الجزء الثالث

الإحصاءات الاستدلالية البارامترية
[حالة العينة الواحدة]

- الفصل العاشر: توزيعات المعاينة - التقدير، وفترات الثقة
- الفصل الحادي عشر: اختبار الفروض: اختبار Z لمتوسط عينة واحدة
- الفصل الثاني عشر: اختبار t لمتوسط حسابي لعينة واحدة

الفصل العاشر

توزيعات المعاينة – التقدير، وفترات الثقة

أولاً: توزيعات المعاينة:

تلعب الإحصاءات الوصفية دوراً كبيراً في تلخيص التوزيعات عموماً تلك التوزيعات التي تساعد في الإجابة على السؤال المطروح. فإذا كانت مجموعة الحالات التي تم أخذها كمقياس تشمل كل الحالات المحتملة التي نرغب في قياسها "المجتمع الإحصائي" فإن عملية البحث سوف تنتهي بالعملية الحسابية لهذه المقاييس الوصفية فالاستقصاء الذي يشمل كل عضو من السكان يُطلق عليه الإحصاء السكاني وأن الإحصاءات الوصفية لهذا المجتمع يُطلق عليها معلمات. فالمعلمة: هي ملخص وصفي لمتغير محدد في المجتمع فمتوسط الدخل لكل العائلات في مدينة بنغازي مثلاً هو معلمة. كذلك الأمر في التوزيع العمري لسكان مدينة بنغازي. وعندما يقوم الباحث بالتعميم من العينة فهو يستخدم ما يلاحظه من خلال العينة للتكهن بمعلمات المجتمع. وعند استخدام المعادلة الرياضية فإن المعلمات تشير إلى u كمتوسط للمجتمع و σ كانحراف معياري.

وتجدر الإشارة إلى أنه في بعض الأحيان تكون لدينا معلومات حول المجتمع ككل كالإحصاءات التي تجريها دولة ما ومن خلال هذه الإحصاءات يمكننا معرفة التوزيع

العمري لكل السكان في فترة تاريخية محددة. إلا أننا في وقت آخر قد لا يكون في إمكاننا معرفة التوزيع العمري لمجتمع ما، بالرغم من وجود هذا التوزيع. وعليه، فإننا في تلك الحالة نقوم بإجراء بحوث في الغالب نتعامل مع جزء من المجتمع أي عينة. وتسمى المقاييس الوصفية التي تستخدم لتلخيص المعلومات المتعلقة بالعينة بإحصاء العينة: وهو الملخص الوصفي لمتغير في عينة تستخدم للتكهن بمعلمة المجتمع. ويشار إلى إحصاء العينة بالتعبير الرياضي ب: $\overline{X}$ الذي يشير إلى متوسط العينة و S للانحراف المعياري لهذه العينة.

توجد لدى الباحث عدة أسباب تدعو إلى سحب عينة من المجتمع بدلاً من إجراء المسح الشامل لكل مفردات المجتمع وهذه الأسباب:

- قد يكون من الصعوبة بمكان على الباحث أن يحصر كل أفراد المجتمع إما لعدم توفر قائمة تحتوي على كل مفردات المجتمع أو أن بعض أفراد المجتمع لا يرغبون في المشاركة في مثل هذه الدراسة.
- قد تكون المعاينة في بعض الأحيان أكثر دقة فإذا كان لدينا أي سبب أن نعتقد بأن عملية المسح عن طريق العينة تولد أخطاء عندئذٍ فإن إجراء الإحصاء الشامل يمكن أن يوسع من هذه الأخطاء. فعلى سبيل المثال، فإن الإحصاء الشامل يتطلب فريقاً بحثياً كبيراً لإجراء المسح يمكن أن يقود إلى جامعي بيانات ليست لديهم الخبرة في جمع البيانات، في حين أن الفريق الصغير يمكن أن يكون مدرباً تدريباً جيداً ولديه خبرة كبيرة في جمع البيانات، ومهما كانت هذه الأسباب، فإن المشكلة الأساسية التي تظهر هي: هل الإحصاءات الوصفية التي نتحصل عليها من خلال العينة مساوية للإحصاءات التي نتحصل عليها إذا ما قمنا بإحصاء دقيق وشامل. هل إحصاء العينة يكون ممثلاً للمجتمع الذي سحبت منه هذه العينة؟

لاشك أن الباحث تكون لديه القدرة على سحب عينة ممثلة من المجتمع وأن عملية التباين العشوائي قد تؤثر في العينة من حيث التمثيل. والسؤال المطروح في هذا السياق هو: ما هي الأسس التي على ضوئها يمكننا أن نقوم بتعميم صادق من العينة على المجتمع؟ فعلى سبيل المثال، يمكننا أن نسحب عينة من 120 فرداً من منطقة جغرافية محددة

ونطرح على كل واحد منهم سؤالاً مفاده: كم يبلغ من العمر بالسنوات؟ ففي هذه الحالة يكون متغير العمر هو الأساس وقد تم قياسه على المستوى ذي المسافات والنسبي وأنه بإمكاننا أن نصف المعلومات التي تحتويها هذه البيانات من خلال حساب مقياس النـزعة المركزية لكي نتحصل على توزيع الدرجات، وبحساب مقياس التشتت يكون لدينا الإحساس بالدرجات حول المتوسط. ومن خلال الرسم البياني سيعطينا عموماً الانطباع حول التوزيع، إنه يمكننا الشعور بأن هذه الطرق ليست الوحيدة لوصف التوزيع كما بيّنا. لكن في الغالب قد نفي بمتطلبات الكثير من الأسئلة البحثية. إن هذه المعلومات قد تكون ذات أهمية في ذاتها إلا أننا قد نقوم بجمع بيانات حول عينة ما لأن لدينا سؤالاً آخرَ نود طرحه: ما هو المتوسط العمري لكل الناس في هذه المنطقة فإذا كان المتوسط العمري لهذه العينة هو 36 سنة فالسؤال الذي يمكن طرحه هو: هل بإمكاننا التعميم من هذه العينة على المجتمع ككل. هنا تظهر عملية التباين العشوائي التي قد يتسبب في إعاقة قدرتنا على التعميم الصادق من خلال إحصاء العينة.

كيف لنا أن نكون واثقين بأن العينة التي قمنا بسحبها لم يتم سحبها عن طريق الصدفة لتحتوي على نسبة قليلة من كبار السن أو نسبة قليلة من الصغار فيما يتعلق بالمجتمع. قد نطرح هذه المشكلة من خلال استخدامنا لإحصاء الاستدلال، فإحصاءات الاستدلال هي تقنيات عددية تهدف للوصول إلى نتائج حول المجتمع استناداً على البيانات التي تم الحصول عليها من عينة عشوائية تم سحبها من ذلك المجتمع. ولإجراء الإحصاء الاستدلالي فإنه يمكننا توليد ثلاث مجموعات عددية منفصلة:

1- **بيانات خام:** وتمثل هذه البيانات المقاييس التي أخذت من كل حالة للمتغير. فالعمر على سبيل المثال تم قياسه بعدد السنوات. إن مثل هذه البيانات عادة ما تكون بيانات كثيرة اعتماداً على حجم العينة الفعلي.

2- **إحصاءات العينة:** وهذه تشير إلى الإحصاءات الوصفية التي تلخص البيانات الخام التي تم الحصول عليها من العينة (المتوسط، الانحراف المعياري أو التوزيع التكراري).

3- **الإحصاء الاستدلالي:** يساعدنا هذا النوع من الإحصاء للوصول إلى قرار حول

الخصائص المتعلقة بالمجتمع استناداً على إحصاءات العينة. بالرغم من التباين في تفاصيل الخطوات المتعلقة بإجراء الاستدلال من موقف إلى موقف آخر. إلا أننا نستخدم نفس الإجراء العام الذي يضمن توليد المجموعات العددية الثلاث. الشكل التالي يوضح هذا الإجراء.

شكل (10 ـ 1) عملية التحليل الاستدلالي

بيانات خام

تمثل هذه البيانات القيم المتعلقة بكل حالة في العينة أخذت كمتغير

↓

الإحصاءات الوصفية

تشير هذه الإحصاءات إلى تلخيص البيانات الخام : مقياس النـزعة المركزية ، مقياس التشتت ، التوزيعات النسبية ، مقاييس التطابق .

↓

الإحصاء الاستدلالي

تسمح لنا هذه الإحصاءات للتعميم من إحصاء العينة على المجتمع .

المصدر: George Argyrous , op.cit , p. 233

العينات العشوائية:

إن أهم مطلب يمكن مراعاته إذا أراد الباحث التعامل مع الإحصاءات الاستدلالية للتعميم من العينة على المجتمع هو أن يختار عينة عشوائية من المجتمع، فالاختيار العشوائي هو أسلوب المعاينة الذي يتيح لكل فرد في المجتمع أن تكون لديه نفس فرصة الاختيار ليكون عضواً في العينة. فالمسح عن طريق الهاتف على سبيل المثال قد لا يمثل البتة المعاينة العشوائية، باعتبار أن كثيراً من الناس لا يملكون جهاز الهاتف أثناء إجراء عملية المسح؛ وبالتالي فإن المسح لا يتضمن تلك الأسر التي لا تمتلك جهاز هاتف متيحة الفرصة لتلك الأسر التي تمتلك أكثر من جهاز هاتف التواجد ضمن أفراد العينة، ومن هنا قد يقع الباحث في عملية التحيز أي اختياره مجموعة من الناس بدلاً من أخرى.

المعاينة العشوائية الطبقية:

في كثير من الأحوال قد يلجأ الباحث - وفقاً لأسباب معينة - إلى التعامل مع العينات العشوائية الطبقية بدلاً من العينة العشوائية البسيطة، فالعينة العشوائية الطبقية تستخدم في مجتمع قابل للتقسيم الطبقي فكل طبقة هي جزء من المجتمع نشك في أنه مجتمع متماثل في إطار المتغير الذي نسعى للتعامل معه. ومن مميزات العينة الطبقية أنها تعطي درجة كبيرة من التمثيل من خلال تقليلها من احتمالية خطأ المعاينة.

تجدر الإشارة إلى أن أخطاء المعاينة يمكن التقليل منها من خلال عاملين أولهما: أن العينة الكبيرة تولد قليلاً خطأ معاينةٍ إذا ما قورنت بالعينات الصغيرة. كلما كان المجتمع متجانساً قَّلَّ خطأ المعاينة والعكس بالعكس. فإذا وافق 99 % من السكان حول قضية معينة فهذا يعني أن خطأ المعاينة في مثل هذه الحالة سيكون قليلاً. أما إذا تمت الموافقة من قِبل السكان لـِ 50 % مقابل 50 % حول القضية المطروحة ففي هذه الحالة نتوقع خطأً معاينةٍ أكبرَ. ومن هنا نجد أن العينة الطبقية تستند في الأساس على العامل الثاني من نظرية المعاينة، ولكي نتحصل على عينة ممثلة لطلاب الجامعة على سبيل المثال، ينبغي أولاً أن نتحصل على قائمة للطلاب من خلال الكليات، وبعد ذلك يمكننا سحب عينات ملائمة من الطلاب حسب السنوات أو حسب السنوات وحسب التخصص.

أما في العينة غير الطبقية فإن التمثيل من خلال الكليات فقط سيؤدي بالضرورة إلى خطأ المعاينة[1] وعادة ما نطلق على المعاينة العشوائية المعاينة الاحتمالية. وتجدر الإشارة هنا إلى أن هناك عدداً كبيراً من تقنيات المعاينة غير الاحتمالية (ليست عشوائية) وتعتبر معاينة الكرة الثلجية شكلاً من أشكال المعاينة العرضية. وهذا النوع من المعاينة يكون ملائماً عندما يكون هناك عددُ من الناس يصعب على الباحث تحديدهم أي مجتمعُ غيرُ موحدِ المعالمِ من حيث الحجم، والتركيبة. كذلك تزداد أهمية هذه التقنية عندما يكون لدينا مجتمعُ مغلقُ، وقوي الارتباط يصعب على الباحث الدخول فيه. مثل: فئة المشردين والمهاجرين، والمهاجرين غير الشرعيين إلى آخر ذلك. ومن خلال هذه التقنية يقوم الباحث بجمع البيانات من مجموعة محددة من المبحوثين التي تمكن الباحث من الوصول إليها وعندما يقوم الباحث بطرح مجموعة من الأسئلة عليهم يطلب منهم الإدلاء بأشخاص آخرين يعرفونهم. إذاً معاينة الكرة الثلجية تشير إلى عملية تراكمية حيث إن كل شخص يتم مقابلته يمكن أن يشير إلى شخص أو أشخاص آخرين يعرفهم. ولما كانت المعاينة التلجية معاينة غير احتمالية فإنها أسلوب يمكن استخدامه بشكل فعال في الدراسات الاستكشافية[2].

وتجدر الإشارة في هذا السياق إلى أنه لا يوجد لدينا أي مبرر متأصل يجعلنا نفكر في أن المعاينة الاحتمالية هي أفضل من المعاينة غير الاحتمالية باعتبار أن كل طريقة من هذه الطرق تكون ملائمة لتساؤلات بحثية مختلفة. وفي بعض الأحيان يكون من الأفضل اختيار أسلوب المعاينة غير الاحتمالية للسؤال البحثي المطروح. وتجدر الإشارة هنا، إلى أن المهتمين والأكاديميين لا ينظرون دائماً بهذه الطريقة. فالبحث يتطلب نظرة علمية عند طرحه في إطار الإحصاء الاستدلالي.

وغالباً ما يندرج في إطار العمل ليتلاءم مع التقاليد العلمية. فالإحصاء الاستدلالي في بعض الأحيان يمكن حسابه من عينة لم يتم اختيارها عشوائياً، وفي أحوال أخرى، قد يبني مشروع البحث بطريقة ما تكون الإحصاءات الاستدلالية ملائمة لهذه الخطة بالرغم من أن هناك تقنياتٍ أخرى أكثر نفاداً. إن هذه هي مشكلة مرتبطة بالممارسة البحثية التي تثير قضايا أوسع لا يمكننا التعامل معها هنا. إلا أن الشيء الذي يمكننا أن ننوه عنه في

هذا الموضع، أن اختيار تقنية البحث يجب ألا تؤخذ على أساس التقنيات التي تستخدم في تحليل البيانات، وإنما اختيار تقنيات البحث يجب أن تكون على أساس أفضل طرح للمشكلة مثار البحث.

توزيع المعاينة لإحصاء العينة:

يُطَبَّقُ الإحصاءُ الاستدلالي فقط على العينات العشوائية باعتبار أن الأداة الأساسية لإجراء عملية الاستدلال تتوقف أساساً على المعاينة العشوائية ويُطْلَق على هذه الأداة توزيعُ المعاينة لإحصاء العينة. وقبل الدخول في تعريف توزيع المعاينة دعنا نبين فكرة خلق بناء توزيعات المعاينة من خلال العملية التالية: ففي المثال المتعلق بالمجتمع المحلي الذي تم مسحه وتسجيل الأعمار بالسنوات وأن معلمات هذا المجتمع البالغ عدده 400 مفردة تكون:

$$u = 35$$

$$\sigma = 13$$

دعنا الآن نفترض أننا لم نُجْرِ مسح الحالات البالغ عددها 400 شخصاً في هذا المجتمع المحلي وعوضاً عن ذلك قمنا بإجراء التجربة التالية:

أولا: اختيار 120 حالة عشوائية وَطُرِحَ عليهم السؤالُ المتعلقُ بالعمر وتم حساب متوسط أعمارهم.

ثانيا: إعادة هذه المجموعة إلى المجتمع المحلي الأصلي مرة ثانية وسحبت مجموعة أخرى تتكون من 120 شخصاً. (ربما هذه المجموعة تحتوي على أعضاء من العينة الأولى) ونستمر في سحب هذه العملية مرة تلو الأخرى، وفي كل مرة نقوم بحساب المتوسط العمري لكل عينة تم سحبها عشوائياً. والنتيجة النهائية لعدد 20 عينة عشوائية مكررة يوضحها الجدول التالي:

جدول (10 ـ 1) توزيع عشرين متوسط لعينات عشوائية

رقم العينة	متوسط العينة
1	34.7
2	35.9
3	35.5
4	34.7
5	34.5
6	35.4
7	35.7
8	34.6
9	37.4
10	35.3
11	34.1
12	35.5
13	34.9
14	36.2
15	25.6
16	35.0
17	35.1
18	36.4
19	35.6
20	33.6

من خلال بيانات هذا الجدول يتبين لنا أن معظم المتوسطات تتجمع حول قيمة المجتمع وهي 35 سنة مع وجود درجات قليلة تبتعد بعض الشيء عن قيمة متوسط المجتمع، وهي الدرجة المتطرفة 37.4 سنة. وقد جاء هذا المتوسط لهذه العينة عن طريق الصدفة خلال عملية التباين العشوائي لتشمل نسبياً مجموعة من الأعمار الكبيرة في المجتمع المحلي. وبالرغم من ذلك يجدر بنا أن نورد الحقيقة التي مفادها أن أعمار الأشخاص في هذا المجتمع تتراوح ما بين 2 و 69 سنة وبالتالي فإن متوسط العينات تحتوي على مدًى محدودٍ من القيم قرابة نصف عدد العينات العشرين التي تم سحبها والتي تولد متوسطاً عمريّاً داخل حدود نصف سنة من المتوسط الحقيقي للمجتمع وهذا يعطينا معنى بقيمة وثبات العينات العشوائية.

دعنا نتعمق أكثر في هذا المثال النظري ونتخيل نظرياً أننا قد أخذنا عدداً لا متناهي من العينات العشوائية متساوية في الحجم من هذا المجتمع ثم نلاحظ التوزيع لكل المتوسطات المتعلقة بهذه العينات. إن النمط الذي قمنا بمشاهدته أعلاه فإننا قد لاحظنا فقط أن عشرين عينة عشوائية سوف تُعزز. أن معظم العينات تتركز حول معلمات المجتمع مع وجود بعض العينات نسبياً تبتعد عن التوزيعات بشكل أو آخر. إن مثل هذا التوزيع يطلق عليه توزيع المعاينة. وتُعْرَفُ توزيعات المعاينة بأنها التوزيعات الاحتمالية النظرية الناتجة عن عدد لا متناهي من نتائج إحصاء العينة باستخدام عينات عشوائية متساوية الحجم، بمعنى آخر أن توزيعات المعاينة هي توزيعات نظرية تعتمد في بنائها على الممارسة المنطقية. كما يُعْرَفُ توزيع المعاينة: بأنها التوزيعات التي تصف ظهور قيم التوزيعات لبعض الإحصاء تم حسابها من كل أحجام العينات التي تم سحبها من بعض المجتمعات. وإذا ما نظرنا إلى مثل هذه التعريفات بشكل دقيق يمكننا القول:

1- توزيع المعاينة هو توزيع نظري لكينونات entities. ومع أن توزيعات المعاينة نظرياً ممكنة لسحب كل العينات الممكنة من المجتمع إلا أنه قد يتعذر من الناحية العملية على الأقل إذا كان حجم المجتمع كبيراً.

2- توزيعات المعاينة لا تكشف عن ظهور الدرجات التكرارية على بعض من المتغير ولكنها تصف بدلاً من ذلك لماذا في أحوال كثيرة نجد أن بعض القيم المتنوعة لبعض

الإحصاء تم الحصول عليه من خلال حساب العينات التي تم سحبها من المجتمع. على سبيل المثال. إن توزيعات المعاينة للمتوسط يتشكل من خلال سحب كل الأحجام الممكنة للعينة (N) من المجتمع وحساب المتوسط لكل عينة. كما يمكننا أيضاً أن نتخيل أننا قمنا بسحب عدد من الأحجام الممكنة للعينات (N) من المجتمع وقمنا بحساب التباين لكل عينة وهذا ما يطلق عليه توزيعات المعاينة للتباين.

3- إن توزيعات المعاينة ليست دائماً تستند على سحب كل العينات الممكنة من المجتمع فبعض توزيعات المعاينة يمكن الحصول عليها من خلال سحب كل الأزواج الممكنة من العينات، عينات ثلاثية أو عينات رباعية أو أي مجموعة متعددة من العينات ويحسب الإحصاء لكل زوج من العينات أو العينات الثلاثية أو الرباعية أو أي مجموعة متعددة من العينات تشكل بذلك هذه الحسابات الإحصائية توزيعات المعاينة[3].

إن توزيعات المعاينة للمتوسطات لها خصائص ثلاثة مهمة:

- إن متوسط توزيع المعاينة يكون مساوياً لمتوسط المجتمع بمعنى آخر أن متوسط المتوسطات ($u\overline{x}$) سيكون نفسه مثل متوسط المجتمع ويمكن التعبير عنه جبرياً بـ:

$$u\overline{x} = u$$

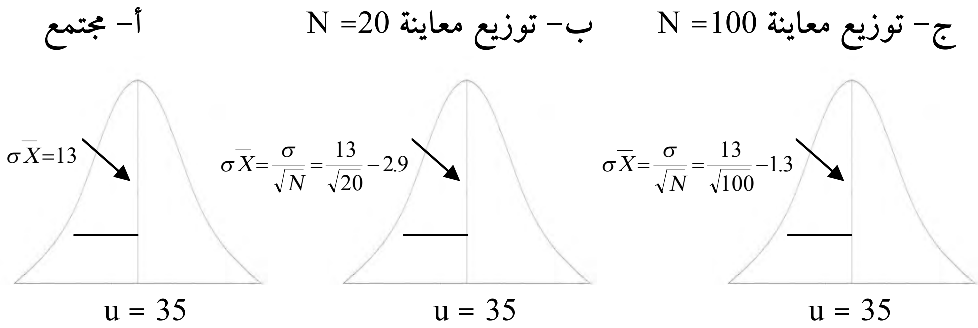
إن الخطأ المعياري سوف يرتبط بالانحراف المعياري للمجتمع. فالانحراف المعياري لتوزيع المعاينة يُعْرَفُ بالخطأ المعياري ($\sigma\overline{x}$) Standard error. وأن قيمته تتأثر بحجم العينة وكمية التباين في المجتمع. فإذا أخذنا على سبيل المثال العينة من خمسة أشخاص. وأن واحداً من هؤلاء الأشخاص في هذه العينة الصغيرة يبلغ من العمر 60 عاماً. فإن متوسط هذه العينة سيكون متأثراً بشكل كبير بهذه الدرجة. بمعنى آخر، أننا نتوقع أن تكون هذه العينة الصغيرة أقل ثباتاً إذا ما قورنت بالعينة الكبيرة، حيث من المتوقع أن تكون هناك احتمالية كبيرة للحصول على نتيجة واسعة من التشتت. أما إذا كان لدينا عينة حجمها 220 مفردة. فإن تأثير إحدى الدرجات الكبيرة سيضعف بتأثير مجموعة كبيرة من الحالات التي تكون قريبة من متوسط المجتمع. وعليه فإن إعادة تكرار عينات كبيرة ستتجمع قريباً من قيمة المجتمع؛ وبالتالي ستكون هذه العينات أكثر ثباتاً. وبشكل

مماثل إذا قمنا بسحب عينات من مجتمع تتوزع الأعمار فيه من سنتين إلى مئة واثنتين سنة، فإن مدى الدرجات التي سنتحصل عليها من هذه العينات ستكون أكبر مما لو قمنا بالمعاينة من مجتمع تتوزع فيه الأعمار بين 20 سنة و 30 سنة. إذاً كلما كان المجتمع متجانساً تجمعت العينات العشوائية بشكل وثيق حول ذلك المجتمع الذي سحبت منه هذه العينات. هذان العاملان يجذبان الانتباه من خلال المعادلة التالية للخطأ المعياري:

$$\sigma \overline{X} = \frac{\sigma}{\sqrt{}}$$

إن توزيعات المعاينة ستتوزع توزيعاً طبيعياً وأن نسبة العينات ستقع داخل مدى محدد من القيم التي ستحدد من خلال التوزيع الطبيعي المعياري.

