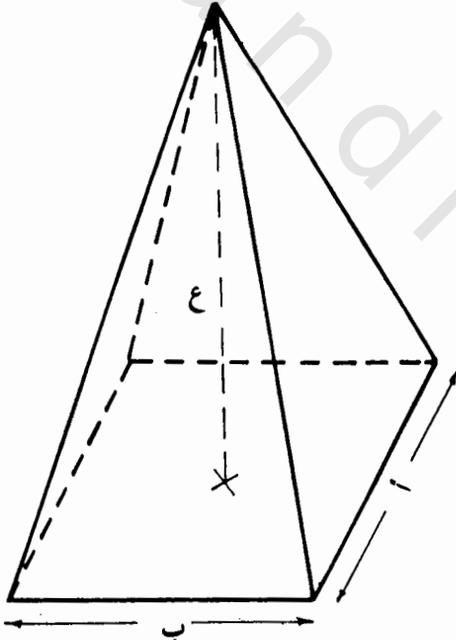
\therefore المساحة السطحية الكلية للمخروط = $(104 + 16,55 \times 22)$

$$[104 + 364,1] =$$

$$= 518 \text{ سم}^2 \text{ تقريباً.}$$

[١١ - ٣] **حجم الهرم :**

وحجم الهرم يساوى كذلك ثلث مساحة القاعدة \times الارتفاع العمودى .



شكل [١١ - ٣]

انظر شكل [١١ - ٣] ، وهو يوضح هرم رباعي [قاعدته رباعية الأضلاع] ، قائم ، قاعدته مستطيلة الشكل ،

$$\text{حجم الهرم} = \frac{1}{3} \times ١ \times ب \times ع$$

$$\frac{1}{3} ا ب ع \text{ وحدة مكعبة .}$$

والمساحة السطحية الكلية للهرم هي عبارة عن مجموع مساحات وجهه المثلثة بالإضافة لمساحة سطح القاعدة .

[١١ - ٤] تدريبات :

(١) أوجد حجم مخروط دائري قائم ، إرتفاعه ٩ سم ونصف قطر قاعدته

$$٤ \text{ سم ، } ط = \frac{٢٢}{٧}$$

(٢) أوجد حجم مخروط دائري ، إرتفاعه العمودى ١٣٠ مم ونصف قطر

$$\text{قاعدته } ٢٤ \text{ مم ، } ط = ٣,١٤٢$$

(٣) مخروط دائري قائم نصف قطره ٥ سم وإرتفاعه ١٤ سم أوجد

الآتى :

(أ) طول الراسم — أو الإرتفاع الجانبي .

(ب) المساحة السطحية المنحنية للمخروط .

(ج) المساحة السطحية الكلية للمخروط .

(د) حجم المخروط .

(٤) هرم رباعي قائم قاعدته مربعة الشكل طول ضلعه ١٣ سم وإرتفاعه

العمودى ٣٥ سم ، أوجد حجمه ومساحته السطحية الكلية (بما فيها القاعدة) .

(٥) هرم ثلاثي ، قاعدته على شكل مثلث متساوى الأضلاع طول ضلعه

١٠ م (عشرة أمتار) ، وارتفاعه ٣٠ م أوجد :

(أ) حجمه

(ب) مساحته السطحية .

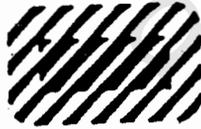
(ج) مساحته السطحية الكلية .

(٦) هرم رباعي قائم قاعدته على شكل مستطيل بعدها ٨٥ سم \times ٦٥ سم
فإذا كان إرتفاعه العمودى هو ١٠٠ سم ، فاحسب :

(أ) حجمه .

(ب) مساحته السطحية .

(ج) مساحته السطحية الكلية .



