الجزء السادس

الإحصاءات اللابارامترية

- الفصل السابع عشر : اختبار مربع كاي ($X2$)لفروق الدلالة لعينة واحدة لتوزيع تكراري
- الفصل الثامن عشر : اختبار مربع كاي ($X2$) للاستقلال
- الفصل التاسع عشر : اختبار توزيع ذي الحدين لعينة واحدة
- الفصل العشرون : الأساليب الإحصائية للبيانات الترتيبية : اختبارات : مان وتني ، ولكوكسن ، كروسكال وليز وفريدمان

الفصل السابع عشر

اختبار مربع كاي (X^2) لفروق الدلالة لعينة واحدة لتوزيع تكراري

مقدمة:

إن كل الاختبارات التي تم تناولها في هذا الكتاب صممت في الأساس لاختبار الفروض حول معلمات محددة للمجتمع الإحصائي. فعلى سبيل المثال، لقد تم استخدام اختبارات t لتقييم الفروض حول u، ولاحقاً حول $u_1 - u_2$. إضافة إلى ذلك، أن هذه الاختبارات، على نحو نموذجي تقوم بافتراضات حول شكل توزيع المجتمع وحول معلمات أخرى للمجتمع. وبالرجوع بالذاكرة إلى تحليل الأنوفا ANONA، فإن توزيع المجتمع قد تم افتراض أنه موزع توزيعاً طبيعياً (أي اعتدالية التوزيع)، ومتجانس التباين، هي عملية مطلوبة، هي الأخرى، في هذا التحليل، ولما كانت هذه الاختبارات تهتم بالمعلمات وما تتطلبه هذه المعلمات من افتراضات، فقد أطلق عليها الاختبارات البارامترية Parametric Tests.

ومن الخصائص العامة الأخرى للاختبارات البارامترية أنها تتطلب وجود درجة عددية لكل حالة في العينة المدروسة. وتضاف الدرجات لبعضها البعض، ثم تُرَبَّع، ويُؤْخَذُ لها المتوسط. وبطريقة أخرى، تعالج باستخدام العمليات الحسابية الأساسية. أما

فيما يتعلق بموازين القياس، فإن الاختبارات البارامترية تتطلب بيانات مقاسة على المستويين ذي المسافات والنسبي.

في العادة يواجه الباحثون مواقف تجريبية قد لا تفي بمتطلبات الاختبارات البارامترية، أي عدم استيفائها لشروط الاختبارات المعملية. ففي مثل هذه المواقف، قد لا يكون من الملائم استخدام الاختبارات البارامترية. ومن هنا ينبغي على الباحث أن يضع في اعتباره أنه عندما لم يتم استيفاء شروط استخدام الاختبارات المعملية فإن إجراء الاختبار قد يقود إلى تفسيرات خاطئة للبيانات المستخدمة. من حسن الحظ أنه توجد تقنيات متعددة لاختبار الفرض كبدائل للاختبارات البارامترية. ويطلق على هذه البدائل الاختبارات غير البارامترية. في هذا الفصل سنتناول بعضاً من هذه الاختبارات غير البارامترية شائعة الاستخدام مثل مربع كاي (إحصاء يعرف بمربع كاي لحسن المطابقة ومربع كاي للاستقلالية) ويُسْتَخْدَمُ هذان الاختباران في تقييم الفروض حول التناسب، أو العلاقات الموجودة داخل المجتمعات الإحصائية. إضافة إلى اختبار ثنائي الحد كحالة خاصة لمربع كاي. وتجدر الإشارة إلى أن كلا الاختبارين المتعلقين بمربع كاي مثلهما مثل معظم الاختبارات غير البارامترية لا تتطلب افتراضات أو معلومات حول خصائص التوزيع الأساسي للمجتمع، وربما القيام ببعض الافتراضات (إن وجدت) حول توزيع المجتمع. ولذلك يطلق على الاختبارات غير البارامترية، في بعض الأحيان، اختبارات حرة التوزيع Distribution Free Tests.

إن أكثر الفروض وضوحاً بين الاختبارات البارامترية وغير البارامترية يكمن في نمط البيانات التي تستخدم في كل منهما.

إن كل الاختبارات التي تعاملنا معها حتى الآن، في متن هذا الكتاب، تتطلب درجات عددية Numerical Scores. أما على الجانب الآخر، فإن الاختبارات غير البارامترية، تتعامل مع بيانات.. هذه البيانات ينبغي أن تصنف على هيئة فئات مثل: عال، متوسط، منخفض، عصري، تقليدي... الخ، أي أنه يمكن ملاحظة أن هذه البيانات قد تكون مقاسة على المستوى الاسمي أو الترتيبي، وبالتالي لا تولّد لنا قيماً عدديةً يمكننا استخدامها في حساب المتوسطات الحسابية والتباين. وبدلاً من ذلك، فإن بيانات كثيرة من الاختبارات غير البارامترية، ببساطة بيانات تكرارية.

أحياناً. قد يلجأ الباحث إلى الاختيار بين استخدام الاختبار البارامتري والاختبار غير البارامتري. فاختيار الاختبار غير البارامتري، عادة يستلزم تحويل البيانات من درجات عددية إلى فئات غير عددية. فعلى سبيل المثال، يمكن للباحث أن يبدأ بدرجات عددية لقياس تقدير الذات Self Esteem، وتوليد ثلاث فئات تحتوي على:

درجة عالية لتقدير الذات، درجة متوسطة، ودرجة منخفضة.

وتجدر الإشارة: إلى أنه في معظم الأحوال، يفضل استخدام الاختبار البارامتري باعتباره أكثر ترجيحاً للكشف عن الفرق الحقيقي أو العلاقة الحقيقية. وعلى أية حال، تواجهنا مواقف يكون فيها تحويل الدرجات إلى فئات خياراً أفضل:

1- أحياناً، يكون من البساطة الحصول على مقاييس فئة. على سبيل المثال، من السهولة بمكان تصنيف الطلاب إلى طلاب ذي قدرات عالية، متوسطة أو منخفضة أكثر من الأداء على درجة عددية لقياس قدرة كل طالب على حدة.

2- إن الدرجات الأصلية قد لا تلبي بعض الافتراضات الأساسية لتؤكد إجراءات إحصائية محددة. على سبيل المثال، اختبار t واختبار أنوفا ANOVA يفترضان أن البيانات قد جاءت من توزيعات طبيعية Normal Distributions. كذلك، فإن المقاييس المستقلة للاختبارات هي الأخرى، تفترض أن المجتمعات المختلفة لديها نفس التباين (افتراضية التباين) The Homogeneity of Variance assumption. وعندما يشك الباحث في أن البيانات التي يتعامل معها، بيانات لا تفي بهذه الافتراضات، من هنا يكون من الأفضل تحويل الدرجات إلى فئات، وبالتالي، استخدام التقنيات الإحصائية اللامعلمية لتقييّم بياناته.

3- قد تكون الدرجات الأصلية في الواقع درجات لديها تباين عالٍ. ويعتبر هذا التباين المكون الأساسي للخطأ المعياري Standard Error لمقام معادلة إحصاء t، ومصطلح الخطأ Error Term في مقام معادلة نسبة F. F. Ratio. وعليه، فإن حجم التباين الكبير يمكن أن يقلل، وبشكل كبير، من احتمالية، أن هذه الاختبارات البارامترية سوف تكشف عن فروق دالة. وبتحويل الدرجات إلى فئات سيقلل جوهرياً من

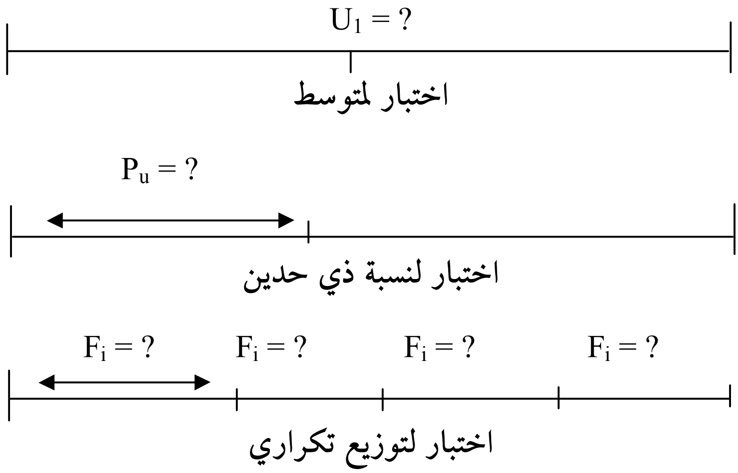
عملية التباين. فعلى سبيل المثال، أن كل الأفراد يتطابقون في الفئات الثلاث (عال، متوسط، منخفض) بغض النظر عن كيفما تكون الدرجات الأصلية[1].

ناقشنا في الفصول السابقة المواقف التي قمنا فيها باختبار فرض حول متوسط مجتمع أو نسبة لتوزيع ذي حدين. كما افترضنا أن متوسط مجتمع أو نسبة بقيمة محددة، وبعدئذ حددت احتمالية سحب العينة من هذا المجتمع بمتوسط أو نسبة تحصلنا عليها حقاً أثناء البحث. ونقوم بفعل ذلك من خلال حساب قيمة Z أو درجة t، ثم نقوم بإيجاد الاحتمالية المقابلة لهذه الدرجات من الجدول المعد لهذا الغرض (جدول توزيعات Z أو جدول توزيعات t). فإذا كان الفرق بين إحصاء العينة Sample Statistic، والقيمة المفترضة للمجتمع فرقاً كبيراً، فالاحتمالية المقابلة لتلك العينة التي تم سحبها من ذلك المجتمع سوف تكون منخفضة. وباختصار، فإن السؤال يختص بما إذا كان الفرق المشاهد بين إحصائية العينة والقيمة المفترضة للمجتمع كبيراً بشكل كافٍ.

اختبار مربع كاي لحسن المطابقة:

يمثل مربع كاي لحسن المطابقة اختبار لا معلمي لتوزيع الحالات عبر مدى واسع من القيم لمتغير واحد. وتستند فلسفة هذا الاختبار على حساب مقياس يعبر عن مدى الفرق بين أعداد المشاهدات والأعداد المتوقع مشاهدتها، فيما إذا كان النموذج الإحصائي صحيحاً. فإذا كان هذا المقياس صغيراً، كان النموذج مقبولاً والعكس بالعكس أي إذا كان هذا المقياس كبيراً فإنه بالتالي يتعذر قبول هذا النموذج الإحصائي[2].

إن طبيعة السؤال المطروح وفقاً لاختبار حسن المطابقة كمقابل لاختبارات أخرى التي تواجه الباحث يمكن توضيحها بالشكل التالي:

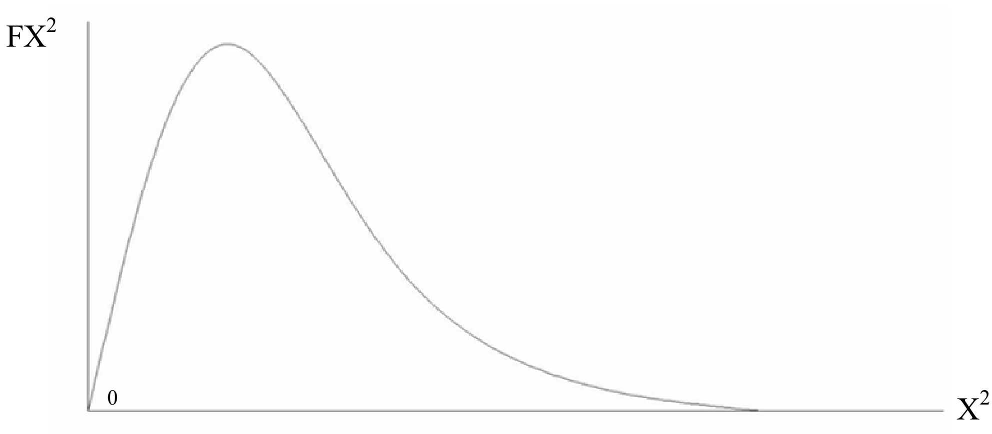


شكل (17-1) مقارنة بين اختبارات استدلالية

يحلل اختبار مربع كاي لحسن المطابقة التوزيع التكراري. وبما أن التوزيعات التكرارية يمكن بناؤها لبيانات اسمية وبيانات ترتيبية. كما هو الأمر للبيانات ذات المسافات المتساوية والنسبية. (كما بينا ذلك في الفصل الثالث). إذاً، اختبار مربع كاي لحسن المطابقة يمكن أن يستخدم لكل مستويات القياس. في هذا الفصل سنتعامل مع هذا الاختبار كما يطبق للبيانات الاسمية والبيانات الترتيبية حيث تنظم البيانات في فئات منفصلة. وبعد ذلك سوف نبين في سياق هذا الفصل تحليل التوزيع التكراري للبيانات المقاسة على المستويين ذي المسافات المتساوية والنسبي موضحين كيف أن هذا الاختبار يكون اختباراً مفيداً في تحليل التوزيع التكراري.

لقد أُطْلِقَ على هذا الاختبار اختبار مربع كاي لأن توزيع المعاينة الذي يتم استخدامه لتقييم الاحتمالية المتعلقة بالفرض الصفري على أنها صحيحة، هو توزيع مربع كاي (سوف نعود إلى هذه المسألة في الفصل المتعلق باختبار مربع كاي للاستقلال الأكثر استخداماً في مجال البحوث الاجتماعية).

إن الصورة العامة لتوزيع مربع كاي تتضح من خلال الشكل التالي:



شكل (17 ـ 2) توزيع مربع كاي (X^2)

ويتخذ بناء توزيع مربع كاي نفس الأساس كما في توزيعات المعاينة التي تمت مناقشتها. ونعني بتوزيعات المعاينة احتمالية توزيع إحصاء العينة التي نتحصل عليها من عدد لا متناهي من العينات ذات الأحجام المتساوية المسحوبة من مجتمع بخصائص محددة.

ولتوضيح اختبار حسن المطابقة نحاول الإجابة على السؤال التالي:

هل يتأثر معدل الجريمة بفصول السنة؟ عند طرح هذا السؤال فإن الباحث لا يرغب بشكل واضح في معرفة معدل الجريمة بقدر ما يتركز اهتمامه على توزيعات معدلات الجريمة عبر فصول السنة.

الإجراءات:

بادئ ذي بدء ينبغي على الباحث صياغة فرض حول توزيع المجتمع: يفترض أنه لا توجد علاقة بين معدلات الجريمة وفصول السنة. ومن خلال هذا الفرض يتوقع الباحث أن عدد الجرائم التي ارتكبت في أي عام تُوَزَّع بشكل متساوٍ عبر الفصول الأربعة.

$$Fe = \frac{\text{العدد الإجمالي للجرائم (N)}}{4}$$

حيث إن Fe تعني التوزيعات التكرارية في كل فئة.

من ناحية ثانية، يمكننا القول، بأن معدل الجريمة في أي سنة قد يتأثر بأحداث عشوائية تسبب فرقاً طفيفاً في التوزيع عن تلك النتيجة المتوقعة. بمعنى آخر، أنه ليست كل عينة من العينات ستتطابق مع هذا التوقع لعدد متساوٍ من الجرائم المرتكبة في كل فصل من فصول السنة. ويمكننا توضيح الفرق بين القيمة المتوقعة والقيمة المشاهدة بحساب إحصاء عينة كاي تربيع:

$$\text{العينة} \quad x^2 = \sum \frac{(Fo - Fe)^2}{Fe}$$

حيث إن: Fe : التوزيعات المتوقعة في كل فئة.

F0 : التوزيعات المشاهدة في كل فئة.

تجدر الإشارة إلى القول بأنه إذا كانت نتيجة العينة تطابق تماماً النتيجة المتوقعة، فإن قيمة مربع كاي للعينة تطابق تماماً النتيجة المتوقعة، فإن قيمة مربع كاي للعينة ستكون صفراً(0).

إن السؤال الذي يمكن طرحه هو: ما هو الموقف عندما يكون التوزيع المشاهد ليس على نحو دقيق مساوياً للتوزيع المتوقع؟

بالنظر إلى معادلة X^2 يمكننا مشاهدة أن أي فرق سيولد قيمة إيجابية لعينة مربع كاي. وهذا سببه أن أي فرق قد تم تربيعه. وبذلك يمكننا التخلص من القيم السالبة. كذلك يمكننا ملاحظة أنه كلما كان الفرق كبيراً بين التوزيعات المشاهدة والتوزيعات المتوقعة (البواقي Residuals)، كانت القيمة عالية (موجبة) لعينة مربع كاي. إن السؤال إذاً يصبح حول ما هي النقطة الأساسية وهي هل القيمة المتعلقة بعينة مربع كاي تصبح كبيرة جداً إلى درجة أن هذه القيمة تقترح أن العينة لم يتم اختيارها من مجتمع تنتشر فيه معدلات الجريمة بشكل متسق عبر فصول السنة؟

يمكننا اختيار القيمة الحرجة لـِ X^2 بنفس الطريقة المتبعة في الاختبارات التي تناولناها في الفصول السابقة. وكذلك يمكننا اختيار مستوى الفا (α) مثل 0.05، كما يمكننا

استخدام جدول توزيع قيم مربع كاي الحرجة (انظر الملحق) لإيجاد القيمة الحرجة لمربع كاي بمستوى معين من الفا آخذين في الاعتبار عدد درجات الحرية (df) لأي توزيع معطى، وللحصول على درجة الحرية تستخدم المعادلة التالية:

$$df = k - 1$$

حيث إن: K عدد الفئات

وعليه، إذا كان لدينا متغير يتألف من أربع فئات كما هو الحال في المثال الذي نتعامل معه (معدلات الجريمة حسب فصول السنة)، فإن درجة الحرية ستكون كالتالي:

$$df = 4 - 1 = 3$$

ومن خلال مراجعة الجدول المتعلق بتوزيعات القيم الحرجة لمربع كاي بمستوى الفا 0.05 بدرجة حرية 3، فإن قيمة مربع كاي الحرجة تساوي

$$x^2 = 7.815(\alpha = 0.05, df = 3)7.815$$

الآن، يمكننا حساب قيمة العينة لمربع كاي (X^2) لنرى ما إذا كانت قيمة العينة تقع داخل المنطقة الحرجة (منطقة الرفض)، على سبيل المثال، إذا لاحظنا فعلياً توزيع (الافتراضي) الجريمة كما هو مبين في الجدول (1). فالسؤال هو: هل يمكننا أن نخلص إلى القول بأن الجريمة متأثرة بفصول السنة؟

جدول (17 ـ 1) توزيع الجريمة حسب فصول السنة

	الصيف	الربيع	الشتاء	الخريف	المجموع
المشاهد	300	270	200	250	1020
المتوقع	255	255	255	255	1020
البواقي	45	15	−55	−5	

المصدر: George Argyrous, Statistics for Social and Healh Research, op. Cit , P.325.

للحصول على القيم المتوقعة يمكننا استخدام المعادلة التالية:

$$\frac{1020}{4} = 255$$ = تقسيم المجموع الكلي على عدد الفصول.

إن الصف الذي يطلق عليه البواقي في الجدول يعني الفرق بين القيم المشاهدة والقيم المتوقعة.

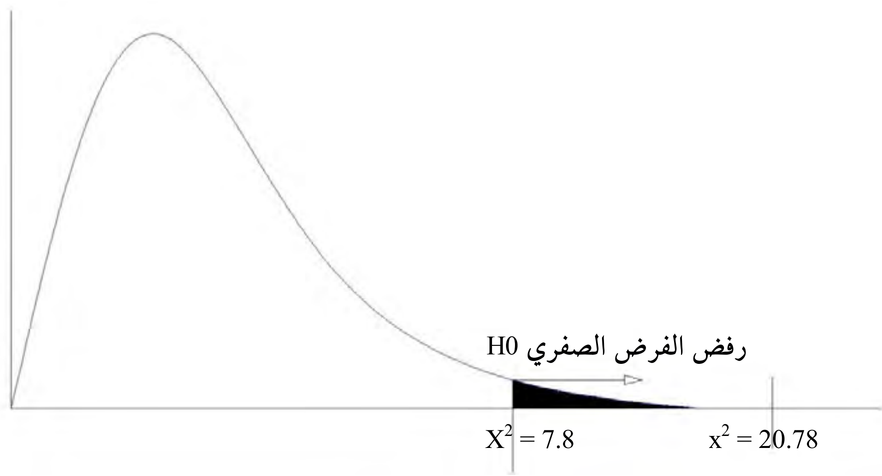
الآن يمكننا أن نستعيض عن نتائج العينة إلى المعادلة المتعلقة بمربع كاي:

العينة $$X^2 = \sum \frac{(Fo - Fe)^2}{Fe}$$

$$= \frac{(300-255)^2}{255} + \frac{(270-255)^2}{255} + \frac{(200-255)^2}{255} + \frac{(250-255)^2}{255}$$
$$= 20.78$$

والشكل التالي يوضح درجات العينة والقيم الحرجة X^2 لمساعدتنا في اتخاذ القرار.

ومن خلال هذا الشكل، تبين لنا أن قيمة مربع كاي للعينة بشكل واضح تقع داخل المنطقة الحرجة، الأمر الذي يقودنا إلى رفض الفرض الصفري للتوزيع المتساوي للجريمة عبر فصول السنة [3].



شكل (17 ـ 3) توزيع (X^2) ودرجة الحرية ($df = 3$)

إجراء اختبار مربع كاي لحسن المطابقة باستخدام Spss :

1- من القائمة الموجودة في الجزء العلوي من الشاشة اختر:

Chi - Square ⇐ Non Parametric tests ⇐ Analyze

2- انقر على Crime by Season في القائمة.

3- انقر على ◄ يقوم بلصق Crime by Season في Test Variable List.

4- انقر على ok.

فيما يلي المخرجات الناتجة عن هذا الإجراء:

Chi - Square Test

Frequencies

	Observed (N)	Expected (N)	Residual
Summer	300	255.0	45.0
Spring	270	255.0	15.0
Autumn	200	255.0	–55.0
Winter	250	255.0	–5
Total	1020		

Test Statistics

	Crime by Season
Chi - Square[a]	20.784
df	3
Asymp. sig	000

a. o cells (o %) have expected frequencies less than 5
The Minumum expected cell frequencies is 255.0

المصدر: .George Argyrous, Statistics for Socialand Healh Research, op. Cit , P.328

شكل (17 ـ 4) مخرجات Spss لاختبار مربع كاي

تفسير مخرجات SPSS لمربع كاي (X^2) :

يحتوي المربع المُعَنْوَن: الجريمة وفقاً لفصول السنة Crime by Season على الإحصاء الوصفي الذي يلخص العينة المدروسة. وفي هذه الحالة فإن توزيع الحالات عبر الفصول الأربعة من فصول السنة قد يوفرها عمود التوزيعات المتوقعة التي تولد لنا العدد المتساوي لكل الحالات المتوقعة في كل فصل من فصول السنة.