إن الخصائص الثلاثة لتوزيعات المعاينة لمتوسطات العينة يوضحها الشكل التالي:



شكل (10 ـ 2) توزيعات المعاينة لعينات ذات أحجام مختلفة

من الشكل (10 – 2) يتضح أن شكل (أ) يبين توزيع الحجم الكلي للمجتمع المحلي البالغ عدده 400 نسمة. أما شكل (ب) فيشير إلى توزيع المعاينة لمتوسطات عينات يبلغ حجمها 20 مفردة. بمعنى آخر، هو توزيع المتوسطات التي سنتحصل عليها إذا ما كررنا سحب 20 مفردة من سكان هذا المجتمع. أما الشكل (ج) فهو توزيع المعاينة لمتوسطات عينة حجمها 100. من خلال هذه الأشكال يمكننا أن نرى أن كلا التوزيعين يتمركزان

عند متوسط المجتمع 35 سنة إضافة إلى أنهما موزعان توزيعاً طبيعياً، ومع ذلك فإن الخطأ المعياري لكل واحد من توزيعات المعاينة سيتباين. ومع تكرار عينات حجمها 20 فإن متوسطاتها ستتوزع بشكل كبير بخطأ معياري يصل إلى 2.9 سنة في حين أنه في العينات الكبيرة عندما كان حجم العينة 100 فإن نتائج هذه العينة تتجمع بشكل وثيق حول قيمة المجتمع وكلا التوزيعين موزعان توزيعاً طبيعياً، وبالتالي نجد أن 68 % لكل الحالات تقع خلال (1) انحراف معياري من المتوسط. في حين أن توزيع المعاينة عندما يكون حجم العينة 20 فإن هذا المدى سيكون بين 32.1 سنة و 37.9 سنة.

$35 \pm 2.9 =$

32.1 سنة

و

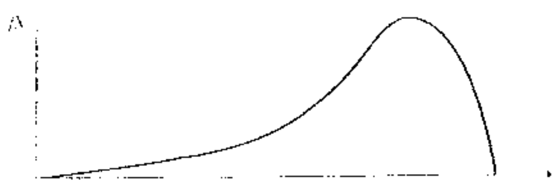
37.9 سنة

في حين نجد أن المدى في العينة الثانية لتوزيع المعاينة سيكون أكثر ضيقاً من توزيع المعاينة للعينة الأولى فالحد الأدنى 33.7 والحد الأعلى 36.3 سنة [4].

نظرية تقارب التوزيعات الاحتمالية:

قد تمت مناقشة خصائص توزيع المعاينة مستنتجة من مجتمع موزع توزيعاً طبيعياً. وعلى وجه الخصوص، فإن توزيع المعاينة هي الأخرى موزعة توزيعاً طبيعياً.

السؤال الذي يمكن طرحه هنا هو: ماذا لو أن أعمار الـ 400 نسمة لهذا المجتمع المحلي الصغير قد توزعت أعمارهم وفقاً للشكل التالي:



شكل (10ـ3) توزيع مائل

إن هذا التوزيع هو توزيع مائل نحو اليسار مشيراً إلى أن هناك نسبياً عدداً أكبر من كبار السن مقارنة بصغار السن بهذا المجتمع المحلي. وأن تكرار عينات عشوائية من هذا التوزيع المائل سيولد لنا كذلك. توزيعات معاينة مائلة أيضاً. ومع هذا فإن الأمر ليس كذلك. وطبقاً لإحدى القواعد الإحصائية الرئيسية: نظرية تقارب التوزيعات الاحتمالية Central Limit Theorem، أوضحت أن ثمة شروطاً معينة ستكون فيها توزيعات المعاينة مُوَزَّعُ توزيعاً طبيعياً، بالرغم من أن توزيع المجتمع الذي سحبت منه العينة موزعاً توزيعاً غير طبيعي. وتعرف نظرية تقارب التوزيعات الاحتمالية، بأنها عدد غير محدود من العينات العشوائية بأحجام متساوية تم اختيارها من مجتمع، وأن توزيع المعاينة لمتوسطات العينة سيقترب من التوزيع الطبيعي مثلما يقرب حجم العينة من اللامتناهي.

إن المجتمع يمكن أن تكون وحداته موزعة توزيعاً غير طبيعي، ومع ذلك فإن تكرار المعاينة (نظرياً) سيولد توزيعات معاينة طبيعية. في حقيقة الأمر، إن حجم العينة ليس بالضرورة أن يكون كبيراً كما تم افتراضه في الصيغة الأساسية لنظرية تقارب التوزيعات الاحتمالية: فعندما يزيد حجم العينة عن 100، فإن توزيع المعاينة لمتوسطات العينة سيكون على وجه التقريب طبيعياً [5].

خلاصة القول، بالرغم من النقاش المتعلق بتوزيعات المعاينة إلا أنه من الناحية العملية في مجال البحوث الاجتماعية والإنسانية عادة ما يلجأ الباحث إلى سحب عينة واحدة من مجتمع ومن ثم يقرر هل هذه العينة تعكس الخصائص العامة للمجتمع أم لا. إن السؤال الذي يمكن طرحه هنا هو: ما الفائدة من استخدام توزيعات المعاينة؟ إن توزيعات المعاينة تعتبر الحجر الأساس الذي يستند عليه الإحصاء الاستدلالي كما سنرى في الفصول اللاحقة.

ثانياً: التقدير وفترات الثقة:

في الجزء الأول من هذا الفصل حاولنا أن نبين الخصائص المتعلقة بتوزيع المعاينة لمتوسطات العينة. حيث يتميز توزيع المعاينة بثلاث خصائص مهمة:

1- إن متوسط توزيع المعاينة يكون مساوياً لمتوسط المجتمع، بالرغم من أن متوسط أي

عينة يمكن أن يختلف عن المجتمع الذي سحبت منه هذه العينة، وأن متوسطات العينة العشوائية المكررة سوف تتمحور حول القيمة "الحقيقية" للمجتمع.

$$u\overline{x} = u$$

بمعنى آخر، بالرغم من أن النتائج الفردية التي سوف تتباين من عينة إلى عينة أخرى في معدل متوسطات العينة ستكون مساوية لذلك المعدل في المجتمع. فإن هذه الخاصية المتعلقة بمتوسط العينة تجعل منه تقديراً غير متحيز لقيمة المجتمع. فإحصاء العينة إحصاء غير متحيز إذا كان توزيع المعاينة لديها متوسطاً مساوياً لمعلمات المجتمع يكون إحصاء العينة قادراً على تقدير هذه المعلمة.

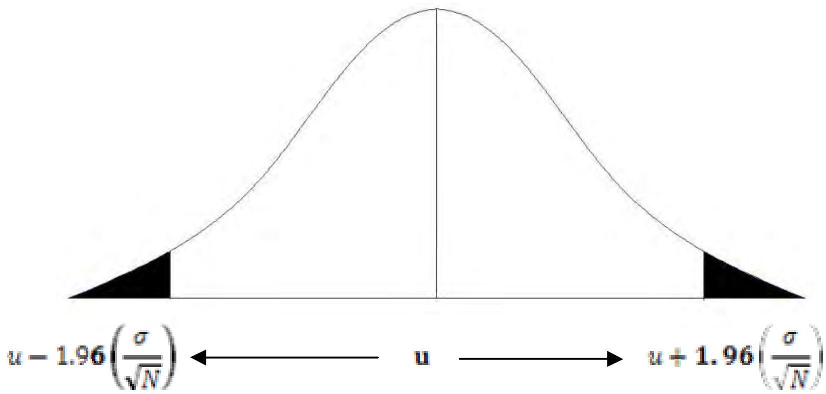
2- إن انتشار نتائج العينة حول قيمة المجتمع يكون متأثراً بحجم العينة. فالانحراف المعياري لتوزيع المعاينة، يطلق عليه الخطأ المعياري الذي يعرف بالمعادلة التالية:

$$\sigma\overline{X} = \frac{\sigma}{\sqrt{}}$$

وبزيادة حجم العينة فإن الخطأ المعياري لتوزيع المعاينة يصبح أصغر، وبذلك فإن نتائج العينة تكون أكثر إحكاماً في التمحور حول قيمة المجتمع. بمعنى آخر، إن العينات الكبيرة تمدنا بتقديرات فعالة لقيم المجتمع.

3- توزيعات المعاينة لمتوسطات العينة تكون طبيعية، تناسب متوسطات العينة وستقع داخل مدى محدد من القيم التي ستحدد عبر التوزيع الطبيعي المعياري. ومن خلال هذه الحقيقة المحددة يمكننا استخدام التقنيات التي تم عرضها في الفصل المتعلق بالمنحنى الطبيعي المعياري الذي يتم وفقاً له استخدام درجات Z لوصف توزيع الحالات عبر مدى من القيم.

إن هذه الخاصيات الثلاثة لتوزيع المعاينة لمتوسطات العينة تمكننا من مراجعة جدول المساحة تحت المنحنى الطبيعي المعياري (انظر الملحق المتعلق بالمساحة تحت المنحنى الطبيعي) من أجل ضمان الاحتمالية بأن أي متوسط عينة معطى سيكون داخل مدى محدد من القيم حول متوسط المجتمع. على تقدير أن حوالي 95 % من العينات المكررة سيكون لها متوسط داخل 1.96 أخطاء معيارية عن متوسط المجتمع (انظر الشكل التالي):



95 % لكل احتمالات $\overline{X}$ ستقع في الفترة $u \pm 1.96\left(\dfrac{\sigma}{\sqrt{N}}\right)$

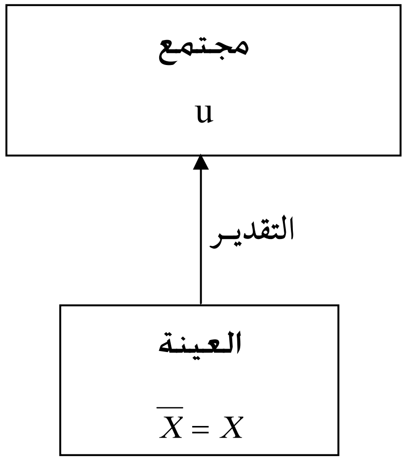
شكل (10 ـ 4) توزيع المعاينة لمتوسطات عينة

الجدير بالذكر، أن هذا التوزيع يسمح لنا بتحديد مدى أو درجات الفترة داخل 95% لكل متوسطات العينة المحتملة، وسوف تقع داخلها. وتعرف بالمعادلة التالية:

$$u \pm 1.96\left(\frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right)$$

التقدير:

في الشكل (10 – 3) تم طرح المشكلة بطريقة معينة، فقد كانت لدينا معلمة مجتمع، وتم تقدير مدى القيم وهي 95 % لكل العينات العشوائية التي تم سحبها من ذلك المجتمع الذي نتعامل معه وعلى أية حال في القضايا البحثية عادة ما تُطْرَحُ المشكلة نفسها بشكل آخر، فإذا كان لدينا نتيجة لعينة واحدة ونحتاج إلى تقدير قيمة المجتمع من العينة فإن ذلك يمكن توضيحه (من خلال الشكل 10 – 5).



شكل (10 ـ 5) عملية تقدير متوسط المجتمع

في الجزء الأول من هذا الفصل تم تحليل 400 شخصٍ في مجتمع محلي افتراضي. وقد كان متوسط هذا المجتمع المحلي 35 سنة، وسحبت عينة عشوائية منه بحجم 120 شخصٍ N = 120، وقد تبين لنا أن المتوسطات لكل واحد من هذه العينات ليست مساوية لمعلمة المجتمع الذي سحبت منه هذه العينات، إلا أنه يمكننا القول بأن معظم هذه المتوسطات تتجمع حول قيمة المجتمع. والسؤال الذي يمكن طرحه هنا هو: ما الأمر إذا لم يكن لدينا معرفة بأن المتوسط العمري لهذا المجتمع كان 35 سنة، وأن كل ما في وسعنا أن نتعامل مع واحدة من هذه العينات البالغ عددها 120 مفردة؟ دعنا نفترض أن واحدة من هذه العينات وهي العينة الوحيدة التي ولدت متوسط عمري يصل إلى 34.5 سنة وأن المهمة التي تقع على عاتقنا هي تقدير معلمة المجتمع (لاحظ هنا أننا نتظاهر بأنه ليس لدينا أية معلومة حول معلمة المجتمع) من نتيجة عينة واحدة. ولكي تقدر معلمة المجتمع ينبغي علينا أن تبدأ بفرضية. وتقترح هذه الفرضية أن العينة تقع فعلياً داخل منطقة معينة في توزيع المعاينة. ونفترض أن متوسط العينة ليس واحداً من هذه المتوسطات القليلة بعيدة الاحتمال. والنتائج المتطرفة تكون مختلفة كثيراً عن قيمة المجتمع. فعلى سبيل المثال، قد ينتابنا شعور بالراحة مع الفرضية التي مفادها: أن هذه العينة المكونة من 120 شخصاً تكون واحدة من 95 % من كل العينات المحتملة التي تقع داخل 1.96 ± انحرافات

معيارية من متوسط المجتمع. ينبغي علينا أن نضع في أذهاننا أن هذا الأمر مجرد فرضية: فقد يكون في حقيقة الأمر أننا قد سحبنا واحدة من هذه العينات القريبة بمتوسط يختلف كثيراً عن معلمة المجتمع. وأنه ليس باستطاعتنا البتة معرفة ما إذا كان الأمر كذلك، ولكن مع وجود احتمالية قليلة جداً قد يكون الأمر كذلك (أقل من 5 في 100)، فالفرضية هنا تبدو معقولة. بمعنى آخر، أننا سنكون على ثقة بأن هذه الفرضية تكون صحيحة. ومن هنا نطلق على هذا الأمر، الاحتمالية المفترضة لمستوى الثقة؛ في هذا المثال، قد تعاملنا مع مستوى ثقة 95 %.

ومع الأخذ بهذه الفرضية فإن نتيجة العينة تكون داخل مدى 95% لكل نتائج العينة المحتملة ومن ثم نكون قادرين على تقدير المجتمع. نحن نعلم أن توزيع المعاينة سيكون لديه انحراف معياري يطلق عليه الخطأ المعياري:

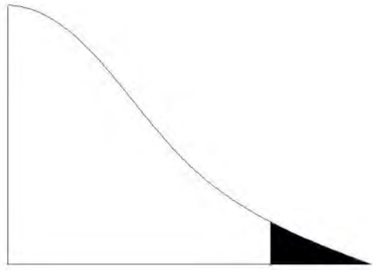
$$\sigma\overline{X} = \frac{\sigma}{\sqrt{}}$$

وعندما لم يكن لدينا أي معرفة بالانحراف المعياري للمجتمع ( ) لذلك يمكننا استخدام الانحراف المعياري للعينة بدلاً من ذلك. والذي سيكون في هذه العينة مساوياً لـِ 13 سنة:

$$\sigma\overline{X} = \frac{S}{\sqrt{N-1}} = \frac{13}{\sqrt{120-1}}$$

= 1.2 سنة

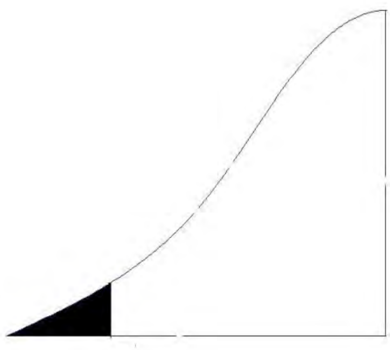
ومع الأخذ بهذه القيمة للخطأ المعياري فإن أبعد معلمة للمجتمع ستكون تحت قيمة العينة وأن هذه القيمة أي قيمة العينة تبقى داخل منطقة 95 % (1.96-) انحرافات معيارية. ونطلق على ذلك الحد الأدنى Lower Limit للتقدير. ويحدد الحد الأدنى للتقدير المسافة القصوى التي ستكون فيها قيمة المجتمع تحت قيمة العينة. انظر شكل (6).



الحد الأدنى u ← $\bar{X}-1.96\left(\frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right)$ — $\bar{X}$

شكل رقم (10 ـ 6) $\bar{X}-Z\left(\frac{S}{\sqrt{N-1}}\right)$ = **الحد الأدنى**

وباستخدامنا لنفس المنطق، فإن أبعد معلمة للمجتمع يمكن أن تكون أعلى من قيمة العينة وتكون داخل منطقة 95 %، 1.96 + أخطاء معيارية ونطلق على هذا الحد الأعلى Upper Limit كما هو موضح في الشكل (10 – 7).



$\bar{X}$ — $\bar{X}+1.96\left(\frac{S}{\sqrt{N}}\right)$ → u الحد الأعلى

شكل رقم (10 ـ 7) $\bar{X}+Z\left(\frac{S}{\sqrt{N-1}}\right)$ = **الحد الأعلى**

وبوضع هذين الجزئين من المنطق معاً يسمحان لنا بتعريف مدى القيم التي يطلق عليها فترة الثقة Confidence Interval (C.i)، ونعني بفترة الثقة مدى القيم التي يمكن تقديرها، وتشمل إحصاء المجتمع على مستوى محدد من الثقة.

إن خطوات تحديد الحد الأدنى والحد الأعلى لفترة الثقة يمكن جمعها في المعادلة التالية:

$$Ci = \overline{X} \pm Z\left(\frac{S}{\sqrt{N-1}}\right)$$

حيث إن: c.i فترة الثقة.

$\overline{X}$ متوسط العينة.

Z درجة Z كما تحدد من خلال ألفا.

$\frac{S}{\sqrt{N-1}}$ الانحراف المعياري للعينة.

$\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$ الانحراف المعياري للمجتمع.

$$u \leftarrow \overline{X} - 1.96\left(\frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right) — \overline{X} — \overline{X} + 1.96\left(\frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right) \rightarrow u$$

الحد الأعلى Upper Limit $\quad Ci = \overline{X} \pm 1.96\left(\frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right) \quad$ الحد الأدنى Lower Limit

تبين لنا هذه المعادلة أنه يمكن إضافة أو طرح مسافة من نتائج العينة عرفت بالرقم الأقصى لدرجات Z التي افترضنا أن نتيجة العينة جاءت من معلمة المجتمع. إننا نتعامل مع درجة Z لـِ 1.96. لأننا افترضنا أن العينة كانت واحد من 95 % من كل العينات الممكنة التي تقع قريبة من متوسطة المجتمع. ففي المثال الذي نتعامل معه، فإن الحد الأدنى والحد الأعلى لأولئك القاطنين في هذا المجتمع المحلي يكون:

الحد الأدنى = $\overline{X} - Z\left(\frac{S}{\sqrt{N-1}}\right) = 34.5 - 1.96\left(\frac{13}{\sqrt{120-1}}\right)$

$= 32.3$ سنة

$$\text{الحد الأدنى} = \overline{X} + Z\left(\frac{S}{\sqrt{N-1}}\right) = 34.5 + 1.96\left(\frac{13}{\sqrt{120-1}}\right)$$

= 36.8 دقيقة

ويمكن التعبير عن مثل هذا التقدير بالشكل التالي:

[36.8 و 32.3] 34.5. قد تم بناء فترة ثقة لأن تقدير المتوسط العمري للمجتمع من عينة واحدة يحتاج منا أن نعطي مساحة لتأثير تباين المعاينة. وبالنظر إلى التقدير الذي تم بناؤه من هذه العينة، فإنه بإمكاننا أن ندرك أن هذا التقدير يتضمن المتوسط الفعلي للمجتمع البالغ 35 سنة. والذي أدعينا أننا لا نعرفه. إن فترة الثقة تكون دقيقة، ذلك أن مدى القيم يتراوح بين 32.3 و 36.8 سنة. وهذا المدى من القيم يحتوي المتوسط الفعلي للمجتمع. والجدير بالذكر أنه في الحالة السوية، لا نعرف ما إذا كان التقدير دقيق، سوى أن مستوى الثقة يشير إلى احتمالية كونه دقيق (6).