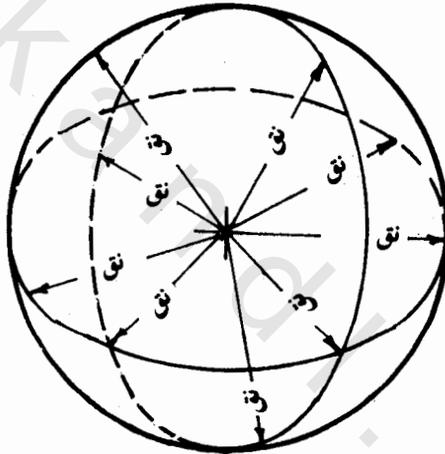
الدروس الثاني عشر :

الكرة The sphere

[١٢ - ١] حجم الكرة :

حجم الكرة الموضحة في شكل (١٢ - ١) هو :

$$\text{الحجم} = \frac{4}{3} \text{ ط نق}^3$$



شكل [١٢ - ١]

[١٢ - ٢] مساحة سطح الكرة :

$$\text{مساحة سطح الكرة} = 4 \text{ ط نق}^2$$

□ مثال :

أوجد حجم ومساحة سطح كرة نصف قطرها ١٤ سم ، اعتبر

$$\text{ط} = \frac{22}{7}$$

□ الحل :

$$\begin{aligned} \text{الحجم} &= \frac{4}{3} \text{ ط نق}^3 \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 14 = 3280,3 \text{ سم}^3 \\ \text{مساحة السطح} &= 4 \text{ ط نق}^2 \\ &= 4 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 = 2464 \text{ سم}^2 \end{aligned}$$

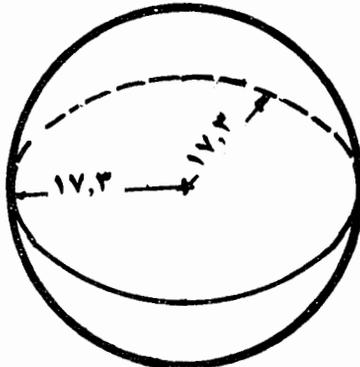
[١٢ - ٣] تدريبات :

(١) أوجد حجم الكرات التالية ومساحتها السطحية :

- (أ) كرة ماء قطرها ٢١ سم .
- (ب) منطاد كروي نصف قطره ٢٥ متراً .
- (ج) بالونة نصف قطرها ٣٥ سم .
- (د) كرة نصف قطرها ٩ سم .
- (هـ) كرة نصف قطرها ٢٨ سم .
- (و) كرة اسكواش قطرها ٤ سم .

$$\text{عتبر ط} = \frac{22}{7}$$

(٢) أوجد حجم ومساحة سطح الكرة الموضحة بالشكل (١٢ - ٢)
معتبراً ط = ٣,١٤٢

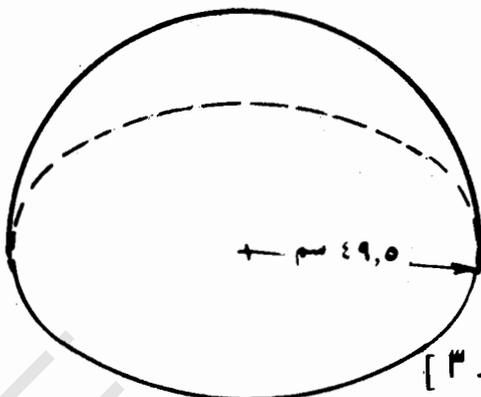


شكل [١٢ - ٢]

(٣) أوجد الحجم والمساحة السطحية لنصف الكرة الموضح بالشكل

(٣ - ١٢) اعتبر $\pi = 3,142$

« قاعدة نصف الكرة من جملة المساحة الكلية »



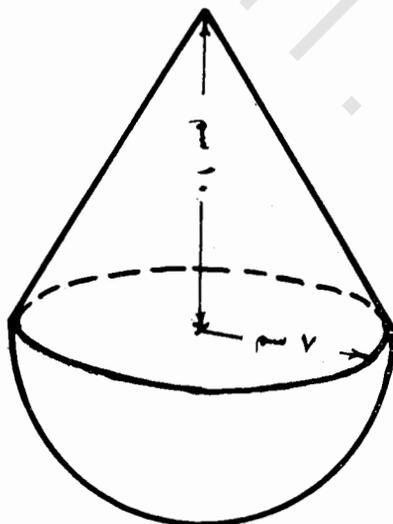
شكل [٣ - ١٢]

(٤) وعاء ماء نصف كروي (سلطانية) ، نصف قطره ٨ سم أوجد حجم الماء اللازم لملئه تماماً ، اعتبر $\pi = 3,142$.