إن القيم المتوقعة لعمود (N) قد طرحت من عمود (N) القيم المشاهدة تعطينا الفرق بين القيم المشاهدة والقيم المتوقعة.

أما المربع الثاني المُعَنْوَنُ بـِ إحصاء الاختبار لمربع كاي Chi - Square Test Statistics، نجد أن قيمة مربع كاي تساوي 20.784 بدرجة حرية 3 df(3) بدلالة تصل إلى 1 في كل 10.000 عينة إذا ما وزعت الجريمة بشكل متساوٍ عبر فصول السنة. إن مثل هذه الاحتمالية المنخفضة تقودنا إلى رفض الفرض الصفري: معدلات الجريمة يبدو أنها مرتبطة بفصول السنة(4).

اختبار مربع كاي لحسن المطابقة للحالة السوية (الاستواء Normality) :

من خلال المثال الذي تعاملنا معه في اختبار مربع كاي لحسن المطابقة للبيانات المقاسة على المستوى الاسمي التي تقع ضمن فئات منفصلة. وفي هذا السياق يمكننا القول بأن أي اختبار يمكن تطبيقه على بيانات اسمية وبيانات ترتيبية مع ذلك، يمكن تطبيقه على مستويات أعلى من المقياس كالبيانات ذات المسافات المتساوية والنسبية. ففي حالة المقياس ذي المسافات والنسبي فإننا ننظر إلى التوزيع التكراري للحالات عبر مدى من القيم أو عبر فئات متساوية تماماً بنفس الطريقة التي ينظر فيها إلى التوزيع عبر فئات منفصلة.

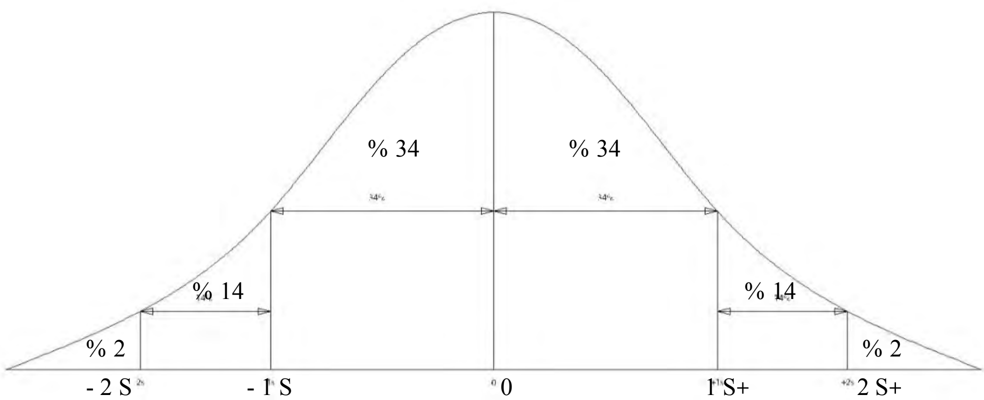
إن هذا هو المنطق الذي يجعل من اختبار حسن المطابقة مقياساً مفيداً في تقييم ما إذا كانت البيانات المقاسة على المستويين ذي المسافات والنسبي جاءت من مجتمع طبيعي. من هذه الناحية، فإن هذا الاختبار هو اختبار لا معلمي Non - Parametric Test يمكن أن يكون مفيداً كاختبار تمهيدي وتكملة للاختبارات المعلمية Parametric Tests التي تتطلب الافتراض أن العينة سحبت من مجتمع طبيعي (5).

مثال: نفترض أن لدى الباحث عينة ويرغب في تقييم ما إذا كان قد تم سحبها من مجتمع طبيعي. وكما سبقت الإشارة، فقد عرف التوزيع الطبيعي بالتوزيعات التكرارية كما هو مبين في الجدول رقم (2) وشكل رقم (5).

جدول (17 ـ 2) توزيع المنحنى الطبيعي

مدى القيم Range of Value	نسبة الحالات Percentage of Cases
أبعد من 2 انحراف معياري تحت المتوسط	% 2
بين 1 و 2 انحرافات معيارية تحت المتوسط	% 14
داخل 1 انحراف معياري تحت المتوسط	% 34
داخل 1 انحراف معياري فوق المتوسط	% 34
بين 1 و 2 انحرافات معيارية فوق المتوسط	% 14
أبعد من 2 انحرافات معيارية فوق المتوسط	% 2

المصدر: .George Argyrous, Statistics for Social and Healh Research, op. Cit , P.331



شكل (17 ـ 5) المساحات تحت المنحنى الطبيعي

إنه بإمكاننا استخدام القيم النسبية كما هو مبين في الجدول رقم (17 - 2) لحساب القيم المتوقعة باستخدام المعادلة المتعلقة بمربع كاي. لاحظ مرة أخرى أن هذا المثال لا يشبه المثال السابق حول معدل الجريمة حسب فصول السنة، حيث إننا لا نفترض هنا أن الحالات موزعة توزيعاً متساوياً عبر الفئات، وإنما بدلاً من ذلك فالتوزيعات المتوقعة قد استندت على خصائص المنحنى الطبيعي.

مثال(6):

نفترض أن لدى الباحث عينة مؤلفة من 110 أشخاص بمتوسط عمري يصل إلى 45 سنة، وبانحراف معياري 10 سنوات، إذا كانت هذه العينة موزعة توزيعاً طبيعياً، فالباحث يتوقع أن يجد عدد الأشخاص داخل المدى المبين الذي يبينه الجدول رقم (17 - 3).

جدول (17 ـ 3) التوزيع المتوقع للعينة

مدى القيم	نسبة الحالات	عدد الحالات
25 سنة أو أقل (أبعد من 2 انحرافات معيارية تحت المتوسط)	% 2	$2.2 = 110 \times \frac{2}{100}$
26 - 35 سنة (بين 1 و 2 انحرافات معيارية تحت المتوسط)	% 14	$15.4 = 110 \times \frac{14}{100}$
36 - 45 سنة (داخل 1 انحراف معياري تحت المتوسط)	% 34	$37.4 = 110 \times \frac{34}{100}$
46 - 55 سنة (داخل 1 انحراف معياري فوق المتوسط)	% 34	$37.4 = 110 \times \frac{34}{100}$
56 - 65 سنة (بين 1 و 2 انحراف معيار فوق المتوسط)	% 14	$15.4 = 110 \times \frac{14}{100}$
66 سنة أو أكبر (أبعد من 2 انحراف معياري فوق المتوسط)	% 2	$2.2 = 110 \times \frac{2}{100}$

من ناحية ثانية، يمكننا فعلياً الحصول على توزيعات عينة كما هو مبين في الجدول التالي:

جدول (17 ـ 4) التوزيعات المشاهدة للعينة

مدى القيم	عدد الحالات
25 سنة أو أقل	5
26 - 35 سنة	17
36 - 45 سنة	33
46 - 55 سنة	33
56 - 65 سنة	17
66 سنة أو أكبر	5

من خلال المقارنة بين القيم المشاهدة والقيم المتوقعة يتجلى لنا بوضوح الفرق بين القيم المشاهدة والقيم المتوقعة: والسؤال الذي يُطْرَح في هذا السياق هو: هل هذا الفرق يقودنا إلى رفض الفرض الذي مفاده أن المجتمع موزع توزيعاً طبيعياً؟

للإجابة على هذا السؤال، يتطلب منا حساب قيمة مربع كاي(X^2):

$$\text{العينة} \quad x^2 = \sum \frac{(Fo - Fe)^2}{Fe}$$

$$= \frac{(5-2.2)^2}{2.2} + \frac{(17-15.4)^2}{15.4} + \frac{(33-37.4)^2}{37.4}$$
$$+ \frac{(33-37.4)^2}{37.4} + \frac{(17-15.4)^2}{15.4} + \frac{(5-2.2)^2}{2.2}$$
$$= 8.5$$

بعد أن أجرينا إحصاء اختبار مربع كاي، ينبغي علينا مقارنة درجة العينة مع القيمة الحرجة لمربع كاي التي تستند في الأساس على درجة الحرية (df). في هذا المثال، لدينا

ست فئات، وبالتالي فإن درجة الحرية تساوي 5 = 1 – 6، على مستوى ألفا (α) 05.، والقيمة الحرجة لمربع كاي هي 11.070 (انظر ملحق توزيع القيم الحرجة لمربع كاي).

ولما كانت القيمة المحسوبة لمربع كاي أصغر من القيمة الحرجة، عليه، لا يمكننا رفض الفرض الصفري الذي مفاده أن العينة جاءت من مجتمع موزع توزيعاً طبيعياً.

خلاصة:

لقد تم مناقشة اختبار X^2 لحسن المطابقة. وبالرغم من أن اختبار X^2 مرتبط بحسابات مختلفة قليلاً، إلا أنه يشبه إلى حد كبير الاختبار "ذا الحدين" الذي سنتناوله لاحقاً. حيث أن اختبار Z لتوزيع ذي الحدين للنسب يطبق فقط لتوزيعات تكرارية تم تنظيمها في توزيع ذي حدين.

إن اختبار مربع كاي يكون اختباراً أكثر شمولاً عند تطبيقه على التوزيعات التكرارية لأي عدد من الفئات (وبالتالي فإن اختبار Z لتوزيع ذي حدين للنسب يمكن اعتباره حالة خاصة لاختبار X^2.

إن هذا الوضع يعطي اختبار X^2 تطبيقات واسعة إلى عينتين أو أكثر كما سنرى في الفصل المتعلق باختبار مربع كاي للاستقلال.

أسئلة للمراجعة:

1- ما هي درجات الحرية والقيم الحرجة لـِ X^2 لكل من:

الفا 0.10 = α و الفا 0.05 = α لاختبار حسن المطابقة لمتغير يحتوي على:

أ- ثلاث فئات ب- خمس فئات ج- ثمان فئات.

2- احسب اختبار حسن المطابقة للبيانات التالية لاختبار الفرض الذي مفاده: أن العينة التي تم سحبها من مجتمع ذي توزيع متماثل لحالات عبر الفئات:

أ-

القيم	عدد الحالات
1	45
2	40
3	55
4	54
5	38

ب-

القيمة	عدد الحالات
1	120
2	111
3	119
4	125
5	120
6	127
7	118

3- تم مسح 90 شخصاً لمعرفة كمية الوقت الذي يتم استغلاله في القراء كل يوم، وتم قياس كمية الوقت. يرغب الباحث في اختبار الفرض الذي مفاده أن العينة التي تم سحبها من مجتمع موزع توزيعاً طبيعياً. علماً بأن متوسط القراءة للعينة المسحوبة

يصل إلى 45 دقيقة، بانحراف معياري 15 دقيقة. وأن توزيع هذه القيم المشاهدة تظهر بالشكل التالي:

مدى القيم	عدد الحالات
أقل من 16 دقيقة	3
16 – 30 دقيقة	15
31 – 45 دقيقة	34
46 – 60 دقيقة	31
61 – 75 دقيقة	5
أكثر من 75 دقيقة	2

- مستخدماً ألفا $\alpha = 0.05$ لاختبار فرضية الاستواء (الحالة السوية) للمجتمع، أجر اختبار حسن المطابقة؟

4- تم مقارنة خمس مدارس فيما يتعلق بنسبة الطلاب الذين يتابعون تعليمهم الجامعي. عينة من 50 طالباً قد تخرجوا من كل مدرسة تم سحبهم. وعدد أولئك الذين دخلوا الجامعة من كل مدرسة هم:

المدرسة	العدد الذي دخل الجامعة
مدرسة 1	22
مدرسة 2	25
مدرسة 3	26
مدرسة 4	28
مدرسة 5	33

المطلوب:

أ- حساب القيم المتوقعة، وبعد ذلك حساب قيمة X^2 لاختبار حسن المطابقة.

ب- ما هي النتائج التي توصلت إليها حول توقع دخول الجامعة من كل مدرسة من هذه المدارس؟

الهوامش والمصادر:

أولا: الهوامش:

1. Frederick J. Gravetter and Larry B. Wallnau , Statistics for The Behavioral Sciencies , Wadsworth Cengage Learning , USA , 2010 , PP. 606 - 607.
2. George Argyrous, Statistics for Social & Health Research, with Aguide to Spss , SAGE Publications, London, 2001 , P. 323.
3. Ibid., P. 327.
4. Ibid., P. 331.
5. Ibid., P. 331.
6. Ibid., PP. 332 - 334.

ثانيا: المصادر:

1- Frederick J. Gravetter and Larry B. Wallnau , Statistics for The Behavioral Sciencies , Wadsworth Cengage Learning , USA , 2010.

2- George Argyrous, Statistics for Social & Health Research, with aguide to Spss , SAGE Publications, London, 2001.

3- Hugh Coolicam , Hodder Arnold , Research Methods and Statistics in Psychology , 4th ed , Hodder Stoughton Educational , London , 2004.

الفصل الثامن عشر

اختبار مربع كاي (X^2) للاستقلال

مقدمة:

نتناول في هذا الفصل أحد التقنيات الإحصائية التي يمكن من خلالها إجراء اختبار فرضية لبيانات مقولية تم ترتيبها في جداول متقاطعة. ويطلق على هذه التقنية الإحصائية اختبار مربع كاي (X^2) للاستقلال. ويشبه اختبار مربع كاي للاستقلال اختبار عينة واحدة التي تم تناولها في موضع آخر من هذا الكتاب.

اختبار مربع كاي واختبارات الدلالة الأخرى:

في الفصول السابقة لهذا الكتاب تم التركيز على اختبار الاستدلال الذي تم تحديده من خلال معيارين أساسيين أولهما: الإحصاء الوصفي المستخدم في وصف البيانات الخام لعينة. وثانيهما: عدد العينات التي تم وصفها من خلال الاستدلال الذي تم القيام به.

1- الإحصاء الوصفي المستخدم في وصف البيانات الخام:

إن هذا العامل في حد ذاته دالة لقضيتين أساسيتين: أولهما: متعلقة بالسؤال البحثي المطروح الذي يتعين على الباحث الإجابة عليه. إن السؤال البحثي تقريباً وبشكل ثابت يوجه اهتمامات الباحث نحو خصائص محددة لتوزيع متعلق بالمتغير الخاضع للاستقصاء. على سبيل المثال، أن الباحث في شئون الصحة العامة، قد يَنْصَبُّ اهتمامُه حول سؤال مفاده ما إذا كان مجتمع ما يكون فيه المتوسط العمري يميل نحو الشباب أو الكبار. إذاً مشكلة البحث هذه تقود الباحث إلى استخدام إحصاءات النزعة المركزية لهذا المتغير. وكذلك الأمر بالنسبة للباحث في العلوم السياسية الذي قد ينصب اهتمامه أيضاً على معرفة التوزيع العمري لهذا المجتمع، إلا أنه في هذه الحالة فإن التركيز يمكن أن ينصب على العينة العمرية التي يحق لها المشاركة في العملية السياسية. من هنا نجد أن الباحث سيقوم بتنظيم بياناته من خلال توزيع ذي حدين وحساب نسبة العينة الأعلى والأدنى للفئة العمرية. إن كلا الباحثين يرغبان في التعامل مع نفس المجتمع، وإن كليهما، لديه نفس البيانات الخام. إلا أن السؤال البحثي المطروح هو الذي يحدد ما إذا كان الباحثان يرغبان في تبني توزيعات النزعة المركزية أو نسب الحالات الأعلى والأدنى من نقطة محددة على المقياس. وثانيهما يتعلق بالقضية التي تحدد الإحصاء الوصفي الذي يستخدم لتلخيص البيانات وهي مستوى القياس للمتغير. إن مستوى القياس كثيراً ما يقيد الطريقة التي يمكن أن نصف بها خصائص التوزيع الذي يرغب الباحث فيه. على سبيل المثال، نفترض أننا نرغب في معرفة النزعة المركزية للتوزيع العمري لعينة ما، وسواء قمنا بجمع بيانات مقاسة على المستوى ذي المسافات والنسبي، أو مقاسة على المستوى الترتيبي فهي التي تحدد مقاييس النزعة المركزية (المنوال، الوسيط، أو المتوسط) فنحن في الواقع نستخدم هذه الإحصاءات الوصفية لتلخيص البيانات الخام. فإذا تم قياس العمر بالسنوات (مقياس ذو المسافات المتساوية والنسبي)، فإنه في هذه الحالة يعتبر الإحصاء الوصفي المستخدم لتلخيص البيانات هو المتوسط الحسابي. أما إذا تم تصنيف العمر حسب الفئات في مدى يتراوح من: صغير جداً إلى كبير جداً (مقياس ترتيبي) إذاً في هذه الحالة فإن الإحصاء الوصفي المستخدم هو الوسيط. إن هذين العاملين المتمثلين في

السؤال البحثي ومستوى القياس معاً يحددان الإحصاء الوصفي الفعلي الذي على ضوئه يتم إجراء الاختبارات الاستدلالية.

عدد العينات التي ينبغي مقارنتها:

كما رأينا في الفصل المتعلق باختبار t لمتوسط حسابي لعينة واحدة، فإنه عندما يتم جمع البيانات من عينة واحدة فقط، حينئذ يكون لدينا مدى معين لاختبارات الاستدلال للاختيار من بينها: أنه يمكن القول بأن مدى هذا الاختيار يختلف عند التعامل مع عينتين، ولذلك ينبغي علينا في هذه الحالة أن نقوم باستدلال حول كل واحد من هذين المجتمعين اللذين سُحِبَتْ منهما هاتان العينتان. وبالتماثل، إذا كانت لدينا أكثر من عينتين، فإننا في هذه الحالة نواجه مدى آخر من الاختبارات للاختيار من بينها. على سبيل المثال، عند مقارنة متوسطات باختبار t لمتوسطات العينة يكون ملائماً لعينة أو عينتين. في حين أن تحليل ANOVA يستخدم لأكثر من عينتين وهكذا. واضعين هذه القضايا بعين الاعتبار، فإنه بإمكاننا النظر إلى الأحوال التي يكون فيها استخدام مربع كاي ملائماً.

إن الإحصاء الوصفي الذي على ضوئه يستخدم مربع كاي للاستقلال هو التوزيع التكراري المتضمن في جدول ثنائي bivariate table. في الفصل السابع من هذا الكتاب قد بيّنا عملية بناء واستخدام الجداول الثنائية أي جداول التقاطع. وتعد جداول التقاطع جداول ملائمة في تلخيص وعرض البيانات المقولية عند الرغبة في التوزيع الكلي للحالات عبر مجموعة المدى الكلي للفئات مفضلاً ذلك أو بدلاً من مقاييس النزعة المركزية. وتعتبر جداول التوافق ذات أهمية كبيرة وذلك لشيوع استخدامها في وصف البيانات المقاسة على المستوى الاسمي والترتيبي.

وتجدر الإشارة إلى أن البيانات المقاسة على المستويين ذي المسافات والنسبي يمكن اختزالها إلى فئات منفصلة مثل اختزال الدخل إلى فئات: ذوي الدخل المنخفض والمتوسط، والعالي. كما تعتبر جداول التقاطع أداة مهمة لوصف البيانات ذات المسافات المتساوية والنسبية كما هو الحال في أهمية البيانات الاسمية والترتيبية.

إن اختبار مربع كاي يعتبر في الأساس الشيء نفسه بغض النظر عما إذا كان لدينا

عينة واحدة، أو عينتان أو أكثر من ذلك. وكما بينا في الفصل المتعلق باختبار مربع كاي لعينة واحدة لتوزيع تكراري. إن مربع كاي، ليس كالاختبارات الأخرى، فهو اختبار يمكن توسيعه ليشمل عينتين أو أكثر من عينتين من الحالات دون تعديلات كبيرة: فالباحث يمكنه اتباع الإجراء نفسه، والمعادلة نفسها، بغض النظر عن عدد العينات الخاضعة للمقارنة (لاحظ أنه في حالة العينة الواحدة، فقد أطلق على مربع كاي اختبار حسن المطابقة A goodness-of-fit-test في حين يطلق على مربع كاي للاستقلال A test for Ivdependence، عند التعامل مع عينتين أو أكثر).

الاستقلال الإحصائي Statistical Independence:

يمدنا مفهوم الاستقلال الإحصائي بطريقة أخرى تمكننا من معرفة الفرق بين الفرض البحثي والفرض الصفري عندما يكون لدينا متغيران مستقلان إحصائياً فإن أي تغير في واحد من المتغيرين ليس له علاقة بالتغير في المتغير الآخر لأنهما يختلفان بشكل مستقل عن بعضهما البعض. أما على الجانب الآخر، إذا كان هذان المتغيران يعتمدان على بعضهما البعض فإن أي تغير في أحدهما يرتبط بالتغير في المتغير الآخر.

مثال:

دعنا نعيد العمل من خلال المثال الذي أوردناه في الفصل السابق لبناء جدول تقاطعي بين متغيري (الدخل ومكان الإقامة).

جدول (18 ـ 1) العلاقة بين الدخل ومكان الإقامة

	الدخل		
مكان الإقامة	منخفض	عال	المجموع
ريفي	205 (%55)	118 (%34)	323 (%45)
حضري	167 (%45)	230 (%66)	397 (%55)
المجموع	372 (%100)	348 (%100)	720 (%100)

المصدر: George Argyrous, Statistics for Social & Health Research, op.cit, p.395.

بالنظر إلى التوزيعات النسبية لكل خلية من خلايا الجدول يمكننا تقييم ما إذا كان في العينة أن المتغيرين مستقلان، أو ما إذا كان في الحقيقة أنه يُوجد نوع من العلاقة. ومن خلايا بيانات هذا الجدول نلاحظ وجود بعض العلاقة (أو نمط الاعتماد Pattern of Independence) بين هذين المتغيرين. ويبدو من خلال الأرقام المبينة في الجدول أعلاه، أن الأفراد ذوي الدخول المنخفضة يتجهون إلى العيش في المناطق الريفية. في حين أن الأفراد ذوي الدخول المرتفعة يميلون إلى العيش في المناطق الحضرية.

إضافة إلى جدول التقاطع. فقد تم حساب مقاييس التطابق الملائمة لتكميم هذه العلاقة المشاهدة بين هذين المتغيرين. ولما كان على الأقل أحد هذين المتغيرين تم قياسه على المستوى الاسمي، فإن المقياس المناسب هو لامبيدا Lambda وأن قيمة لامبيدا لهذا الجدول تساوي 0.12 وتشير هذه الدرجة إلى علاقة ضعيفة لهذه البيانات.

ومن ناحية ثانية، فإن النتيجة التي توصلنا إليها قد اعتمدت على بيانات عينة، وعليه ينبغي علينا أن نكون حذرين من أن هذه النتيجة ربما قد جاءت نتيجة للتباين العشوائي عند عملية المعاينة من المجتمعات التي لا توجد فيها أي علاقة بين الدخل ومكان الإقامة. وأن اختبار مربع كاي كفيل بتقييم هذه الاحتمالية.