تغير مستوى الثقة :

من خلال المناقشة أعلاه، اخترنا مستوى ثقة 95 % وهذا ما حدا بنا إلى مضاعفة الخطأ المعياري لدرجة Z بـِ 1.96، نظراً لأن هذا يحدد المساحة تحت توزيع المعاينة التي تحتوي 95 % من نتائج العينة المكررة. إن مستوى ثقة 95 % هي الأكثر شيوعاً واستخداماً، إلا أن ذلك لا يمنع البتة من أن يختار الباحث إما مستوى أكبر أو أصغر استناداً إلى كم من الثقة يريد الباحث اعتمادها. ونلاحظ أنه كلما كان مستوى الثقة أكبر فمن المرجح أن فترة الثقة التي تشتق منها ستتضمن متوسط المجتمع والعكس بالعكس. إذا ما اخترنا على سبيل المثال، فترة ثقة 99 % إذاً نحن نفترض أن متوسط عينة محددة يكون 1 من 99 في 100 سيقع 2.58 انحرافات معيارية في أي اتجاه للمتوسط الحقيقي:

$$Ci = \overline{X} \pm 2.58\left(\frac{S}{\sqrt{N-1}}\right)$$

ولزيادة التوضيح لفهم التأثير الحاصل من اختيار مستويات ثقة مختلفة، دعنا نوضح ذلك من خلال المثال التالي:

مثال: عينة عشوائية مكونة من 200 فردٍ تم سحبها. وطرح سؤال على كل واحد من هؤلاء حول دخله السنوي، وقد وصل متوسط دخل هذه العينة سنوياً إلى 35.000 دولار بانحراف معياري 5000 دولار:

$$\overline{X} = 35.000$$

$$S = 5000$$

$$N = 200$$

السؤال المطروح نطرحه هنا: ما هو تقديرنا لمتوسط الدخل السنوي لهؤلاء الناس بمستوى ثقة 95 %؟

$$Ci = \overline{X} \pm Z\left(\frac{S}{\sqrt{N-1}}\right) = 35.000 \pm 1.96\left(\frac{5000}{\sqrt{200-1}}\right)$$

$$= 35.000 \pm 695$$

الحد الأدنى والحد الأعلى هما

الحد الأدنى للفترة هو $35.000 - 695 = 34.305$

الحد الأعلى للفترة هو $35.000 + 695 = 35.695$

وبذلك فإن تقديرنا لمتوسط الدخل السنوي لكل هؤلاء الناس بمستوى ثقة 95 % يقع داخل المدى التالي:

$$34.305 \leq u \leq 35.695$$

إذاً فاتساع أو عرض الفترة: $35.695-34.305=1390$ = اتساع أو عرض الفترة (Interval Width)

ويمكننا أن نتتبع نفس الإجراء إذا أردنا أن نولد فترة ثقة 99 %

$$Ci = \overline{X} \pm Z\left(\frac{S}{\sqrt{N-1}}\right) = 35.000 \pm 2.58\left(\frac{5000}{\sqrt{200-1}}\right)$$

$$= 35.000 \pm 915$$

$$= 35.000\ [34.085 \text{ ،} 35.915]$$

ولكي نكون أكثر ثقة بأن فترة الثقة سوف تحتوي فعلياً القيمة الحقيقية للمجتمع، وتصبح أكثر اتساعاً؛ فهي تتراوح الآن في هذا المثال، من 34.085 إلى 35.915 بعرض يبلغ 1830 (35.915−34,085=1830). إذا ما أردنا على الجانب الآخر، أن نكون أكثر دقة في تقديرنا فإنه بالإمكان اختيار مستوى ثقة 90 %، غير أن هذا سيكون فيه مخاطرة كبيرة على أن نكون مخطئين في التقدير، وبالتالي فإن فترة الثقة لهذا المستوى لدرجة Z تساوي 1.645:

$$Ci = 35.000 \pm 1.645\left(\frac{5000}{\sqrt{200-1}}\right)$$

$$= 35.000\ [34.415 \text{ ،} 35.585]$$

إن تأثير التغيرات في مستوى الثقة في تقديراتنا يمكن تلخيصه في الجدول التالي:

جدول (10 ـ 2) تأثير مستوى الثقة على فترة الثقة (N= 200)

مستوى الثقة ألفا (∝) %	درجة Z	فترة الثقة	مدى الفترة
% 90	1.65	35.000 ± 585	1170
% 95	1.96	35.000 ± 695	1390
% 99	2.58	35.000 ± 915	1830

المصدر: George Argyrous, op.cit , p. 254

نلاحظ أنه باستخدامنا لمستوى ثقة أصغر يقلل من اتساع أو عرض الفترة التي قدرنا فيها قيم المجتمع. وبالرغم من أن مدى هذه الفترة يكون صغيراً فإن فرصة وقوعنا في الخطأ (طبقاً لمستوى الدلالة) سيزداد أيضاً وبتطبيق مدى القيم تزيد الفرصة بأنها لن

تحتوي على متوسط المجتمع. وباختيارنا لمستوى ثقة 99 % يوسع تقدير الفترة بحيث تصبح أكثر احتمالاً بأن تحتوي على قيمة المجتمع، إلا أنه من الممكن كنتيجة تعمل على أن يكون هذا التقدير غير ذي معنى من الناحية النظرية أو العملية. وبمعرفتنا بأن متوسط الدخل السنوي لأفراد هذه العينة يمكن أن يكون بين 34.085 و 35.915 ربما نحن فعلياً لم نصل شيء له أهمية عملية [7].

إجراء توليد عينات عشوائية مكررة باستخدام برنامج Spss:

1- من القائمة الموجودة في الجزء العلوي من الشاشة اختر:

Data ⟸ Select ⟸ Cases

(يعطيك صندوق الحوار لـِ Select Cases)

2- اختيار عينة الحالات العشوائية وذلك بالنقر على الدائرة الصغيرة ⊙ بجانب هذا الخيار.

3- النقر على مفتاح Sample (هذه العملية تقودك إلى اختيار الحالات Random Sample Select Cases وتعطيك خيار الاختيار لنسب محددة من الحالات، أو عدد معين من الحالات. في هذا المثال اختار الباحث عدد (120 حالة).

4- انقر على الدائرة الصغيرة ⊙ بجانب Exactly.

5- اطبع 120.

6- اطبع 400 في المربع بجانب From the First.

7- انقر على Contiue.

8- انقر على OK.

فيما يلي المخرجات الناتجة عن هذا الإجراء:

حساب متوسط العينة Calculating The Sample Mean:

إن الخطوة التالية هي إعطاء الأمر SPSS لحساب المتوسط لهذه العينة باستخدام أمر:

analyze ⟸ Statistics ⟸ Descriptive ⟸ Frequencies

(ملاحظة ينبغي على الباحث في مثل هذا الإجراء أن يختار Only فقط المتوسط Mean حتى لا يحصل على جدول تكراري وإحصاءات وصفية أخرى لكل عينة مكررة نظراً لأن هذه العملية ستولد مخرجات لا ضرورة لها في هذا الشأن.

إجراء تكرار المعاينة Repeating The Sampling Procedure:

إن إجراء هذين الأمرين بشكل متعاقب سوف يولد متوسطاً للعينات العشوائية المختارة للحالات 120. ولسحب عينة عشوائية أخرى يتطلب:

1- اختيار أمر Data ⟸ Select Cases والنقر مباشرة على OK (ليس بالضرورة أن نختار مرة ثانية 120 حالة فالبرنامج بشكل آلي يعيد مجموع التعليمات السابقة ويختار عينة جديدة قوامها 120 وبالطريقة المشابهة:

analyze ⟸ Statistics ⟸ Descriptive ⟸ Frequencies

وبعد ذلك النقر على OK حينها سوف يتم حساب المتوسط بدون اللجوء إلى اختيار كل الخيارات داخل هذا الأمر. وبالتالي سوف تتحصل على 20 جدولاً كلها تشبه الشكل رقم (8).

Frequencies

Statistics

Age of Respondent

N	Valid	120
	Missing	0
Mean		35.76

شكل رقم (10 ـ 8) متوسط عينة عشوائية باستخدام SPSS

إجراء فترات الثقة Confidence Intervals باستخدام Spss:

1- من القائمة الموجودة في الجزء العلوي من الشاشة اختر:

Analyze ⇐ Descriptive ⇐ Statistics ⇐ Explore

2- اختر TV. Watched per Night من قائمة المتغيرات Variables

3- انقر على ◄ مشيراً إلى القائمة المحددة بعنوان Dependent List هذه العملية تقوم بلصق TV. Watched Pernight إلى القائمة المحددة للمتغير التابع Dependent List.

4- انقر على OK.

فيما يلي المخرجات الناتجة عن هذا الإجراء:

Descriptives

			Statistic	Std.Error
TV Watched per night in Minutes	MEAN		165.85	6.55
	95% Confidence	Lower Bound	152.14	
	Interval for mean	upper Bound	179.56	
	5% Trimmed mean		166.94	
	Median		165.00	
	Variance		857.924	
	Std.Deviation		29.29	
	Minimum		102	
	Maximu,		210	
	Rage		108	
	Inerquartile Range		42.50	
	Skewness		-.450	.512
	Kurtosis		-.303	.992

شكل رقم (10 ـ 9) مخرجات أمر استكشاف SPSS

Spss Explore Comnond output

تغير حجم العينة:

بمعزل عن مستوى ألفا، فإن العامل الآخر الذي يحدد مدى فترة الثقة يكمن في حجم العينة. فإذا أبقينا على مستوى ثقة 95 %، وأن الذي يتباين هو فقط حجم العينة، فإننا بذلك نلاحظ أنه يصبح اتساع أو عرض Width الفترة أصغر بزيادة حجم العينة. انظر الجدول التالي:

جدول (10 – 3) تأثير حجم العينة على مدى الفترة (α = 0.05)

حجم العينة	مدى الفترة
100	1970
200	1390
500	877
1000	620
10.000	196

المصدر: George Argyrous, op.cit , p. 255

إن الشيء الذي نلاحظه من الجدول السابق حول تأثير حجم العينة هو أن زيادة حجم العينة له تأثير كبير على اتساع أو عرض الفترة إذا ما قورن بالعينات الصغيرة. فزيادة حجم العينة من 100 إلى 200 يخفض من اتساع الفترة بـِ 580، الذي هو أكبر من 424 عندما تم زيادة حجم العينة من 1000 إلى 10.000. ولهذا السبب يرى كثير من المشتغلين بالمسوح الاجتماعية وبحوث قياسات الرأي العام، حتى عندما يتم التعميم على ملايين من السكان نجد أن العينة المناسبة تتراوح بين 1200 إلى 1400 مفردة فقط. إن هذا الحجم من العينات يضيق فترة الثقة إلى اتساع صغير نسبياً، وإذا زاد حجم العينة أكثر من ذلك قد يؤدي إلى زيادة تكلفة إجراء البحث بدون الحصول على قدر كبير من الدقة. ولزيادة التوضيح نورد المثالين التاليين:

المثال الأول: نفترض أننا نريد أن نقدر المتوسط العمري من كل الأطفال في روضة ما، وتم اختيار عينة عشوائية لـِ 140 طفلاً بمتوسط عمري 3.75 سنة، وبانحراف معياري 0.8 سنة، ما هو تقديرنا للمتوسط العمري لأولئك الأطفال بالروضة؟

$$\overline{X} = 3.75$$

$$S = 0.8$$

$$N = 140$$

$$Z = 1.96\ (\alpha = 0.05)$$

$$Ci = \overline{X} \pm Z\left(\frac{S}{\sqrt{N-1}}\right) = 3.75 \pm 1.96\left(\frac{0.8}{\sqrt{140-1}}\right)$$

$$= 3.75 \pm 0.13$$

وعليه فإننا نتوقع أن المتوسط العمري لكل أطفال الروضة سيكون بين 3.62 و 3.88 سنة ويمكن كتابة هذا التقرير بالشكل التالي:

3.75 سنة = [3.88، 3.62]

المثال الثاني: عينة عشوائية من 300 شخصٍ يشاهدون الإذاعة المرئية بمعدل 150 دقيقة في الليلة الواحدة بانحراف معياري 50 دقيقة. كيف يمكن تقدير متوسط المجتمع؟

إذا أخذنا مستوى ثقة 95 % فإن الحد الأدنى للفترة هو:

الحد الأدنى = $\overline{X} - Z\left(\frac{S}{\sqrt{N-1}}\right) = 150 - 1.96\left(\frac{50}{\sqrt{300-1}}\right)$

= 144.3 دقيقة

الحد الأعلى = $\overline{X} + Z\left(\frac{S}{\sqrt{N-1}}\right) = 150 + 1.96\left(\frac{50}{\sqrt{300-1}}\right)$

= 155.7 دقيقة

وعليه فإن تقديرنا لمشاهدة الإذاعة المرئية ليلاً بمستوى ثقة 95% يكون [155.7، 144.3] 150 دقيقة [8].

اختيار حجم العينة*:

لتعميم أي مشروع بحثي ينبغي على الباحث أن يضع في اعتباره مجموعة من العوامل، فالمعاينة قد تكون مكلفة جداً من حيث الإجراء، وإذا أخذنا في الاعتبار عملية التدريب، والسفر، وعامل الوقت الذي يمكن أن يحيط بإجراء أي مسح واسع. وبالتالي نريد أن نضمن أن يكون لدينا عينة كبيرة وكافية تولد لنا الدقة المطلوبة، ولكن حجم هذه العينة ينبغي ألاّ يكون أكبر من الضروري.

هنا يمكننا استخدام منطق التقدير لنحدد حجم العينة الصحيح الذي نسعى إليه، آخذين في الاعتبار مستوى الدقة التي نسعى إليها. فعلى سبيل المثال، قد يكون في أذهاننا اتساع فترة محدداً؛ ففي المثال السابق، فإننا قد نرغب في تقدير دخل بعض الأفراد داخل 1000 دولارٍ كمتوسط دخل لهذه المجموعة من السكان. وبالتالي فإن اتساع أو عرض الفترة قد حدد سلفاً من خلال القضية المطروحة للبحث، والآن نعمل بشكل عكسي لنقرر حجم العينة الملائم الذي سوف يولد لنا فترة ثقة لهذا الحجم. وبدون الخوض في البراهين، فإنه يمكن اشتقاق المعادلة التالية لاختيار حجم العينة الملائم من المعادلة التي استخدمناها سلفاً:

$$N = \frac{Z^2 \times \sigma^2}{\left(\frac{width}{2}\right)^2}$$

حيث إن: Width تعني اتساع أو عرض.

في هذا المثال لدينا اتساع تم تحديده سلفاً وهو 1000 دولارٍ. وإذا اخترنا مستوى ثقة 95 %، Z = 1.96. إن الجزئية الباقية لكي نستنتج حجم العينة هي الانحراف المعياري للمجتمع.

---

* لمعرفة المزيد حول طرق تحديد حجم العينة يمكنك الرجوع إلى : مصطفى خلف عبد الجواد، الإحصاء الاجتماعي: المبادئ والتطبيقات، دار السيرة للنشر والتوزيع والطباعة، عمان، 2009، ص ص 382-387.

إن هذه الجزئية هي التي تحد من استخدام هذه التقنية. ولما كان الأمر يتعلق بإجراء تصميم مشروع بحث، أكثر منه إجراء لتحليل البيانات التي تم جمعها فعلاً، فإنه على نحو مبين ليس في قدرتنا استخدام الانحراف المعياري كبديل لِـ ، باعتبار أن العينة لم تسحب بعد ! وبالتالي فإن هذا الإجراء يكون مقتصراً لتلك المواقف التي يكون الانحراف المعياري للمجتمع فيها معروفاً، ولغرض التوضيح دعنا نفترض أن الانحراف المعياري للمجتمع معروفُ وهو 5000 دولارٍ. إنه بإمكاننا أن نستعيض عن المعلومات ذات الصلة في المعادلة لكي نحدد حجم العينة المناسب:

$$N = \frac{Z^2 \times \sigma^2}{\left(\frac{width}{2}\right)^2} = \frac{1.96^2 \times 5000^2}{\frac{(1000)^2}{2}}$$

$$= 384$$

بهذا فإننا نحتاج إلى عينة حجمها 384 إذا أردنا أن نولد فترة ثقة باتساع لا يزيد عن 1000 دولارٍ. ولتوضيح هذه الفكرة مرة أخرى، دعنا نفترض أننا نرغب في أن نكون أكثر دقة: وأن لا يكون تقديرنا أوسع من 500 دولارٍ، على مستوى ثقة 95 % ولسبب ما فإننا نريد أن نكون أكثر قرباً من القيمة المحددة. إن السؤال المطروح هو: ما حجم العينة الذي ينبغي علينا أخذها؟

$$N = \frac{Z^2 \times \sigma^2}{\left(\frac{width}{2}\right)^2} = \frac{1.96^2 \times 5000^2}{\frac{(500)^2}{2}}$$

$$= 1537$$

من خلال ما تم مناقشته أعلاه لكي نكون أكثر دقة في التقدير، فإننا نحتاج إلى عينة كبيرة، باعتبار أن العينات الكبيرة لديها خطأ معياري قليل حول معلمة المجتمع الحقيقية. ولكي تقلص الدخل السنوي لأفراد هذه العينة إلى مدى أصغر يصل إلى 500 دولار فإن الأمر يتطلب أخذ عينة من 1537 [9].

أسئلة للمراجعة:

1- بين الفرق بين المعلمة وإحصائي العينة؟

2- ما هو الفرق بين الإحصاء الوصفي والإحصاء الاستدلالي؟

3- ماذا يعني التباين العشوائي؟ وكيف يؤثر هذا التباين على قدرتنا للوصول إلى التعميم من العينة على المجتمع.

4- بين ما إذا كانت الصياغات التالية صحيحة أم خطأ:

أ- الثبات في متوسطات العينة العشوائية يعتمد على حجم العينة، والتباين في المجتمع، وحجم المجتمع.

ب- متوسطات العينات العشوائية سوف تتجمع حول متوسط المجتمع.

ج- الانحراف المعياري لمتوسطات العينة العشوائية سيكون أكبر من الانحراف المعياري للمجتمع التي سحبت منه هذه العينة؟

د- توزيع متوسطات العينة سيكون طبيعياً إذا تم سحب هذه المتوسطات من مجتمع طبيعي.

5- إذا كان متوسط مجتمع طبيعي هو 40، ما هو متوسط توزيعات المعاينة لعينة $N = 30$، وعينة $N = 120$؟

6- ماذا يعني الخطأ المعياري؟ هل سيكون مساوياً أو أكبر أو أقل من الانحراف المعياري للمجتمع؟ ولماذا؟

7- صف لنا مشروع بحث يمكن أن تستخدم فيه عمليات العينات العشوائية الطبقية؟

8- لماذا تعتبر نظرية تقارب التوزيعات الاحتمالية مهمة في البحث؟

9- ماذا يعني التقدير بفترة؟

10- اشرح ماذا يعني مستوى الثقة؟ وكيف أن التغير في مستوى الثقة يؤثر على اتساع التقدير بفترة؟

11- بين كيف أن حجم العينة يؤثر على فترة الثقة؟

12- بين كيف أن الانحراف المعياري يؤثر في اتساع فترة الثقة؟

13- من نتائج واحد من مجموعة كل عينة من الفئات التالية، قم ببناء مستوى ثقة 95 % لتقدير u (متوسط المجتمع)؟

أ-	$\overline{X}=5.2$ S = 0.7 N = 157	د-	$\overline{X}=1.020$ S = 50 N = 329
ب-	$\overline{X}=100$ S = 9 N = 620	هـ-	$\overline{X}=7.3$ S = 1.2 N = 105
ج-	$\overline{X}=20$ S = 3 N = 220	و-	$\overline{X}=33$ S = 6 N = 220

14- من البيانات التالية التي تقيس مدة الوقت بالشهور لخريجي الجامعة للحصول على أول عمل. افترض أن هذا المتغير تم توزيعه توزيعاً طبيعياً. استنتج التقدير بفترة لمجموعة هؤلاء الخريجين مستخدماً 95 % مستوى ثقة؟

الدرجة	حجم العينة	المتوسط	الانحراف المعياري
اقتصاد	45	6	2.5
اجتماع	35	4	2.0
تاريخ	40	4.5	3.0
إحصاء	60	3	1.5

15- دراسة حول 120 مطلق تزوجوا في نفس العام. وقد أوضحت هذه الدراسة أن متوسط طول فترة الزواج كان 8.5 سنة، بانحراف معياري 1.2 سنة. ما هو تقدير متوسط طول فترة الزواج لكل هؤلاء المطلقين مستخدماً مستوى ثقة 95%.

16- لمستوى الثقة التالية حدد ما يقابلها من درجة لِـ Z:

مستوى الثقة	ألفا α	مساحة أبعد من Z	درجة Z
% 95	0.05	0.0250	$\pm$ 1.96
% 94			
% 92			
% 97			
% 98			
% 99.9			

الهوامش والمصادر:

أولا: الهوامش:

1- لمزيد من المعلومات: انظر:

EARL BABBie , The basic of Social Research , Wadsworth , USA , 2005 , PP. 212 - 213.

وعبد الله عامر الهمالي، أسلوب البحث الاجتماعي وتقنياته، منشورات جامعة قاريونس، بنغازي، 2003، ص ص 235 – 263.

2- EARL BABBie , op.cit , P.190.

3- George DiEkhoff, Statictics for the social and Behavioral Sciences: Univariate , Bivariate, Multivariate, MCGraw Hill, Companies , Inc. USA , 1992 , P. 86.

4- George Argyrous , Statistics for Social and Health Research , With a Guide to Spss , Sage Publications ,London , 2001 , PP.238 - 240.

5- Ibid , P. 240.

6- Ibid , PP. 248 - 252.

7- Ibid , PP. 252 - 255.

8- Ibid , PP. 255 - 257.

9- Ibid , PP. 259 - 260.

ثانياً: المصادر:

1. George Argyrous , Statistics for Social and Health Research , With a Guide to Spss , Sage Publications ,London , 2001.
2. George DiEkhoff, Statictics for the social and Behavioral Sciences: Univariate, Bivariate, Multivariate, MCGraw Hill, Companies , Inc. USA , 1992.
3. Frederick J. Gravetter and Larry B. Wallnau , Statistics for The Behavioral Sciences , 8eted , Wadsworth Cengate Learing , USA , 2010.
4. Joseph F. Healey, The Essentials of Statistitics: A Tool for Social Research, Wadsworuh Cengate Learning, USA. 2010.

الفصل الحادي عشر

اختبار الفروض : اختبار Z لمتوسط عينة واحدة

اختبار الفرض : فكرة عامة

في الفصل السابق، تناولنا التقنيات المتعلقة بتوزيعات المعاينة وتقدير معلمات المجتمع من إحصاء العينة. في هذا الفصل والفصول اللاحقة سوف نتناول بعض التطبيقات الأخرى المتعلقة بالإحصاء الاستدلالي ويطلق عليها اختبار الفروض أو دلالة الاختبار hyphothesis testing or signficance testing. في هذا الفصل سنتناول بالتفصيل التقنيات المتعلقة باختبار لمتوسط عينة واحدة. وكما رأينا في الفصول السابقة أن المعلومات المتحصل عليها من خلال العينة العشوائية ليست بالضرورة دائماً انعكاساً حقيقياً للمجتمع الذي سحبت منه هذه العينة.

ولتوضيح ذلك دعنا نسوق المثال التالي:

نفترض أن لدينا مجتمع مكون من 400 شخصٍ بمتوسط عمري يصل إلى 35 سنة وانحراف معياري يصل إلى 13 سنة. وقد تم سحب عينة من هذا المجتمع تصل إلى 150 شخصاً بمتوسط عمري 32 سنة ويود الباحث معرفة ما إذا كانت هذه العينة قد سُحِبَتْ من هذا المجتمع أم لا؟ إن الفرق العمري بين متوسط المجتمع ومتوسط العينة وصل إلى

ثلاث سنوات. هل هذا الفرق يمكن أن يقترح أن هذه العينة قد جاءت من مجتمع آخر أم أنها قد سحبت من هذا المجتمع بمتوسط عمري 35 سنة وأن الفرق في هذه السنوات الثلاث جاءت عن طريق التباين العشوائي عند المعاينة؛ بمعنى آخر، يمكننا القول، بأن هناك احتمالين لتفسير الطريقة التي اختلفت فيها نتائج العينة على نتائج المجتمع الذي تم فيه الاعتقاد بأن العينة لم يتم سحبها من هذا المجتمع.