(٥) احسب المساحة السطحية الكلية للشكل الموضح ، شكل (١٢ - ٤)

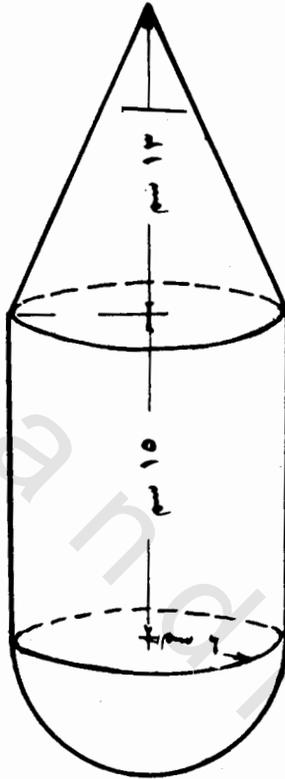
وهو عبارة عن نصف كرة ومخروط ، ارتفاع المخروط ١٠ سم ونصف

قطر الكرة = ٧ سم ، $\pi = 3,142$



شكل [٤ - ١٢]

(٦) احسب الحجم والمساحة السطحية للجسم الموضح بشكل
 (١٢ - ٥) ، نصف قطر الاسطوانة = ٦ سم ، ارتفاع
 المخروط = ١٣ سم ، الاسطوانة ١٥ سم ، ط = ٣,١٤٢



شكل [١٢ - ٥]

(٧) أنبوبة معدنية سمكها ٤ مم وقطرها الداخلي ٣٠ سم وطولها

١٠٠ سم ، احسب حجم المعدن بهذه الأنبوبة ، ط = ٣,١٤٢

(٨) أسطوانة وكرة متساويان في الحجم ، فإذا كان نصف قطر كل منهما

هو ٣٠ سم ، فاحسب طول الأسطوانة ، ط = ٣,١٤٢ .

الدروس الثالث عشر :

الحجوم والكثافة والكتلة

volume, density and mass

[١٣ - ١] عام :

بمعلومية حجم المجسمات المصمتة أو المفرغة ، فإنه أصبح بإمكاننا الآن أن نوجد كتلتها ، إذا ما عرفنا كثافة المادة المصنوعة منها .

والكثافة ببساطة هي مقياس لكتلة وحدة الحجوم من المادة . وعادة تقاس بالجرام لكل سنتيمتر مكعب (جم/سم^٣)

وفيما يلي العلاقة التي تربط فيما بين الحجم والكثافة والكتلة .

$$\text{الكتلة} = \text{الحجم} \times \text{الكثافة}$$

$$\text{بالجرام} = \text{سم}^3 \times \text{جم/سم}^3$$

لنتعبر أن لدينا مكعب طول ضلعه ٣ سم مصنوع من مادة كثافتها

$$٨ \text{ جم/سم}^3$$

فتكون كتلة هذا المكعب = الحجم \times الكثافة

$$٨ \times ٢(٣) =$$

$$٢١٦ = ٨ \times ٢٧ = \text{جم}$$

[١٣ - ٢] تدريبات :

(١) متوازي مستطيلات من الخشب ، الذي كثافته ٠,٥ جم/سم^٣ ، أبعاده ٢ م × ٠,٢٥ م × ١ م ، احسب كتلته بالكيلوجرام .

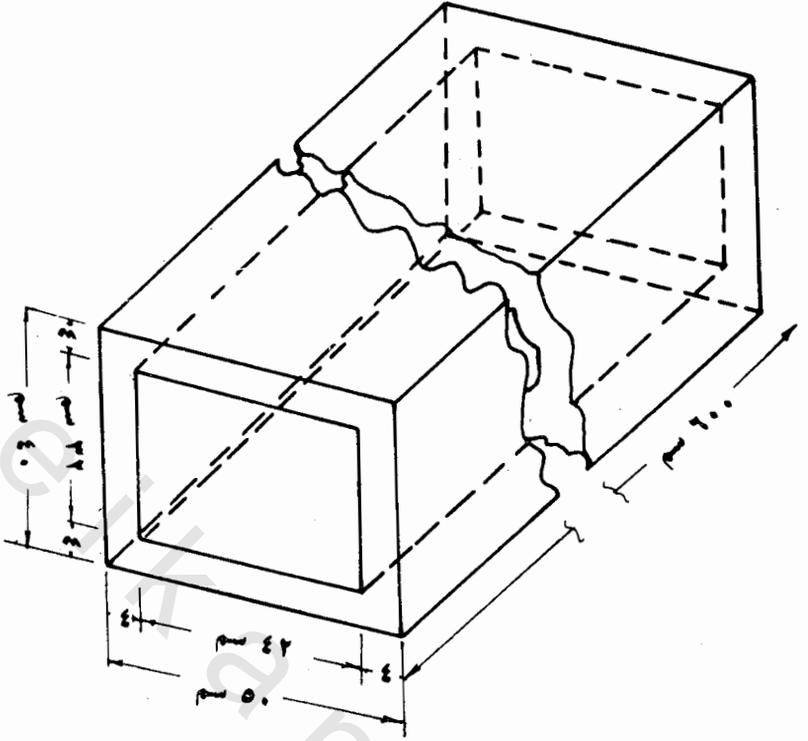
(٢) مخروط دائري قائم مصنوع من معدن كثافته ٨ جم/سم^٣ ، إرتفاعه ٣٠ سم ونصف قطر قاعدته ٧ سم ، احسب كتلته بالكيلوجرام .