حساب وتفسير إحصاء الاختبار لجداول مربع كاي للاستقلال :

يمتلك مربع كاي عنصرين أساسيين هما إحصاء الاختبار الذي يطلق عليه القيمة المتحصل عليها لمربع كاي. والعنصر الثاني القيمة الحرجة للإحصاء التي تمثل القيمة لإحصاء الاختبار الذي ينبغي أن يمتد لرفض الفرض الصفري.

إن إحصاء الاختبار لمربع كاي ليس مقياساً للتطابق لأن قيمة مربع كاي تكون متأثرة بالدرجة التي يكون فيها المتغيران معتمدين على بعضهما البعض. إن قيمة مربع كاي سوف تكون أكبر إذا كان المتغير التابع يعتمد على المتغير المستقل. في حين تكون قيمة مربع كاي أصغر إذا كان المتغير التابع يختلف بشكل مستقل بدون النظر إلى المتغير المستقل(1).

إن أول خطوة لإجراء مربع كاي للاستقلال، كما هو الحال، في كل مقاييس الاستدلال هي البدء بصياغة الفرض الصفري والفرض البديل، ففي المثال الذي أمامنا، فإن صياغة الفرض الصفري تتخذ الشكل التالي:

Ho: الدخل ومكان الإقامة متغيران مستقلان عن بعضهما البعض.

Hi : الدخل ومكان الإقامة ليسا متغيرَيْن مستقلين عن بعضهما البعض.

إذا رفضنا الفرض الصفري الذي مفاده أن المتغيرين مستقلان، فإننا في هذه الحالة نستنتج أن المتغيرين ليسا مستقلين في المجتمع المدروس. وعلى العكس من ذلك، إذا عجزنا عن رفض الفرض الصفري، فإننا نجادل في أن المتغيرين حقاً هما مستقلان بالرغم من أن التبعية قد تم ملاحظتها في العينات.

إذا نظرنا إلى مثالنا الحقيقي، فإننا نكون قد حددنا أن المتغيرين ليسا مستقلين في العينة - أي لا تبدو أن هناك بعض العلاقة - ولكن هل باستطاعتنا استخلاص هذا الاستدلال حول المجتمعات التي سحبت منها هذه العينات؟.

ولكي نرى كيف يساعدنا اختبار مربع كاي في تقييم ما إذا كان هذان المتغيران حقاً مستقلين عن بعضهما البعض بالرغم من وجود تبعية في العينات. دعنا نبدأ بالنظر إلى البيانات الخام والتوزيعات النسبية في الجدول التالي:

جدول (18 ـ 2) مكان الإقامة: كل المبحوثين

مكان الإقامة	المجموع	النسبة المئوية
ريفي	323	% 45
حضري	397	% 55
المجموع	720	% 100

إن مجاميع الصف والنسب المئوية هي النقاط المرجعية التي من خلالها يتم إجراء اختبار مربع كاي. إن الحجة تكون أنه إذا كان 45% من مجموع المبحوثين يعيشون في

مناطق ريفية، حينها نتوقع أن 45% من كل مجموعة (دخل منخفض، ودخل عالٍ) هم أيضاً يعيشون في مناطق ريفية إذا كان المتغيران مستقلين.

الجدول التالي يوضح هذه التوزيعات النسبية المتوقعة.

جدول (18 ـ 3) التوزيعات النسبية المتوقعة للخلية

	الدخل		
مكان الإقامة	منخفض	عال	المجموع
ريفي	% 45	% 45	% 45
حضري	% 55	% 55	% 55
المجموع	% 100	% 100	% 100

من ناحية ثانية، حتى ولو أن الفرضية الصفرية للاستقلال صحيحة، فإنه ليس في كل الأحوال أن نتوقع دائماً عينات عشوائية لأولئك الذين يكسبون دخولاً منخفضة ودخولاً عالية لتعكس ذلك. فعلى سبيل المثال، ربما أحياناً قد نسحب عينات من مجموعات ذوي دخول منخفضة وعالية ونحصل على واحدة من النتائج الثلاث التالية كما هو موضح في الجدول التالي:

جدول (18 – 4 أ) عينة 1

	الدخل		
مكان الإقامة	منخفض	عال	المجموع
ريفي	% 47	% 44	% 45
حضري	% 53	% 56	% 55
المجموع	% 100	% 100	% 100

جدول (18 – 4 ب) عينة 2

مكان الإقامة	الدخل منخفض	الدخل عال	المجموع
ريفي	% 52	% 40	% 45
حضري	% 48	% 60	% 55
المجموع	% 100	% 100	% 100

جدول (18 – 4 ج) عينة 3

مكان الإقامة	الدخل منخفض	الدخل عال	المجموع
ريفي	% 65	% 30	% 45
حضري	% 35	% 70	% 55
المجموع	% 100	% 100	% 100

المصدر: George Argyrous, Statistics for Social & Health Research, op.cit , p.397.

العينة 1: تصور لنا هذه العينة موقفاً تعكس فيه النسب المشاهدة النسب المتوقعة Expected Percentages، إلى حد بعيد مفترضين أن المتغيرين مستقلان. وفي أحيان أخرى، ربما نجد موقفاً آخر يظهر في العينة الثانية حيث يمكننا ملاحظة وجود تباين كبير بين المجموعات، ولكن هذا التباين ليس بالحد الكبير جداً. في حين تعكس العينة 3: موقفاً متطرفاً نتوقع من خلاله الحصول على حالات من أي طرف من المقياس مسببة التوزيعات النسبية في أول العمودين لتنحرف كثيراً عن تلك التوزيعات النسبية لمجموع العمود. وبالرغم من أن هذه احتمالية عند المعاينة العشوائية من مجتمعات حيث لا توجد علاقة. وهي أيضاً بعيدة الاحتمال.

في الحقيقة أنه باستطاعتنا أن نأخذ عدداً لا متناهياً من العينات العشوائية من مجتمعات يكون فيها المتغيران مستقلين ومشاهدة توزيع النتائج.

وبوضوح فإن معظم النتائج ستكون مشابهة لما لاحظناه في العينتين 1 و 2، وأن قليلاً من النتائج التي تشبه نتائج العينة رقم 3. أن إحصاء مربع كاي يعتبر أداة فعالة، تساعد الباحث في معرفة هذا الفرق بين التكرارات المشاهدة والتكرارات المتوقعة.

ويحسب إحصاء مربع كاي من الفرق بين التكرارات المشاهدة والتكرارات المتوقعة لكل خلية من خلايا الجدول الثنائي Bivariate Table، وأن المعادلة المستخدمة في حساب مربع كاي هي

$$X^2 = \sum \frac{(fo - fe)^2}{fe}$$

حيث إن: F0 تشير للتوزيعات المشاهدة في كل خلية.

Fe: تشير للتوزيعات المتوقعة في كل خلية.

أحياناً يقوم الباحث بسحب عينات تكون "حقيقية" للمجتمع، وبالتالي لا يوجد فرق بين التكرارات الفعلية، والتكرارات المتوقعة. بمعنى آخر، يمكن للباحث أن يتحصل على توزيعات خلية مماثلة لتلك التوزيعات في الجدول رقم 3. في هذه الحالة يتحصل الباحث على قيمة مساوية لصفر لمربع كاي:

$$fo = fe \rightarrow (fo - fe)^2 = 0 \rightarrow X^2 = 0$$

وتجدر الإشارة هنا إلى أنه لن يكون الأمر كذلك في كل عينة. أحياناً سوف يأخذ الباحث عينات من خلال فرصة عشوائية، قد لا تعكس تماماً المجتمعات التي سحبت منها هذه العينات. ومن هنا فإن النتيجة لمربع كاي ستأخذ قيمة موجبة:

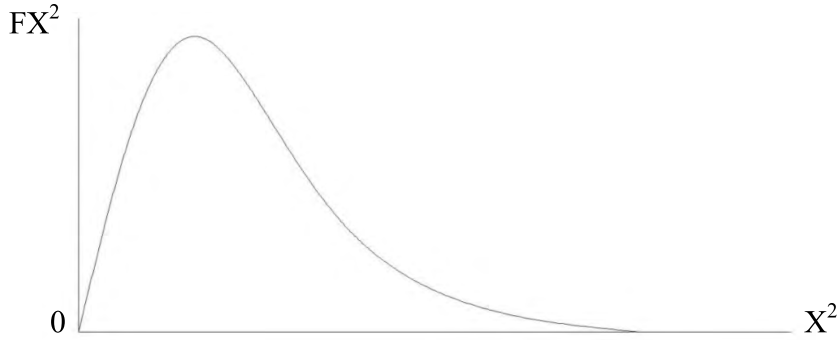
$$fo \neq fe \rightarrow (fo - fe)^2 > 0 \rightarrow X^2 > 0$$

وتجدر الإشارة إلى أنه كلما كان الفرق كبيراً بين التوزيعات التكرارية المشاهدة والتوزيعات التكرارية المتوقعة كانت قيمة مربع كاي كبيرة. لاحظ أنه في معادلة مربع

كاي، أن الفروق بين التوزيعات التكرارية المشاهدة، والتوزيعات التكرارية المتوقعة قد تم تربيعها. ويؤكد هذا التربيع أن المدى لكل القيم المحتملة لمربع كاي يجب أن تبدأ عند صفر وتزداد في الاتجاه الموجب، بغض النظر عما إذا كان التكرار المتوقع أكبر من التكرار المشاهد أو العكس بالعكس. إن تربيع أي فرق سوف يولد رقماً موجباً (بما أنه قد تم حساب مربع كاي على أساس الفرق بين الدرجات المتوقعة والدرجات الفعلية المربعة، وليس على أساس اتجاه الفرق حيث لا جدوى أن نختار بين الاختبار الاستدلالي أحادي الجانب أو ثنائي الجانب. فكل الفروق بين الدرجات المشاهدة والدرجات المتوقعة - بغض النظر عما إذا كانت هذه الفروق قد تكون ناشئة من الدرجات المشاهدة سواء كانت أعلى أو أدنى من الدرجات المتوقعة - سوف تأخذ قيمة موجبة)[2].

إن توزيع مربع كاي يحتوي على ذيل طويل انظر الشكل رقم (1)، الذي يعكس الحقيقة التي مفادها أن هناك احتمالية اختيار عينات عشوائية تعطي قيمة عالية لمربع كاي، بالرغم من أن المتغيرات تكون مستقلة، إلا أن هذا الأمر قد يكون بعيد الاحتمال. إن هذا الأمر سيكون مجرد ضربة حظ كي يختار الباحث عينة من مجموعة واحدة تكون الحالات فيها قد جاءت من نهاية طرف واحد من التوزيع، وإن عينة أخرى من مجموعة أخرى قد جاءت من نهاية الطرف الآخر من التوزيع إذا كان الفرض الصفري للاستقلال صحيحاً. وعليه، فإن المساحة تحت المنحنى للقيم الكبيرة لكاي تربيع تكون صغيرة بحيث تعكس احتمالية منخفضة لما حدث بالصدفة[3].

(لاحظ من خلال توزيع المعاينة لمربع كاي أنه يمكننا تحديد الاحتمالية بأن الفرق بين الدرجات المشاهدة والدرجات المتوقعة تكون ناتجة عن التباين العشوائي عند عملية المعاينة من مجتمعات يكون فيها المتغيران مستقلين). فعلى سبيل المثال، من الممكن أن نجد عينة (3) التي تناولناها سابقاً سوف تسحب مرة واحدة في الألف ($P = 0.001$) إذا كان المتغيران مستقلين عن بعضهما البعض. إن مثل هذا الأمر يمكن التفكير فيه، ولكنه على نحو بعيد الاحتمال كمبرر لنا من أن فرضيتنا حول الاستقلال يجب التخلي عنها - في الواقع ثمة تبعية أو اعتماد dependence بين الدخل ومكان الإقامة.



شكل (18 ـ 1) توزيع X^2

دعنا الآن نتناول المثال المتعلق بالدخل ومكان الإقامة لكي نوضح إجراءات اختبار مربع كاي للاستقلال بشكل عملي. فالمسح النظري الذي تناولناه سابقاً والذي يحتوي على 323 فرداً من المناطق الريفية و 397 فرداً من المناطق الحضرية، مع توزيع الإجابات يوضحه الجدول (18 - 5).

جدول (18 ـ 5) مكان الإقامة حسب الدخل
(التوزيعات المشاهدة)

	الدخل		
مكان الإقامة	منخفض	عال	المجموع
ريفي	205 (%55)	118 (%34)	323 (%45)
حضري	167 (%45)	230 (%66)	397 (%55)
المجموع	372 (%100)	348 (%100)	720 (%100)

نرى من خلاله أن أول رقم في كل خلية يشكل العدد الحقيقي لذوي الدخل المنخفض وذوي الدخل العالي الذين يعيشون في كل منطقة من هاتين المنطقتين، وتمثل 55 % كل الذين سجلوا بأن دخولهم منخفضة، ويعيشون في مناطق ريفية حيث يصل

عددهم إلى 205 فرداً. وعلى الجانب الآخر، فإن نسبة 34 % فقط من ذوي الدخول العالية يعيشون في مناطق ريفية (118 فرداً).

وتجدر الإشارة إلى أنه من خلال هذه البيانات يمكننا أن نرى الفرق بين أولئك الأفراد ذوي الدخول المنخفضة والأفراد ذوي الدخول العالية فيما يتعلق بالمناطق التي يعيشون فيها. إن السؤال الذي يمكن طرحه هنا هو: هل هذا الفرق يكون راجعاً إلى التباين العشوائي؟ للإجابة على هذا السؤال نحتاج، بادئ ذي بدء، إلى حساب التوزيعات المتوقعة: أي أن الأعداد المتوقع الحصول عليها في كل خلية من خلايا الجدول إذا كان المتغيران مستقلين (انظر الجدول 18 – 6).

جدول (18 ـ 6) مكان الإقامة حسب مستوى الدخل
(التوزيعات المتوقعة)

مكان الإقامة	الدخل		المجموع
	منخفض	عال	
ريفي	$\frac{45}{100}\times 372 = 167.4$	$\frac{45}{100}\times 348 = 156.6$	45 %
حضري	$\frac{55}{100}\times 372 = 204.64$	$\frac{55}{100}\times 348 = 191.4$	55 %
المجموع	372	348	100 %

إن عدد المبحوثين المتوقع أن نجدهم في كل خلية إذا كان المتغيران مستقلين، تم حسابهم في كل خلية. فعلى سبيل المثال، إذا كان 45 % لكل المبحوثين يعيشون في مناطق ريفية، فإننا نتوقع أن نجد 45 % من ذوي الدخل المنخفض يعيشون في مناطق ريفية. يوجد لدينا عددُ إجماليٌّ قدره 372 فرداً من ذوي الدخل المنخفض، 45 % من هؤلاء يعطينا 167 فرداً من ذوي الدخول المنخفضة المتوقع معيشتهم في مناطق ريفية وهكذا في باقي الخلايا (انظر جدول 18 – 7).

جدول (18 ـ 7) مكان الإقامة حسب مستوى الدخل
(التوزيعات المشاهدة والتوزيعات المتوقعة)

مكان الإقامة	الدخل: منخفض	الدخل: عال	المجموع
ريفي	205 (167.4)	118 (156.6)	323
حضري	167 (204.6)	230 (191.4)	397
المجموع	372	348	720

يتبين من خلال الجدول أعلاه أن هناك فرقاً بين التوزيعات المشاهدة والتوزيعات التكرارية في كل خلية، وأنه بإمكاننا استخدام معادلة مربع كاي لبيان هذا الفرق في رقم واحد. ويوضح الجدول (18 – 8) إجراء حساب مربع كاي من هذه الفروق.

جدول (18 ـ 8) حساب قيمة مربع كاي (X^2)

مكان الإقامة	الدخل: منخفض	الدخل: عال	المجموع
ريفي	$X^2 = \frac{205 - (167.4)^2}{167.4} = 8.5$	$X^2 = \frac{118 - (156.6)^2}{156.6} = 9.5$	323
حضري	$X^2 = \frac{167 - (204.6)^2}{204.6.4} = 6.9$	$X^2 = \frac{230 - (191.4)^2}{191.4} = 7.4$	397
المجموع	372	348	720

وبعد إجراء عملية حساب قيمة مربع كاي (X^2) لكل خلية من خلايا الجدول، يمكننا بعدئذٍ إضافة هذه القيم بعضها لبعض لنتحصل على القيمة النهائية لمربع كاي وللجدول التقاطع ككل التي تعبر عن الحقيقة بأن العينة الفعلية لا تتطابق تماماً مع الفرض الصفري للاستقلال:

$$x^2 = \sum \frac{(Fo - Fe)^2}{Fe} \quad \text{العينة}$$

$$= \frac{(205-167.4)^2}{167.4} + \frac{(118-156.6)^2}{156.6} + \frac{(167-204.6)^2}{204.6} + \frac{(230-191.4)^2}{191.4}$$
$$= 8.5 + 9.5 + 6.9 + 7.8 = 32.7$$

توزيعات مربع كاي X^2 The Distribution of:

بعد أن تحصلنا على قيمة مربع كاي مساوية لـِ 32.7، فالسؤال الذي يمكن طرحه هنا هو ماذا تعني هذه القيمة المحسوبة؟ إن هذه القيمة المحسوبة، في حد ذاتها لا تخبرنا بالشيء الكثير، وبمعزلٍ عن الحقيقة فإن هذه القيمة ليست مساوية لصفر، وعليه فهي تشير إلى أن هناك بعض الاعتماد dependence بين هذين المتغيرين في بيانات هذه العينة. والسؤال المطروح هو ما إذا كانت هذه النتيجة تدعونا إلى رفض الفرض الصفري للاستقلال بالاعتماد على احتمالية القيمة المتحَصَّل عليها لهذه العينة وهي ($X^2 = 32.7$) من المجتمع حيث إن هذين المتغيرين مستقلان. ولتحديد هذه الاحتمالية يمكننا الإشارة إلى الجدول المتعلق بالقيم الحرجة لتوزيعات مربع كاي (انظر الملحق - جدول رقم 1 / 6). وباستخدام هذا الجدول يمكننا الحصول على القيمة الاحتمالية لمربع كاي آخذين في الاعتبار درجات الحرية. ولحساب درجة الحرية، ينبغي اتباع القاعدة التالية:

$$Df = (r-1)\ (C-1)$$

حيث أن : (r) تشير إلى عدد الصفوف.

: (c) تشير إلى عدد الأعمدة.

وفي جدول 2 × 2 كما هو الحال في المثال الذي بين أيدينا فإن درجة الحرية هي (1). وإن القيمة الحرجة المناظرة هي 3.841، على مستوى الدلالة 0.05:

$$x^2 = 3.841(\alpha = 0.05, df = 3)7.815$$

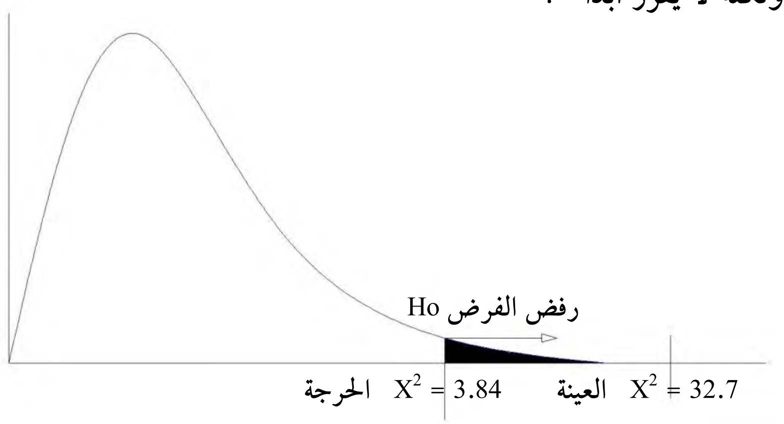
وتجدر الإشارة إلى أنه يمكن رفض الفرض الصفري H0، عندما تكون قيمة X^2 المحسوبة مساوية أو أكبر من قيمة X^2 المتوقعة. في المثال الذي يبين أيدينا، والذي اعتمدنا

قيمة الفا 0.05 بدرجة حرية واحدة، فإن القيمة الاحتمالية لـِ X^2 تساوي 3.841، في حين أن قيمة X^2 المحسوبة للعينة المدروسة هي 32.7. إذاً من خلال هذه المعلومات، يمكننا الوصول إلى نتيجة مفادها: أن القيمة الاحتمالية لمربع كاي تساوي 3.841، وأن القيمة المحسوبة (قيمة العينة) تساوي 32.7، وهي قيمة قد وقعت في المنطقة الحرجة (منطقة الرفض)، وعليه، يمكننا في هذا المثال، رفض الفرض الصفري H0 للاستقلال (مكان الإقامة والدخل ليسا مستقلين).

تجدر الإشارة إلى ملاحظة مهمة، وهي أن اختبار مربع كاي في حد ذاته لا يخبرنا عما تكون عليه طبيعة هذه العلاقة. وأن كل ما يمكن أن نقربه من خلال استخدام هذا الاختبار أن هناك بعضاً من الارتباط بين هذين المتغيرين، وقد اخترنا وصفاً لهذه العلاقة أنها علاقة ذات اتجاه واحد من الدخل إلى مكان الإقامة.

ربما أن شخصاً ما قد يدعي بسهولة أن السببية يمكن أن تتخذ اتجاهاً آخراً، وأن هناك علاقة متبادلةً معتمدةً بين هذين المتغيرين Mutual dependence. إن اختبار مربع كاي لا تقرر لنا مثل هذه القضية، بقدر ما يخبرنا بأن هذين المتغيرين ليسا مستقلين. بمعنى أنهما يرتبطا بعضهما ببعض[4].

في هذا السياق إذاً، كيف لنا أن نختار وصفاً لهذه العلاقة. إن الإجابة على ذلك تعتمد في الأساس على مسألة الجدال النظري الذي يقر بأن التحليل الإحصائي يستطيع أن يخبر ولكنه لا يقرر أبداً[5].



شكل (18 ـ 2) درجات القيم الحرجة والعينة

إجراء اختبار مربع كاي باستخدام برنامج SPSS:

توليد جداول التقاطع Crosstabs لمربع كاي باستخدام Spss:

1- من القائمة الموجودة في الجزء من الشاشة اختر:

Analyze ⟸ Summarize ⟸ Crosstabs

2- انقر على المتغير في القائمة التي تشكل صفوف الجدول في هذه الحالة Place of Residence.

3- انقر على ◄ الذي يشير إلى القائمة المحددة بعنوان Row(S)، تقود هذه العملية إلى لصق (Pastes) Place of Residence في القائمة المحددة لـِ Row(S) .

4- انقر على المتغير في القائمة التي تشكل أعمدة الجدول في هذه الحالة Income Level.