فالتفسير الأول مفاده أن العينة قد تم سحبها فعلاً من المجتمع، ولكن هذه العينة تم سحبها بالصدفة، لعدد كبير من ذوي الأعمار الصغيرة. وفي هذه الحالة يمكننا أن نطلق على هذا التفسير لنتيجة العينة اسم الفرض الصفري Ho (لا يوجد فرق) ويمكن صياغة ذلك رياضياً:

Ho: u = 35 سنة

أما التفسير البديل فمفاده أن العينة تم سحبها من مجتمع آخر متوسط أعمار أفراده ليست مساوية لـِ 35 سنة. ونطلق على هذا التفسير الفرض البديل Hi (يوجد فرق) وجبرياً يمكننا صياغته كالتالي:

Hi: u ≠ 35 سنة

إن هذين الفرضين مانعي التبادل، فإذا كان أحد هذين الفرضين صحيحاً فإن الآخر يكون غير صحيح، إما أن تكون العينة قد جاءت من مجتمع متوسط أعمار أفراده 35 سنة أو لا. وهذه تشبه حالة الملاكمة بين شخصين لابد لأحدهما أن ينتصر وبالتالي نحن لا نعرف أيّاً من الفرضين يكون صحيحاً.

السؤال الذي يمكن طرحه في إطار اختبار الفروض الإحصائية هو لِمَ نفترض أنه لا يوجد فرق لاعتقادنا أن هذا الافتراض الذي أوردناه افتراضاً صحيحاً. إن المنطق المتعلق باختبار الفروض يبين لنا ما إذا كانت فرضية " لا يوجد فرق " غير متساوقة مع نتائج البحث، وبالتالي فإن النقاش يقودنا إلى أن هذه الفرضية غير مبرَّرة. إننا نحاول أن نبرهن على أنه يوجد فرق وذلك من خلال إثبات العكس "فرضية لا يوجد فرق" ولفعل ذلك يحتاج الباحث إلى جملة من الإجراءات البحثية للوصول إلى هذه النتيجة، ومن خلال

الأسئلة التي نسوقها في متن هذا الكتاب؛ سوف تمكننا من اختبار هذه الافتراضات إذا كانت مقبولة أو متسقة مع البيانات البحثية. ومن خلال المثال الذي بين أيدينا فإنه – بشكل قوي – يساورنا الشك بأن العينة بمتوسط عمري 32 سنة لم تسحب من مجتمع بعدد 400 شخصٍ بمتوسط عمري 35 سنة. وبالرغم من الاعتقاد القوي أن هذا الفرض يكون صحيحاً، دعنا فعلياً نبدأ بالافتراض العكسي، وما نعتقده بأن هذا الفرض غير صحيح. وإذا ما بينا أنه من غير المحتمل لعينة بمتوسط عمري 32 سنة أن تسحب من مجتمع بمتوسط عمري 35 سنة، إذاً فإن هذه الفرضية التي بُدئي بها لا يمكن أن تكون مقبولة. وبالتالي يكون هناك مبرر لرفضها. ومن هنا جاءت عملية اختبار الفروض. نبدأ أولاً بصياغة الفرض الصفري Ho لاختباره بالمقارنة بالنتائج الفعلية لعينة الدراسة. وغالباً أننا لا ننجح في هذا الاختبار الذي نسعى إليه، دعنا نفترض لغرض النقاش، أن الفرض الصفري الذي مفاده "لا فرق" يعد فرضاً صحيحاً. ونحن نفترض أن العينة بمتوسط عمري 32، تم اختيارها من هذا المجتمع بمتوسط عمري 35 سنة بالرغم من وجود فرق ثلاث سنوات. والسؤال الذي يُطْرَح هنا هو: هل نتيجة هذه العينة ذات متوسط عمري 32 غير ثابتة مع فرضية أن المتوسط العمري للمجتمع يصل إلى 35 سنة؟ ما هي احتمالية الحصول على عينة يختلف متوسطاتها عن قيمة متوسط المجتمع 35 سنة بثلاث سنوات أو أكثر. هنا تدخل مسألة توزيع المعاينة لمتوسط العينات في مثل هذا الموقف. ونعني بتوزيع المعاينة توزيع المتوسطات للعينات الاحتمالية المعادلة والمتساوية في الحجم. كما يمكننا الإشارة إلى توزيع المعاينة والتي بإمكاننا معرفة خصائصها بالتفصيل ولتحديد احتمالية الحصول على عينة بمتوسط 32 سنة إذا كانت قيمة متوسط المجتمع 35 سنة. إن هذا الموقف يمدنا بأرجحية تسمح لنا أن نراهن إما على الفرض الصفري أو الفرض البديل. إن الأمر واضح لاستنتاج إجراء هذه الاحتماليات والذي أصبح الآن مألوفاً لدينا من خلال تحويل إحصاء العينة (المتوسط العمري) إلى درجة Z وبعد ذلك ننظر إلى احتمالية الارتباط من خلال النظر إلى جدول المساحة تحت المنحنى الطبيعي المعياري (جدول رقم 1).

جدول (11ـ1) المساحة تحت المنحنـى الطبيعي المعياري

Table A1 Area under the standard normal curve

Z	Area under curve between both points	Area under curve beyond both points	Area under curve beyond one point
±0.1	0.080	0.920	0.4600
±0.2	0.159	0.841	0.4205
±0.3	0.236	0.764	0.3820
±0.4	0.311	0.689	0.3445
±0.5	0.383	0.617	0.3085
±0.6	0.451	0.549	0.2745
±0.7	0.516	0.484	0.2420
±0.8	0.576	0.424	0.2120
±0.9	0.632	0.368	0.1840
±1	0.683	0.317	0.1585
±2.1	0.964	0.036	0.0180
±2.2	0.972	0.028	0.0140
±2.3	0.979	0.021	0.0105
±2.33	0.980	0.020	0.0100
±2.4	0.984	0.016	0.0080
±2.5	0.988	0.012	0.0060
±2.58	0.990	0.010	0.0050
±2.6	0.991	0.009	0.0045
±2.7	0.993	0.007	0.0035
±2.8	0.995	0.005	0.0025
±2.9	0.996	0.004	0.0020
±3	0.997	0.003	0.0015

إن الخطوة الأولى حساب قيمة Z المرتبطة بنتيجة العينة. وعند حساب درجات Z للمثال المطروح، فإننا نستخدم المعادلة التالية:

$$Z = \frac{\overline{x} - u}{\frac{\sigma}{\sqrt{N}}}$$

وللعينة المسحوبة بـِ 150 شخصاً بمتوسط عمري 32 سنة، فإن درجة Z تكون:

$$Z = \frac{\bar{x} - u}{\frac{\sigma}{\sqrt{N}}} = \frac{32 - 35}{\frac{13}{\sqrt{150}}} = -2.8$$

إن هذه المعادلة في جوهرها قد بينت بشكل معياري فرق ثلاث سنوات بين درجة العينة والقيمة المفترضة للمجتمع وذلك بتحويلها إلى درجة Z. إن الميزة في إظهار الوحدات الطبيعية بذلك الفرق الذي تم قياسه مبدئياً (بالسنوات) يمكن أن نشير إليه الآن في جدول المساحة تحت المنحنى الطبيعي (انظر جدول 1) لنحدد احتمالية الحصول على درجة Z تساوي 2.8− أو أكثر.

قد يتعجب المرء لماذا الإشارة في هذا الصدد إلى العمود المتعلق بالمساحة تحت المنحنى الطبيعي أبعد من نقطتين، بدلاً من جدول المساحة تحت المنحنى الطبيعي أبعد من نقطة واحدة. إن هذا الأمر يتعلق بالكيفية التي صيغت بها المشكلة منذ البداية. فقد كان الاهتمام منذ البداية منصباً في معرفة احتمالية سحب عينة تختلف عن متوسط المجتمع الافتراضي بـِ 32 سنة أي بثلاث سنوات أو أكثر، حيث إن قيمة الفرق الذي تـحصلنا عليه من واقع العينة المسحوبة (بمتوسط عمري 32 سنة) قد سحبت من المجتمع بمتوسط عمري 35 سنة. وبما أن تباين المعاينة يمكن أن يتسبب في متوسطات العينات العشوائية إما إلى أعلى أو إلى أسفل مقارنة بمتوسط المجتمع؛ فمتوسط العينة يمكن أن يختلف كذلك بثلاث سنوات أو أكثر من القيمة المفترضة للمجتمع إما بثلاث سنوات أكثر (متوسط 38 سنة) أو بثلاث سنوات أقل (متوسط 32 سنة). وعليه فإننا نشير إلى عمود وسط الجدول لنقرر احتمالية السحب، من خلال تباين المعاينة فقط، إن المساحة تحت المنحنى أبعد من درجات ($Z = +2.8$) أو ($Z= -2.8$) تكون 0.005. هذه الاحتمالية للسحب من مجتمع بمتوسط عمري 35 سنة، وعينة بمتوسط عمري 3 سنوات فوق أو تحت هذا المتوسط. بمعنى آخر، فقط 5 مرات في 1.000 عينة سوف يختلف متوسط العينة عن متوسط المجتمع الذي يصل متوسطه إلى 35 سنة بثلاث سنوات أو أكثر. فالخيار لدينا حر، إما:

- البقاء على الفرضية التي مفادها أن العينة سحبت من مجتمع (بمتوسط عمري 35

سنة) بأن تكون صحيحة، وبالتالي تفسر نتائج العينة بشكل استثنائي (5 في كل 1000 حادثة) أو

- رفض الفرضية بأن العينة تم سحبها من مجتمع (متوسط عمري 35 سنة) وأن إحصاء العينة ليس استثنائياً، ولكنه بدلاً من ذلك يعكس أن العينة تم سحبها من مجتمع آخر يتضمن متوسط عمري أكثر من 35 سنة.

مفترضين أرجحية أكبر من الخيار الأول هو الصحيح، وعليه يمكننا المراهنة على رفض الفرض الذي مفاده أن العينة قد سحبت من مجتمع بمتوسط عمري 35 سنة. إن الفرق بين نتائج القيمة الافتراضية للمجتمع كبيرة (ثلاث سنوات) إلى درجة يكون معها من غير المحتمل أنها جاءت عن طريق التباين العشوائي عند المعاينة، غير أنها بدلاً من ذلك تعكس أننا لم نقم بعملية المعاينة من مجتمع بمتوسط عمري 35 سنة. ولتوضيح هذا الإجراء مرة ثانية دعنا نفترض أن عينة من 150 شخصاً تعطينا النتيجة التالية:

$$\overline{X} = 36 \text{ سنة}$$

مرة ثانية، يمكننا أن نفترض أن العينة تم سحبها من مجتمع بمتوسط عمري 35 سنة. وبشكل واضح فإن الفرق مرة ثانية بين إحصاء العينة ومعلمة المجتمع، يصل هذه المرة إلى سنة. (1=35−36). إن التناقض هنا يبدو واضحاً بين فرضيتنا القائلة بأن العينة تم سحبها من مجتمع بمتوسط عمري 35 سنة وبين مشاهدتنا بأن نتيجة العينة ليست مساوية تماماً للقيمة الإحصائية المتعلقة بالمجتمع. هل هذه النتيجة تقودنا إلى رفض الفرضية بدلاً من القول بأن العينة تم سحبها من مجتمع آخر؟

للإجابة على هذا التساؤل نحتاج إلى استنتاج احتمالية الاختبار العشوائي لعينة تختلف متوسطاتها عن متوسط مجتمع يقدر بـِ 35 سنة، يزيد بسنة أو أكثر. إننا نحتاج أولاً إلى تحويل نتيجة العينة إلى درجة Z:

$$Z = \frac{\overline{x} - u}{\frac{\sigma}{\sqrt{N}}} = \frac{36 - 35}{\frac{13}{\sqrt{150}}} = 0.9$$

ويشير جدول المساحة تحت المنحنى إلى أن احتمالية الحصول على هذه الدرجة لـِ Z أو أكبر على أي من جانب المتوسط هي 0.368 (انظر جدول 1).

مثال: نفترض أن متوسط المجتمع وصل إلى 35 سنة، وأن متوسط العينة وصل إلى 36 سنة، يعني هذا أن المجتمع بمتوسط عمري 35 سنة قريباً من 37 / 1000 عينة سيكون متوسطها العمري مختلفاً عن 35 سنة أو أكثر. إن التباين العشوائي سيسبب تقريباً ⅓ كل العينات لتتباين إلى حدٍ كبير من المجتمع بقيمة متوسط 35 سنة. مثل هذه الاحتمالية العالية، تقودنا إلى القول بأن نتيجة العينة هي ببساطة راجعة إلى تباين عشوائي عندما تم اختبار هذه العينة من مجتمع (بمتوسط عمري 35 سنة) [1].

نموذج الخطوات الخمس لاختبار الفرض:

يتطلب التعامل مع أي مشكلة متعلقة بالاستنتاج الإحصائي أن تتبع نموذج الخطوات الخمس لاختبار الفروض الإحصائية. وهذه الخطوات:

1- صياغة الفرض الصفري والفرض البديل.
2- اختيار درجة الدلالة الإحصائية.
3- حساب إحصائي الاختبار.
4- بيان المنطقة الحرجة أو منطقة الرفض.
5- اتخاذ القرار.

في متن هذا الفصل سنبين هذه الخطوات بشكل مفصل قبل أن نعطي أمثلة لتوضيحها:

الخطوة الأولى: صياغة الفرض الصفري والفرض البديل:

عادة ما يبدأ الباحث بسؤال بحثي، يحاول الإجابة عليه على أن تكون هذه البداية واضحة ودقيقة، ومصاغة في شكل سؤال يقود إلى إجراء البحث ويضمن الحصول على المعرفة الحقيقية. إذاً تكمن النقطة الجوهرية منذ البداية في صياغة المشكلة البحثية صياغة واضحة حول القضية المطروحة قبل أي تحليلات إحصائية. وتساعد هذه العملية الباحث في تحاشي كم هائل من البيانات التي قد تكون غير ضرورية للسؤال الذي تم طرحه.

فعلى الباحث منذ البداية أن يكون واضحاً في تحديد أهداف بحثه ليستطيع في مرحلة لاحقة استخدام التحليلات الإحصائية الملائمة. وعلى النقيض من ذلك، إذا ما عجز الباحث عن تحديد أهداف بحثه منذ البداية بشكل دقيق، فإن ذلك يضعه في موقفٍ يكون فيه غير قادر على تحديد الإجراءات الإحصائية الملائمة لتحليل بياناته التي تم جمعها.

والأمثلة اللاحقة تبين لنا كيف يمكن لباحث أن تكون أسئلته البحثية التي يطرحها واضحة ودقيقة:

- هل الجماعات الأصغر سناً يختلفون عن الجماعات الأكبر سناً في نظرتهم حول تحرر المرأة؟
- هل خريجو الثانوية الاجتماعية يختلفون عن خريجي الثانويات العامة في معدلات التحصيل الدراسي الجامعي؟
- هل أطفال المؤسسات الإيوائية يختلفون عن أطفال الأسر الطبيعية في التوافق الاجتماعي والشخصي؟

يتضح لنا من خلال هذه الأسئلة المطروحة أنها تحتوي على عناصر مهمة فهي توضح:

- المجتمع أو "المجتمعات" التي تريد أن نضع صياغة حولها.
- المتغيرات التي يود الباحث أن يجمع البيانات حولها.
- الإحصاءات الوصفية المناسبة لوصف البيانات.

ففي السؤال الأول من الأسئلة المطروحة على سبيل المثال، يتضح لنا بما لا يدع مجالاً للشك، أننا نرغب في الحصول على بيانات من مجتمعين. الجماعات الصغيرة في السن والجماعات الأكبر سناً. أما في السؤال الثاني، فالباحث يرغب في معرفة الفرق في معدلات التحصيل الجامعي. وأخيراً، أطفال المؤسسات في مقابل أطفال الأسر الطبيعية.

أـ الفرض الصفري الذي مفاده لا فرق Ho:

إن هذه الصياغة تعني أن الإحصاء المستخدم لوصف المجتمع الخاضع للدراسة ستكون

قيمته متساوية ومحددة سلفاً؛ على أن يكون الفرض الصفري قابلاً للرفض أو الإثبات؛ وهذا يعني أنه من الممكن أن يكون الفرض خاطئاً، بحيث لا يكون هناك أي غموض: إما أن يكون إحصاء المجتمع الذي نتعامل معه يمتلك قيمة محددة، في إطار التعريفات الإجرائية للمتغير أو أنه لا يمتلك مثل هذه القيم. إن صياغة الفرض الصفري جبرياً يعتمد على الإحصاء الوصفي المستخدم. فإذا كان الباحث يتعامل مع فرضية حول متوسط المجتمع، فإن المعادلة المستخدمة على سبيل المثال، تكون:

$$Ho: u = X$$

حيث إن X هي قيمة الاختبار المحدد سلفاً. ففي المثال السابق، كان الاختبار يتعلق بما إذا كانت قيمة u تساوي 35 سنة. إن السؤال الذي يمكن طرحه هو: من أين جاءت صياغة قيمة الاختبار في الفرض الصفري؟ للإجابة على هذا السؤال يتطلب منا النظر إلى نوعين مختلفين من الأسئلة التي تقودنا لاستقصاء ما إذا كانت معلمة المجتمع تأخذ قيمة محددة.

السؤال الأول: هل اختيار القيمة المبينة تم بناؤها على أسباب عملية أو سياسية. والسؤال الثاني: هل يرغب الباحث في مقارنة المجتمع تحت الدراسة مع مجتمع آخر تكون فيه قيمة المعلمة معلومة. فالباحث على سبيل المثال، يرغب في المقارنة بين مجتمع A ومجتمع B، فيما يتعلق بمتوسط كمية مشاهدة الإذاعة المرئية في اليوم الواحد: فالأطفال في مجتمع A بين 5 و 12 سنة والأطفال في مجتمع B تتراوح أعمارهم بين 5 و 12 سنة. فالباحث قد يكون على دراية بالإحصاءات في كلا المجتمعين.

ولما كان متوسط مشاهدة الإذاعة المرئية لدى أطفال مجتمع A غير معلوم فإن الباحث يود أن يستنتج ما إذا كان متوسط هؤلاء الأطفال مساوياً لمتوسط أطفال B المعلوم.

بـ الفرض البديل Hi:

مفاده أن معلمة المجتمع ليست مساوية للقيمة التي تم تحديدها سلفاً أي يوجد فرق $Hi: u \neq x$. وتجدر الإشارة، إلى أن الفرض البديل يمكن أن يتخذ صياغة أخرى دقيقة

فبدلاً من القول بأنه يوجد فرق، فإن الباحث بإمكانه الاعتقاد في أن هذا الفرق سيتخذ اتجاهاً محدداً. على سبيل المثال، قد يشك في أن متوسط مشاهدة للإذاعة المرئية في مجتمع A لا يعني أنه يختلف عن متوسط كمية مشاهدة الإذاعة المرئية لدى أطفال مجتمع B ولكنهم يشاهدون أقل. وخلافاً لذلك يمكننا القول، بأن متوسط ما يشاهدونه أكثر في اليوم في كلتا الحالتين ليس الأمر متعلقاً بالفرق بين متوسط المجتمعين، وإنما هناك اتجاهية في هذا الفرق [2]، ويمكننا جبرياً صياغة ذلك كالتالي:

Hi: < X

أو Hi: > X

الخطوة الثانية: اختيار اختبار الدلالة:

تتوفر لدينا مجموعة من الاختبارات التي تساعدنا في اتخاذ القرار بين الفرض الصفري والفرض البديل. وأن كل هذه الاختبارات تتطلب عينات عشوائية ولكنها تتباين طبقاً للمعلومات المتوفرة لدى الباحث.

في هذا الفصل سنقدم الاختبار الأساسي المتعلق باختبار Z لمتوسط عينة واحدة. عادة ما يطلق على دلالة الاختبار هذه، اسم مختصر يستند على الإحصائي الذي ابتكر هذه الاختبارات كاختبار ولكوكسن Wilcoxon Test إجمالاً، توجد مجموعة من العوامل المهمة تحدد اختيارنا لاختبار الدلالة وهذه العوامل:

- عدد المجتمعات و"العينات" التي من خلالها يتم الاستدلال.
- الإحصاء الوصفي المستخدم لوصف البيانات الخام، التي تعتمد على مستوى القياس؟
- فيما إذا كان لدينا متغيرات مستقلة أو متغيرات تابعة.

إن كل اختبار بكلمات أخرى، يعتمد في تطبيقاته على ظروف محددة. انظر الجداول التالية التي تبين لنا بشكل سريع دليلاً لاختيار اختبار الدلالة الملائم؛ اعتماداً على هذه العوامل الأساسية. وتجدر ملاحظة أن هذه الإجراءات المتعلقة باختبار الدلالة لا تشتمل على كل الاختبارات الممكنة والمتوفرة، وإنما تقدم تلك الاختبارات التي تم التعامل معها في هذا الكتاب.

جدول (11ـ2) اختبارات الدلالة: حالة العينة الواحدة

مستوى القياس	اختبار الدلالة
الاسمي / الترتيبي	– اختبار Z للنسب الثنائية. – اختبار X^2 اختبار حسن المطابقة للتوزيع التكراري.
ذي المسافات والنسبي	– اختبار Z لمتوسط (تباين مجتمع معروف). – اختبار t لمتوسط (تباين مجتمع غير معروف).

جدول (11ـ3) اختبار الدلالة: لعينتين مستقلتين

مستوى القياس	اختبار الدلالة
الاسمي	– اختبار X^2 للاستقلال لجداول التوافق (يمكن أيضاً استخدام اختبار Z لنسب التوزيع الثنائي).
الترتيبي	– اختبار Z لمجموع الرتب (والذي يعرف أيضاً باختبار Willcoxon test والذي هو مرادف لاختبار مان-وتني u.
ذو المسافات والنسبي	– اختبار t لمتوسطين متساويين.