(٣) قضيب اسطوانى من النحاس الذى كثافته ٨,٥ جم/سم^٣ ، طوله ٧٥ سم وقطره ٥ سم ، احسب كتلته بالكيلوجرام .

(٤) هرم رباعى قائم قاعدته ربع طول ضلعه ١٦ سم وإرتفاعه ٤٥ سم مصنوع من الخشب الذى كثافته ٠,٥ جم/سم^٣ ، احسب وزنه بالكيلوجرام .

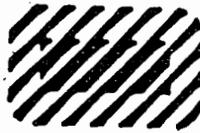
(٥) أحد أعمدة ربط السفن بأرصفة الموانئ ، مصنوع من الخرسانه وعلى شكل كتلة إسطوانية قطرها ٦٣ سم وإرتفاع ١ متر فإذا كانت كثافة الخرسانة ٢,٠٥ جم/سم^٣ فاحسب حجم هذا العمود بالمتر المكعب ومن ثم احسب كتلته بالطن .

(٦) إنبوب حرسابى ذو مقطع مسنطيل ، أبعاده مينة بالشكل [١٣ - ١] وبطول ٦ متر وسمك ٤ سم ، كثافة الخرسانة ٢,٠٥٠ طن/م^٣ ، احسب كتلة هذه الأنبوبة .



شكل [١٣ - ١]

(٧) أسطوانة معدنية مفرغة من النحاس طولها ٣ متر وفطرها الخارجي ٦٠ سم وسمكها ٤ سم فإذا كانت كثافة النحاس ٨.٥ جم سم^٣ ، احسب كتلتها بالكيلوجرام .



الدروس الرابع عشر :

المسافة ، السرعة والزمن

Distance, Speed and time

إذا قلنا أن سيارة تسير بسرعة ٨٠ كيلومتر في الساعة (٨٠ كم/س) وبسرعة منتظمة ، فإن هذا يعني أن هذه السيارة تقطع مسافة قدرها ٨٠ كيلومتر بعد مرور ساعة واحدة عند السير بهذه السرعة .

، وفي خلال ٣٠ دقيقة فإنها تقطع مسافة مقدارها ٤٠ كم وفي ربع ساعة تقطع مسافة مقدارها ٢٠ كيلومتر ، وهكذا .

، وعندما تتحرك أى سيارة على الطريق فإنه لظروف المرور ولاعتبارات كثيرة أخرى فإن السيارة تتحرك بسرعات مختلفة طبقاً لحالة الطريق ، والسيارة ، والسائق وخلافه .

وفي مثل هذه الحالات فإنه يمكننا إيجاد متوسط سرعة السيارة وذلك بقسمة المسافة الكلية المقطوعة بالسيارة على الزمن الكلى .

وبذلك فإن :

$$\frac{\text{المسافة الكلية المقطوعة}}{\text{الزمن الكلى}} = \text{السرعة المتوسطة}$$

ويجب التأكد من وحدات السرعة والمسافة والزمن في هذا الموضوع لأن السرعة عادة يعبر عنها بالكيلومتر/ساعة أو بالمتري/ثانية ويجب الأخذ في الاعتبار أن هناك وحدات أخرى للسرعة مثل متر/دقيقة ، كم/دقيقة ، كم/ثانية ، سم/ساعة ؛ وهكذا .



□ مثال (١) :

سيارة تقطع مسافة ٢٥٠ كيلومتراً في خمس ساعات احسب السرعة المتوسطة لهذه السيارة .