5- انقر على ◄ الذي يشير إلى القائمة المحددة بعنوان Column(s). هذه العملية تقود إلى لصق Income Level في القائمة المحددة لـِ Column(s).

6- انقر على زر Statistics، هذا يقود إلى إعطائنا مربع Statistics: Crosstabs.

7- اختر ch-Square بالنقر على الصندوق القريب منه بوضع علامة T في الصندوق للتأكد بأنه قد تم اختياره.

8- انقر على Continue.

9- انقر على OK.

فيما يلي المخرجات الناتجة عن هذا الإجراء:

Crosstabs

Case Processing Summery

	CASES					
	Valid		Missing		TOTAL	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
Place of Residence Income Level	720	100.0	0	%0	720	%.0100

Place of Residence* Income Level Crosstabulation

		Income Level		TOTAL
		Low	High	
Place of Residence*	urban count	167	230	397
	within Income Level%	44.9%	66.1%	55.1%
	Rural Count	205	118	323
	within Income Level%	55.1%	33.9%	44.9
ToTAL	Count	372	348	720
	within Income Level%	100.0%	100.0%	100.0%

Chi - Square Tests

	Valne	Df	Asymp. sig (2-tailed)	Exact sig (2-tailed)	Exact sig (1-tailed)
Pearson Chi - Square	32.6676[b]	1	.000		
Contiuity Correction[a]	31.816	1	.000		
Likeli hood Ratio	32.965	1	.000		
Fisherś exact test				.000	.000
Linear - by Linear Association	32.622	1	.000		
N. of Valid Cases	720				

.a. Completed Only for a 2X2 table

.b. O Cells (0%) have Expected Count is 156.12

المصدر: George Argyrous, Statistics for Social & Health Research, op.cit , p.406.

شكل (18 ـ 3) مخرجات SPSS لمربع كاي

تفسير مخرجات SPSS لمربع كاي (X^2):

إن الشيء المهم الذي ينبغي على الباحث الاهتمام به من هذه المخرجات هي قيمة Pearson chi-Square الموجودة في المربع الأخير المُعَنْوَن باسم chi-Square tests (اختبار مربع كاي). في الصف الأول المُعَنْوَن بـِ Pearson chi-Square تحت قيمة 32.667 التي تشير إلى قيمة X^2 للعينة التي تم حسابها سابقاً يدوياً، بدرجة حرية 1 عمود (3)، ودلالة 000. (عمود 4). وبالرغم من أن درجة الدلالة هذه تعني أقل من ألفا 0.05 في 10.000 للحصول على عينات لهذا التوزيع من المجتمعات التي تكون فيها المتغيرات مستقلة. ومن خلال هذه القيمة الاحتمالية المنخفضة فهي تقودنا إلى رفض الفرض الصفري للاستقلال.

أما إذا كان لديك جدول 2 × 2، وكذلك عندما تكون أي خلية من خلايا التوزيعات النظرية صغيرة جداً، أي أقل من 10 حالات حينئذ على الباحث أن يستخدم القيمة الموجودة في الصف الثاني من مربع chi-Square tests، وهذه القيمة هي قيمة Contiuity Correction التي وضعها yates (تعد هذه القيمة تعويضاً للمبالغة في تقدير اختبار X^2 عند استخدام جدول 2 × 2).

وبالنظر إلى القيمة في عمود Asymp. Sig. (2.tailed) يمكن للباحث أن يتخذ القرار المناسب، فإذا كانت هذه القيمة الموجودة في هذا العمود أكبر من قيمة 0.05، عندئذٍ يمكن للباحث التوصل إلى أن النتيجة ليست دالة والعكس بالعكس.

مثال لزيادة التوضيح:

يمكننا الآن العمل من خلال هذا المثال لزيادة التوضيح مستخدمين الخطوات الخمس المتبعة في إجراء اختبار الفروض. ومن خلال البيانات المبينة في الجدول التالي لعدد 800 طفلاً، فيما يتعلق بعلاقة النوع، وما إذا كان هؤلاء الأطفال يشاهدون الأخبار في الإذاعة المرئية.

جدول (18 ـ 9) مشاهدة الأطفال للأخبار في الإذاعة المرئية

مشاهدة الأخبار في الإذاعة المرئية	النوع		
	إناث	ذكور	المجموع
نعم	377	363	740 (92 %)
لا	25	35	60 (8 %)
المجموع	402	398	800

المصدر: George Argyrous, Statistics for Social & Health Research, op.cit , p.414.

الخطوة الأولى: صياغة الفرض الصفري والفرض البديل.

H0: النوع ومشاهدة الأخبار المرئية متغيران مستقلان عن بعضهما البعض.

Hi: النوع ومشاهدة الأخبار المرئية متغيران غير مستقلين عن بعضهما البعض.

الخطوة الثانية: اختيار اختبار الدلالة.

سنقوم في هذا المثال بتحليل بيانات عينة تم ترتيبها في جدول ثنائي لمعرفة ما إذا كانت هناك علاقة بين هذين المتغيرين اللذَيْن نجري اختبار X^2 للاستقلال عليهما كاختبار ملائم للاستدلال.

الخطوة الثالثة: حساب درجة العينة:

ولحساب درجة العينة يتعين علينا بادئ ذي بدء حساب التوزيعات المتوقعة استناداً إلى مجموع نسب الأعمدة في الجدول (9).

جدول (18 ـ 10) مشاهدة الأطفال للأخبار المرئية وفقا للنوع

مشاهدة الأخبار في الإذاعة المرئية	النوع		
	إناث	ذكور	المجموع
نعم	371.8	368.2	740
لا	30.2	29.8	60
المجموع	402	398	800

$$x^2 = \sum \frac{(Fo - Fe)^2}{Fe}$$

$$= \frac{(377-371.8)^2}{371.8} + \frac{(363-368.2)^2}{368.2} + \frac{(25-30.2)^2}{30.2} + \frac{(35-29.8)^2}{29.8}$$
$$= 1.9$$

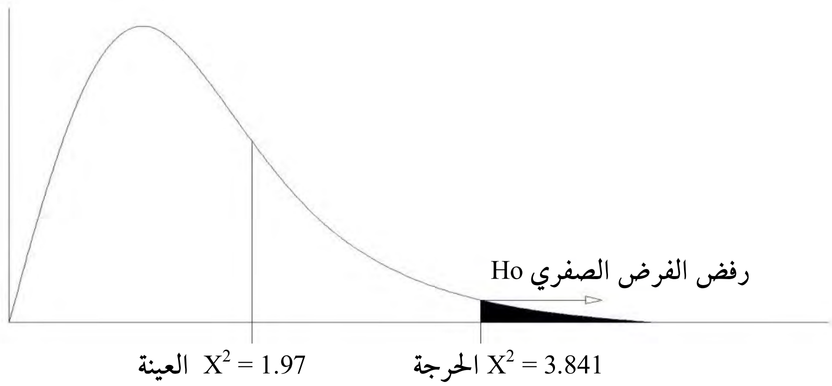
الخطوة الرابعة: إيجاد الدرجة الحرجة والمنطقة الحرجة:

في هذا المثال، نحن نتعامل مع جدول 2 × 2، وعليه، فإننا نتحصل على درجة حرية واحدة على مستوى ألفا 0.05 = α، وبالتالي فإن القيمة الحرجة لـِ X^2 تساوي =

$$x^2 = 3.841(\alpha = 0.05)df = 1$$

الخطوة الخامسة: اتخاذ القرار:

من خلال الشكل (18 – 4) فإن درجة العينة لا تقع في المنطقة الحرجة، وعليه، لا يمكننا رفض الفرض الصفري بأن هذين المتغيرين مستقلان.



شكل (18 ـ 4) الدرجة الحرجة ودرجة العينة

الافتراضات والقيود في استخدام مربع كاي:

لكي يُسْتَخْدَمَ مربع كاي لجودة التطابق أو اختيار مربع كاي للاستقلال، توجد مجموعة من الشروط ينبغي توفرها. وأن أي اختيار إحصائي يخالف هذه الافتراضات والقيود يبعث بالشك في النتائج التي يتوصل إليها الباحث.

على سبيل المثال، إن الاحتمالية للوقوع في الخطأ من النوع الأول Type I Error يمكن أن يُشَوَّه عندما لا يفي بافتراضات الاختبارات الإحصائية.

هناك بعض الافتراضات والقيود ينبغي مراعاتها عند استخدام اختبارات مربع كاي:

1- يستند مربع كاي على فرضية أن تكون العينات خاضعة للشروط الاحتمالية. ومن هنا يكون من غير المناسب استخدام مربع كاي أو أي مقاييس استدلال لعينات لم يتم حسابها باستخدام العينات الاحتمالية.

2- ينبغي أن تكون المشاهدات مستقلة عن بعضها البعض. في هذه النقطة ينبغي ألا يخلط بينها وبين مفهوم الاستقلالية بين المتغيرات كما رأينا عند الحديث عن اختبار الاستقلال. أن أحد نتائج المشاهدات المستقلة تكون بأن كل تكرار مشاهد يتولد من

خلال موضوع مختلف. بمعنى آخر، أن المشاهدات المستقلة يمكن حسابها من كل فرد أو حالة مرة واحدة فقط، حيث لا يمكن أن يظهر الفرد أو الحالة في أكثر من فئة أو مجموعة. كما أن البيانات المأخوذة من فرد واحد لا يمكن أن تؤثر في المشاهدات المأخوذة من حالة أخرى أو فرد آخر. ومن هنا يكون اختبار مربع كاي اختباراً غير ملائم عندما يكون شخص ما قد أنتج إجابات يمكن تصنيفها في أكثر من فئة أو تسهم في أكثر من حساب توزيع لفئة مفردة بمعنى، أن كل ملاحظة أو قياس لا يكون متأثراً بالملاحظة الأخرى. فالملاحظة أو القياس الذي نتحصل عليه من كل فرد ينبغي إلا يؤثر على البيانات المأخوذة من عينة أو حالة أخرى.

3- حجم التكرارات المتوقعة: تجدر الإشارة إلى أنه ينبغي على الباحث ألا يستخدم اختبار مربع كاي عندما يكون التوزيع التكراري لأي خلية في التوزيع أقل من 5. لأن إحصاء مربع كاي يمكن أن يُشَوَّه عندما يكون التكرار المتوقع صغيراً جداً. انظر على سبيل المثال، لو أنك قمت بحسابات مربع كاي لخلية مفردة. نفرض أن الخلية بها قيمة fe=1 وأن fo=5. فإن حساب هذه الخلية للقيمة الكلية لمربع كاي تكون كالتالي:

$$\text{(الخلية) Cell} = \frac{(f0-fe)^2}{fe} = \left(\frac{5-1}{1}\right)^2 = \frac{4^2}{1} = 16$$

والآن يمكنك التفكير في مثال آخر تكون فيه Fe= 10 و F0= 14 إن الفرق بين التوزيعات التكرارية المشاهدة، والتوزيعات التكرارية المتوقعة لازال (4)، إلا أن إسهام هذه الخلية للقيمة الكلية لمربع كاي تختلف عن الحالة الأولى:

$$\text{(الخلية) Cell} = \frac{(f0-fe)^2}{fe} = \frac{(14-10)^2}{10} = \frac{4^2}{10} = 1.6$$

من هنا يتضح جلياً أن قيمة fe صغيرة لديها تأثير كبير على قيمة مربع كاي. وتصبح هذه المشكلة أكثر حدة عندما تكون قيمة fe أقل من 5. وعندما تكون fe صغيرة جداً ستولد قيمة عالية. ومن هنا نجد أن اختبار مربع كاي اختبار حساس عندما تكون قيم fe صغيرة بشكل مفرط. ولتحاشي هذه المواقف، ينبغي على الباحث استخدام عينات كبيرة بدلاً من العينات الصغيرة[6].

قد يصادف الباحث عند تحليل البيانات خلايا مختلفة لديها توزيعات تكرارية أقل من 5. وكنتيجة لذلك، فإن قيمة مربع كاي يمكن أن يكون مغالياً فيها، مما يؤدي إلى رفض الفرض الصفري بالرغم من عدم وجود تطابق بين المتغيرين تحت الدراسة في المجتمع.

إن السؤال المطروح في هذا السياق هو: ماذا ينبغي على الباحث فعله كي يتغلب على هذه المشكلة؟

للتغلب على مثل هذه المشكلة يكون بإمكان الباحث - في بعض الأحيان - اختزال بعض الفئات لواحد من المتغيرين أو كليهما في جدول التوافق لتوليد تكرارات مشاهدة وتكرارات متوقعة كبيرة داخل الخلايا. ومن ناحية ثانية، باستطاعة الباحث أن يجمع فئات المتغيرات، فقط عندما تكون هذه الفئات مرتبطة مع بعضها البعض ارتباطاً منطقياً. وبشكل عام، يمكن للباحث أن يجمع فقط تلك الفئات المتجاورة والمقاسة على متغيرات ترتيبية. فعلى سبيل المثال، يمكن للباحث أن يتعامل مع متغير "زيارة الأقارب"، وذلك بجمع المبحوثين الذين يزورون أقاربهم مرة في العام، مع أولئك الذين أجابوا مرتين أو ثلاث مرات في العام. ولكن ليس من المعقول أن يجمع الباحث إجابات المبحوثين الذين يزورون أقاربهم مرة في الشهر أو مرة في الأسبوع لمجرد أن يحصل الباحث على تكرارات مشاهدة وتكرارات متوقعة كبيرة. كذلك الأمر إذا كان لدى الباحث مجموعات منفصلة مثل: منخفض، منخفض جداً، عال. ففي هذه الحالة يمكن للباحث أن يختزل هذا المقياس إلى فئتين: (منخفض + منخفض جداً) وعال ليصبح المقياس: منخفض وعال.

أما فيما يتعلق بجداول التوافق الصغيرة التي تحتوي على فئتين فقط للمتغير المستقل، والمتغير التابع (جداول 2×2) بدرجة حرية 1 فقط، فإنه ليس بالإمكان استخدام مربع كاي إذا كانت أي من التوزيعات المتوقعة للخلية تحتوي دون 5. أما إذا كانت توزيعات خلية 5 أو أكثر، ولكنها أقل من 10. ففي هذه الحالة يتوجب على الباحث إجراء بعض التعديلات الطفيفة على معادلة مربع كاي، وذلك باستخدام تصحيح ياتس yateś Correction:

$$x^2 = \sum \frac{(|fo - fe| - 0.5)^2}{fe}$$

لاحظ هنا، أننا نطرح 5، من الفرق بين التكرارات المشاهدة والتكرارات المتوقعة لتوزيعات الخلية قبل تربيع النتيجة. ويهدف هذا التعديل إلى التقليل من التأثير على قيمة مربع كاي في الفرق بين التكرارات المشاهدة والتكرارات المتوقعة في كل خلية على حدة.

ثالثاً: من المشكلات الأخرى المرتبطة باستخدام مربع كاي هي تأثر مربع كاي بحجم العينة الكبيرة (مشكلات العينة الكبيرة). فعندما يقوم الباحث بحساب مربع كاي في جدول التوافق مبيناً وجود تطابق ضعيف بين متغيرين في عينة صغيرة، ففي هذه الحالة، فإن قيمة مربع كاي، على الأرجح أنها تشير إلى تطابق يمكن مشاهدته. وأن هذه القيمة المتحصل عليها قد جاءت نتيجة للصدفة. وفي حالة أخرى، عندما يحصل الباحث على تطابق بنفس القوة في عينة كبيرة، فإن قيمة مربع كاي تصبح أكبر. وكنتيجة لذلك، فإن التطابق الذي تم الحصول عليه في العينة الصغيرة، ربما سيؤدي إلى احتمالية قبول الفرض الصفري. أما التطابق الذي تم الحصول عليه في العينة الكبيرة سوف يؤدي إلى احتمالية رفض الفرض الصفري، بالرغم من أن قوة التطابق هي واحدة.

تجدر الإشارة إلى أنه ثمة مَنْ يعتقد من الباحثين أن هذه المشكلة في استخدام مربع كاي تؤدي بهم إلى رفض الفرض الصفري بوجود هذه التطابقات الطفيفة. وكنتيجة لذلك، نلاحظ في كثير من التقارير العلمية أنها تحتوي على تطابق ذي دلالة إحصائية، بالرغم من أن هذا التطابق ضعيف جداً، فإنه من الأرجح أن تكون هذه النتيجة قد جاءت بالصدفة.

في حين يعتقد فريق آخر من الباحثين أن حجم العينة لا تشكل مشكلة في استخدام مربع كاي على الإطلاق. ومن هنا يرى هذا الفريق أنه كلما زاد حجم العينة زادت معه ثقتنا في أن التطابق الذي سنتحصل عليه من هذه العينات سيكون ممثلاً للمجتمع الذي سحبت منه هذه العينات.

إن هؤلاء الباحثين قد ميزوا بين القضايا المتعلقة بالدلالة العملية Practical Significance عن القضايا المتعلقة بالدلالة الإحصائية Statistical Significance. فقد تكون درجة التطابق ذات دلالة إحصائية، لكن ذلك لا يعني البتة أنها ذات دلالة عملية.

ففي العينات الكبيرة حتى درجات التطابق الصغيرة للغاية قد تصل إلى درجة الدلالة الإحصائية. فإذا كانت درجة التطابق قيمتها صغيرة ولها دلالة إحصائية، لكن دلالتها العملية محدودة جداً[7].

اختبار أحادي الجانب واختبار ثنائي الجانب:

إن اختبار أحادي الجانب واختبار ثنائي الجانب الذي تناولناه في متن فصول هذا الكتاب، لا تهمنا كثيراً عند التعامل مع اختبار مربع كاي للاستقلال، وعندما يكون الفرض الذي نود اختباره اتجاهياً، فعلى الباحث استخدام اختبار ثنائي الجانب عند التعامل مع هذا الاختبار.

قياس حجم التأثير لاختبار مربع كاي للاستقلال:

إن اختبار أي فرض مثله مثل اختبار مربع كاي للاستقلال يسعى لتنظيم الدلالة الإحصائية للنتائج التي يتوصل إليها من خلال دراسة ما. وبالتحديد فإن الهدف من وراء أي اختبار هو تحديد ما إذا كانت أنماط أو علاقات المشاهدة في بيانات العينة يرجح أن تكون قد حدثت بالصدفة؛ وهذا يعني بدون أي أنماط متشابهة أو علاقات في المجتمع. أن اختبارات الدلالة عادة لا تتأثر فقط بالحجم، أو قوة تأثيرات المعالجة، ولكنها تتأثر أيضاً بحجم العينات. وكنتيجة لذلك، فإن وجود أي تأثير بسيط يمكن أن يكون ذا دلالة إحصائية إذا ما تَمَّتْ ملاحظتُهُ من خلال عينة كبيرة جداً. وحيث إن تأثير الدلالة ليس بالضرورة أن يعني تأثيراً كبيراً، فإنه بشكل عام. يُنْصَحُ بأَنَّ نتائج اختبار فرض ما يجب أن يصاحبه قياس حجم التأثير. إن هذه النصيحة العامة، يجب أيضاً أن تطبق على اختبار مربع كاي للاستقلال.

معامل فاي ϕ و Cramerś V:

يعتبر معامل فاي ϕ مقياساً للارتباط للجدول الثنائي للبيانات التي تحتوي على متغيرين ثنائيين (كلا المتغيرين يأخذان قيمتين فقط مثل: النوع، ذكر / أنثى... الخ)،

وتنطبق هذه الحالة أيضاً عند إجراء اختبار مربع كاي لمصفوفة تحتوي على 2×2 (مرة أخرى كلا المتغيرين يأخذان قيمتين فقط). في مثل هذه الأحوال يمكننا حساب معامل ϕ، بالإضافة إلى حساب اختبار مربع كاي للاستقلال لنفس البيانات. ولما كانت معامل فاي ϕ مقياساً لقوة العلاقة بدلاً من مقياس الدلالة (تستخدم المعادلة التالية لاختبار دلالة معامل فاي ϕ: ($X^2 = N(\phi^2)$)، وبالتالي فهي تقدم لنا مقياس حجم التأثير.

وتجدر الإشارة إلى أن قيمة معامل فاي يمكن حسابها مباشرة من مربع كاي وفقاً للمعادلة التالية:

$$\phi = \sqrt{\frac{x^2}{N}}$$

وتُحَدَّد قيمة معامل فاي بشكل كلي من خلال النسب في مصفوفة البيانات 2×2؛ وهي بالتالي مستقلة تماماً عن الحجم المطلق للتكرارات.

إن قيمة مربع كاي، على أي حال، تتأثر بالنسب وكذلك حجم التكرارات.. إن هذا الفرق يمكن البرهنة عليه من خلال المثال التالي:

مثال:

البيانات التالية تبين توزيع تكراري يقيم العلاقة بين النوع والاتجاه نحو تنظيم الأسرة:

الاتجاه	**النوع**	
	ذكر	أنثى
أوافق	5	10
لا أوافق	10	5

لاحظ أن هذه البيانات تظهر أن الإناث تفضل تنظيم الأسرة أكثر منه لدى الذكور. ومن خلال هذه البيانات يمكننا الحصول على قيمة مربع كاي مساوية لـِ 3.33 (وهي قيمة غير دالة)، وكذلك قيمة معامل فاي 0.3332 = ϕ. وفي الخطوة التالية نحتفظ بنفس

النسبة تماماً لهذه البيانات ولكننا سنضاعف كل التكرارات. وتظهر هذه العملية في المصفوفة التالية:

الاتجاه	النوع	
	ذكر	أنثى
أوافق	10	20
لا أوافق	20	10

مرة أخرى، نجد أن الإناث يفضلن تنظيم الأسرة، إذا ما قورن ذلك بالذكور. الآن، يمكننا ملاحظة أن العينة تحتوي على 30 من الإناث و30 من الذكور. ويمكننا الحصول على قيمة مربع كاي وفاي من هذه البيانات الجديدة: قيمة مربع كاي تساوي 6.66 وهي قيمة ضعف قيمة مربع كاي في المرة الأولى (وهي الآن قيمة ذات دلالة على مستوى ألفا $\alpha = 0.05$). ولكن قيمة فاي بقيت كما هي دون تغير 0.3332.

ولما كانت النسبة متساوية في كلتا العينتين، فإن قيمة معامل فاي لم تتغير. وعليه يمكننا القول بأنه كلما كانت العينة كبيرة، تقدم أكثر حدث مقنع إذا ما قورنت بالعينة الصغيرة، وأكثر ترجيحاً لتمدنا بنتيجة دالة.