جدول (13ـ4) اختبار الدلالة: لأكثر من عينتين مستقلتين

مستوى القياس	اختبار الدلالة
الاسمي	– اختبار X^2 للاستقلال
الترتيبي	– اختبار كروسكل وليز H
ذو المسافات والنسبي	– أنوفا Anova: اختبار F لمتوسطين متساويين

جدول (13ـ5) اختبار الدلالة: لعينتين غير مستقلتين

مستوى القياس	اختبار الدلالة
الترتيبي	– اختبار ولكوسكن
ذي المسافات والنسبي	– اختبار t لفرق المتوسط

المصدر: George Argyrous, op.cit , p. 271

آخذين في الاعتبار أنه عند استخدام هذه الجداول، يتوجب على الباحث أن يأخذ في اعتباره أن أي اختبار يمكن تطبيقه على مستوى محدد من القياس، كما يمكنه أيضاً تطبيقه على مستوى أعلى من القياس. فالاختبارات الموضحة في جدول (2) والمتعلقة بالبيانات الاسمية يمكن تطبيقها على بيانات المستوى الترتيبي وذي المسافات والنسبي. كذلك الحال في الاختبارات المتعلقة بالمستوى الترتيبي يمكن تطبيقها على بيانات مستوى ذي المسافات والنسبي.

في هذا الفصل - كما أشرنا - سنتناول اختبار Z لمتوسط عينة واحدة قبل تطبيق هذا الاختبار، تجدر الإشارة إلى الأحوال التي تسمح لنا بتطبيق هذا الاختبار:

لابد أن يكون هناك سؤال بحثي نرغب من خلاله في معرفة النـزعة المركزية لمتغير ما، ومستوى الدلالة (ذو المسافات/النسبي) والإحصاءات الوصفية المناسبة لتلخيص بيانات العينة (المتوسط الحسابي).

على طول المتغير لابد أن يكون المجتمع موزعاً توزيعاً طبيعياً و / أو حجم العينة يجب أن يكون كبيراً (N > 100). إن أحد هذين الشرطين الأخيرين طبقاً للنظرية الأساسية في تقارب التوزيعات الإحصائية سيؤمن لنا أن تكون توزيعات المعاينة لمتوسطات العينة توزيعات طبيعية.

الخطوة الثالثة: حساب درجة العينة:

نعني بحساب درجة العينة العملية التي يتم بها تحويل الإحصاء الوصفي المناسب إلى درجة معيارية (Standardized Score) مثل درجة Z وذلك من خلال تعويض بيانات العينة في المعادلة المناسبة. وكما بينا أعلاه، يمكننا تحويل متوسط عينة إلى درجة Z من خلال المعادلة التالية:

$$Z_{\text{العينة}} = \frac{\bar{x} - u}{\sigma / \sqrt{N}}$$

ومن خلال جدول المساحة تحت المنحنى الطبيعي يمكننا حينئذٍ أن نقرر احتمالية الحصول على درجة خاصة بِـ Z إذا كان الفرض الصفري في الحقيقة فرضاً صحيحاً. ونعني بهذا دلالة إحصاء العينة، التي يطلق عليها بشكل واسع P.Value.

الخطوة الرابعة: بيان الدرجة الحرجة أو المنطقة الحرجة:

عند أي نقطة تصبح قيمة العينة كبيرة جداً، أو ارتباطها مع القيمة الاحتمالية يصبح صغيراً جداً، تمكننا من رفض الفرض الصفري، ويمكننا تقرير ذلك بتحديد نقطة قاطعة (a cut off point) ترسم الدرجات العليا والدرجات الدنيا.

إن هذه الخطوة تنقسم إلى ثلاثة أجزاء:

أ- اختبار مستوى الدلالة: وهي القيمة المحددة التي على ضوئها يُقْبَلُ أو يُرْفَضُ الفرض الصفري. فإذا استخدمنا التحليل السابق المتعلق بالمتوسط العمري لعينة من المجتمع، فالقرار ما إذا كنا نقبل أو نرفض الفرض الصفري كان قراراً سهلاً، ففي المثال الأول، الذي يحتوي على متوسط عمري 32 سنة، فالاحتمالية بأن هذه العينة قد سحبت من مجتمع بمتوسط عمري قدره 35 سنة كانت صغيرة. بينما في حالة المثال الثاني الذي يصل في متوسط العينة إلى 36 سنة فالاحتمالية كانت كبيرة جداً. ولكن السؤال الذي يمكن طرحه هنا هو: ما النتيجة إذا ما وقعت العينة في مكان ما بين الاثنين؟ عند أي نقطة ينتج عنها الحصول على احتمالية صغيرة إلى حدٍ كافٍ يمكننا من خلالها القول بأن الفرض الصفري ليس صحيحاً؟ وبتحديدنا للنقطة القاطعة التي يطلق عليها اختيار مستوى الدلالة، أو مستوى ألفا α التي يشار إليها بـِ 0.05 مستوى دلالة: $0.05 = \alpha$.

ولفهم هذه القضايا المتعلقة باختيار مستوى الدلالة يجب التمييز بين نوعين من الخطأ هما: الخطأ من النوع الأول Type I Error والخطأ من النوع الثاني Type II Error (خطأ بيتا Beta Error) [3].

الخطأ من النوع الأول: يحدث الخطأ من النوع الأول عندما يتم رفض الفرض الصفري لا فرق، وبالرغم من الحقيقة أنه لا يوجد فرق. ولتقييم ما إذا كانت العينة في المثال السابق بمتوسط عمري 32 سنة وقد تم سحبها من مجتمع بمتوسط عمري 35 سنة، فإننا قد رفضنا الفرض الصفري الذي مفاده لا يوجد فرق. إن الفرص لاختيار من مجتمع بمتوسط عمري 35 سنة، وعينة بمتوسط عمري 32 سنة أو أقل هي فقط 25 في 10.000. بمعنى آخر، إذا أخذنا 10.000 عينة من مجتمع متوسط أعماره 35 سنة، فإننا

سنتحصل فقط على 25 سيكون متوسط أعمارهم 32 سنة أو أقل. وعلى أية حال، قد نكون في حقيقة الأمر قد اخترنا هؤلاء عن طريق الحظ 25 في 10.000، فالعينة قد تكون حقاً سحبت من مجتمع بمتوسط عمري 35 سنة، لكن العينة تماماً قد تم سحبها بشكل عشوائي لحالات قليلة من ذوي الأعمار الصغيرة. (توجد دائماً هذه الصدفة في مثل هذه الحادثة). هذا هو الأمر الذي يجعلنا نتحدث عن الاحتماليات. فهو سؤال متعلق باحتمالية الصدف التي نكون بها مهيئين للوقوع في هذا الخطأ.

الخطأ من النوع الثاني: يحدث الخطأ من النوع الثاني عندما يتم قبول الفرض الصفري وهو في الحقيقة غير صحيح. فعلى سبيل المثال، عندما كان المتوسط العمري للعينة 36 سنة، فقد توصلنا إلى قرار مفاده أن هذه العينة لم يتم سحبها من مجتمع بمتوسط عمري 35 سنة. إن الفرق بين إحصاء العينة وقيمة المعلمة المفترضة يكون صغيراً جداً حيث يمكننا إرجاعه إلى التباين العشوائي. وعلى أية حال، فإنه يمكن في الواقع أن يكون المجتمع الذي سحبت منه العينة لم يصل متوسط أعمار أفراده 35 سنة، ولكن العينة تماماً قد حدث أن تم اختيار أفرادها بطريقة غير ممثلة.

إن العلاقة بين هذين الاحتمالين من الأخطاء يمكن تلخيصها في الجدول التالي:

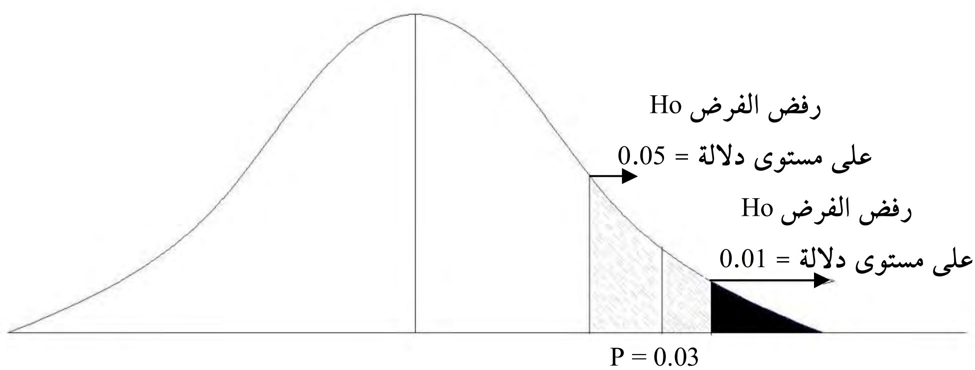
جدول رقم (11 ـ 6) المخرجات الممكنة للقرار الإحصائي

	موقف فعلي		
	لا تأثير Ho صحيح		وجود تأثير H0 خطأ
القرار	رفض الفرض Ho	الخطأ من النوع I	قرار صحيح
	قبول الفرض Ho	قرار صحيح	الخطأ من النوع II

من الواضح هنا أنه يوجد لدينا نوعان من الأخطاء مضادان لبعضهما البعض إلى حد أنه بتقليل الخطأ في أحدهما يؤدي إلى زيادة احتمالية الخطأ في الآخر. إن السؤال في واقع الأمر يتعلق بالخطأ الذي يتوجب علينا تحاشيه، وهذا في واقع الأمر يعتمد على

السؤال البحثي المطروح. فإذا كان الباحث يرغب في اختبار دواء جديد ومعرفة المضاعفات الجانبية لهذا الدواء، فالباحث هنا لابد أن يكون متأكداً من أن هذا الدواء ذا فعالية. بمعنى آخر، إن الباحث لا يريد أن يقع في الخطأ من النوع الأول (مبيناً أن الدواء يعمل فرقاً في حين أنه لا يعمل فرق) بسبب النتائج التي قد تكون مأساوية. إن الفرق في معدل التحسن المشاهد بين المجموعة التجريبية التي تناولت الدواء والمجموعة الضابطة التي ليس لديها النية أن تكون كبيرة جداً قبل الحديث بأن هناك تحسناً كبيراً لا يرجع إلى الصدفة (ولنقل 1 في 1000). إن ما نفعله هنا أننا نختار درجة دلالة 0.001 قبل رفض الفرض الذي مفاده أن الدواء لا يعمل فرقاً [4].

وتجدر الإشارة إلى أنه يمكننا أن نلاحظ الفرق إذا اخترنا درجة دلالة مختلفة. (انظر الشكل رقم 1).



شكل (11 ـ 1) مناطق الرفض على مستوى 0.05 و 0.01
(اختبار أحادي الجانب)

إن نتيجة العينة لديها احتمالية ظهور بـ 0.03، إذا كان الفرض الصفري (لا فرق) فرضاً صحيحاً. فإنه يبدو واضحاً أن مستوى الدلالة الذي تم اختياره سوف يحدد لنا ما إذا كنا نرفض أو نقبل الفرضية التي مفادها (لا يوجد فرق). فإذا اخترنا على سبيل المثال، درجة دلالة $\alpha = 0.01$ حينئذٍ فإن الفرق بين قيمة العينة وقيمة المجتمع يمكن إرجاعها إلى التباين العشوائي: أي أننا في هذه الحالة لا نستطيع رفض الفرض الصفري.

ولكن إذا اخترنا درجة دلالة 0.05 عندئذٍ فإن نفس الفرق بين قيمة العينة وقيمة المعلمة المفترضة ستقودنا إلى رفض الفرض الصفري.

اختبار أحادي الجانب أو ثنائي الجانب:

إن اختيار اختبار أحادي الجانب أو ثنائي الجانب يتوقف في الأساس على توقعات الباحث حول المجتمع التي سحبت منه العينة. وهذه التوقعات تنعكس في فرضية البحث Hi التي تناقض الفرضية الصفرية Ho. وبالنظر إلى الخطوة الأولى من إجراءات اختبار الفروض المتعلقة بصياغة الفرض البديل الذي مفاده أن العينة تم سحبها من مجتمع قيمة متوسطه تختلف عن القيمة المفترضة وأن العينة تم سحبها من مجتمع قيمة متوسطه أكبر أو أصغر من القيمة المفترضة.

إن السؤال المطروح هنا هو: هل اهتمامنا ينصبٌّ على الفرق أم أنه يتعدى ذلك إلى اتجاه هذا الفرق كذلك. في العينة التي طرحناها على سبيل المثال، فإننا نشك في الفرضية البديلة في مقابل الفرضية الصفرية التي مفادها لا يوجد فرق في أن العينة جاءت من مجتمع متوسط أعمار أفراده أصغر من 35 سنة. وعليه فإننا في هذه الحالة نجري اختبار أحادي الجانب لأننا نرغب في معرفة ما إذا كانت نتيجة العينة تقع في مكان بعيد إلى حد كافٍ إلى اليسار من متوسط المجتمع.

دعنا نقول إنه لا يوجد لدينا أي مبرر مسبق بالاعتقاد أن هذه هي الحالة: إن العينة يمكن أنها جاءت من مجتمع إما أن يكون المتوسط العمري لأفراده أصغر أو أكبر. في هذه الحالة فإن المنطقة الحرجة تنقسم إلى نهايتين –كل واحدة من هاتين النهايتين عند نهاية توزيع المعاينة – تلك الطريقة الفعالة التي بيناها في المثال السابق.

إنه عندما نحدد اتجاه الفرق في الفرض البديل حينئذٍ يتوجب علينا استخدام اختبار أحادي الجانب، ويجدر بنا أن ننوه بشكل دقيق إلى الجانب الملائم لتوزيع المعاينة. فإذا كان الفرض البديل أبقى بأن قيمة المجتمع سوف تكون أقل من القيمة المحددة، فالمنطقة الحرجة ستكون في الجانب الأيسر؛ أما إذا بقيت قيمة المجتمع أنها ستكون أكبر من القيمة المحددة، عندئذٍ فإن النقطة الحرجة ستكون في الجانب الأيمن. انظر الجدول (11 – 7).

جدول (11 ـ 7) اختيار اختبار أحادي الجانب

الفرض البديل	ديل توزيع المعاينة
$Hi : u \neq X$	كلا الجانبين (الديلين)
$Hi : u < X$	الجانب الأيسر من التوزيع
$Hi : u > X$	الجانب الأيمن من التوزيع

إن اختبارات الجانب الأيسر: عادة ما تستخدم عندما يرغب الباحث في تحقق ما إذا كان بعض متطلبات الحد الأدنى قد تم الإيفاء بها، في المقابل فإن اختبار الجانب الأيمن يستخدم عندما يرغب الباحث في معرفة ما إذا كانت بعض الحدود العليا أو المعيار لم يتجاوز هذه المتطلبات، على سبيل المثال، إذا أراد الباحث معرفة ما إذا كان متوسط الحياة لبعض الأدوات المستخدمة في المستشفى قد تم استخدامها على الأقل 4.5 سنة، فإننا في هذه الحالة نستخدم الجانب الأيسر من الاختبار. أما إذا كنا في نرغب ما إذا كان الوقت الذي تم فيه أخذ الدواء كان له تأثير على المريض في وقت لا يزيد عن 1.5 دقيقة، عندئذٍ يمكننا أن نستخدم الجانب الأيمن من الاختبار.

اشتقاق أو تحديد الدرجة أو الدرجات الحرجة :

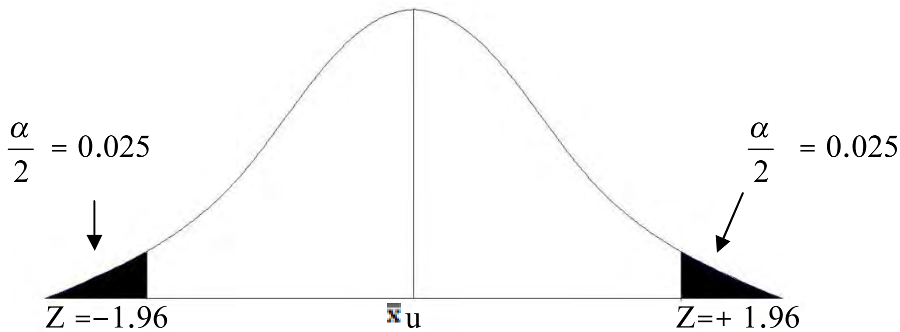
عندما يتم تحديد مستوى الدلالة، ونقرر ما إذا كنا نريد أن نستخدم اختبار أحادي الجانب أو ثنائي الجانب، حينئذٍ يمكننا اشتقاق درجات الدلالة (أحياناً نطلق عليها إحصاء الاختبار) التي تشير إلى منطقة الرفض. ونعني بمنطقة الرفض أو المنطقة الحرجة: مدى الدرجات التي على ضوئها يتم رفض الفرض الصفري. ولتحديد هذه الدرجات الحرجة يمكننا الرجوع إلى جدول المساحة تحت المنحنى الطبيعي المعياري:

$$\alpha \rightarrow Z \text{ الحرجة}$$

فعند اختيارنا لاختبار ثنائي الجانب يمكننا الإشارة إلى العمود في المساحة تحت

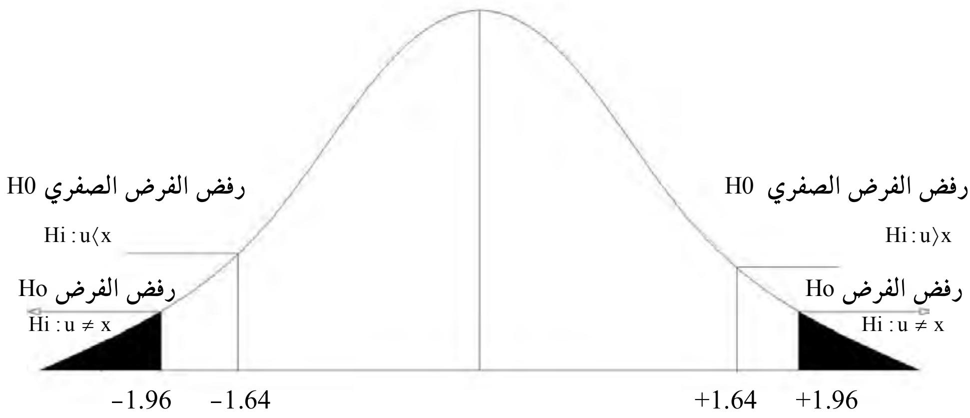
المنحنى أبعد من كلتا النقطتين، ونقرأ القيمة الموجبة والقيمة السالبة لدرجة Z (انظر الجدول رقم 1)؛ في حين يمكننا الإشارة إلى عمود المساحة تحت المنحنى أبعد من نقطة واحدة عند التعامل مع الاختبار أحادي الجانب، ونقرأ القيمة الموجبة والقيمة السالبة لدرجة Z استناداً على الجانب الملائم. على سبيل المثال، إذا كانت درجة Z تشير إلى المنطقة الحرجة بدرجة دلالة 0.05 α على اختبار ثنائي الجانب. فإنها تصل إلى 1.96 $\pm$.

إن احتمالية 0.05 تُقَسَّم إلى منطقتين متساويتين في الحجم، كل واحدة في أي من جانبي التوزيع. أبعد درجة لـِ Z 1.96+ هي 0.025 أو 25 % للمساحة تحت المنحنى، وأن أبعد درجة لـِ Z 1.96− تقع ثانية في 0.025 المساحة تحت المنحنى (انظر شكل 11 – 2).



شكل (11 ـ 2) المناطق الحرجة لاختبار ثنائي الجانب
على مستوى دلالة 0.05 = α

إن الفرق بين الاختبار أحادي الجانب واختبار ثنائي الجانب يمكن توضيحه في الشكل التالي (3).



شكل (11 ـ 3) المناطق الحرجة لاختبار أحادي الجانب وثنائي الجانب على مستوى 0.05 = α

ففي اختبار أحادي الجانب لمستوى دلالة 0.05، المنطقة الحرجة تحت توزيع المعاينة تبدأ إما 1.645- أو 1.645+ ولكن ليس الاثنين اعتماداً على اتجاه الفرق الذي يعبر عنه الفرض البديل. أما في حالة اختبار ثنائي الجانب فإن منطقة الرفض تنقسم إلى قسمين أو نصفين لأن الباحث يرغب في نتيجة عينة إما أن تكون هذه النتيجة كبيرة جداً أو صغيرة جداً إذا ما قورنت بقيمة المجتمع. هذه العملية تحرك درجة Z نحو الخارج إلى 1.96 ±.

والذي نود الإشارة إليه أن هناك مستويات للدلالة مألوفة ومتفق عليه في سياق البحث، والمرتبطة بدرجة Z الحرجة لهذه المستويات من الدلالة.

وتصبح هذه المستويات من الدلالة أكثر ألفة عند إجراء البحوث بشكل مستمر. فإذا مارس الباحث بشكل كافٍ الإحصاءات الاستدلالية، فإنه بالتالي يـحتاج إلى معرفة هذه الدلالات وفي المحصلة النهائية يتوجب عليه حفظها، لاسيما مستوى الدلالة 0.05 والتي تستخدم بشكل شائع في مجال البحث الاجتماعي.

جدول (11ـ8) إيجاد الدرجة الحرجة الشائعة لدرجات Z
لاختبار أحادي الجانب (لمتوسطات عينة مفردة)

ألفا α	قيم الذيلين	قيم ذيل واحد	
		الذيل الأعلى	الذيل الأدنى
0.10	± 1.65	+1.29	−1.29
0.05	± 1.96	+1.65	−1.65
0.01	± 2.58	+2.33	−2.33
0.001	± 3.29	+3.10	−3.10

الخطوة الخامسة: اتخاذ القرار: مقارنة درجة العينة بالدرجة الحرجة:

بعد إتمام كل الإجراءات السابقة، حينئذٍ يمكننا أن نقرر إما أن نرفض الفرض الصفري أو لا نرفضه. لاحظ أن النتيجة تكون دائماً مصاغة في ضوء الفرض الصفري: نرفض أو لا نرفض. وعند اتخاذ القرار فإننا نقوم بواحدة من مقارنتين:

مقارنة Z العينة بـِ Z الحرجة.

أو مقارنة القيمة الاحتمالية p بمستوى ألفا α

إن الطريقة التي نصل بها إلى اتخاذ القرار يمكن تلخيصها في الجدول التالي:

جدول (11-9) ملخص إجراء اختبار الفروض

درجات العينة خطوة (3)	الدرجات الحرجة خطوة (4)	اتخاذ القرار خطوة (5)
$\bar{x}$		
Z العينة	Z الحرجة	إذا كانت Z العينة أبعد من 0 بالمقارنة بـ Z الاحتمالية نرفض الفرض الصفري
جدول المساحة تحت المنحنى الطبيعي		أو
P	α	إذا كانت P أصغر من α نرفض الفرض Ho

قد يكون من المفيد عند مرحلة اتخاذ القرار أن نقوم بمخطط المنحنى الطبيعي ونبين الدرجات الحرجة ودرجات العينة (كما بينا أعلاه). وهذه العملية تعطينا مؤشراً سريعاً ما إذا كنا نرفض الفرض الصفري؛ إذا كانت درجة العينة قد وقعت في منطقة الرفض (إذا وقعت القيمة الإحصائية في منطقة الرفض، حينئذٍ نرفض الفرض الصفري والعكس بالعكس).