□ الحل :

$$\text{السرعة المتوسطة} = \frac{٢٥٠}{٥} = ٥٠ \text{ كم/ساعة}$$

□ مثال (٢) :

سائق سيارة يسير في رحلة ، قطع المائة كيلومتر الأولى في ساعة ونصف ثم أصلح إطار سيارته في ربع ساعة ثم أكمل رحلته بسرعة ١٠٠ كيلومتر/ساعة لمدة ساعتان ثم أخذ راحة للغذاء قدرها ساعة ، ثم تابع السير حتى نهاية الرحلة فقطع ٥٠ كيلومتر في ٢٠ دقيقة فأوجد سرعته المتوسطة خلال هذه الرحلة .

□ الحل :

المسافة الكلية المقطوعة :

$$= ١٠٠ + ٢ \times ١٠٠ + ٥٠ = ٣٥٠ \text{ كيلو متراً}$$

، الزمن الكلي للرحلة :

$$= \frac{1}{2} + 1 + 2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{20}{60} + 1 + 2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} =$$

$$= \frac{71}{12} \text{ ساعة} = 5 \frac{1}{12} = 4 \frac{13}{12} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} + 4 \frac{7}{12} =$$

∴ السرعة المتوسطة

$$\frac{12 \times 30.}{61} = \frac{30.}{\left(\frac{61}{12}\right)} = \frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلي}} = 68.85 \text{ كم/ساعة}$$

ويمكن معرفة المسافة أو الزمن المقطوعان بمعرفة أحدهما بالإضافة للسرعة المتوسطة .

□ مثال (٣) :

دراجة تسير بسرعة متوسطة مقدارها ٢٠ كم/ساعة فكم كيلومترا تقطعها في $\frac{1}{2}$ ساعة .

□ الحل :

حيث أنها تقطع ٢٠ كيلومتر في ساعة واحدة

∴ فهي تقط في زمن قدره $\frac{1}{2}$ ساعة :

$$90 = \frac{1}{2} \times 20 \text{ كيلومتر}$$

وعليه فإن :

المسافة المقطوعة = السرعة المتوسطة × الزمن

$$\text{الزمن} = \frac{\text{المسافة المقطوعة}}{\text{السرعة المتوسطة}}$$

تدريبات :

(١) سيارة تسير على أحد الطرق بسرعة متوسطة قدرها ١٠٠ كم/ساعة فأوجد المسافة التي تقطعها في خلال :

(أ) ٢٠ دقيقة (ب) ١٠٠ ثانية

- (ج) ١٢ دقيقة
- (هـ) $\frac{1}{2}$ ساعة
- (د) $\frac{1}{4}$ ساعة .
- (و) ٤٥ دقيقة .

(٢) تقطع سيارة مسافة ٣٦٠ كيلومتر في ٦ ساعات فكم تبلغ سرعتها المتوسطة .

(٣) تحركت سلحفاة مسافة ٦ أمتار في ربع ساعة ، فكم تبلغ سرعتها المتوسطة بالسنتيمتر في الثانية .

(٤) سيارة تسير مسافة ٣٠٠ كم بسرعة متوسطة قدرها ٦٠ كم/ساعة ، فكم من الزمن يمضى لتقطع هذه المسافة .

(٥) يقطع قطار مسافة المائة كيلومتر الأولى من رحلته في ساعتان ثم يقطع المائتين وستون الباقية في ساعتين كذلك فكم تبلغ سرعته المتوسطة .

(٦) في رحلة لأحد العائلات بالسيارة ، تحركت السيارة لمسافة ٦٠ كم فقطعتها في ساعة ثم توقفت نصف ساعة ، واستمرت في الرحلة فقطعت ٢٤٠ كم في ثلاث ساعات ثم توقفت لمدة $\frac{1}{2}$ ساعة أخرى ثم أنهت الرحلة بقطع مسافة ١٠٠ كم في ساعة فكم تبلغ سرعتها المتوسطة خلال هذه الرحلة .

(٧) حول :

- (أ) سرعة ٦٠ كم/ساعة إلى أمتار في الثانية .
- (ب) سرعة ٤٠ كم/ساعة إلى سنتيمترات / ثانية .
- (ج) سرعة ٣٥ م / ث إلى كيلومترات / ساعة .