ولتفسير قيمة فاي يمكن للباحث أن يتبع نفس المعيار المستخدم في تقييم الارتباط. وتعتبر قيمة $\phi = 0.10$ (تأثير متوسط) و 0.30 تأثير متوسط و 0.50 تأثير كبير. في بعض الأحيان تربع قيمة ϕ (ϕ^2) لتبين لنا نسبة التباين الذي يمكن وضعه في الاعتبار، كما هو الحال عند التعامل مع قيمة r^2. أما إذا كان اختبار مربع كاي يتعلق بمصفوفة تحتوي على أكثر من 2×2، فإن تعديلاً لمعامل فاي ينبغي إجراؤه. ويُعرف هذا التعديل بـِ: Cramerś V لقياس حجم التأثير:

$$V = \sqrt{\frac{X^2}{n(df_*)}}$$

لاحظ معادلة Cramerś V مطابقة لمعادلة معامل فاي، باستثناء الإضافة المتعلقة بـِ (df*) في مقام المعادلة.

إن قيمة df* ليست مساوية لدرجة الحرية df لاختبار مربع كاي للاستقلال حيث إن df = (C-1) (R-1). وتشير R إلى عدد الصفوف، و C إلى عدد الأعمدة. أما فيما يتعلق بـِ: Cramerś V، فإن قيمة df* تشير إلى أيهما أصغر (R-1) أو (C-1). العَلاَّمة كوهين Cohen في عام 1988 قد اقترح معايير لتفسير معامل Cramerś V كما يوضحه الجدول التالي:

جدول (18 ـ 11): معايير تفسير معامل Cramerś V

درجة الحرية	حجم التأثير: تأثير بسيط	تأثير متوسط	تأثير كبير
df*=1	0.10	0.30	0.50
df*=2	0.07	0.21	0.35
df*=3	0.06	0.17	0.29

المصدر: J. Cohen , Statistical Power analysis for behavioral Sciences, SAN Diego, CA: Academic Press , 1988.

لاحظ عندما تكون df*=1 كما هو الحال في مصفوفة 2×2، فإن معيار تفسير V بالضبط، هو مساوٍ لمعيار تفسير الارتباط المألوف أو معامل فاي. وللتدليل على ذلك، يمكننا الاستعانة بالبيانات التالية التي تقيم العلاقة بين النوع والرغبة في الاستفادة من خدمات الصحة النفسية.

جدول (18 ـ 12): الرغبة في الاستفادة من خدمات الصحة النفسية

النوع	الاحتمالية نعم	ممكن	الاحتمالية لا	مج
ذكور	11	32	17	60
إناث	34	43	13	90
مج	45	75	30	N=150
$x^2 = 8.23\ df = 2\ (5.9□)\ \alpha = .05$				

المصدر: Frederick J. Gravetter and Larry B. Wallnau , Statistics for the behavioral Sciences , op..cit , P. 623 .

لدينا مصفوفة 2×3 بعدد إجمالي 150 = N مشارك. وقد أنتجت هذه البيانات مربع كاي يساوي 238. = x^2، وباستخدامنا هذه القيمة نتحصل على:

$$V = \sqrt{\frac{x^2}{ndf_*}} = \sqrt{\frac{8.23}{150(1)}} = \sqrt{0.055}$$

$$= 0.23$$

وطبقاً لمعايير كوهين، فإن هذه القيمة المتحصل عليها تشير إلى علاقة صغيرة[8].

القـوة Power:

يمكن تحديد القوة من الجدول التالي مستخدمين معلومات حجم التأثير المتمثلة في الحجم الكلي لدرجة الحرية TOTAL df وحجم العينة (N) ('TOTAL 'N)، إن النتيجة التي تحصلنا عليها في المثال السابق أشارت إلى تأثير متوسط الحجم بدرجة حرية مساوية (1). (df = 1). وبالرغم من أن الجدول يحتوي على 200 = N فقط. وحتى هذه القيمة لـِ (N)، فإن القوة تصل إلى 97. بحجم كلي لدرجة الحرية يساوي (2) (للتعامل مع جدول القوة المتوقعة يستخدم الحجم الإجمالي لدرجة الحرية).

من الواضح أن القوة في هذا المثال حقاً عالية جداً، وبالطبع فهي قوة مقبولة. وتعني القوة في هذا المثال، أننا مفترضون أن الفرض الصفري فرضُ صحيحُ. إن فرصة 3% تقع

إذا ما أعيد بنفس الحجم (N). ولما كانت حسابات حجم التأثير والقوة حسابات علمية دقيقة فإن الباحث يمكنه الرجوع إلى جداول كوهين التفصيلية[9].

جدول (18-13): قوة اختبار مربع كاي X^2 على مستوى دلالة $\alpha = 0.05$ و α 0.01 بدرجة حرية 1، 2، 3، 4، 5

درجة الحرية df	الحجم الكلي للعينة (N)	حجم التأثير $\alpha = 0.05$			حجم التأثير $\alpha = 0.01$		
		كبير	متوسط	صغير	كبير	متوسط	صغير
1	25	.70	.32	.08	.47	.14	.02
	50	.94	.56	.11	.83	.32	.03
	100	*	.85	.17	.99	.66	.06
	200	*	.99	.29	*	.95	.12
2	25	.60	.25	.07	.36	.10	.02
	50	.90	.46	.09	.74	.24	.02
	100	*	.77	.13	.98	.55	.04
	200	*	.97	.23	*	.91	.08
3	25	.54	.21	.07	.30	.08	.01
	50	.86	.40	.08	.68	.19	.02
	100	.99	.71	.12	.97	.48	.03
	200	*	.96	.19	*	.87	.07
4	25	.50	.19	.06	.26	.07	.01
	50	.82	.36	.08	.62	.16	.02
	100	.99	.66	.11	.96	.43	.03
	200	*	.94	.17	*	.84	.06
5	25	.45	.17	.06	.23	.06	.01
	50	.79	.33	.07	.58	.14	.02
	100	.98	.62	.10	.94	.38	.03
	200	*	.93	.16	*	.80	.05

* الدرجة قريبة جداً من 1 صحيح.

المصدر: J. Cohen , Statistical Power analysis for the behavioral Sciences ,SAN Diego , CA: Academic Press , 1988 , PP. 228 - 230 and PP. 235 - 237.

تطبيقات خاصة لاختبارات مربع كاي : [10]

في بداية هذين الفصلين قد قدمنا اختبارات مربع كاي كأمثلة للاختبارات غير البارامترية. وبالرغم من أن الاختبارات غير البارامترية اختبارات تؤدي وظيفة فريدة خاصة بهذه الاختبارات، إلا أنه يمكن النظر إلى هذه الاختبارات كبديل لتقنيات الاختبارات البارامترية (المعلمية) الشائعة التي تم مناقشتها في متن هذا الكتاب.

وبشكل عام، تستخدم الاختبارات غير البارامترية كبديل للتقنيات المعلمية في مواقف قد يحدث في واحد من هذين الموقفين:

1- إن البيانات المجمعة قد لا تلبي الافتراضات المطلوبة لخصائص الاختبار المعلمي.
2- قد تحتوي البيانات على مقياس اسمي أو مقياس ترتيبي قد يصعب معه حساب معلمات المجتمع: كالمتوسط الحسابي، والانحراف المعياري.

في هذا الجزء، سنتناول بعض العلاقات بين اختبارات مربع كاي، والإجراءات البارامترية التي يمكن أن يُسْتَخْدَمَ فيها اختبار مربع كاي كبديل لهذه الإجراءات.

أ- مربع كاي وارتباط بيرسون (r).
ب- مربع كاي والمقاييس المستقلة لِـ وأنوفا ANOVA.
ج- معامل فاي ϕ.
د- اختبار الوسيط للعينات المستقلة.

أ- مربع كاي وارتباط بيرسون (r):

إن اختبار مربع كاي للاستقلال ومعامل ارتباط بيرسون (r) كلاهما تقنيات إحصائية تهدفان إلى تقييم العلاقة بين متغيرين. ويحدد نوع البيانات المتحصل عليها في دراسة معينة أي من الإجراءات الإحصائية لهذين النمطين يمكن أن يكونا ملائماً.

نفترض على سبيل المثال، أن باحثاً يرغب في استقصاء العلاقة بين تقدير الذات Self-Esteem والتحصيل الأكاديمي Academic Performance لعدد من الأطفال يبلغون من العمر عشر سنوات. فإذا تحصل الباحث على درجات عددية Numerical Scores لكلا المتغيرين، فإن نتائج البيانات ستكون مشابهة للقيم التالية:

المشاركون في الدراسة	تقدير الذات (X)	الأداء الأكاديمي
1	13	73
2	19	88
3	10	71
4	22	96
5	20	90
6	15	82
:	:	:
:	:	:

المصدر: Frederick J. Gravetter and Larry B. Wallnau , op. Cit , P. 630

وأن الباحث يمكنه أن يستخدم معامل ارتباط بيرسون (r) من أجل تقييم هذه العلاقة. وعلى الجانب الآخر، يمكن للباحث أن يختار، ببساطة، أن يصنف الأفراد إلى فئات لكلا المتغيرين. فعلى سبيل المثال، يمكن له أن يصنف كل طالب، إما إلى تحصيل عال أو تحصيل منخفض. وتصنيف متغير تقدير الذات إلى: تقدير عال، متوسط، ومنخفض.

إن نتيجة البيانات ستولد توزيعاً تكرارياً يمكن ملاحظته في مصفوفة مثل تلك المصفوفة الواردة في الجدول التالي:

جدول (18 ـ 14): توزيع تكراري لمستوى تقدير الذات وفقا للأداء الأكاديمي لعينة من 150 طفلا يبلغون من العمر عشر سنوات

	مستوى تقدير الذات			
الأداء الأكاديمي	عال	متوسط	منخفض	مج (N)
عال	17	32	11	60
منخفض	13	43	34	90
مج (N)	30	75	45	N=150

المصدر: Ibid , P. 631.

لاحظ أن هذه البيانات لا تتضمن أي درجات عددية. ولكنها تحتوي مجموعة تكرارات تتلاءم واختبار مربع كاي.

بـ مربع كاي والمقاييس المستقلة t وأنوفا:

مرة ثانية، يمكننا النظر إلى باحث يود استقصاء العلاقة بين تقدير الذات، والأداء الأكاديمي لمجموعتين من الأطفال يبلغون من العمر عشر سنوات. نفترض في هذه المرة، أن الباحث قام بقياس الأداء الأكاديمي بتصنيف الأفراد إلى فئتين (عال ومنخفض)، وبعد ذلك تحصل عل درجة عددية لتقدير الذات لكل طفل. وأن نتيجة البيانات ستكون مشابهة للدرجات الواردة في جدول (أ). وأن اختبار t للعينات المستقلة سيستخدم لتقييم فرق المتوسط بين المجموعتين من الدرجات. وكخيار بديل، يمكن للباحث أن يقيس تقدير الذات بتصنيف الأفراد إلى ثلاث فئات: عال، متوسط، منخفض. وإذا تحصل على درجة عددية للأداء الأكاديمي لكل فرد، فإن نتيجة البيانات تظهر في شكل الدرجات في الجدول (ب)، وأن اختبار أنوفا يمكن إجراؤه لتقييم الفروق في المتوسطات بين المجموعات الثلاثة.

جدول (18 ـ 15)

البيانات المناسبة للمقاييس المستقلة لاختبار t أو لاختبار أنوفا الجزء (أ) درجات تقدير الذات تم الحصول عليها من مجموعتين من الطلاب مختلفين في مستوى الأداء الأكاديمي. والجزء (ب) درجات الأداء الأكاديمي التي تم الحصول عليها لعدد ثلاث مجموعات مختلفين في مستوى تقدير الذات

(أ):

درجات تقدير الذات لمجموعتين من الطلاب الأداء الأكاديمي	
عال	منخفض
17	13
21	15
16	14
24	20
18	17
15	14
19	12
20	19
18	16

(ب):

درجات الأداء الأكاديمي لثلاث مجموعات تقدير الذات		
عال	متوسط	منخفض
94	83	80
90	76	72
85	70	81
84	81	71
89	78	77
96	88	70
91	83	78
85	80	72
88	82	75

المصدر: Ibid , P. 631.

إن الهدف من وراء بيان هذه الأمثلة، هو أن اختبار مربع كاي للاستقلال، ومعامل ارتباط بيرسون (r)، واختبارات فروق المتوسط جميعها تقنيات إحصائية يمكن توظيفها لتقييم العلاقة بين متغيرين. إن التمييز الأساسي بين مختلف هذه الإجراءات الإحصائية يكمن في شكل البيانات. ومع ذلك، هناك تميزُ آخر هو الهدف الأساسي لهذه الإحصاءات المختلفة.

إن اختبار مربع كاي، واختبارات فروق المتوسط (t، وأنوفا) تستخدمان لتقييم دلالة

العلاقة، بمعنى أن هذه التقنيات تقرر ما إذا كانت العلاقة المشاهدة في العينة تمدنا بدليل كافي لنقرر أن هناك علاقة تشابه في المجتمع. وكذلك يمكن للباحث أن يقيم دلالة ارتباط بيرسون (r)، ومع ذلك، فإن الهدف الأساسي للارتباط هو قياس قوة Strength العلاقة. بالخصوص، إن تربيع قيمة r^2، تمدنا بقياس حجم التأثير Effect size وذلك بوصف نسبة التباين Proportion of Variance في أحد المتغيرين وما يحدثه في علاقته مع المتغير الآخر.

ج- معامل فاي ϕ :

لقد بينا في الفصول السابقة أن العلاقة بين متغيرين ثنائيين يمكن تقييمها من خلال، إما معامل فاي ϕ أو اختبار مربع كاي للاستقلال لمصفوفة 2×2. ففي المثال الذي تناولناه في الصفحات السابقة، واختبرنا فيه العلاقة بين النوع (ذكور/ إناث) وتفضيلها فريق أ أو ب. نلاحظ أن معامل فاي ϕ أنتجت ارتباطاً من شأنه أن يقيس قوة العلاقة. في حين أن اختبار مربع كاي يقيم دلالة هذه العلاقة.

د- اختبار الوسيط للعينات المستقلة:

يمدنا اختبار الوسيط بالإحصاءات غير البارامترية بديلة للمقاييس المستقلة لـِ t أو أنوفا ANOVA لتحديد ما إذا كان هناك فروق دالة بين اثنين أو أكثر من العينات المستقلة. ويصاغ الفرض الصفري لاختبار الوسيط على أن عينات عدة جاءت من مجتمعات تتقاسم وسيطاً مشتركاً (لا توجد فروق). في حين يصاغ الفرض البديل على أن العينات جاءت من مجتمعات عدة لا تتقاسم وسيطاً مشتركاً.

إن المنطق وراء اختبار الوسيط هو أنه متى يتم اختيار عدة عينات مختلفة من نفس توزيع المجتمع، فإن نصف الدرجات تقريباً في كل عينة ينبغي أن تكون هذه الدرجات فوق وسيط المجتمع، والنصف الآخر من الدرجات ينبغي أن يكون تحت الوسيط. بمعنى أن كل العينات المنفصلة ينبغي أن تكون موزعة حول نفس الوسيط. وفي الجانب الآخر، إذا كانت العينات قد جاءت من مجتمعات لديها وسيطات مختلفة، حينئذٍ فإن الدرجات في بعض العينات سوف تكون وبشكل متساوق أعلى من الدرجات في عينات أخرى، وبالتالي ستكون بشكل مُتَّسِقٍ أقل.

إن أولى الخطوات لإجراء اختبار الوسيط هو دمج كل الدرجات من العينات المنفصلة، وبعد ذلك، إيجاد الوسيط لهذه المجموعات المندمجة. والخطوة الأخرى، هي بناء مصفوفة Matrix تحتوي على عمود لكل عينة من العينات، وصفين، وتحسب درجة للأفراد الذين هم فوق الوسيط، ودرجة للأفراد الذين هم تحت الوسيط. وأخيراً، يتم عد كم عدد الأفراد الذين سجلوا درجات فوق الوسيطات المشتركة Combined Median، وكم عدد الأفراد الذين سجلوا درجات تحت الوسيط. وبعد ذلك تنظم هذه التكرارات المشاهدة في مصفوفة. ويمكن تقييم هذه التكرارات المشاهدة من خلال استخدام مربع كاي للاستقلال.

إن التوزيعات التكرارية وقيمة مربع كاي يمكن حسابهما بالطريقة نفسها التي تم توضيحها في هذا الجزء من هذا الكتاب. إن القيمة الدالة لاختبار مربع كاي تشير إلى أن التعارض بين توزيع أفراد العينة الأولى يكون أكبر مما هو متوقع عن طريق الصدفة. ولتوضيح اختبار الوسيط للعينات المستقلة نورد المثال التالي:

مثال: البيانات التالية تبين درجات تقدير الذات تم الحصول عليها من عينة تتألف من أربعين طفلاً (N=40). وبعد ذلك تم تقسيم هؤلاء الأطفال إلى ثلاث مجموعات منفصلة طبقاً لمستوى الأداء الأكاديمي (عال، متوسط، منخفض). وباستخدام الوسيط يمكن للباحث أن يقيم ما إذا كانت العلاقة بين هذين المتغيرين علاقة دالة.

جدول (18 ـ 10)

درجات تقدير الذات للأطفال وفقاً لثلاثة مستويات من الأداء الأكاديمي (11)

عال				متوسط				منخفض		
	22	14		22	13	24	20	11	19	
+ 8	19	18	+ 9	18	22	10	16	13	15	- 7
– 2	12	21	– 11	19	15	14	19	20	16	+ 3
= 10	18	20	= 20	11	18	11	10	10	18	= 10
	20	23		12	19	15	12	15	11	

المصدر: Ibid , P. 632.

ولأجل اختبار هذه الفرضية ينبغي على الباحث أن يقوم بالخطوات التالية:

- دمج المجموعات الثلاثة لتصبح كما لو كانت هذه المجموعات مجموعة واحدة.

$$N = 40 = 10 + 20 + 10 = N_3 + N_2 + N_1$$

- يتم ترتيب درجات العينة الجديدة المدمجة تصاعدياً أي من أصغر درجة وهي 10 وحتى أكبر درجة وهي 24. ثم يستخرج الوسيط لهذه المجموعة من الدرجات بنفس الإجراءات التي بيناها في أحد مواضع هذا الكتاب.

إن الوسيط لهذه المجموعة المدمجة $N = 40$ هو $M=16+18=34/2=17$. أي 20 درجة تماماً فوق هذه القيمة الوسيطية، وعشرون درجة تحت الوسيط. ونجد أن 8 درجات من أصل 10 درجات فوق الوسيط عندما يتعلق الأمر بالأداء الأكاديمي العالي. في حين نجد 9 درجات من أصل 20 درجة فوق الوسيط فيما يتعلق بالأداء المتوسط. بينما نجد أن ثلاث درجات فقط من أصل عشر درجات فوق المتوسط عند الحديث عن الأداء الأكاديمي المنخفض. إن هذه التوزيعات المشاهدة يمكن تنظيمها في المصفوفة التالية:

	الأداء الأكاديمي		
	عال	متوسط	منخفض
فوق الوسيط	8	9	3
تحت الوسيط	2	11	7

والجدول التالي يوضح التوزيعات التكرارية لهذا الاختبار:

	الأداء الأكاديمي		
	عال	متوسط	منخفض
فوق الوسيط	5	10	5
تحت الوسيط	5	10	5

من خلال هذا الجدول يمكننا استخراج قيمة كاي المحسوبة:

$$x^2 = \frac{(8-5)^2}{5} + \frac{(2-5)^2}{5} + \frac{(9-10)^2}{10} + \frac{(11-10)^2}{10} + \frac{(3-5)^2}{5} + \frac{(7-5)^2}{5}$$

$$x^2 = 5.40$$

بعد إيجاد قيمة مربع كاي المحسوبة، نقوم باستخراج قيمة كاي الجَدْولِيَّة ومقدارها 5.99 بدرجة حرية (2) وعند مستوى دلالة $0.05 = \alpha$. ولما كانت الدرجة المحسوبة لمربع كاي تساوي 5.40، فإنها لا تقع في المنطقة الحرجة، وعليه لا يمكننا رفض الفرض الصفري (Ho) باعتبار أن هذه البيانات لا تقدم لنا وقائع كافية لنصل إلى نتيجة مفادها أنه لا توجد فروق دالة بين توزيعات تقدير الذات لهذه المجموعات الثلاث من التلاميذ.

وأخيراً نود أن نضمن بعض الملاحظات المتعلقة بتفسير اختيار الوسيط، يمكن إجمالها في الآتي:

أولاً: إن اختبار الوسيط ليس اختباراً للفروق بين المتوسطات، باعتبار أن المتوسط الحسابي لأي توزيع يمكن أن يتأثر بشكل قوي بالدرجات المتطرفة. وعليه، فإن المتوسط والوسيط لأي توزيع ليس بالضرورة أن يكونا متساويين، وأنه ليس من الممكن أن يكونا مرتبطين، إن النتيجة المتحصل عليها من خلال اختبار الوسيط لا نستطيع تفسيرها كما يشار إلى أنه يوجد أو لا يوجد فرق بين المتوسطات.

ثانياً: إن اختبار الوسيط، كما أشرنا، لا يقارن مباشرة الوسيط من عينة واحدة بالوسيط للعينة الأخرى. وبالتالي، فإن اختبار الوسيط ليس اختباراً لدلالة الفروق بين الوسيطات. ولكنه بدلاً من ذلك فهو اختبار يقارن توزيع الدرجات لعينة واحدة في مقابل توزيع الدرجات في عينة أخرى. فإذا كانت العينات قد وزعت بشكل متساوٍ حول نقطة مشتركة (وسيط المجموعة المدمجة)، فإن الاختبار سوف يتضمن أنه لا يوجد فرق ذو دلالة. وعلى الجانب الآخر، فإن إيجاد فرق دال، يشير ببساطة إلى أن العينات ليست موزعة بشكل متساوٍ حول الوسيط المشترك، وبالتالي، فإن أفضل تفسير للنتيجة الدالة هو أنه يوجد فرق في توزيعات العينات(12).