وكثيراً ما يحدث إرباك عند نقطة اتخاذ القرار. وعند ملاحظة القيمة الاحتمالية لدرجة العينة، فالباحث عادة ما يصيبه الفزع إذا كانت القيمة الاحتمالية قريبة جداً من الصفر، باعتبار أن الباحث يظن أن الأعداد الصغيرة لا تشير إلى شيء، وعليه فإن الفرق الذي يطمح إليه أو لإيجاده قد يتبدد. ولكن الأمر هنا يكون صحيحاً. في العادة نريد أن نجد قيمة احتمالية منخفضة (منخفضة أكثر من مستوى ألفا)، وبما أن هذه القيمة

المنخفضة تشير إلى الفرض الصفري (لا فرق) ينبغي أن يرفض. وعلى الجانب الآخر، فالدرجة العالية للقيمة الاحتمالية تشير إلى أن الفرض الصفري (لا فرق) يجب ألا يرفض.

وعند إعداد، تقرير حول النتائج المتعلقة باختبار الفرض، حتى وإن كنا على ثقة بالقرار الذي نتخذه حول الفرض الصفري، فالمعلومات الكافية يجب أن تكون متوفرة حتى يستطيع القارئ أن يصدر حكمه الخاص. وعلى وجه الخصوص، فالاحتمالية الصحيحة مرتبطة بدرجة Z للعينة. يجب أن توصف، ليست بمجرد ما إذا كانت أعلى أو أقل من مستوى ألفا الذي تم اختيارها. هذا الأمر يسمح للقراء أن يقرروا ما إذا كانوا يشعرون بأنه الاحتمالية صغيرة بشكل كافٍ لتعطي المسوغ لرفض الفرض الصفري. إن اتخاذ القرار يترك للقارئ، بدلاً من الشخص الذي أجرى الاختبار: فالقارئ يمكنه مقارنة الاحتمالية بمستوى ألفا التي يعتقد أن تكون مسوغاً بسياق البحث أكثر من إخباره ببساطة أن النتيجة دالة على مستوى 0.05، وإذا ما استمرينا في بيان ما تم تقريره، فإن احتمالية العينة يمكن أن تكون 0.049 أو 0.00001. إنه من الصعوبة بمكان معرفة ذلك بدون إجراء العمليات الحسابية. إن هذا الأمر يمكن أن يكون محبطاً للقارئ الذي يشعر أن مستوى ألفا 0.01 تكون مسوغاً لهذه الأحوال أكثر من ألفا 0.05. وعند صياغة الاحتمالية الفعلية لدرجة عينة Z، بمعنى آخر، تعطي القراء المعلومات القصوى، بحيث يمكنهم الوصول إلى النتائج المتعلقة بهم حول ما إذا كانوا رافضين للفرض الصفري أو غير رافضين له، مفترضين استعدادهم للوقوع في الخطأ من النوع الأول أو الخطأ من النوع الثاني.

لقد تبين لنا أنه يمكننا الوصول إلى واحد من القرارين حول الفرض الصفري الذي مفاده (لافرق): نرفضه أو لا نرفضه. في أي من الحالتين، نحتاج إلى أن نساءل أنفسنا ما إذا كنا قد برهنا على أي شيء. فالإجابة بلا ! يجب أن نتذكر أننا نتعامل مع الاحتماليات فقط، ونحن ببساطة نقرر ما إذا كان الفرض الصفري جديراً بالقبول مقارنة بنتيجة العينة. فالعينات ليست دائماً هي المرآة الحقيقية للمجتمعات التي تُسْحَبُ منها هذه العينات، وبقيامنا بالاستدلال من العينة إلى المجتمع دائماً ينطوي على خطر الخطأ. آخذين هذه

النقطة العامة في الاعتبار حول القرارات التي يمكن أن نصل إليها، يتطلب منا أن نستكشف المعنى المحدد لهذين القرارين:

ماذا يعني قرار العجز في رفض الفرض الصفري؟

بالرغم من أننا نبدأ بالفرضية التي مفادها أن الفرض الصفري يكون فرضاً صحيحاً وبعد ذلك نستمر في اختبار هذه الفرضية، فالباحثون عادة يرغبون في رفض الفرض الصفري. عادةً وبشكل طبيعي نقوم بالمقارنة لأننا نعتقد بوجود فرق (نريد أن تكون القيمة الاحتمالية منخفضة)، إن قرار رفض الفرض الصفري هي النتيجة المرغوب فيها. بمعنى آخر، إننا نستخدم منطق البرهان الذي يقودنا إلى دعم الفرض البديل ومن خلال بيان أنه لا توجد معلومات داعمة لنقيضه، الفرض الصفري.

هل هذا يعني إذا عجزنا عن رفض الفرض الصفري، فالفرق الذي نبحث عنه غير موجود؟ للإجابة على ذلك، إنه ليس بالضرورة: أن العجز في رفض الفرض الصفري - لا يوجد فرق - يعني ببساطة لا توجد لدينا معلومات كافية للتفكير في أن الفرض الصفري فرض غير صحيح. وهذا لا يعني بالضرورة - على أية حال - أننا على صواب. ربما في الحقيقة يوجد فرق ولكنه على أساس أن مثل هذا الفرق لم يتبين من خلال نتيجة العينة. وهذا شيء يشبه افتراض البراءة في قانون الجريمة: فالمدَّعَى عليه أن يفترض براءته حتى تتوفر كل القرائن الكافية والقوية ليثبت حكم إدانته. وعلى أية حال، عندما نجد شخصاً ما بأنه ليس مذنباً استناداً على توفر قرائن قوية، هذا لا يعني، بالضرورة أن الشخص هو في حقيقة الأمر بريء: إن كل ما نعنيه هو القول بأن أيّاً من هذه الأحكام ممكنة، باعتبار أننا لا نختار حكم الإدانة إلا بعد توفر قرائن قوية للحقيقة. وبنفس الكيفية بالنسبة لحكم لا فرق، فإن عجزنا في عدم رفض الفرض الصفري لا يعني أن الفرض البديل على خطأ، إنما يعني ببساطة، استناداً على المعلومات المتوفرة فإن الفرض الصفري يستطيع أن يفسر نتائج العينة بدون أن نوسع فكرتنا الاحتمالية الممكنة والمعقولة.

إن العجز في إيجاد الفرق الدال يجب أن لا ننظر إليه كعملية مقنعة ونهائية. فإذا

توفرت لدينا خلفية نظرية جيدة للشك أو الارتياب بأن هذا الفرق لا وجود له بالرغم من أن الاختبار افترض بعدم وجوده. إن هذه القضية ربما تكون أساساً لبحوث مستقبلية. كذلك يمكننا القول بأن المتغير لم يخضع للتعريف الإجرائي بشكل صحيح. أو أن مستوى القياس لم يكن ليوفر لنا معلومات كافية. أو أن العينة لم يتم اختيارها بشكل ملائم أو لم تكن كبيرة.

وتجدر الإشارة إلى أنه في سياق البحوث الاجتماعية، بأن اختبارات الدلالة لا تبرهن على أي شيء باعتبارها شواهد للنقاش أو مناظرة قلما تصل فيها إلى نتائج حاسمة.

ماذا يعني قرار رفض الفرض الصفري؟

ماذا يكون الأمر لو كان قرارنا عكسيّاً: أي رفض الفرض الصفري بلغة الإحصاء يمكننا القول أن هناك فرقاً ذا دلالة إحصائية. ولكن ماذا يعني هذا؟ ما الذي تعلمناه حول العالم الواقعي، وهل يتوجب علينا عمل أي شيء حوله. إن مثل هذين السؤالين ليس بمقدور الاختبار الإحصائي الإجابة عليهما. إن الفرق الإحصائي ببساطة هو فرق بين عددين. طالب قد تحصل على درجة 60 في امتحان ما تختلف درجته إحصائياً عن طالب آخر تحصل على درجة 61 أو 66 أو 90. وبنفس التماثل يمكن أن يكون هناك فرق إحصائي ذا دلالة بين عينة من الطلاب يصل متوسط درجاتهم في امتحان نهائي 60 درجة وعينة أخرى. يصل متوسط درجاتها إلى 61 أو 66 أو 90. إن الفرق الإحصائي الدال ببساطة يخبرنا أن الرقمين ليسا متساويين. إن السؤال المطروح هنا هو: ما إذا كان مثل هذا الفرق يحتوي على أي أهمية نظرية أو عملية. ما إذا كان دالاً بما تحمله هذه الكلمة من معنى، للإجابة على هذا التساؤل إنه في حقيقة الأمر يمكننا كباحثين أو صانعي سياسات أن نقرر ذلك لأنفسنا.

ولتوضيح ذلك كله، دعنا نعطي مثالاً تطبيقياً حياً نفترض أن محاضراً لمادة الحاسب الآلي بالجامعة يود معرفة ما إذا كانت الجامعة على استعداد لزيادة الصرف المالي على ورش العمل المتعلقة بالحاسب الآلي. ومن خلال تعيين محاضرين إضافيين لمساعدة

الطلاب في استيعاب هذه المادة. فقد ترى الجامعة أنه يمكن أن تقوم بذلك الأمر فقط إذا ما تبين لها أن هناك فرقاً ذا دلالة بين درجات الطلاب في مواد الحاسوب ودرجاتهم في المواد الأخرى داخل الجامعة. قام المحاضر بجمع عينة من الطلاب لإيجاد متوسط درجاتهم في مادة الحاسوب التي وصلت إلى 55 درجة، وبمقارنة هذا المتوسط بمتوسط كل المواد داخل الجامعة الذي وصل إلى 62 درجة، ومن خلال هذا وجد أن الفرق دال إحصائياً على مستوى ألفا 0.05. السؤال الذي يمكن طرحه هنا هو: هل يمكننا أن نعتقد أن المحاضر بهذا العمل قد أقنع الجامعة؟ ليس بالضرورة أن المحاضر يمكن أن يضع في اعتباره أن الفرق في متوسط الدرجات يبرر المصروفات المالية الإضافية بسبب اعتقاده أن مادة الحاسوب مادة مهمة للعملية التعليمية برمتها في الجامعة. إلا أن الجامعة تمتلك الحق في القول بأن كل الطرق الافتراضية الممكنة تجعلها تقوم بعملية الصرف المالي، لكن الفرق المتمثل في سبع درجات شيء يمكن أن يقبل. فالجامعة – على الجانب الآخر – قد لا يكون لديها أي حجة مع المحاضر حول الفرق الإحصائي الدال؛ أي أن إدارة الجامعة قد قبلت أن هناك فرقاً في الدرجات داخل الجامعة لا يرجع في الحقيقة إلى تباين المعاينة. إلا أن هذا – على أية حال – قد يحث إدارة الجامعة للصرف كي تحاول ردم الهوة.

إن هذا المثال يوضح لنا في الغالب أن هناك نقطة تم تجاهلها. وهي أنه ليس من الشائع للباحثين، بكل بساطة، أن يبينوا أن نتيجة ما دالة على مستوى 0.05 أو 0.01 بدون ملاحظات إضافية، وكأن هذا كل ما نحتاج قوله. في حقيقة الأمر، يجب أن تكون هذه بداية لإبداعات واهتمامات بحثية أكثر. ما الذي يمكننا أن نقرره حول العالم الواقعي؟ وما الذي يمكننا فعله من خلال رفض الفرض الصفري؟ [5].

اختبار ثنائي الجانب لـ Z لمتوسط مفرد:

نفترض أن الجامعة ترغب في معرفة متوسط الأداء الأكاديمي للطلاب الوافدين في استيعابهم للمسارات الدراسية داخل الجامعة. إن الجامعة على علم بأن متوسط درجات الطلاب يصل إلى 62 درجة، بانحراف معياري 15 درجة. ومن عينة عشوائية لعدد 150 طالباً وافداً تم سحبها عشوائياً ووصل متوسطها الحسابي إلى 60.5 درجة.

الإجراءات:

الخطوة الأولى: صياغة الفروض:

هل متوسط درجات الطلاب الوافدين يختلف عن متوسط باقي طلاب الجامعة؟ من خلال هذا السؤال البحثي، يمكننا صياغة فرضين أساسيين:

- الفرض الصفري Ho: لا يوجد فرق بين متوسط درجات الطلاب الوافدين، ومتوسط باقي طلاب الجامعة.

Ho: u = 62

- الفرض البديل: يوجد فرق بين متوسط درجات الطلاب الوافدين وباقي متوسط درجات طلاب الجامعة.

Hi: u ≠ 62

الخطوة الثانية: اختيار درجة الدلالة:

إن العامل المهم في هذا المثال، أننا نرغب في معرفة المتوسط، وأن المتغير هو الأداء الأكاديمي الذي تم قياسه على مستوى القياس ذي المسافات والنسبي (الدرجة النهائية). إن دور الإحصاء الوصفي هنا، هو مساعدتنا في حساب تلخيص البيانات المتعلقة بالمتوسط الحسابي. إن هذين العاملين يسمحان لنا بإجراء اختبار Z لمتوسط مفرد (One Single Mean).

الخطوة الثالثة: حساب درجات العينة:

من المعلومات الواردة في هذا المثال، يمكننا إجراء الاختبار الإحصائي:

$$Z = \frac{\bar{x} - u}{\frac{\sigma}{\sqrt{N}}} = \frac{60.5 - 62}{\frac{15}{\sqrt{150}}} =$$

$$\frac{-1.5}{1.22} = -1.2$$

Z = -1.2

الخطوة الرابعة: بيان المنطقة الحرجة أو منطقة الرفض (ألفا 0.05 = α)

في صياغتنا للفرض البديل: قلنا إن هناك فرقاً بين متوسط الطلاب الوافدين وباقي متوسط طلاب الجامعة $Hi: u \neq 62$.

لاحظ أننا في صياغة هذا الفرض لم نتطرق البتة إلى القول بأن متوسط درجات الطلاب الوافدين ستكون أعلى أو أقل من متوسط درجات الطلاب الآخرين. ومن هنا جاء اختبار ثنائي الجانب، لأنه لا يوجد لدينا أي سبب للقول بأن الطلاب الوافدين أحسن أو أسوأ من الطلاب الآخرين وفقاً لمتوسط الدرجات.

من خلال توزيعات المساحة تحت المنحنى الطبيعي المعياري، فالدرجات الحرجة لاختبار ثنائي الجانب بالفا $\alpha = 0.05$ هي

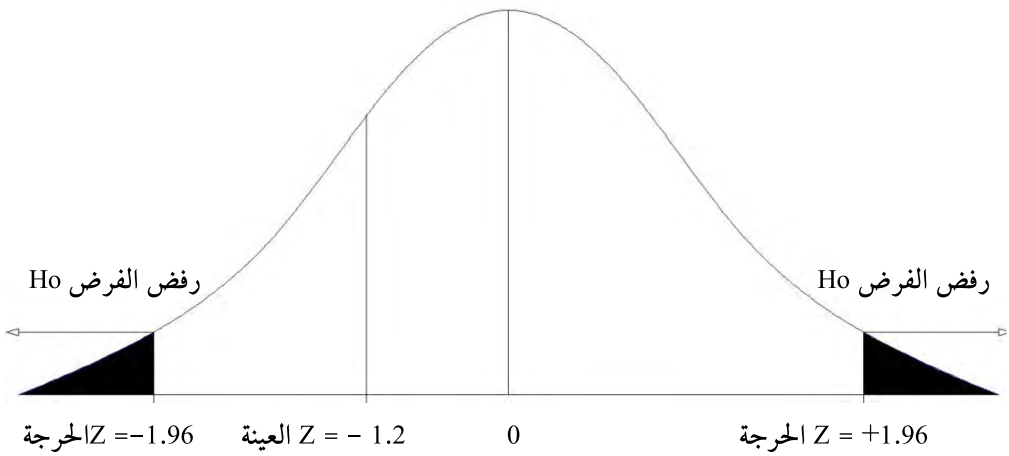
الحرجة $Z = \pm\ 1.96$

الخطوة الخامسة: اتخاذ القرار من خلال المعلومات التي تحصلنا عليها:

العينة $Z = -1.2$

الحرجة $Z = \pm\ 1.96$

وعليه لا يمكننا رفض الفرض الصفري الذي مفاده: لا يوجد فرق بين متوسط درجات الطلاب الوافدين ومتوسط درجات باقي طلاب الجامعة فيما يتعلق بموضوع الأداء الأكاديمي.



شكل (11 ـ 4) درجات العينة والدرجات الحرجة

يمكننا القول هنا بأن الفرق الإحصائي يصل إلى 1.5 بين درجات عينة الطلاب الوافدين، والقيمة المفترضة هي ببساطة راجعة إلى التباين العشوائي عند سحب العينة من المجتمع المدروس الذي وصل متوسط درجاته إلى 62 درجة.

كذلك يمكننا الوصول إلى قرار بمقارنة الاحتماليات المرتبطة بهذه العينات، والقيم الحرجة. إن درجة الدلالة التي تم اختيارها هي $\alpha = 0.05$. وبالرجوع إلى جدول التوزيع الطبيعي لدرجات Z التي تساوي 1.2-، من خلال ذلك يمكننا القول عند معاينة جدول المساحة تحت المنحنى أبعد من كلتا النقطتين، فإن قيمة (The P value) هي 0.23. بمعنى آخر، إذا حصل مجتمع الطلاب الوافدين على متوسط درجات 62، فإن 23 عينة في كل مائة سحبت من هذا المجتمع الذي سيصل متوسط درجاته إلى 1.5 أو أبعد من 62. انظر جدول رقم (11 – 10).

جدول (11 ـ 10) ملخص إجراء اختبار الفروض

درجات العينات خطوة (3)	الدرجات الحرجة خطوة (4)	القرار خطوة (5)
$\overline{x}$		
العينة $Z = -1.2$	$Z = \pm\ 1.96$ الحرجة	Z العينة قريبة من 0 أكثر من Z الاحتمالية لا يمكننا رفض الفرض الصفري Ho
جدول المساحة تحت المنحنى الطبيعي		أو
$P = 0.23$	$\alpha = 0.05$	يصعب رفض الفرض Ho: $P > \alpha$

اختبار Z أحادي الجانب لمتوسط مفرد:

مثال: مجموعة من المنتجين في مصنع ما قد شكوا بأن الأوضاع المهنية غير آمنة، مما سبب لهم معدلاً عالياً من ضيق التنفس Respiratory Illness مما جعلهم يطلبون من كلية الصحة العامة أن نقوم بإجراء دراسة حولهم. من خلال اختيار عينة عشوائية من 100 منتجٍ. وطرح السؤال التالي على كل منتج من هؤلاء المنتجين مفاده: كم عدد الساعات التي فقدها المنتج في السنة كنتيجة لمرض ضيق التنفس؟ إن متوسط عدد الساعات المفقودة وصل إلى 15 ساعةً في الأسبوع. ومن المعلومات المتوفرة من المصادر الرسمية فإن الباحث يعي أن كل المنتجين بالمصانع في المجتمع يصل متوسط عدد الساعات المفقودة منهم نتيجةً لمرض ضيق التنفس إلى 12 ساعة في العام، بانحراف معياري يصل إلى 7.5 ساعة حول المتوسط.

لقد جادل المنتجون في أن ما أوضحته نتائج العينة المسحوبة هو أن معدل مرض ضيق التنفس أعلى منه لدى المنتجين الآخرين، إلا أن إدارة المصنع قد أدعت أن الفرق بين معدلات مرض التنفس لدى العينة المدروسة ومعدلات المنتجين الآخرين هو فرق صغير جداً. يرجع في الأساس إلى التباين العشوائي عند المعاينة. وبكل وضوح فقد توجد بعض الفروق بين عينة المنتجين في المصنع وباقي أفراد المصانع الأخرى، ولكن هذا الفرق بدرجة كبيرة وكافية يقترح بأن هناك أكثر من مجرد احتمالية الصدفة. إن هذه الإدعاءات يمكن اختبارها:

الإجراءات:

الخطوة الأولى: صياغة الفروض:

- الفرض الصفري: لا يوجد فرق بين معدل مرض ضيق التنفس الذي يعاني منه المنتجون في هذا المصنع والمعدل الذي يعاني منه المنتجون في كل المصانع.

Ho: u = 12 ساعة

- الفرض البديل: يوجد فرق بين معدل مرض ضيق التنفس الذي يعاني منه المنتجون في هذا المصنع والمعدل الذي يعاني منه المنتجون في المصانع ما عدا أن هؤلاء المنتجين في هذا المصنع لديهم معدل عالٍ من هذا المرض.

Hi: u > 12 ساعة

لاحظ أن الفرض البديل لا يبين الفرق فقط وإنما اتجاه هذا الفرق. فالمنتجون لديهم الرغبة فقط في رفض الفرض الصفري Ho إذا تبين أنهم يسجلون معدلات عالية لهذا المرض ليكون مبرراً كافياً للمطالبة بالتعويض، وبالتالي أصبح من الضرورة بمكان تحديد ما إذا كنا نريد أن نجري اختبار أحادي الجانب أم ثنائي الجانب "الخطوة الرابعة".

الخطوة الثانية: اختيار اختبار درجة الدلالة:

في هذا المثال نحن نرغب في معرفة متوسط مرض ضيق التنفس لدى هؤلاء المنتجين

والذي تم قياسه على مستوى ذي المسافات والنسبي "عدد الساعات التي فقدت" قد تم استخدام الإحصاء الوصفي الملائم لتلخيص البيانات التي تحصل عليها الباحث من خلال طرحه لسؤال بحثي وهو المتوسط: وهذه البيانات ستكون صالحة لإجراء اختبار أحادي الجانب لمتوسط مفرد Z.

الخطوة الثالثة: إجراء العمليات الحسابية:

إن المعلومات ذات الصلة التي من خلالها نستطيع حساب درجة العينة هي

$$N = 100$$

σ = 7.5 يوم

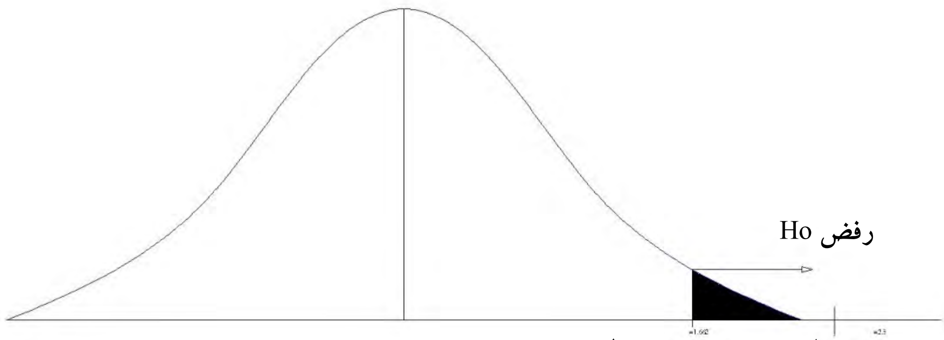
$\overline{X}$ = 15 يوم

$$Z = \frac{\overline{x} - u}{\frac{\sigma}{\sqrt{N}}} = \frac{15 - 12}{\frac{7.5}{\sqrt{100}}} = 4$$

وبالنظر إلى الجدول المتعلق بالمساحة تحت المنحنى الطبيعي نجد أن درجة الدلالة المرتبطة بدرجة Z للعينة المدروسة هي $P < 0.0001$.

الخطوة الرابعة: إيجاد الدرجات الحرجة والمنطقة الحرجة:

على الإدارة أن تعطي من المبررات ما يقنع المنتجين بأن هذا الفرق العالي في معدل مرض ضيق التنفس لهذا المصنع، أنه من المرجح أن يكون هذا الفرق هو نتيجة لاختيار العينة. ومن هنا تم اختيار 0.01 كمستوى لدلالة، ولما كان الفرض البديل لا يحدد الفرق فقط، بل أيضاً اتجاه هذا الفرق الأمر الذي يدعونا إلى استخدام المنحنى الطبيعي نتحصل على الدرجات الحرجة لـِ Z وهي 2.33. إن اتجاه الفرق الذي تبين في الفرض البديل سيكون متوسطه أكبر من 12 ساعة. وعليه فإن الجانب المناسب هو الجانب الأيمن من التوزيع:



شكل (11 ـ 5) المنطقة الحرجة ودرجات العينة

الخطوة الخامسة: اتخاذ القرار:

إذا ما تمت مقارنة الدرجة المحسوبة لـِ Z مع الدرجة الحرجة لـِ Z انظر الشكل أعلاه، فإننا في هذه الحالة نرفض الفرض الصفري باعتبار أن الدرجة المحسوبة لـِ Z أكبر من الدرجة الاحتمالية ومن هنا يصبح لدى المنتجين الحجة المشروعة للمطالبة بالتعويض على هذا المرض(6).

في هذا الفصل بينا الخطوات الأساسية الأكثر ارتباطاً بإجراءات الفروض إلا أن هناك بعض المحاذير المتعلقة باختبار الفرض يمكننا التطرق لها في هذا السياق.

المحاذير المتعلقة باختبار الفرض: قياس حجم التأثير:

بالرغم من شيوع استخدام تقنيات اختبار الفرض لتقييم وتفسير البيانات، إلا أن هناك بعضاً من العلماء قد أثاروا جملة من التحفظات حول إجراءات اختبار الفروض. ولعل أكثر هذه الانتقادات حدة تكمن في تفسير النتيجة الدالة A Significant result.

في حقيقة الأمر، هناك نوعان من القيود الجدية في استخدام اختبار الفرض لتأسيس تأثير دلالة المعالجة، إن أول هذه القيود في اختبار الفرض تركز على البيانات أكثر من

الفرض ذاته. لاسيما عندما يكون الفرض قد تم رفضه، فإننا في حقيقة الأمر، نصل إلى بيان احتمالي قوي حول بيانات العينة، وليس حول الفرض الصفري.

إن النتيجة الدالة تسمح بالنتيجة التالية: أن متوسط العينة المحدد يكون جداً بعيد الاحتمال ($P < .05$) إذا كان الفرض الصفري فرضاً صحيحاً. لاحظ أن هذه النتيجة لا تعطينا بياناً واضحاً حول الاحتمالية بأن يكون الفرض الصفري فرضاً صحيحاً أو خطأ. فالحقيقة أن البيانات تكون بعيدة الاحتمال لنقترح أن الفرض الصفري يكون أيضاً بعيد الاحتمال، ولكنه لم يكن لدينا أي خلفية قوية لنصل إلى بيان احتمالي حول الفرض الصفري. وبرفض الفرض الصفري بمستوى دلالة $\alpha = 0.05$ لا يبرر النتيجة الاحتمالية بأن الفرض الصفري يكون فرضاً صحيحاً بأقل من 5 %. وثاني هذه القيود يتعلق بالبرهنة بأن تأثير المعالجة الدالة لا يشير بالضرورة إلى تأثير معالجة حقيقي. وجدير بالذكر، أن الدلالة الإحصائية لا تمدنا بأيّة معلومات حقيقية حول الحجم المطلق لتأثير المعالجة. وبدلاً من ذلك، فإن اختبار الفرض يؤسس ببساطة، بأن النتائج المُتَوَصَّل إليها في الدراسة البحثية تكون بعيدة الاحتمال عن الحدوث إذا لم يكن هناك تأثير معالجة. ويصل اختبار الفرض لهذه النتيجة من خلال:

1- حساب الخطأ المعياري The Standard Error الذي يقيس كم هو حجم الفرق الذي يكون معقولاً وعلى نحو متوقع بين $\overline{X}$ و u.

2- البرهنة على أن فرق المتوسط المتحصل عليه هو فعلياً أكبر من الخطأ المعياري. تجدر الإشارة هنا إلى أنه إذا كان الخطأ المعياري صغيراً جداً، حينئذٍ، فإن تأثير المعالجة يمكن أن يكون أيضاً هو الآخر صغيراً جداً مع البقاء بأنه كبير بشكل كافٍ لأن يكون دالاً؛ وبالتالي فإن تأثير الدلالة لا يعني بالضرورة أنه تأثير كبير.

ولتوضيح فكرة أن اختبار الفرض يقيم الحجم النسبي لتأثير المعالجة أكثر من تقييم الحجم المطلق، يمكن بيانه في المثال التالي:

مثال: دعنا، نبدأ بدرجات مجتمع يشكل توزيعاً طبيعياً لـِ: $u = 50$ و $\sigma = 10$. وقد تم اختيار عينة من هذا المجتمع وتمت معالجة هذه العينة. وبعد المعالجة تحصلنا على

متوسط لهذه العينة يساوي: $\overline{X} = 51$. السؤال المطروح هنا هو: هل هذه العينة تقدم الدليل بأن تأثير المعالجة يكون دالاً إحصائياً؟ بالرغم من أن هناك فرق نقطة واحدة بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع الأصلي، إلا أن هذا الفرق يمكن أن يكون كافياً لأن يكون فرقاً دالاً. وجدير بالذكر، أن نتائج الفرض نتائج تعتمد على حجم العينة. فعلى سبيل المثال، إذا كانت لدينا عينة $N = 25$، والخطأ المعياري:

$$\sigma \overline{X} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \frac{10}{\sqrt{25}} = \frac{10}{5} = 2.00$$

وأن درجة Z لـِ $\overline{X}$ تساوي $\overline{X} = 51$ فإن:

$$Z = \frac{\overline{x} - u}{\sigma \overline{x}} = \frac{51-50}{2.00} = \frac{1}{2} = 0.50$$

وبمستوى دلالة $\alpha = .05$ فإن المنطقة الحرجة ستبدأ عند $Z = 1.96$. ودرجة Z فشلت في أن تصل إلى المنطقة الحرجة؛ لذلك لا يمكننا رفض الفرض الصفري. وفي هذه الحالة، فإن "فرق النقطة الواحدة" بين $\overline{x}$ و u ليست دالة بسبب أنها قدرت نسبة إلى الخطأ المعياري بدرجتين.

دعنا نتعامل مع عينة $N = 400$، والخطأ المعياري:

$$\sigma \overline{X} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \frac{10}{\sqrt{400}} = \frac{10}{20} = 0.50$$

وأن درجة Z لـِ $\overline{x}$ تساوي $\overline{x} = 51$ فإن:

$$Z = \frac{\overline{x} - u}{\sigma \overline{x}} = \frac{51-50}{0.50} = \frac{1}{50} = 2.00$$

الآن درجة Z أبعد من حدود 1.96. وعليه، نرفض الفرض الصفري، ونصل إلى نتيجة مفادها أن هناك تأثيراً دالاً. في هذه الحالة، فإن "فرق النقطة الواحدة" بين $\overline{x}$ و u اعتبرت دالة بسبب أنها قُدّرت نسبة إلى الخطأ المعياري فقط بـِ: 0.50 نقطة.

تجدر الإشارة من خلال هذا المثال إلى أنه يمكن أن يبقى تأثير المعالجة الصغير دالاً إحصائياً. فإذا كان حجم العينة كبيراً بشكل كافٍ، فإن تأثير أي معالجة مهما كان صغره، يمكن أن يكون كافياً لنا لنرفض الفرض الصفري.

قياس حجم التأثير Measuring Effect Size:

كما بينا أعلاه، بالنسبة لأحد هذه القيود المتعلقة باختبار الفرض، أن اختبار الفرض لا يقيم حقاً الحجم المطلق لتأثير المعالجة. ولتصحيح هذه المعضلة، ينبغي على الباحث عند وصفه بأن هناك تأثيراً دالاً إحصائياً أن يبين أيضاً وصفاً يتعلق بحجم التأثير Effect Size. ويعني حجم التأثير توفير القياس المطلق لتأثير المعالجة، مستقلاً عن حجم العينة التي يتم استخدامها.

إن أسهل، وأكثر طريقة لقياس حجم التأثير هي طريقة كوهينز d: Cohenś d من خلال المعادلة التالية:

$$\text{Cohenś d} = \frac{\text{فرق المتوسط}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

وكبرهنة نهائية واحدة لِـ Cohenś d، يمكننا الرجوع إلى المثال السابق لكل واحد من الاختبارين. لقد كان المتوسط الأصلي للمجتمع $u = 50$، بانحراف معياري $\sigma = 10$، لكل اختبار، والمتوسط للعينة المعالجة كان $\bar{x} = 51$. وبالرغم من أن أحد الاختبارين قد استخدم عينة $N = 25$، والاختبار الآخر استخدم عينة $N = 400$، فإن حجم العينة لم يُؤخذ في الاعتبار عند حساب Cohenś d؛ عليه، فإن كلا الاختبارين يولدان نفس القيمة:

$$\text{Cohenś d} = \frac{\text{فرق المتوسط}}{\text{الانحراف المعياري}} = \frac{1}{10} = 0.10$$

وبمراجعة الجدول التالي، يمكننا القول أن Cohenś d يصف ببساطة حجم تأثير المعالجة، ولم يتأثر البتة بعدد الدرجات في العينة. ولكلا الاختبارين، فإن المتوسط الأصلي كان 50، وبعد المعالجة كان المتوسط 51؛ وبالتالي تظهر المعالجة أنها زادت الدرجات بدرجة واحدة مساوية لواحد من عشرة من الانحراف المعياري One-tenth (كوهينز d تساوي 0.1) [7].

حجم d	تقييم حجم التأثير
d = 0.2	تأثير صغير (فرق المتوسط يدور حول 0.2 انحراف معياري)
d = 0.5	تأثير متوسط (فرق المتوسط يدور حول 0.5 انحراف معياري)
d = 0.8	تأثير عال (فرق المتوسط يدور حول 0.8 انحراف معياري)

أسئلة للمراجعة:

1- تحت أي الظروف سيكون متوسط العينات لتوزيع المعاينة يتخذ شكلاً طبيعياً؟

2- ماذا نعني بالخطأ من النوع الأول Type I Error، والخطأ من النوع الثاني Type II Error، وما هي العلاقة بينهما؟

3- بين كيف أن اختيار مستوى الدلالة يؤثر على المنطقة الحرجة؟

4- أكمل الجدول التالي:

الاحتمالية	الاختبار	درجة Z
0.230	....	± 1.2
0.100	ثنائي الجانب	....
0.018	....	± 2.1
....	ثنائي الجانب	± 2.3
....	أحادي الجانب	± 3.4

5- ضع مخططاً للمنطقة الحرجة للدرجات الحالية التالية:

أ- $Z > 1.645$ ب- $Z < -1.645$ ج- $Z > 1.96$

أو $Z < -1.96$

ما هي احتمالية الخطأ من النوع الأول التي ترتبط بهذه المناطق الحرجة؟

6- من البيانات التالية أحسب درجة Z:

	U	σ	$\bar{x}$	N
أ-	2.4	0.7	2.3	180
ب-	18	1.1	16.7	100

7- عينة بمتوسط حسابي 12 سنة تم اختبارها ما إذا كانت قد سحبت من مجتمع بمتوسط حسابي يصل إلى 15 سنة:

أ- درجة الدلالة لاختبار ثنائي الجانب برهنت على أن تكون 0.03. اشرح بلغة بسيطة إلى ما يشير هذا؟

ب- درجة الدلالة لاختبار أحادي الجانب هي 0.015. اشرح بلغة بسيطة إلى ما يشير هذا؟

8- اشرح باختصار لماذا يعتبر أن تأثير الدلالة الإحصائية ليس بالضرورة تأثيراً حقيقيّاً؟

9- احسب قيمة Cohenś d من بيانات بينت أن هناك فرق المتوسط يساوي 15 نقطة. قبل المعالجة كان متوسط الدرجات 500، وبعد المعالجة كان متوسط الدرجات 515. والانحراف المعياري $\sigma = 100$.

10- إذا كانت $u = 65$ وقيمة $\bar{x} = 70$ و $\sigma = 15$.

بين فرق المتوسط وقيمة Cohenś d. وماذا تعني لك هذه القيمة المحسوبة.

الهوامش والمصادر:

أولا: الهوامش:

1- George Argyrous , Statistics for Social and Health Research , With a Guide to Spss Sage Publications ,USA , 2001 , PP. 262 - 267.

2- انظر: عبد الله عامر الهمالي، التقنيات الإحصائية ومناهج البحث: مدخل نظري وتطبيقي للعلوم الاجتماعية، منشورات جامعة قاريونس - بنغازي، 2008، ص 106.

3- المصدر نفسه، ص ص 108 - 112.

4- George Argyrous , op.cit., PP. 272 - 273.

5- Ibid , PP. 274 - 280.

6- Ibid , PP. 280 - 285.

7- Frederick J. Gravetter and Larry B. Wallnau, Statistics for The Behavioral Sciencies, 8th ed, Wadsworth Cengage Learning, USA, 2010, PP. 260-264.

ثانيا: المصادر:

1- Frederick J. Gravetter and Larry B. Wallnau , Statistics for The Behavioral Sciencies , 8th ed , Wadsworth Cengage Learning , USA , 2010.

2- George Argyrous , Statistics for Social and Health Research , With a Guide to Spss , Sage Publications ,USA , 2001.

3- Joseph F. Healey , The Essentials of Statistics: A TooL for Social Research , Wadsworth Cengage Learning , UAS , 2010.

4- عبد الله عامر الهمالي، التقنيات الإحصائية ومناهج البحث: مدخل نظري وتطبيقي للعلوم الاجتماعية، منشورات جامعة قاريونس - بنغازي، 2008.

الفصل الثاني عشر

اختبار t لمتوسط حسابي لعينة واحدة

مقدمة:

تناولنا في الفصل السابق منطق اختبار الفرض الإحصائي، وإن المتتبع لإجراءات اختبار Z لمتوسط عينة واحدة يلاحظ أننا استخدمنا الانحراف المعياري للمجتمع من أجل إجراء الاستدلال من متوسط العينة على متوسط المجتمع، أيضاً يمكن للقارئ الناقد أن يفكر في هذا الموقف: أن البيانات التي تم استخدامها لحساب الانحراف المعياري للمجتمع يجب أيضاً أن تسمح لنا بشكل مباشر بحساب المتوسط. وإذا كان الانحراف المعياري للمجتمع لدينا معروفاً فالسؤال: كيف لا نستطيع أن نعرف متوسط المجتمع؟ تجدر الإشارة إلى أنه لا توجد حاجة إلى أن نقوم بالاستدلال من العينة على متوسط المجتمع، ولكن بإمكاننا أن نكون بشكل مباشر قادرين على حسابه، بمعنى آخر، أنه من غير المحتمل أن نواجه موقفاً لا نعرف فيه الانحراف المعياري للمجتمع لكننا قد لا نعرف متوسطه. وإذا كنا قد بدأنا في الفصل السابق باختبار Z لمتوسط عينة واحدة لأنه اختبار يبين لنا وبشكل بسيط الإجراء المتعلق باختبار الفرض وبعد أن تبين لنا وبشكل جلي الخطوات الأساسية للاختبار، الآن يمكننا الانتقال إلى تطبيق هذه الخطوات في مواقف أكثر تعقيداً.

إن الاختبارات التي سنتناولها في الفصول اللاحقة لهذا الكتاب هي اختبارات في مجملها متباينة في الإجراء الأساسي لاختبار الفرض وسوف نتعلم خلال هذا الفصل الشروط المناسبة لكل اختبار من هذه الاختبارات، وهي تلك العوامل التي سننظر إليها في الخطوة الثانية من إجراء اختبار الفرض لنحدد دلالة الاختبار من أجل توظيفه.

ثمة عاملان أساسيان ينبغي وضعهما في الاعتبار: أولهما الإحصاء الوصفي الذي يستخدم في تلخيص بيانات العينة. وثانيهما عدد العينات التي حولها تم صياغة الفرض[1].

في هذا الفصل سيتم التركيز على اختبار t لمتوسط عينة واحدة والتي تستخدم بدلاً من اختبار Z لعينة واحدة في أكثر المواقف شيوعاً عندما يكون متوسط المجتمع والانحراف المعياري غير معروفين لدينا.

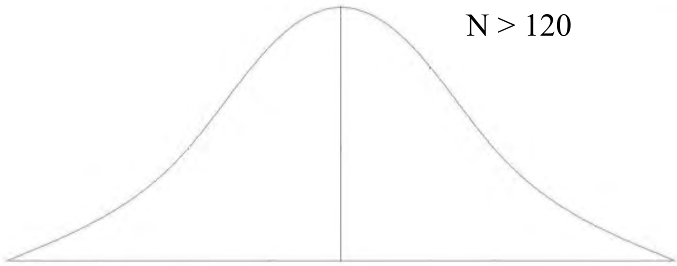
توزيع t:

عندما نريد أن نقوم باستدلال حول متوسط مجتمع ما حيث لا يكون لدينا معرفة بانحرافه المعياري فإن تغيراً طفيفاً مطلوب تعديله أو تغييره في الإجراءات الأساسية التي تمت مناقشتها في الفصل السابق. وعليه، فإننا لم نعد نستخدم توزيعات Z لاستنتاج درجات العينة والدرجات الحرجة ويرجع السبب في ذلك إلى أن توزيعات المعاينة لمتوسطات العينة لم تعد موزعة توزيعاً طبيعياً. وعوضاً عن ذلك يستخدم توزيع t.

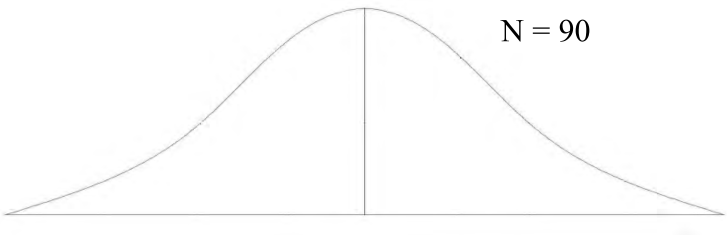
وبعد ذلك نجري اختبار t الذي يطلق عليه توزيع Student الذي يرجع الفضل فيه إلى W.Gossett.

إن توزيع t يشبه إلى حد كبير توزيع Z فهو توزيع سلس وأحادي ومنحنى متماثل، غير أن الفرق بينهما هو أن توزيع t أكثر تسطحاً مقارنة بتوزيع Z. والسؤال المطروح هو: كم بالضبط تكون هذه التوزيعات مسطحة؟ إن الإجابة على هذا السؤال يعتمد بالدرجة الأولى على حجم العينة (انظر الشكل التالي):

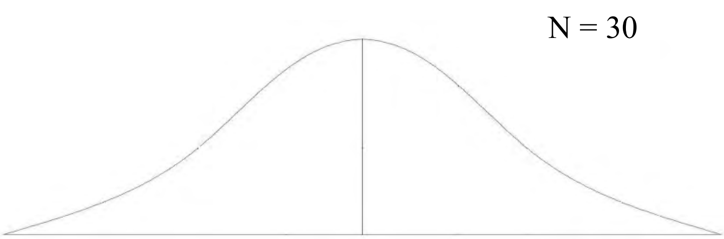
أ- توزيعات t عندما تكون:



ب- توزيعات t عندما تكون:



ج- توزيعات t عندما تكون:



شكل (12-1) توزيعات t لعينات تكون أحجامها

(أ) N > 120، (ب) N = 90، (ج) N = 30

إن توزيع t عندما يصل حجم العينة فيه إلى 30 فإن توزيعات t تكون ذات ديلين مسطحين وهذان الذيلان يصبحان رفيعين جداً عندما يكون حجم العينة 90 وهما في آخر الأمر متماثلان مع المنحنى الطبيعي عندما يكون حجم العينة أكبر من 120[2].

اختبار t لمتوسط حسابي لعينة واحدة:

في هذا الاختبار سنتعامل مع الخطوات الخمس المتعلقة بإجراء اختبار الفرض الإحصائي، مع ملاحظة الفرق بين هذه الإجراءات وتلك التي تم تطبيقها عند إجراء اختبار Z لمتوسط حسابي لعينة واحدة.

مثال: نفترض أن الهيئة الوطنية للمعلومات ترغب في معرفة ما إذا كان المتوسط العمري لسكان منطقة معينة هو أكثر من 40 سنة من أجل أن تقرر حجم الميزانية التي ستخصص لمستشفى في تلك المنطقة. ونظراً لصعوبة إجراء مسح شامل لهذه المنطقة عمدت الهيئة إلى أخذ عينة عشوائية من 51 مفردة من هذا المجتمع وصل متوسطها الحسابي إلى 43 سنة، بانحراف معياري 10 سنوات. ومن هنا نجد وبشكل واضح أن متوسط العينة أكبر من 40 سنة (متوسط المجتمع). وبناءً على هذه النتيجة وجدت الهيئة نفسها مترددة في القول بأن متوسط العينة التي سحبت من المجتمع يفوق الـ 40 سنة من العمر مما حدا بالهيئة إلى القول بأن العينة ببساطة جاءت من مجتمع بمتوسط عمري يصل إلى 40 سنة وأن تأثير التباين العشوائي هو المسئول عن تفسير الزيادة الطفيفة في المتوسط العمري للعينة. وبإمكاننا اختبار هذا الإدعاء مستخدمين اختبار t لمتوسط حسابي لعينة واحدة وفقاً للخطوات التالية:

الخطوة الأولى: صياغة الفرض الصفري والفرض البديل:

Ho: يصل المتوسط العمري لسكان هذا الإقليم إلى 40 سنة من العمر.