أسئلة للمراجعة:

1- ما هي درجة الحرية للجداول ذات الأبعاد التالية:

– 2×2   – 6×4   4×2   – 3×3

2- ما هي القيم الحرجة لِـ X^2 بدلالة 0.05 و 0.10 = α للجداول ذات الأبعاد التالية:

– 2×4   – 6×4   4×2   – 3×3

3- إذا كان X^2 لعينة يساوي 500 أنتجت قيمة لمربع كاي تساوي 24، هل X^2 بنفس التوزيع ذي الصلة ولكن مع:

N=100 , N=50

4- من الجدول التالي – احسب التوزيعات المتوقعة لكل خلية مبيناً تلك الحالات التي تنتهك القواعد المستخدمة في X^2:

	أ	ب	ج	د	المجموع
أ	1	0	6	48	55
ب	2	0	7	40	49
المجموع	3	0	13	88	104

5- في الفصول السابقة قارنا عينات افتراضية للأطفال من استراليا، كندا، سنغافورة، وبريطانيا، فيما يتعلق بكمية مشاهدة الإذاعة المرئية (التلفزيون). افترض أن هذا المتغير لم يتم قياسه على مستوى المقياس الترتيبي والنسبي، ولكن عوضاً عن ذلك تم قياسه على مستوى المقياس الترتيبي. وقد جاءت نتائج هذا المسح كالتالي:

كمية مشاهدة الإذاعة المرئية	المجتمعات				
	كندا	أستراليا	بريطانيا	سنغافورة	المجموع
منخفضة	23	25	28	28	104
متوسطة	32	34	39	33	138
عالية	28	30	40	35	133
المجموع	83	89	107	96	375

من خلال هذه البيانات، هل يمكنك القول بأن كمية مشاهدة الأطفال للإذاعة المرئية مستقلة عن مكان الإقامة؟

6- عينة مكونة من 162 رجلاً تتراوح أعمارهم بين 40 و 65 سنة، تم سحبها لمعرفة أوضاع هؤلاء الرجال الصحية. تم طرح سؤال على كل رجل لمعرفة فيما إذا كانت عادة التدخين على أساس منظم. وقد تم الحصول على النتائج التالية كما تظهر في جدول التقاطع:

الوضع الصحي	عادة التدخين		
	لا يدخن	يدخن	المجموع
سيء	13	34	47
متوسط	22	19	41
جيد	35	09	44
جيد جداً	27	03	30
المجموع	97	65	162

المطلوب:

بالنظر إلى نسب العمود، هل تعتقد بأن الفروق في مستوى الوضع الصحي لعينة المدخنين وغير المدخنين يمكن إرجاعها إلى تباين المعاينة بدلاً من الفرق في المجتمعات.

- أَجْرِ اختبار مربع كاي للاستقلال لهذه البيانات؟ هل النتيجة التي توصلت إليها تؤكد ما توصلت إليه في الإجابة السابقة؟

7- من البيانات التالية:

الاتجاه

	أوافق	لا أوافق	
ذكور	35	15	50
إناث	55	45	100
	90	60	

أ- بين ما إذا كان هناك فرق ذو دلالة في توزيع الاتجاهات للذكور مقارنة بالإناث.

اختبر هذا الفرض على مستوى دلالة 05.

ب- إن العلاقة بين النوع والاتجاه يمكن الحصول عليها باستخدام معامل ϕ. ما هي قيمة ϕ إذا تم حسابها من هذه البيانات.

8- البيانات السابقة بينت لنا أنه لا يوجد فرق ذو دلالة بين توزيعات الذكور والإناث. ولبناء جدول جديد يمكنك مضاعفة حجم العينة بـِ 15؛ وبالتالي ستكون التوزيعات لكل خلية ضعفين (لاحظ أن تناسب العينة لم يتغير).

الاتجاه

	أوافق	لا أوافق	
ذكور	70	30	100
إناث	110	90	200
	180	120	300

المطلوب:

أ- اختبار فرق الدلالة بين توزيعات الذكور وتوزيعات الإناث مستخدماً مستوى الدلالة 05.، كيف تقارن بين النتائج التي توصلت إليها في التمرين السابق، بما توصلت إليه في التمرين الحالي سوف نجد أنه كلما كبر حجم العينة زاد من احتمالية نتيجة الدلالة.

ب- احسب قيمة ϕ لهذه البيانات، وقارن بين نتيجة ϕ في التمرين السابق، وقيمة ϕ في

التمرين الحالي (نعتقد أنك ستجد أن حجم العينة ليس له أي تأثير على قوة العلاقة).

9- بيانات من قسم المرور بمدينة بنغازي (بيانات افتراضية وليست واقعية) تشير إلى أن 80 % من أولئك الذين يحملون رخص قيادة هم أكبر من 25 سنة. وفي عينة مؤلفة من 50 شخصاً تحصلوا حديثاً على مخالفات مرورية 32 كانوا أكبر من 25 سنة و18 كانوا أعمارهم 25 سنة أو أقل.

السؤال المطروح هو: هل توزيع العمر لهذه العينة يختلف بشكل دال عن التوزيع المتعلق بأولئك الأفراد الذين يحملون رخصاً للقيادة؟ يرجى استخدام 05. = α.

10- دراسة اجتماعية تهدف إلى تقييم ثلاثة أنواع من أجهزة الهواتف الجوالة وأن الباحث الذي يقوم بهذه الدراسة كانت لديه شكوك أن طلاب الجامعة قد تكون لديهم معايير تختلف عن تلك المعايير لدى الجيل الكبير. ولكي يختبر هذه الفرضية. قد أعد الباحث هذه الدراسة مستخدماً عدد 60 فرداً من الجيل الكبير، إضافة إلى عينة مكونة من 60 طالباً والبيانات التالية تبين نتائج هذه الدراسة.

	تصميم (1)	تصميم (2)	تصميم (3)
الطلاب	27	20	13
الجيل الكبير	21	34	5
مج	48	54	18

السؤال: هل هذه البيانات تشير إلى أن أفضلية التوزيع للجيل الكبير تختلف بشكل دال عن التوزيع لدى طلاب الجامعة.. يرجى اختبار هذه الفرضية بمستوى دلالة 05. α.

11- إذا كانت لدينا قيمة فاي تساوي 0.229 + لجدول 2×2 جاءت من عينة قوامها 200. اختبر ما إذا كانت هذه القيمة دالة؟ (اختبر هذه القيمة على مستوى دلالة 0.05 و 0.01).

الهوامش والمصادر:

أولا: الهوامش:

1- J. Richard Kendrick , Social Statistics: An Introduction using SPSS , Second edition , USA , 2005 , P. 353.

2- George Argyrous , Statistics for Social and Health Research , Sage Publications ,London , 2001 , P. 398.

3- Ibid , P. 399.

4- Ibid , P. 403.

5- Ibid , P. 403.

6- Frederick J. Gravetter and Larry B. Wallnau , Statistics for The Behavioral Sciencies , 8th ed , 2010 , PP. 628 - 629.

7- جولي بالانت (ت) خالد العامري، التحليل الإحصائي باستخدام برامج SPSS، دار الفاروق للنشر والتوزيع، مصر، 2009، ص 138.

8- Frederick J. Gravetter and Larry B. Wallnau , op.cit. , PP. 626 - 628.

9- J. Cohen , Statistical Power analysis for behavioral Science , SAN Diego , CA. Academic Press , 1988.

10- Frederick J. Gravetter and Larry B. Wallnau , op.cit. , PP. 629 - 633.

11- Ibid , P. 632.

12- Ibid , P. 633.

ثانيا: المصادر:

1- Frederick J. Gravetter and Larry B. Wallnau , Statistics for The Behavioral Sciencies , 8th ed , Wadsworth Cengate Learing , USA , 2010.

2- George Argyrous , Statistics for Social and Health Research , Sage Publications ,London , 2001.

3- J. Cohen , Statistical Power analysis for behavioral Science , SAN Diego , CA. Academic Press , 1988.

4- J. Richard Kendrick , Social Statistics: An Introduction using SPSS , Second ed , USA , 2005.

5- R. Mark Sirikin , Statistics for Social Science , Sage Publications , International Oaks , London , New Delhi , 1995.

6- جولي بالانت (ت) خالد العامري، التحليل الإحصائي باستخدام برامج SPSS، دار الفاروق للنشر والتوزيع، مصر، 2009 م.

7- عبد الله عامر الهمالي، التقنيات الإحصائية ومناهج البحث، منشورات جامعة قاريونس، 2008 م.

الفصل التاسع عشر
اختبار توزيع ثنائي الحد لعينة واحدة

مقدمة:

تناولنا في الفصول السابقة اختبارات Z و t لمتوسط حسابي لعينة واحدة وقد تم تطبيق الإجراءات الإحصائية لهذين الاختبارين على السؤال البحثي المطروح الذي يوجه استقصاءنا لتوزيعات النزعة المركزية والمتغير الذي نرغب في دراسته والذي تم قياسه على المستويين ذي المسافات والنسبي. ويطلق على مثل هذه الاختبارات، الاختبارات المعلمية باعتبارها تقوم باختبار الفروض حول معلمات مجتمع ما (في هذه الحالة المتوسط).

نشير هنا، إلى أن هناك كثيراً من الأحوال التي نرغب فيها في معرفة مظاهر توزيعات متغير ما أكثر من التوزيعات المتعلقة بالمتوسط الحسابي، كالتوزيع التكراري. ويمكننا حساب العديد من الإحصاءات الوصفية لتلخيص بيانات بحثية، هنا يمكننا القول، بأن هذه الإحصاءات الوصفية ذات العلاقة توظف لمساعدة الباحث في الإجابة على الأسئلة البحثية المطروحة.

عود على بدء إذا ما أخذنا على سبيل المثال، القضية التي تم طرحها سلفاً، وهي السياسة التي انتهجتها الهيئة الوطنية للمعلومات حول مسألة التمويل للمنطقة والذي اعتمد فيها المعيار العمري (المتوسط العمري) لمجتمع يتعدى متوسطه 40 سنة. وبوضوح فإن هذه السياسة هي التي توجه تحليلنا لقيمة المتوسط للمتغير الذي نرغب في دراسته وهو - العمر - ولنفترض جدلاً أن الهيئة العامة للصحة قد غيرت من سياستها وبشكل مفاجئ قررت اعتماد مخصصات إضافية لتلك المنطقة فيما يتعلق بالخدمات الصحية فقط إذا كان 20 % أو أكثر من السكان في هذه المنطقة تتجاوز أعمارهم 40 سنة. وفجْأة أصبح المتوسط الحسابي للعمر ليس له علاقة في اعتماد المخصصات، إلا أننا لازلنا نقوم بحساب المتوسط العمري بالرغم من أن المتوسط لن يساعدنا للوصول إلى اتخاذ قرار حول المخصصات.

إن أفضل طريقة لوصف البيانات هو التعامل مع القاعدة السياسية الجديدة للهيئة وذلك بتقسيم العينة إلى أولئك الناس الذين يبلغون 40 سنة من العمر أو أقل، وأولئك الذين تزيد أعمارهم عن 40 سنة، وبعد ذلك نقوم بحساب نسبة كل فئة من هاتين الفئتين، وكنتيجة لذلك يمكننا أن ننظم بياناتنا في نمط بسيط من التوزيعات التكرارية يطلق عليه "اختبار توزيع ثنائي الحد". فالتوزيع ذو الحدين له قيمتين أو فئتين: مثل النوع يمثل توزيع الذكور والإناث[1].

تجدر الإشارة، إلى أن المتغيرات المقاسة على مستويات: المقياس الترتيبي والمقياس ذي المسافات والنسبي، يمكن اختزالها إلى متغيرات تصنيفية أو ثنائية.

البيانات الاسمية:

إن المتغير الاسمي لا يمتلك في جوهره فئتين فقط في هذه الحالة يمكن اختزاله إلى توزيع ذي حدين من خلال تحديد عدد الحالات التي تقع أو لا تقع داخل فئة بعينها أو مجموعة متألفة من الفئات. فعلى سبيل المثال، إن توزيع الحالات المقاسة على المستوى الاسمي طبقاً للانتماء الديني يمكن تحديدها من خلال خمس فئات:

1- الكاثوليك.

2- البروتستانت.

3- اليهود.

4- الأرثوذكس.

5- الإسلام.

وان هذه الفئات يمكن اختزالها إلى توزيع ثنائي بإحدى الطريقتين:

1- الإشارة إلى نسبة الحالات التي تقع أو لا تقع في أحد هاتين الفئتين الموجودة مثل: الكاثوليك وغير الكاثوليك أو مثل المسلمين وغير المسلمين.

2- من خلال توليد فئتين مختلفتين تماماً، وذلك من خلال توحيد هذه الفئات مثل الكاثوليك وغير الكاثوليك، المسلمون وغير المسلمين، انظر الجدولين التاليين:

جدول (19 ـ 1) الانتماء الديني

الديانة	التوزيعات التكرارية
الكاثوليك	20
البروتستانت	15
الأرثوذكس	12
الإسلام	12
اليهودية	7

جدول (19 ـ 2) الانتماء الديني

الديانة	التوزيعات التكرارية	النسبة
الكاثوليك	20	% 30
غير الكاثوليك	46	% 70

الديانة	التوزيعات التكرارية
الكاثوليك	20
البروتستانت	15
الأرثوذكس	14
الإسلام	10
اليهودية	7

الديانة	التوزيعات التكرارية	النسبة
المسلمون	10	% 15
غير المسلمين	56	% 85

المصدر: George Argyrous, Statistics for Social & Health Research, with a Guide to SPSS , SAGE Publications, London, 2001 , P. 304.

البيانات الترتيبية والبيانات ذات المسافات والنسبية[2]:

البيانات الترتيبية أو البيانات ذات المسافات المتساوية والنسبية يمكن اختزالها إلى توزيعات ثنائية (ذات الحدين) وذلك من خلال تحديد عدد الحالات التي تقع فوق أو تحت قيم محددة على المقياس. على سبيل المثال: إذا كانت لدينا قائمة بدرجات امتحان مادة الإحصاء الاجتماعي عندئذٍ بإمكاننا اختزال هذه الدرجات إلى توزيع ذي حدين، وذلك من خلال اختيار نسبة 50 % كخط التقسيم وتنظيم الدرجات إلى ناجح وراسب.

توزيع المعاينة لنسب عينة[3]:

عندما يُتِمُّ الباحث تنظيم بياناته في شكل توزيع ثنائي ويقوم بحساب النسب المتعلقة بالحالات في كل فئة من هاتين الفئتين، عندئذٍ بإمكانه إجراء اختبار الاستدلال لهذه النسب. ولفعل ذلك، ينبغي علينا معرفة توزيعات المعاينة لنسب العينة.

في الفصول السابقة، كان الاهتمام منصباً على إجراء الاستدلال من متوسط العينة على متوسط المجتمع الذي سحبت منه هذه العينة؛ ولفعل هذا الاستدلال فقد تم بناء توزيعات المعاينة لمتوسطات العينة. ويسمح لنا هذا التوزيع تقييم الاحتمالية في الحصول على متوسط العينة الفعلي من مجتمع بقيمة افتراضية محددة (الفرض الصفري).

تجدر الإشارة، عند العمل بالتوزيع الثنائي فإن الإحصاء الوصفي المحسوب من العينة لم يعد متعلقاً بالمتوسط الحسابي بقدر ما يكون متعلقاً بنسبة الحالات التي تقع داخل إحدى الفئتين المحتملة للمتغير. وبعد حساب نسبة العينة حينئذٍ ينبغي علينا بالضرورة القيام بعملية الاستدلال حول النسبة المتعلقة بالمجتمع ككل. وعليه، فالضرورة تقتضي سبر غور خاصيات توزيعات المعاينة لنسب العينة: إن توزيعات نسب المعاينة سوف تظهر من خلال إعادة تكرار العينات العشوائية ذات الأحجام المتساوية. على سبيل المثال، يمكننا معرفة أن 50 % من كل الطلاب في الجامعة (افتراضية) هم من الذكور وأن 50 % من الإناث وبالرغم من هذا، إذا ما تم سحب عينة من 100 طالب من طلاب الجامعة فإنه ليس بالضرورة أن نحصل من خلال هذه العينة على 50 % من الذكور و 50 % من الإناث، فقد يكون التباين العشوائي مسئولاً عن بعض العينات التي تحتوي على عدد

أكبر قليلاً من الإناث، بينما في عينات أخرى سوف تحتوي على عدد أكبر قليلاً من الذكور. لكنه يمكننا القول، بأن معظم هذه العينات المكررة سوف تحتوي على نسبة كل نوع إما مساوٍ أو قريب من 50 %، بمعنى آخر، بينما يوجد بعض التباين في التوزيعات المكررة لنسب العينة، فإن هذه النسب سوف تتجمع حول القيمة الحقيقية للمجتمع وهي 50 %. وإذا سحبنا عدداً لا متناهياً من العينات العشوائية بأحجام متساوية من مجتمع، وقمنا بحساب نسبة الحالات في كل حالة تمتلك قيمة محددة للتوزيع ذي الحدين، فإن توزيع المعاينة لنسب هذه العينات سوف تحتوي على الخاصيات التالية:

1- إن توزيع المعاينة سيكون قريباً من التوزيع المعتدل بنسبة وسيط مساوٍ لقيمة المجتمع. فتوزيع المعاينة يكون فقط، قريباً من المعتدل، لأن التوزيع الثنائي هو متغير منفصل. ولما كان المنحنى الطبيعي هو منحنى متصل، ومع ذلك كلما كان حجم العينة كبيراً، كانت التوزيعات تقارب التوزيع المعتدل.

2- إن الخطأ المعياري لتوزيع المعاينة يمكن تعريفه بالمعادلة التالية:

$$\sigma p = \sqrt{\mathbf{pu}\left(\frac{\mathbf{1-Pu}}{\mathbf{N}}\right)}$$

حيث إن: Pu تساوي نسبة المجتمع.

تعتبر هذه المعلومات المتعلقة بهاتين النقطتين السابقتين في غاية الأهمية كما تبين لنا في الفصول السابقة.

إن معرفتنا بكل الاحتمالات الممكنة لنسب العينة التي جاءت من مجتمع معين تسمح لنا بحساب الاحتمالية في الحصول على نتيجة عينة محددة من مجتمع بقيمة افتراضية، على سبيل المثال، إذا كانت عينة ما تحتوي على 60 % من الإناث، فإنه باستطاعتنا حساب الاحتمالية بأن هذه النتيجة كانت نتيجة خطأ المعاينة عند عملية سحب العينة من المجتمع الذي تصل فيه نسبة الإناث إلى 50 % فقط. إنه بالتحديد ذلك النوع من السؤال الذي سنتعامل معه، صمم اختبار Z لنسب العينة.

اختبار لنسبة توزيع اختبار ثنائي الحد[4]:

بالرغم من وصفنا للبيانات من خلال تنظيمها وفقاً للتوزيع ثنائي الحد بدلاً من حساب المتوسط الحسابي لهذه البيانات فالإجراءات المتبعة في الاستدلال من العينة على المجتمع هي إجراءات مماثلة. فمن الناحية العملية، فإن الخطوات المتعلقة باختبار الفرض للنسب هي نفسها التي تم اتباعها في اختبار الفرض للمتوسط الحسابي.

لقد أجرينا الاختبار الاستدلالي كما تم إجراؤه في الفصلين المتعلقين باختبار Z واختبار t لعينة واحدة. إلا أننا من خلال هذا الفصل، فإن اختبار الاستدلال سيعتمد على نسبة العينة الواقعة في واحدة من الفئتين من التوزيع الثنائي، بدلاً من الاعتماد على المتوسط الحسابي للعينة. وبما أن توزيعات المعاينة هي توزيعات طبيعية، فإننا سنجري اختبار Z للفرق بين نسب العينة والقيمة المفترضة (هو إجراء مشابه لما قمنا به عند اختبار Z للفرق بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع المفترض).

إن المعادلات المحددة لحساب Z للنسب تكون كالتالي:

$$Z_{\text{العينة}} = \frac{(Ps - 0.5) - Pu}{\sqrt{\frac{Pu(100 - Pu)}{N}}}$$

حيث إن: $Ps > Pu$

أو:

$$Z_{\text{العينة}} = \frac{(Ps + 0.5) - Pu}{\sqrt{\frac{Pu(100 - Pu)}{N}}}$$

حيث إن: $Ps < Pu$

Ps نسبة العينة.

Pu نسبة المجتمع.

لاحظ أن إشارة الجمع والطرح لنسبة 0.5 إلى أو من نسبة العينة في هاتين المعادلتين قد حُدِّدَتْ بشكل صارم لأن التوزيع ذا الحدين ليس موزعاً توزيعاً طبيعياً، وبالتالي فإن

عملية الجمع أو الطرح لـِ 0.5 (التصحيح المتواصل) تمدنا بأفضل قيمة تقريبية للتوزيع الطبيعي. ففي العينة التي تزيد عن 30 مفردة فإن هذا التقريب سيكون مناسباً ودقيقاً. أما على الجانب الآخر، إذا كانت العينة أقل من 30 مفردة، فإن التقريب لا يكون دقيقاً، وبالتالي، فإن اختيار احتمالية دقيقة لتوزيع ثنائي يمكن استخدامه.

مثال: نفترض أننا نرغب في معرفة معدل البطالة في منطقة معينة أصابها ركود اقتصادي صعب، مقارنة بباقي أجزاء البلاد. وأن الباحث على معرفة بأن معدل البطالة على مستوى البلاد ككل يصل إلى 11 % وقد قرر سحب عينة من 120 فرداً. وطرح عليهم السؤال التالي: ما إذا كان هؤلاء الأفراد خارج سوق العمل أم لا؟ وقد كانت النتائج المستخلصة من هذه العينة، أن 18 فرداً من إجمالي العينة أقروا بأنهم عاطلون عن العمل. وقد فرغت إجابات هؤلاء المبحوثين على السؤال البحثي المطروح في توزيع ثنائي كما هو موضح في الجدول التالي:

جدول (19 ـ 3): توزيع المبحوثين حسب الوضع المهني

الوضع المهني	التكرار	النسبة المئوية
يعمل	102	% 85.0
لا يعمل (عاطل عن العمل)	18	% 15.0
المجموع	120	% 100.0

المصدر: George Argyrous, Statistics for Social & Health Research, OP. Cit. , P. 307.

هل هذه البيانات حقاً تشير إلى أن هذه المنطقة قد تعرضت لركود اقتصادي صعب؟

الخطوة الأولى: صياغة الفرض الصفري والفرض البديل:

Ho الفرض الصفري: إن نسبة البطالة في هذه المنطقة المحلية مساوية لنسبة البطالة في باقي البلاد.

$$Ho = P_u = \% \ 11$$

Hi الفرض البديل: إن المنطقة المحلية لديها أعلى نسبة من الأفراد العاطلين عن العمل عن باقي البلاد.

$$Hi = P_u > \% \ 11$$

الخطوة الثانية: اختيار درجة الدلالة:

إن السؤال البحثي المرغوب فيه، هو نسبة الناس في فئة التوزيع الثنائي (ذي الحدين) على سبيل المثال الأفراد العاطلين عن العمل. وعليه فإننا في هذه الحالة سنستخدم اختبار Z أحادي الجانب للنسب.

الخطوة الثالثة: حساب درجة العينة:

إن بيانات هذه العينة المناسبة من التوزيع الثنائي أعلاه تكون:

$$N = 120$$

$$Ps = \frac{18}{120} \times 100 = 15\%$$

بالتعويض نتحصل على:

العينة $$Z = \frac{(Ps - 0.5) - Pu}{\sqrt{\frac{Pu(100 - Pu)}{N}}} = \frac{(15 - 0.5) - 11}{\sqrt{\frac{11(100 - 11)}{120}}}$$

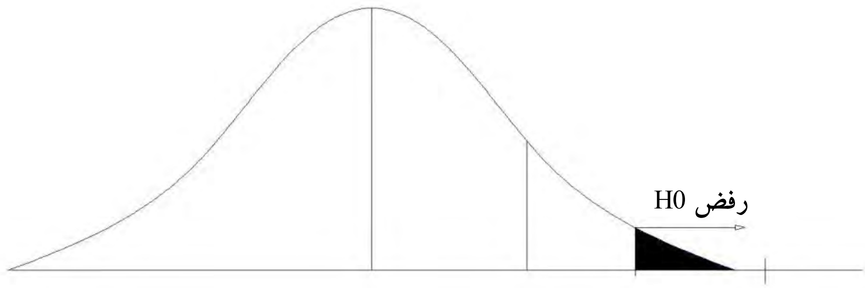
$$= 1.23$$

الخطوة الرابعة: اختيار الدرجات الحرجة والمنطقة الحرجة:

لقد تم اعتماد مستوى الدلالة لهذا المثال بـ 0.05 (α) ولشك الباحث أن هذه المنطقة المحلية قد تعرضت لركود اقتصادي صعب مما حدا به لاستخدام اختبارٍ أحاديِّ الجانبِ. ولما كان اتجاه الفرق قد حدد من خلال الفرض البديل بأن معدل البطالة في هذا المجتمع المحلي يكون أعلى من المعدل الوطني العام. وعليه فإن الجانب المناسب من توزيع المعاينة لهذا الاختبار هو الجانب الأيمن. ومن خلال استخدام الجدول تحت المنحنى الطبيعي المعياري، فإن درجة Z الحرجة هي 1.645 +.

الخطوة الخامسة: اتخاذ القرار:

إن قيمة Z المحسوبة تساوي 1.23 وهي بالتالي أقل من درجة Z الاحتمالية 1.645، انظر الشكل التالي:



شكل (19 ـ 1) درجات العينة والمنطقة الحرجة

بالرغم من أن معدل البطالة في العينة أكثر منه على المستوى الوطني، إلا أن الفرق بين هذين المعدلين ليس كبيراً يجعلنا نقر بأن السكان في هذه المنطقة يكابدون معدلاً عالياً من البطالة. وعليه لا يمكننا رفض الفرض الصفري على مستوى دلالة 0.05.

إجراء اختبار ثنائي الحد Binomial Test باستخدام SPSS:

1- من القائمة الموجودة في الجزء العلوي من الشاشة اختر:

Analyze ⟸ Nonparametric Test ⟸ Binomial

2- من قائمة المتغير انقر على Employment Status .

3- انقر على ◄ يقوم بلصق Employment Status في Test Variable List.

4- في المربع المقابل لـِ Test Proportion تطبع 11.

5- انقر على ok.

فيما يلي المخرجات الناتجة عن هذا الإجراء:

Npar Tests Binomial Test

	Category	N	Observed Prop.	Test Prop.	Asymp. Sig. One taild
Employment Status Group 1	UN Employed	18	.15	.11	.105[a]
Group 2	Employed	102	.85		
TOTAL		120	1.00		

a Based ON Z approximation

المصدر: George Argyrous, Statistics for Social & Health Research, with a Guide to SPSS , SAGE Publications, London , 2001 , p. 309.

شكل رقم (19 ـ 1) مخرجات SPSS لاختبار Z الثنائي

تفسير مخرجات SPSS لاختبارات عينة واحدة لتوزيع ثنائي الحد:

من خلال المربع أعلاه يتبين لنا أن مخرجات SPSS أنتجت لنا الاختبار في شكل تناسب بدلاً من النسب. وهذه عملية لا تؤدي إلى اختلاف جوهري حيث إنه يمكن تحويل التناسب إلى نسب وذلك من خلال تحريك الفاصلة العشرية Decimal Point مكانين إلى اليمين.

في مربع اختبار التوزيع ثنائي الحد Binomial test لدينا عمود يحتوي على تكرار الحالات لكل فئة من فئات التوزيع ثنائي الحد. وكذلك عمود يشير إلى التوزيعات النسبية Relative Frequencies كتناسب Proportions، والعمود الأخير يشير إلى الدلالة المقاربة Asym. Sig.(1-taild) اختبار أحادي الجانب وهو عمود مهم لغرض الاختبار الاستدلالي. وبالرغم من أنه لن يعطي قيمة Z (العينة) فقد أعطيت احتمالية أحادي الجانب المرتبطة به. وهنا احتمالية أحادي الجانب 105. التي تشير إلى أنه إذا كان الفرض الصفري فرضاً صحيحاً على الأقل 1 في 10 عينات ستكون معدلات البطالة 15 % أو أكثر. إن الادعاء أن الفرض الصفري فرضُ صحيحُ لا نستطيع رفضه.

تجدر الإشارة إلى أن مخرجات SPSS دائماً تعطينا اختباراً أحادي الجانب عندما تحدد نسبة الاختبار بدلاً من عدم وجود قيمة 0.05. وإذا كان الفرض البديل يتطلب

اختباراً ثنائي الجانب at two-tail test عندئذ وبكل بساطة تضاعف احتمالية اختبار أحادي الجانب. وعلى سبيل المثال إذا كان توزيع المعاينة لاختبار أحادي الجانب لدرجة Z تحتوي على 0.105 من المسافة تحت المنحنى الطبيعي، فإن اختبار ثنائي الجانب يصل إلى 0.21 من المسافة تحت المنحنى الطبيعي[5].

تقدير نسبة مجتمع[6]:

تقدير نسبة مجتمع تعتبر عملية شائعة الاستخدام في مسوح الرأي العام وعادة ما نقرأ في أحوال كثيرة في الصحف أن نسبة معينة من المجتمع تفضل هذه القضية أو تلك، وعادةً لا تمثل هذه النسب كل أفراد المجتمع ولكن من خلال عينة يتم سحبها لهذا الفرض، الأمر الذي يتطلب منا تقدير قيمة المجتمع من نتائج العينة المسحوبة من هذا المجتمع وتستخدم المعادلة التالية لبناء فترة الثقة للنسب.

$$Ci = Ps \pm Z\sqrt{\frac{Ps(100 - Ps)}{N}}$$

إذاً يمكن استخدام هذه المعادلة لبناء فترات الثقة لتقدير نسبة الناس الذين يُدْلُونَ – على سبيل المثال – بأصواتهم لأحد الأحزاب المتصارعة على السلطة، واستناداً على بيانات العينة التالية يمكننا بناء فترات الثقة هذه.

$$N = 120$$

$$Ps = \%\ 15$$

$$\alpha = 0.05 ,\ Z = (1.96)$$

من هذه البيانات يمكننا حساب فترة الثقة:

$$Ci = Ps \pm Z\sqrt{\frac{Ps(100 - Ps)}{N}} = 15 \pm 1.96\sqrt{\frac{15(100 - 15)}{120}}$$

$$= 15 \pm 6.4$$

وهكذا يكون الحد الأدنى لفترة الثقة 8.6 في المائة (6.4 – 15) والحد الأعلى لفترة الثقة 21.4 في المائة (6.4 + 15).

مثال إضافي لزيادة التوضيح[7]:

عينة من 500 طالب كانوا قد سجلوا في مسار تحليل البيانات بالدراسات العليا مقابل رسوم دراسية. منهم 55 % ينحدرون من أسر ذات خلفية اجتماعية - اقتصادية متدنية. ما هي نسب التقدير لكل طلاب الدراسات العليا الذين قاموا بدفع الرسوم الدراسية مقابل هذا المسار، وينحدرون من أسر ذات وضع اقتصادي واجتماعي متدنٍّ؟

$$n = 500$$

$$Ps = \frac{55}{500} \times 100 = \%11$$

$$\alpha = 0.05 \,,\ Z = (1.96)$$

$$Ci = Ps \pm Z\sqrt{\frac{Ps(100 - Ps)}{N}}$$

$$= 11 \pm 1.96\sqrt{\frac{11(100-11)}{500}}$$

$$= 11 \pm 2.7$$

بمعنى آخر، إن نسبة الطلاب ذوي الخلفية الاقتصادية والاجتماعية المتدنية في السكان تقع بين (8.3 % و 13.7 %) بمستوى ثقة (95 %).

الاستدلال باستخدام فترة الثقة للنسب[8]:

إن السبب وراء إجراء المسح السابق هو معرفة ما إذا كان اعتماد الرسوم الدراسية لمسارات برنامج الدراسات العليا يؤدي إلى نتيجة معاكسة على المجموعات المحرومة من الطلاب.

إن الإحصاءات السكانية المتوفرة لطلاب الدراسات العليا قبل إدخال اعتماد الرسوم الدراسية الجامعية، كانت تشير إلى 16.8 % من طلاب الدراسات العليا ينحدرون من أسر ذات وضع اقتصادي واجتماعي متدنٍ. هل يمكننا القول، بأن إدخال الرسوم الدراسية قد أثرت على دخول الطلاب الفقراء للجامعة، نريد أن نقارن عدد طلاب الدراسات العليا قبل إدخال الرسوم الدراسية بعدد الطلاب بعد الإدخال. ونود

أن نشير إلى أنه لدينا معلومات قبلية فيما يتعلق بالرسوم الطلابية ولكن لدينا فقط تقديرات بعدية للرسوم المتعلقة بطلاب الدراسات العليا استناداً على عينة، وعلى أية حال يمكننا أن ندرك تقدير نسبة المجتمع للرسوم البعدية والتي لا تتضمن 16.8 %. إن نسبة الطلاب المحرومين فيما يتعلق بالرسوم القبلية لا تقع ضمن 95 % فترة ثقة ضمن ما قدرناه. حيث تكمن في نسبة الطلاب بعد إكمال الرسوم الدراسية البعدية لدى الطلاب الذين جاءوا من خلفيات اجتماعية واقتصادية متدنية، بمعنى آخر، استناداً على نتائج العينة يمكننا القول بأن نسبة الطلاب المحرومين في فترة قبل اعتماد الرسوم الدراسية كانت نسبة عالية وذات دلالة أكثر منها بعد إدخال الرسوم الدراسية. وعليه، يمكننا القول، بأن إدخال الرسوم الدراسية كان له تأثير على المجموعة المحرومة من الطلاب.

عليه، يمكننا إجراء اختبار الاستدلال لمعرفة ما إذا كنا قادرين على رفض الفرض الصفري حول نسبة مجتمع من خلال بناء فترة ثقة ويعتبر هذا بديلاً لاختبار الفرض الذي تعلمناه من خلال الفصول السابقة. في الحقيقة سوف نقوم بإجراء اختبار Z لعينة واحدة للنسب، وللوقوف على هذه النقطة بشكل أكبر، لنبيّن أن النتيجة ستكون واحدة عند استخدام فترة الثقة للوصول إلى قرار حول الفرض:

العينة
$$Z = \frac{(Ps - 05) - Pu}{\sqrt{\dfrac{Pu(100 - Pu)}{N}}}$$
$$= \frac{(11 - 05) - 16.8}{\sqrt{\dfrac{(16.8)(100 - 16.8)}{500}}}$$
$$= 3.8$$

في ضوء اختبار ثنائي الجانب، فإن قيمة Z الحرجة بمستوى دلالة 0.05 (مساوية لـ 95 % مستوى ثقة) ستكون ±1.96 وبوضوح، فإنه بإمكاننا أن نرفض الفرض الذي مفاده أن هذه العينة جاءت من مجتمع يمثل نسبة المحرومين فيه من الطلاب 16.8 %.

العلاقة بين مربع كاي واختبار Z ثنائي الحد:

ناقشنا في الفصل السابق بشكل واسع اختبار مربع كاي للاستقلال، باعتباره من التقنيات الإحصائية لاختبار الدلالة الأكثر شيوعاً واستخداماً في مجال البحث الاجتماعي، ويعزى سبب شيوع استخدام مربع كاي أنه يمكن تطبيقه في مواقف يكون فيها لدينا بيانات مصنفة تصنيفاً اسمياً وترتيبياً، ناهيك عن رغبتنا في الحصول على التوزيع التكراري عبر فئات المتغير الخاضع للدراسة. ويعتبر هذا الموقف موقفاً شائعاً في البحث الاجتماعي.

إن اختبار مربع كاي يفحص توزيع الإجابات في جدول ثنائي يقيم ما إذا كان نمط التبعية موجوداً في حالة الجدول الثنائي 2 × 2 (عندما يكون كلا المتغيرين ثنائي الحد binominal). فإن اختبار Z للنسب يمكن إجراؤه على البيانات نفسها؛ وفي الحقيقة أن كلا الاختبارين متكافئُ في طرق تحليل نفس البيانات، والوصول إلى النتيجة نفسها أي ($X^2 = Z^2$).

حقاً إن اختبار Z للنسب يمكن اعتباره حالة خاصة لاختبار مربع كاي. ولما كان اختبار مربع كاي اختباراً شائع الاستخدام في البحوث، أصبح من الأهمية بمكان معرفة آليات وطرق حسابه.

في هذه الجزئية من هذا الفصل سوف نتعامل مع مثال لاختبار Z لنسب عينة، وبعد ذلك نجري اختبار مربع كاي لنبرهن على أن النتائج التي نتوصل إليها ستكون واحدة وأن أي منهما يمكن استخدامه.

مثال تطبيقي:

لقد تم إجراء مسح (افتراضي) لاستقصاء مستوى الدعم لإصلاح الرعاية الاجتماعية، وما إذا كان هناك تفاوت Varies حسب العمر في هذا المسح. لقد تم ترتيب المبحوثين طبقاً للفئة العمرية: تحت 45 سنة أو 45 سنة أو أكثر. وقد تم طرح سؤال على كل مبحوث مفاده ما إذا كان ينبغي على الدولة أن تقوم بجهد أكبر للتخفيف من الفقر. وقد تم وضع هذا السؤال بصيغة مبسطة (نعم – لا). وقد تمت صياغة الفرض الصفري بأن

نسبة الذين أجابوا بنعم تحت 45 سنة (P_1) تكون مساوية لنسبة أولئك الذين أجابوا بنعم 45 سنة أو أكثر (P_2):

$$Ho: P_1 = P_2$$

إذا كانت هذه الفرضية صحيحة، فإن العينات المسحوبة من مثل هذه المجتمعات ففي العادة سوف تعكس صورة متساوية. بمعنى آخر، أن الفرق بين أي نسب للعينتين، إذا لم يكن هناك فرق بين المجتمعات ينبغي أن يكون هذا الفرق صفراً أو قريباً منه.

تجدر الإشارة إلى أن هذا الأمر لن يكون دائماً على هذا النحو. فالعينات ليست دائماً تعكس خصائص المجتمع التي سحبت منها. فالتباين العشوائي قد يقودنا إلى أن نختار زيادة إضافية طفيفة من صغار السن الذين يؤيدون إصلاح نظام الرعاية الاجتماعية، وكذلك نختار مجموعة إضافية طفيفة من كبار السن الذين يعارضون هذا الإصلاح.

إن مثل هذه الاختبارات الإضافية الطفيفة تسبب إلى حد كبير اختلافاً في نسب العينة. وهذا يعني أنه إذا كان هناك فرق بين نسب العينتين، فإننا لا نستطيع بشكل تلقائي أن نقرر أن هذا الفرق يعكس ما يبطن من فرق في المجتمعات. وعليه فإن الفروق الكبيرة بين نسب العينات يكون أقل احتمالاً بأن تعزو هذا الفرق إلى الفرضية العشوائية. إن اختبار Z للنسب يعطي احتمالية دقيقة أن مثل هذه الوقائع احتمالية حدوثها تكون بعيدة.

إن المسح الذي يحتوي على 600 شخص تحت الفئة العمرية 45 سنة و 400 شخص أعمارهم 45 سنة أو أكثر. إن النسبة لكل مجموعة أجابت "بنعم" (أي يتوجب على الدولة بذل جهد كبير للتخفيف من الفقر) جاءت كالتالي:

-1 تحت سن 45 سنة : $P_1 = \frac{490}{600} \times 100 = 82\%$

$N_1 = 600$

-2 45 سنة أو أكبر : $P_2 = \frac{232}{400} \times 100 = 58\% : 45$

$N_2 = 400$

السؤال الذي ينبغي طرحه في هذا السياق هو هل هذه النسب تعكس ما يتضمنه الفرق بين المجموعات العمرية في هذه القضية المطروحة؟ لتحديد ذلك نبدأ بالمعادلة التالية:

$$Pu = \frac{n_1 p_1 + n_2 p_2}{n_1 + n_2} = \frac{600(82) + 400(58)}{600 + 400}$$
$$= 72.4\%$$

إن هذه النتيجة التي توصلنا إليها تسمح لنا بأن نحدد الخطأ المعياري Standard error لتوزيع المعاينة لكل فروق العينة المحتملة. وإن خطأ معيارياً واحداً يمكن تعريفه بـ:

$$\sigma P - P = \sqrt{Pu(100 - Pu)}\sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}}$$
$$= \sqrt{72.2(100 - 72.2)}\sqrt{\frac{600 + 400}{600(400)}}$$
$$= 2.9$$

إن الفرق الحقيقي بين هاتين العينتين فيما يتعلق بدرجة Z هو:

$$Z = \frac{p_1 - p_2}{\sigma P - P} = \frac{82 - 58}{2.9} = 8.3$$

إن درجة Z هذه تعتبر ذات دلالة على مستوى ألفا $\alpha = 0.01$ وعليه نرفض الفرض الصفري H0 الذي مفاده لا فرق $P_1 = P_2$ وأنه يمكننا المجادلة بأن دعم الدولة لمساعدة الفقراء يتباين وفقاً للعمر (9).

إن الطريقة البديلة لتحليل هذه البيانات هو أن يتم تنظيمها في جدول ثنائي 2 × 2 كما هو موضح أدناه:

جدول (19 ـ 4): الاتجاه نحو سياسة الدولة نحو إصلاح نظام الرعاية الاجتماعية حسب مجموعة العمر

الاتجاه	مجموعة العمر		
	تحت 45 سنة	45 سنة أو أكثر	المجموع
لا	(166.8) 110	(111.2) 168	(27.8%) 278
نعم	(433.2) 490	(288.8) 232	(72.4%) 722
المجموع	600	400	1000

المصدر: George Argyrous, Statistics for Social & Health Research,op.cit, , p.417.

تشير الأرقام بين الأقواس إلى القيم المتوقعة وذلك استناداً إلى النسبة الكلية للمبحوثين الذين أجابوا "بنعم" أو "لا"، مع ملاحظة أن نسبة 72.4 في المائة من كل المبحوثين قد وافقوا على ضرورة إصلاح نظام الرعاية الاجتماعية. ومن خلال هذا العدد يمكننا حساب عدد المبحوثين تحت 45 سنة وكذلك حساب عدد المبحوثين ذوي الأعمار 45 سنة أو أكثر الذين يتوقع موافقتهم على إصلاح نظام الرعاية الاجتماعية. إن نسبة 72.4 في المائة هي النسبة ذاتها التي وردت في اختبار Z للنسب لعينتين كنقطة مرجعية لحساب الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة. في الحقيقة، أنه عندما نقوم بحساب مربع كاي:

$$X^2 = \sum \frac{(Fo - Fe)^2}{Fe}$$

$$= \frac{(110-168.8)^2}{168.8} + \frac{(168-111.2)^2}{111.2} + \frac{(490-433.2)^2}{433.2} + \frac{(323-288.8)^2}{288.8}$$

$$X^2 = 68 = Z^2 = 8.3$$

من الجدول لتوزيع مربع كاي، فإن الاحتمالية للحصول على هذه القيمة (الأكبر) من مجتمعات مماثلة هي 0.005 – وهي مساوية لتلك الاحتمالية المتعلقة باختبار Z.

إن النتيجة التي تستنتج من هذا هي أنه بينما تكون اختبارات Z لعينتين ثنائية الحد، اختبارات شائعة جداً، وعليه، أصبح الإلمام والمعرفة بهذا الاختبار مهماً جداً، وفي الحقيقة

فإن هذه الاختبارات تمثل حالة خاصة لمربع كاي. وبما أن معادلة اختبار Z هي أكثر إرهاقاً وأن منطقها غير واضح إدراكياً، وبالتالي فإن استخدام اختبار مربع كاي على الأرجح سيكون مناسباً في معظم المواقف[10].

أسئلة للمراجعة :

1- من مجموع البيانات التالية أجرِ اختبار Z للنسب مستخدماً كل من: اختبار أحادي الجانب واختبار ثنائي الجانب بألفا (α) 0.05.

A	B
$P_u = 52$	$P_u = 42$
$P_s = 61$	$P_s = 39$
$n = 110$	$n = 110$

2- عينة من 900 سجين تم مسحها لضمان نجاح برنامج إعادة التأهيل بالسجن. 350 من هؤلاء السجناء أوضحوا بأن البرنامج كان فعالاً للتقليل من احتمالية إعادة ارتكاب الجريمة. لقد كان الهدف من هذا البرنامج هو تحقيق 40 % من معدل النجاح في التقليل من احتمالية العود إلى ارتكاب الجريمة:

أ- باستخدام اختبار Z للنسب، هل يمكننا القول بأن هذا البرنامج قد نجح.

ب- بناء 95 % فترة ثقة لتقدير قيمة المجتمع. كيف يمكن أن تؤكد فترة الثقة نتيجة اختبار Z.

3- أجريت دراسة على 500 شخص. 56 % من هؤلاء يؤيدون تولي المرأة مناصب عليا في الإدارة. ما هي فترة الثقة لِـ 95 % لنسبة كل الناس الذين يؤيدون تولي المرأة مناصب عليا في الإدارة؟ هل يمكنك القول بأن أغلبية الناس يؤيدون هذا الاتجاه؟

4- عينة عشوائية لعدد 60 مصنعاً. وجد منها 15 مصنعاً لا تتقيد بمعايير السلامة البيئية. ما هي فترات الثقة لِـ:

a) 90 %.

b) 95 %.

الهوامش والمصادر:

أولا الهوامش:

1- George Argyrous, Statistics for Social & Health Research, with a Guide to SPSS , SAGE Publications, London, 2001, P. 303.

2- Ibid. , P. 304.

3- Ibid. , PP. 305 - 306.

4- Ibid. , P. 308.

5- Ibid. , P. 310.

6- Ibid. , PP. 311 - 312.

7- Ibid. , P. 312.

8- Ibid. , PP. 312 - 318.

9- Ibid. , P. 417.

10- Ibid. , P. 418.

ثانيا: المصادر:

1- George Argyrous, Statistics for Social & Health Research, with a Guide to SPSS , SAGE Publications, London, 2001.

2- Frederick J. Gravetter and Larry B. Wallnau , Statistics for The Behavioral Sciencies , Wadsworth Cengage Learning , USA , 2010.

3- Joseph F. Healey , The Essentials of Statistics: A Tool for Social Research , Wadsworth Cengage Learning , USA , 2010.