Ho: u = 40 سنة

Hi: إن المتوسط العمري لسكان هذا الإقليم أكبر من 40 سنة.

Hi: u > 40 سنة

لاحظ التفاوت في صياغة الفرض البديل. وبناءً على السياسة المعتمدة للهيئة فيما يتعلق بالتمويل فإننا لا نرغب في معرفة ما إذا كان سكان هذا الإقليم في المتوسط أصغر من 40 سنة لأن عملية التمويل سوف تتغير فقط، إذا ما وجدت الهيئة أن المتوسط العمري للسكان ذا دلالة أي أكبر من 40 سنة.

الخطوة الثانية: اختيار اختبار الدلالة:

ينصب التركيز هنا على المتوسط العمري لعينة واحدة وحيث إن العمر قد تم قياسه على مستوى ذي المسافات والنسبي فإن الإحصاء الوصفي المناسب هو المتوسط الحسابي، وعلى خلاف الأمثلة في الفصل السابق أنه ليست لدينا أية معلومات فيما يتعلق بالانحراف المعياري للمجتمع، وعليه فإننا سنستخدم اختبار t لمتوسط حسابي لعينة واحدة.

الخطوة الثالثة: حساب درجة العينة:

عندما يكون الانحراف المعياري للمجتمع غير معروف حينئذٍ يمكننا استخدام معادلة اختبار t بدلاً من معادلة اختبار Z لحساب درجة العينة.

هذه المعادلة ستعوض الانحراف المعياري للمجتمع بالانحراف المعياري للعينة:

$$t = \frac{\overline{x} - u}{\frac{s}{\sqrt{N-1}}} = \frac{43 - 40}{\frac{10}{\sqrt{51-1}}}$$

$$= 2.1$$

الخطوة الرابعة: تعيين الدرجة الحرجة والمنطقة الحرجة:

لتعيين الدرجة الحرجة والمنطقة الحرجة يتطلب الآتي:

أ- الاختيار بين اختبار أحادي الجانب واختبار ثنائي الجانب.

ب- اختيار مستوى الدلالة (مستوى ألفا) من خلال الفرض البديل الذي يحدد اتجاه الفرق. هنا يمكننا استخدام اختبار أحادي الجانب (الذيل الأيمن) واختبار ألفا بمستوى دلالة

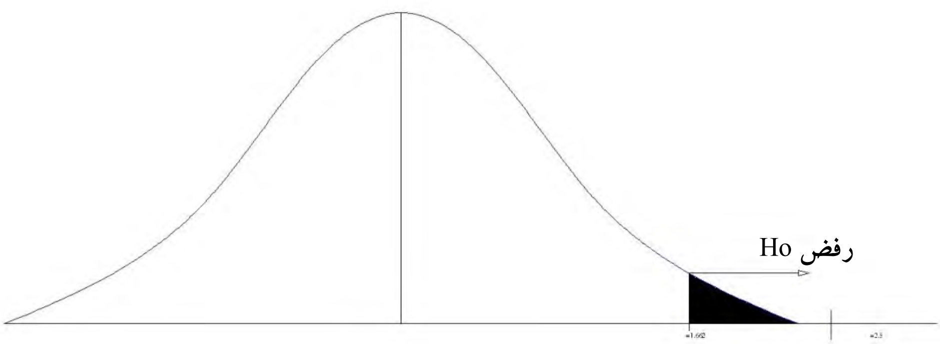
0.05 كما درج عليه في مجال البحث الاجتماعي. وعند اختيار مستوى ألفا وعدد الديلين، عندئذ يمكننا الرجوع إلى جدول القيم الحرجة لتوزيع t. وبما أن هناك فرقاً في توزيع t لكل حجم عينة في الجدول، فالجدول يزودنا بمجموعة القيم الحرجة ودرجات t لعدد مختلف من درجات الحرية df. ففي المثال الذي بين أيدينا فإن درجة الحرية تكون 50 أي:

$$Df = 51 - 1 = 50$$

وأن المنطقة الحرجة لاختبار أحادي الجانب بمستوى دلالة $\alpha = 0.05$ أي ± 1.676، انظر شكل (12 – 2).

الخطوة الخامسة: اتخاذ القرار:

عند مقارنة الدرجات الحرجة مع درجات العينة من خلال رسمها على نفس توزيعات t وملاحظة ما إذا كانت درجة العينة تقع داخل المنطقة الحرجة أم لا.



t = 2.1 العينة   ±1.676 الحرجة

شكل رقم (12 ـ 2) الدرجات الحرجة ودرجات العينة

من هنا وبشكل واضح نجد أن الهيئة الوطنية للمعلومات لا تستطيع القول بأن سكان هذه المنطقة لديهم متوسط عمري يصل إلى 40 سنة فقط. بل إن المتوسط العمري

يصل إلى أكثر من 40 سنة ويكون ذا دلالة. ومع أنه بالإمكان سحب عينة بمتوسط عمري 43 سنة من مجتمع متوسطه 40 سنة فقط وهذا عادة ما يحدث فقط في أقل من 5 في كل مئة مرة. آخذين في الاعتبار هذه الاحتمالية المنخفضة بأن التباين العشوائي هو المسبب لوجود متوسط عمري عال للعينة. وبهذه النتيجة فإن الهيئة الوطنية للمعلومات مضطرة لزيادة المخصصات المالية لهذه المنطقة، بالرغم من أن قرارها قد استند على العينة بدلاً من المسح الكلي للسكان في هذا الإقليم. وبالرجوع إلى المثال السابق، يمكننا القول بأن هناك تغيرات طفيفة في إجراء اختبار الفرض الذي تعلمناه في الفصل السابق. إن هذه التغيرات تأخذ في حسابها الحقيقة، أن الانحراف المعياري للمجتمع غير معروف الذي سنقوم بالاستدلال حوله. وفي هذا الخصوص:

- يمكننا استخدام معادلة مختلفة في الخطوة الثالثة لاستنتاج درجة العينة.
- ويمكننا الإشارة إلى فرق بسيط في توزيع المعاينة في الخطوة الرابعة لاستنتاج الدرجة الحرجة والمنطقة الحرجة.

وبمعزل عن تعديلات هذه الإجراءات فإنها أساساً واحدة ولكي نكون على حسن اطلاع أبعد مع اختبار t لمتوسط سوف نقوم بالعمل على الأمثلة التالية:

مثال (1): اختبار أحادي الجانب[3]:

قد تتهم مؤسسة اقتصادية ما بالتعصب حول النساء في سلم التوظيف، وأن أحد الطرق لتقييم ما إذا كان هذا التعصب ضد النساء في الترقي الوظيفي هو النظر إلى متوسط عدد النساء في المواقع الإدارية في كل فروع المؤسسة.

تجدر الإشارة إلى أن لدينا المعرفة من خلال الأرقام المتعلقة بالتشغيل على المستوى الوطني بأن كل المؤسسات المشابهة لديها متوسط 2.5 من النساء في المواقع الإدارية العليا. ومن خلال مسح لعدد 31 من فروع هذه المؤسسة الاقتصادية قد سجل بأن معدل النساء اللائي يشغلن مواقع إدارية يصل إلى 1.9 بانحراف معياري يصل إلى 1. هل نستطيع القول، بأن هذه العينة قد جاءت من مجتمع متوسط توظيف النساء في الإدارة فيه يصل إلى 2.5؟

الخطوة الأولى: صياغة الفرض الصفري والفرض البديل:

Ho: متوسط عدد النساء اللائي يشغلن وظيفة مدير في هذه المؤسسة الاقتصادية هو 2.5

$$Ho: u = 2.5$$

Hi: متوسط عدد النساء اللائي يشغلن وظيفة مدير في هذه المؤسسة الاقتصادية هو أقل من المتوسط في الفروع الأخرى (المؤسسة ضد النساء في عملية التوظيف).

$$Hi: u < 2.5$$

الخطوة الثانية:

في هذا المثال يرغب الباحث في معرفة المتوسط للبيانات المقاسة على المستوى ذي المسافات والنسبي عندما يكون الانحراف المعياري للمجتمع غير معروف، وعليه فإننا نستخدم اختبار t لمتوسط عينة واحدة بدرجة حرية 30.

$$DF = N - 1 = 30$$

الخطوة الثالثة: حساب درجة العينة:

يمكننا تلخيص البيانات المتعلقة بالعينة بالشكل التالي:

$$\overline{X} = 1.9$$

$$N = 31$$

$$S = 1$$

وباستخدام المعادلة لتحويل قيمة العينة إلى درجة t نتحصل على:

$$t = \frac{\overline{x} - u}{\frac{S}{\sqrt{N-1}}} = \frac{1.9 - 2.5}{\frac{1}{\sqrt{31}}}$$

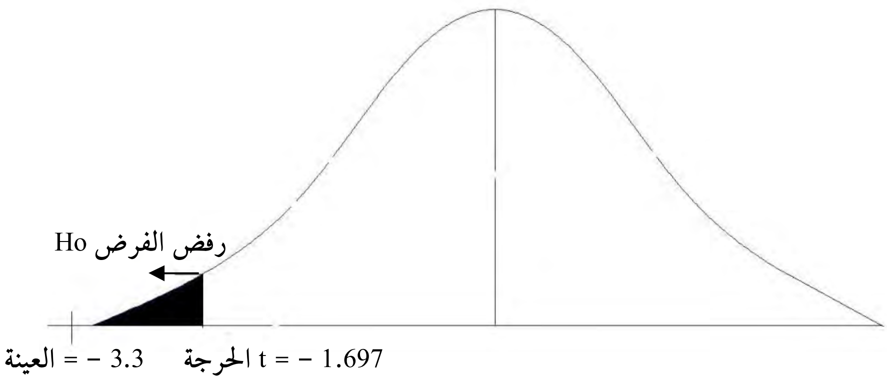
$$= -3.3$$

الخطوة الرابعة: تعيين الدرجة الحرجة والمنطقة الحرجة:

في هذا المثال تم استخدام $\alpha = 0.05$ ولما كنا نرغب في معرفة ما إذا كانت هذه المؤسسة الاقتصادية تتعصب ضد النساء في الترقي الوظيفي. كما أننا أيضاً نستخدم اختبار أحادي الجانب. وبالرجوع إلى جدول توزيع القيم الحرجة لتوزيع t بدرجة حرية 30 فإن القيمة لمستوى الدلالة 0.05 تساوي 1.697–.

الخطوة الخامسة: اتخاذ القرار:

إنه من الواضح بأن قيمة t للعينة تكون قريبة من المتوسط أكثر من القيمة الحرجة كما هو مبين في الشكل التالي:



شكل رقم (12ـ3) الدرجات الحرجة ودرجات العينة

وعليه، لا يمكننا رفض الفرض الصفري برغم أن متوسط العينة كان أكبر من القيمة المفترضة، ويرجع عدم رفضنا للفرض الصفري إلى احتمالية أن هذا الفرق مرده إلى التباين العشوائي عند عملية المعاينة.

مثال(2): اختبار ثنائي الجانب [4]:

في دراسة متعلقة بأطفال ما بين 5 سنوات و12 سنة في مجتمع ما (أ) تبين أن معدل مشاهدة هؤلاء الأطفال للإذاعة المرئية يصل إلى 196 دقيقة في اليوم. ولغرض التفسير فإننا نفترض أن متوسط ما يشاهده هؤلاء الأطفال هو مقدار ما يشاهده أطفال المجتمع ككل في نفس الفئة العمرية. لقد تم إجراء مسح لعينة عشوائية لمجتمع آخر (ب) تقدر بـِ 20 طفلاً من نفس الفئة العمرية لمعرفة ما إذا كان هناك فرق دال بين هؤلاء الأطفال في المجتمعين أ و ب وفيما يتعلق بكمية متوسط ما يشاهده هؤلاء الأطفال في ليلة واحدة.

الفرضية الصفرية:

مفادها أن الأطفال في مجتمع (ب) يشاهدون نفس المعدل الذي يشاهده أطفال مجتمع (أ).

$$Ho: u = 196$$ دقيقة

الفرضية البديلة:

إن الأطفال في مجتمع (ب) يختلف معدل مشاهدتهم للإذاعة المرئية إذا ما قورنوا بأقرانهم في مجتمع (أ).

$$Hi: u \neq 196$$ دقيقة

لاحظ أننا من خلال السؤال البحثي المطروح نرغب في معرفة ما إذا كان هناك فرق دال بين معدل ما يشاهده هؤلاء الأطفال في اليوم في مجتمع (أ) والقيمة المفترضة 196 دقيقة فإننا في واقع الأمر لا ينصب اهتمامنا على ما إذا كان أطفال مجتمع (أ) يشاهدون الإذاعة المرئية بشكل دال أكبر أو أصغر بمجرد أنهم مختلفون. إن الإحصاء الوصفي الذي يلخص لنا نتائج هذا المسح يظهر كالتالي:

$$\overline{X} = 166$$ دقيقة

$$S = 29$$ دقيقة

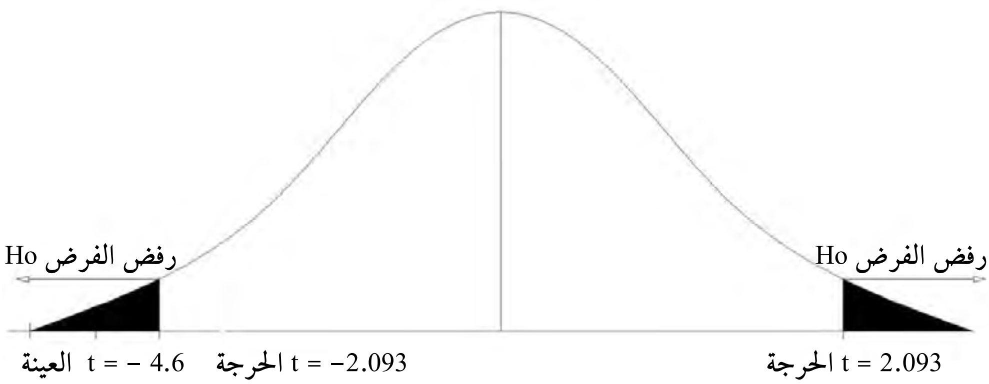
$$N = 20$$

بالتعويض وفقاً للمعادلة التالية نحصل على:

$$t = \frac{\overline{x} - u}{\frac{s}{\sqrt{N-1}}} = \frac{166 - 196}{\frac{29}{\sqrt{20-1}}}$$

$$= -4.6$$

وبالنظر إلى جدول توزيعات t بدرجة حرية 19 على مستوى دلالة 0.05 فإن درجة t الحرجة تساوي 2.093 ± وطالما نحن بصدد اختبار ثنائي الجانب على أساس الفرض البديل، فإن القيمة الحرجة ستكون على جانبي التوزيع. انظر الشكل التالي:



شكل رقم (12 ـ 4) الدرجات الحرجة ودرجات العينة

من خلال هذا الشكل يمكننا القول بأن هناك فرقاً دالاً بين معدل مشاهدة الأطفال للإذاعة المرئية في ليلة واحدة بين المجتمعين أ و ب.

إجراء توليد اختبار t لعينة واحدة باستخدام Spss:

1- من القائمة الموجودة في الجزء العلوي من الشاشة اختر:

Analyze ⟸ Compare Means ⟸ One Sample test

2- اختر TV Watching Per Night من قائمة المتغيرات Variables List.

3- انقر ◄ يقوم بلصق TV Watched Per Night في القائمة المحددة المعنونة بِـ Test Variable (S).

4- في الصندوق المقابل لِـ Test Value: تطبع 196.

5- انقر على OK.

فيما يلي المخرجات الناتجة عن هذا الإجراء:

T. Test

One - Sample Statistics

	N	Mean	Std. deviation	Std. Error Mean
Tv watched Per Night in Minutes	20	185.85	29.29	6.55

One - Sample test

	Test Value = 196					
	T	Df	Sig (2-tailed)	Mean difference	% Confidence95 Interval of difference	
					Lower	upper
Tv watched Per Night in Minutes	−4.603	19	.000	−30.15	−43.86	−16.44

المصدر: .George Argyrous, op.cit, P. 299

يقدم لنا المربع الأول من اختبار t لعينة واحدة الإحصاءات الوصفية: عدد الحالات (N) 20، متوسط العينة (165.85)، والانحراف المعياري للعينة (29.29). إن آخر رقم في المربع الأول والذي يشير إلى الخطأ المعياري للمتوسط هو الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة لـِ t لهذا العدد من درجات الحرية. وهو القيمة في مقام معادلة t.

أما المربع الثاني لاختبار t لعينة واحدة فيحتوي نتائج اختبار الاستدلال حيث إن قيمة (4.603−)، بدرجة حرية 19 = df، وبدرجة دلالة لاختبار ثنائي الجانب 0005. (يقربها برنامج Spss إلى ثلاثة أماكن عشرية)، إن الفرق بين قيمة الاختبار لـِ 196، ومتوسط العينة يكون فرق المتوسط 30.15− وهو القيمة في بسط معادلة t.

ولما كانت الاحتمالية منخفضة جداً للحصول على متوسط عينة يقدر بـِ 165.85 أو أقل من مجتمع يشاهد الإذاعة المرئية بمعدل 196 دقيقة في اليوم، فإننا بهذا نرفض الفرض الصفري الذي مفاده أن متوسط المجتمع هو 196 دقيقة لأطفال أستراليا الذين لا يشاهدون الإذاعة المرئية بنفس الكمية التي يشاهدها أطفال بريطانيا.

أما العمود الأخير في المربع الثاني فيشير إلى 95 % فترة ثقة للفرق بين العينة ومدى قيمة الاختبار من الحدود الدنيا 43.86− إلى الحدود العليا 16.44−. بمعنى آخر، إن الفرق بين معدل كمية مشاهدة الإذاعة من مجموعة الأطفال، تقع في مكان ما بين هذا المدى عند مستوى ثقة 95 %. ولما كان هذا المدى لا يشمل قيمة صفر، التي تشير إلى عدم وجود فرق، فإننا بالتالي نستطيع رفض الفرض الصفري الذي مفاده: لا فرق بين المجموعتين في كمية مشاهدة الإذاعة المرئية(5).

الخلاصة:

قد بينا خلال هذا الفصل اختبار t لمتوسط حسابي لعينة واحدة ويشبه هذا الاختبار إلى حد كبير اختبار Z لمتوسط عينة واحدة والذي تم تناوله في الفصل السابق، إلا أنه يمكننا القول بأن هذا الاختبار قد تم في مواقف مألوفة يكون فيها الانحراف المعياري للمجتمع غير معروف. وفي حقيقة الأمر فإن كلا الاختبارين يكونان متطابقين عندما يكون حجم العينة أكبر من 120، وبنظرة للجدول المتعلق بالقيم الحرجة لتوزيع t نجد

على سبيل المثال أن اختبار t ثنائي الجانب على مستوى دلالة 0.05 يساوي 1.96 وهي نفس القيمة لـِ Z على نفس الاختبار وبنفس مستوى الدلالة. بمعنى آخر، عندما يكون حجم العينة أكبر من 120 فإن توزيع t وتوزيع Z يكونان متطابقين تماماً. وعليه فإن المساحات تحت المنحنيات المعينة لأي درجات معطاة تكون أيضاً متطابقة[6].

أسئلة للمراجعة:

1- ما هو الافتراض حول توزيع مجتمع يشكل الأساس لاختبار t؟

2- احسب اختبار t بألفا 0.05 = α لمجموعة البيانات التالية:

	متوسط العينة $\overline{X}$	الانحراف المعياري S	H0	Hi	العينة (N)
a)	62.4	14.1	u = 68	68≠ u	61
b)	62.4	14.1	u = 68	68< u	61
c)	2.3	1.8	u = 3.1	3.1≠ u	25
d)	2.3	1.8	u = 3.1	3.1≠ u	190
e)	102	45	u = 98	98≠ u	210
f)	102	45	u = 90	90≠ u	210

3- من البيانات التالية المتعلقة بالأعمار بالسنوات عند الوفاة لعينة من الناس الذين ولدوا في نفس العام.

, 60 , 72 , 55 , 68 , 12 , 48 , 69 , 78 , 42 , 60 , 81 , 72 , 58 , 70 , 54 , 85 , 34
68 , 74 , 59 , 67 , 76 , 55 , 87 , 70.

- احسب المتوسط العمري عند الوفاة، والانحراف المعياري لهذه البيانات.
- ما هي الاحتمالية العشوائية لحصولنا على عينة من المجتمع بمتوسط الحياة المتوقع لـِ 70 سنة.

4- من البيانات التالية:

.0 , 250 , 300 , 360 , 375 , 400 , 400 , 400 , 420 , 425 , 450 , 462 , 470 , 0
.475 , 502 , 520 , 560 , 700 , 1020

إن المتوسط الحسابي ($\overline{X}$) لهذه البيانات يصل إلى 424.45 = $\overline{X}$ بانحراف معياري يصل إلى 216 = S.

المطلوب: إجراء اختبار t بدلالة 05. لتقييم الاحتمالية التي مفادها أن العينة قد سحبت من مجتمع بمتوسط دخل أسبوعياً يصل إلى 480.

5- من جدول توزيعات قيم t أكمل البيانات التالية:

درجة الحرية (df)	الاختبار (test)	الاحتمالية (P)	درجة (t)
5	اختبار أحادي الجانب	...	2.015
10	اختبار ثنائي الجانب	0.02	...
...	اختبار أحادي الجانب	0.05	1.708
65	اختبار ثنائي الجانب	0.05	...
228	اختبار أحادي الجانب	0.10	...

الهوامش والمصادر:

أولا: الهوامش:

1- George Argyrous , Statistics for Social and Health Research , With a Guide to Spss , Sage Publications ,London , 2001 , P. 288

2- Ibid , P. 289.

3- Ibid , P. 294.

4- Ibid , P. 297.

5- Ibid , P. 299.

6- Ibid , P. 300.

ثانيا: المصادر:

1- Frederick J. Gravetter and Larry B. Wallnau , Statistics for The Behavioral Sciencies , 8th ed , USA , 2010.

2- George Argyrous , Statistics for Social and Health Research , With a Guide to Spss , Sage Publications ,London , 2001.

3- Joseph F. Healey , The Essentials of Statistics: ATOOL for Social Research , Wadsworth Cengage Learning , UAS , 2010.