الفصل العشرون
الأساليب الإحصائية للبيانات الترتيبية

اختبار الفرض:

في هذا الفصل سوف نتناول الإجراءات المتعلقة باختبار الفرض من البيانات مقاسة علي المستوى الترتيبي. وأن كل واحد من هذه الاختبارات يمكن النظر إليه كبديل للاختبارات المعلمية التي تناولناه في الفصول السابقة، وأن الاختبارات الأربعة التي سنتطرق لها، والمواقف التي تستخدم فيها هي كالتالي:

1- اختبار مان- وتني Mann-Whitney

يستخدم هذا الاختبار بيانات من عينتين منفصلتين وذلك لتقييم الفرق بين مجتمعَيْن. ومن هنا يمكن اعتبار اختبار مان- وتني اختباراً بديلاً لاختبار t لعينتين مستقلتين.

2- اختبار ولكوكسن Wilcoxon Test

لقد صُمِّمَ هذا المقياس لتقييم الفرق بين معالجتين. وذلك باستخدام بيانات تم الحصول عليها من تصميم متكرر القياسات a repeated-measures، ويعتبر هذا الاختبار اختباراً بديلاً لاختبار t لمقاييس متكررة a repeated t-test.

3- اختبار كروسكال-ويلز Kruskal-Wallis Test

يُسْتَخْدِمْ هذا الاختبار بياناتٍ لتقييم الفروق بين ثلاث عينات أو أكثر مستخدماً بيانات تم الحصول عليها من خلال تصميم المقاييس المستقلة. ويعتبر هذا المقياس مقياساً بديلاً لتحليل التباين أحادي الجانب Anova.

4- اختبار فريدمان The Friedman test

يستخدم هذا الاختبار بيانات تم الحصول عليها من تصميم متكرر القياسات a repeated-measurea design، وذلك لمقارنة الفروق بين ثلاثة أو أربعة أحوال من المعالجة. ويعتبر هذا الاختبار اختباراً بديلاً لتحليل أنوفا ANOVA لمقاييس متكررة.

وتجدر الإشارة إلى أن هذه الاختبارات تكون ملائمة للاستخدام عندما لا يكون في مقدور الباحث أن يفي بمتطلبات الاختبارات البارامترية (المعلمية).

وبشكل عام، إذا كانت البيانات المتحصل عليها بيانات ملائمة لإجراء اختبار Anova أو أي من اختبارات t. حينئذٍ يكون الاختبار المعياري standard test مفضلاً للبيانات الترتيبية البديلة [1].

5- الحصول علي المقاييس الترتيبية:

للحصول علي الرتب من الملاحظة المباشرة، يمكن للباحث أن يبدأ بمجموعة من المقاييس العددية وتحويل هذه الدرجات إلى رتب Ranks. فعلى سبيل المثال، إذا كان لدى الباحث الأطوال الحقيقية لمجموعة من الأفراد، فإنه بإمكانه أن يرتب الأعداد من الأكبر إلي الأصغر. ويسمح هذا الإجراء بتحويل البيانات من بيانات مقاسة على المستوى ذي المسافات والنسبي إلى مقاييس ترتيبية. إن القائمة التالية سوف تلقي الضوء على المميزات وراء استخدام الرتب بدلاً من الدرجات.

1- إن عملية الرتب هي عملية بسيطة. فإذا سألك أحد عن كم طول ابنك، فإنك ببساطة ستجيبه بقيمة عددية محددة مثل: 170 سم، أو 164سم..... إلخ. أو أنك قد تجيبه بأنه أقصر منك بقليل أو يزيد طوله قليلاً عن طولك.

2- إن الدرجات الأصلية يمكن أن تنتهك بعض الافتراضات الأساسية التي تتضمنها بعض الإجراءات الإحصائية. على سبيل المثال، إن اختبارات t واختبارات Anova تفترض أن البيانات قد جاءت من توزيعات طبيعية Normal distributions، أيضاً فإن اختبارات المقاييس المستقلة Independent measures، تفترض أن مجتمعات مختلفة لديها نفس التباين (فرضية تجانس التباين). أما إذا شك الباحث في أن البيانات لا تفي بهذه الافتراضات، عندئذٍ ينبغي عليه تحويل هذه الدرجات إلى رتب، واستخدام التقنيات الإحصائية المصممة للرتب.

3- إن الدرجات الأصلية قد يكون لديها تباين عالٍ؛ ويعتبر هذا التباين المكون الأساسي للخطأ المعياري في المقام المتعلق لمعادلة إحصاء t. ومصطلح الخطأ في مقام معادلة اختبار f. وعليه، فإن التباين الكبير يمكن من خلاله بشكل واضح تقليل احتمالية أن هذه الاختبارات البارامترية (المعلمية) سوف تكتشف لنا فروقاً دالة.

إن تحويل الدرجات إلى رتب، سيقلل بشكل جوهري من عملية التباين، على سبيل المثال، إذا تم ترتيب عشر درجات (10) من 1 إلى 10، فإن الأمر لا يهم كم كانت الدرجات الأصلية للمتغير.

6- ترتيب الدرجات المتعادلة Ranking Tied Scores:

كلما قام الباحث بتحويل الدرجات العددية إلى رتب، فإنه بالتالي قد يجد رقمين أو أكثر يحملان تماماً نفس القيمة. ولأن الدرجات كانت متعادلة، فإن عملية إجراء التحويل يجب أن تولد رتباً تكون أيضاً متعادلة.

إن عملية إجراء تحويل الدرجات المتعادلة إلى رتب، قد تمت مناقشتها عند الحديث عن معامل سبيرمان للرتب. ولكننا قد نعيد هذا الإجراء بشكل مختصر في هذا الفصل. أولاً ينبغي على الباحث أن يقوم بتنظيم الدرجات في قائمة تشتمل على القيم المتعادلة. وثانياً يحدد لكل حالة في القائمة رتبة معينة (الأول، الثاني..... إلخ). ثالثاً وأخيراً، إذا كانت هناك درجتان متعادلتان، فإنه ينبغي علي الباحث أن يقوم بحساب متوسط الرتب المتعادلة، واعتماد قيمة المتوسط كرتبة نهائية. ومجموع الدرجات التالية تبين هذا الإجراء لعدد ثمان درجات $N = 8$:

الدرجات الأصلية	3	4	4	7	9	9	9	12
الوضع الترتيبي	1	2	3	4	5	6	7	8
الرتب النهائية	1	2,5	2,5	4	6	6	6	8

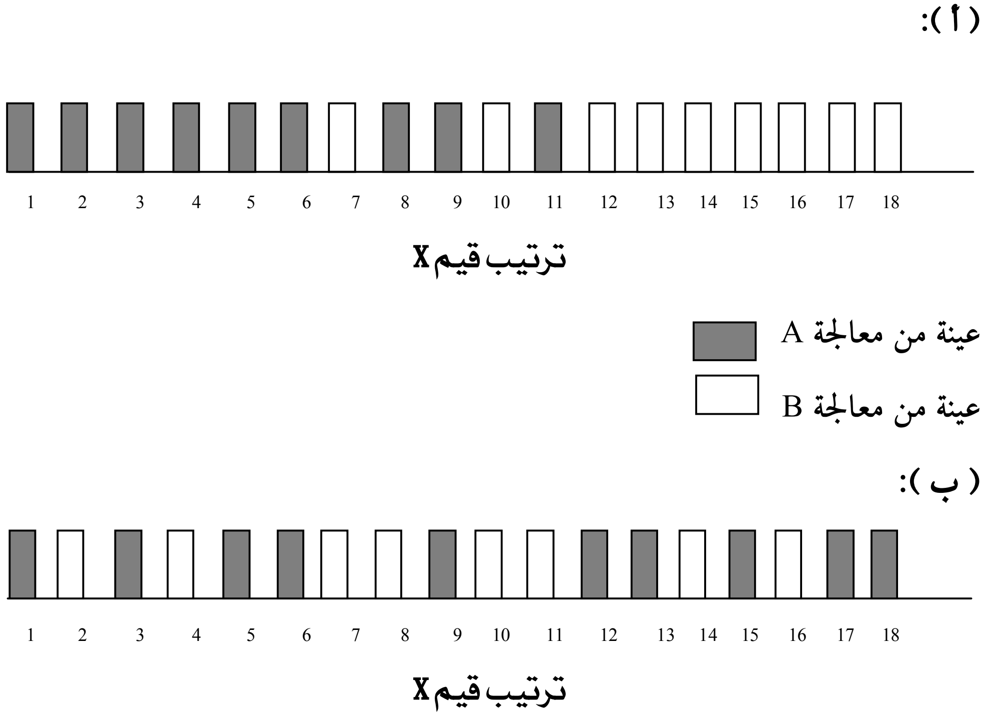
علي السبيل المثال، تحتوي الدرجات الأصلية علي شخصين درجاتهما متعادلة 4 = x وقد أعطي لهاتين الدرجتين رتب 2، 3، وبعد ذلك فإن كلا الشخصين قد أسند إليهما رتبة نهائية مساوية لمتوسط هذه الرتب (2+3=5 / 2=2.5). وهكذا في باقي الدرجات المتعادلة.

أولاً: اختبار مان- وتني The Mann-Whitney U كبديل لاختبار مقاييس t :

لقد صُمِّمَ هذا الاختبار لاستخدام بيانات من عينتين منفصلتين وذلك لتقييم الفرق بين مجتمعين لديها بيانات عددية، وغالباً ما يستخدم هذا الاختبار كبديل للاختبار t. ويتطلب حساب هذا الاختبار أن الدرجات الفردية في العينتين ينبغي أن ترتب، وأن العملية الرياضية لاختبار مان- وتني U تستند علي الملاحظة البسيطة التالية:

إن الفرق الحقيقي بين المجتمعين يجب أن يكون سبباً في وجود الدرجات في واحد من العينات تكون بشكل عام أكبر من الدرجات في العينة الأخرى. وإذا ما تم دمج عينتين لتصبحا عينة واحدة، ويتم ترتيب كل هذه الدرجات في صف واحد. وعندئذٍ فإن الدرجات من عينة واحدة يجب أن تتركز علي الطرف الأخر من الصف. وعلى الجانب الآخر، فإذا لم يكن هناك فرق، فإن الدرجات الكبيرة والصغيرة سوف تدمج بشكل متساوٍ في العينتين، لأنه لا يوجد أي سبب لأي واحد من مجموع الدرجات لأن يكون بشكلٍ منظم أكبر أو أصغر من مجموع الدرجات الأخرى. إن هذه الملاحظة يمكن التدليل عليها من خلال الشكل التالي:

شكل رقم (20 ـ 1)



المصدر: frederick J. GRavetter and larry B. wallnau , statistics for the Behavioral sciences , 8et ed, Wadsworth cengage learning , USA , 2010 , p.688.

الفرضية الصفرية المرتبطة باختبار مان-وتني U :

لما كان اختبار مان- وتني U يقارن بين توزيعين (بدلاً من متوسطين)، فإن الفروض المتعلقة بهذا الاختبار تفضي إلى بعض الغموض، ويصاغ الفرض الصفري في إطار فرق متين ومنظم بين المجموعتين اللتَيْن يسعى الباحث للمقارنة بينهما.

الفرض الصفري H_O: لا يوجد فرق بين المعالجتين وعليه، لا يوجد أي غرض من وراء رتب حالة معالجة بأن تكون بشكل منظم أعلي (أو أقل) من رتب حالة المعالجة الأخرى.

الفرض البديل H_i: يوجد فرق بين المعالجتين. وعليه فإن رتب حالة إحدى المعالجات تكون بشكل منظم أعلى (أو أقل) من رتب حالة المعالجة الأخرى.

حساب قيمة اختبارات U:

إن الخطوة الأولى لحساب اختبار مان وتني U:

1- الحصول على عينتين منفصلتين. ونشير إلى عدد الأفراد في العينة الأولي بالرمز N_1،وعدد الأفراد في العينة التالية بالرمز N_2.

2- يتم دمج العينتين معاً N_1+N_2 وبعد ذلك يتم ترتيبهما.

مثال: إذا كان لدينا عينتان منفصلتان $N_1=6$ و $N_2=6$

N_1 = 15، 6، 48، 9، 2، 27

N_2 = 8، 94، 68، 18، 63، 71

أولا: نقوم باستخراج قيمة Uبحساب عدد الدرجات في العينة الأولى التي تسبق الدرجات في العينة الثانية، أي كم درجة في العينة الأولى يكون ترتيبها أقل من أي درجة من درجات العينة الثانية. ومن خلال ترتيب الدرجات تَبَيَّنَ لنا أن الدرجة الأولى في المجموعة الأولى لا يسبقها أية درجة من المجموعة الثانية أي أصغر وهكذا يمكننا الحصول على قيمة U_1 .

$$U_1 = 0 + 0 + 1 + 1 + 2 + 2$$
$$= 6$$

وبنفس الطريقة يمكننا حساب درجات العينة الثانية فنحصل كل قيمة U_2.

$$U_2 = 2 + 4 + 6 + 6 + 6 + 6$$
$$= 30$$

وبذلك يصبح لدينا قيمتان لـِ: U_1 و U_2

المعادلة التالية لهذه البيانات $U_1 + U_2 = n_1n_2$

$$6 + 30 = (6)(6)$$

ويمكننا أيضاً الحصول على قيمة U من نفس البيانات السابقة بإتباع الأتي:

نقوم أولاً بتنظيم هذه الدرجات الخاصة بهاتين العينتين وترتيبهما من أصغر درجة إلى أكبر درجة، ويتم ذلك بعد دمج درجات العينتين معاً.

أما حساب U من العينات الكبيرة، فإنه لما كانت عملية عد النقاط لكي نحدد قيمة مان - وتني هي عملية مضنية لا سيما عندما يكون حجم العينة كبيراً، فإننا نورد المعادلة التالية لتوليد قيمة U لكل عينة، ولاستخدام هذه المعادلة يتطلب الأمر دمج العينتين معاً، ومن ثم ترتيب كل الدرجات. وبعد ذلك ينبغي الحصول علي $\sum R_1$ أي مجموع ترتيب الأفراد في العينة N_1 ويقابلها $\sum R_2$ للعينة N_2 . وعندئذٍ يمكننا حساب قيمة U وفقاً للمعادلة التالية لكلتا العينتين.

$$U_1 = n_1(n_2) + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - \sum R_1$$

$$U_2 = n_1(n_2) + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - \sum R_2$$

من خلال البيانات في المثال السابق:

الدرجات	2	6	8	9	15	18	27	48	63	68	71	94
العينة	1	1	2	1	1	2	1	1	2	2	2	2
الترتيب	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

إن مجموع ترتيب الأفراد في العينة N_1 يكون:

$$\sum R_1 = 1 + 2 + 4 + 5 + 7 + 8 = 27$$

ومجموع ترتيب الأفراد في العينة N_2:

$$\sum R_2 = 3 + 6 + 9 + 10 + 11 + 12 = 51$$

وباستخدام المعادلة الخاصة بالعينة N_1 :

$$\begin{aligned} U_1 &= n_1(n_2) + \frac{n_1(n_1 +_1)}{2} - \sum R_1 \\ &= 6(6) + \frac{6(7)}{2} - 27 \\ &= 36 + 21 - 27 \\ &= 30 \end{aligned}$$

وللعينة الثانية N_2:

$$U_2 = n_1(n_2) + \frac{n_2(n_2 +_1)}{2} - \sum R_2$$
$$= 6(6) + \frac{6(7)}{2} - 51$$
$$= 36 + 21 - 51$$
$$= 6$$

لاحظ أن هذه القيم هي نفس القيم التي تحصلنا عليها باستخدام الطريقة الأولى.

الاختبارات الصفرية من خلال اختبار مان ـ وتني U:

تجدر الإشارة إلى أنه حتى الآن قد تم تطوير طريقة لبيان نظام الترتيب من خلال قيمة عددية. وعليه فإن المشكلة اللاحقة هي أن يقرر الباحث ما إذا كانت قيمة U تقدم لنا البرهان إن كان هناك فرق حقيقي بين المجموعتين. ولما كان الفرض الصفري لاختبار مان – وتني U يصاغ بأنه لا يوجد فرق نظامي بين العينتين اللتين تخضعان للمقارنة؛ أي لا يوجد فرق حقيقي بين المجتمعين اللَّذَيْن تم سحب العينة منهما. في الحالة الراهنة، فإن النتيجة الأكثر ترجيحاً أن العينتين تكونان متماثلتين، وأن قيمة U تكون كبيرة نسبياً. وعلى الجانب الآخر، أنه عندما تصل قيمة U قريبة من الصفر، يكون هناك نزعة نحو رفض الفرض الصفري.

إن التوزيع الاحتمالي لكل قيم U قد تم بناؤه. وأن القيم الحرجة لمستوى الدلالة $\alpha = .05$، ومستوى الدلالة $\alpha = .05$ يمكن الرجوع إليهما من خلال الجدول (7) انظر ملحق (1). وعندما نتحصل على قيمة U من بيانات العينة أصغر أو مساوية للقيمة الجدولية حينئذٍ يمكننا رفض الفرض الصفري (هذا عكس ما تعودنا عليه في الفرض الصفري عند التعامل مع الاختبارات)، فعلى سبيل المثال، في المثال الذي بين أيدينا نجد أن كلتا العينتين لديها: N تساوي 6 درجات، وأن القيمة الجدولية لـِ U تساوي 5 (اختبار ثنائي الجانب) بمستوي دلالة $\alpha = .05$. هذا يعني أن البيانات التي تحصلنا عليها لا تقدم لنا البرهان الكافي لكي نصل إلى نتيجة مفادها أن هناك فرقاً دالاً بين المجموعتين.

التقدير التقريبي الطبيعي لاختبار مان ـ وتني U:

عندما تكون لدينا عينتان كبيرتان N=20، ويكون الفرض الصفري فرضاً صحيحاً، فإن توزيع إحصاء U يميل إلى أن يكون التوزيع قريباً من الشكل الطبيعي approximate normal shape. في هذه الحالة فإنه باستطاعتنا تقييم الفروض المرتبطة باختبار مان– وتني من خلال استخدام إحصاء درجة Z-Score ، أي تحويل درجة U إلى درجة معيارية (Z)، ويمكننا هنا الإشارة إلى أن جدول القيم الحرجة لاختبار مان – وتني لا يتضمن قيماً لعينات أكبر من N=20، ويرجع السبب في ذلك إلى أن التقدير التقريبي الطبيعي نموذجيٌ Typically يستخدم مع العينات الكبيرة.

إن الإجراء المتبع لهذا التقدير التقريبي الطبيعي هو كالتالي:

1- إيجاد قيم U لعينة N_1، والقيمة N_2 كما فعلنا سلفاً، وتعتبر قيمة U هي القيمة الأصغر من هاتين القيمتين.

2- عندما يكون حجم العينتين كبيراً نسبياً (عدد الأفراد 20 أو أكثر) فإن توزيع إحصائي اختبار مان – وتني U يميل ليشكل توزيعاً طبيعياً:

$$\sigma = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}} \quad \text{و} \quad U = \frac{n_1 n_2}{2}$$

ويمكننا الحصول علي U من بيانات العينة التي يمكن تحديدها في هذا التوزيع مستخدمين درجة Z (Z-Score) :

$$Z = \frac{x - u}{\sigma} = \frac{\dfrac{U - n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\dfrac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}}$$

3- وباستخدام وحدة الجدول الطبيعي لتعيين المنطقة الحرجة لدرجة Z، علي سبيل المثال، فإن القيمة الحرجة لـِ Z بمستوى دلالة 05. تكون 1.96 ±.

مثال تطبيقي:

لتوضيح التقدير التقريبي الطبيعي، فإنه بإمكاننا التعامل مع نفس البيانات السابقة، حيث تهدف البيانات السابقة إلى مقارنة عينتين 1 و 2 مستخدمين عينتين مستقلتين يصل عدد كل منها إلي 6. وأن هذه البيانات قد ولدت قيمة تساوي ستة U=6 (لاحظ أنه عندما تكون العينات صغيرة، فإننا في العادة نستخدم جدول القيم الحرجة لاختبار مان-وتني بدلاً من جدول التقدير التقريبي الطبيعي، وعلى أية حال، فإننا نستخدم التقدير الطبيعي حتى نتمكن من مقارنة النتيجة المتحصل عليها بالنتيجة التي تحصلنا عليها من خلال اختبار مان- وتني الاعتيادي). وباستخدام المعادلة أعلاه، فإن درجة Z المناظرة لـِ: U=6 تكون:

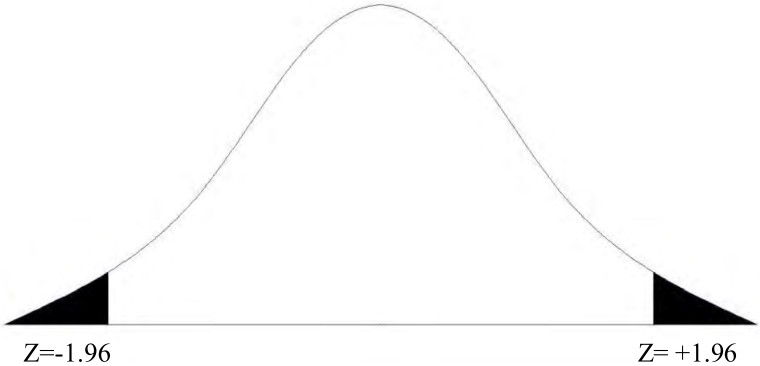
$$Z = \frac{u - n_1 n_2}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}}$$

$$= \frac{6 - (6)(6)}{\sqrt{\frac{(6((6)(6+6+1)}{12}}}$$

$$= \frac{-12}{\sqrt{\frac{468}{12}}}$$

$$= -1.92$$

وطبقاً لوحدة الجدول الطبيعي فإن 5 % المتطرفة للتوزيع الطبيعي تكون موجودة في الذيلين أبعد من 1.96 ±=Z (انظر الشكل التالي:)



بدرجة دلالة 50. = ∝، و أن درجة Z أبعد من 1.96 ±فهي بالتالي تقود إلى رفض الفرق الصفري. إن القيم المحسوبة لـِ Z=-1.92 لا تقع في المنطقة الحرجة، وعليه فإن القرار الذي يمكن أن نصل إليه مفاده أنه ليس بإمكاننا رفض الفرض الصفري. (لاحظ أننا قد توصلنا إلى نفس النتيجة للاختبار الأصلي باستخدام القيمة الحرجة لجدول اختبار مان – وتني U).

إطار:

إعداد تقرير حول نتائج اختبار U :

بخلاف كثير من النتائج الإحصائية الأخرى، لا توجد قواعد صارمة لإعداد تقرير حول نتائج اختبار مان – وتني U. وبناءً على دليل الجمعية الأمريكية لعلم النفس APA فإنه يقترح أنه ينبغي في إعداد التقرير أن يشمل ملخصاً للبيانات (مثل: معلومات حول حجم العينة، ومجموع الرتب)، والإحصاء المتحصل عليه، وقيمة P. ففي المثال الذي بين أيدينا، فإن نتائج الدراسة يمكن أن تعد في شكل التقرير التالي:

الدرجات الأصلية قد تم ترتيبها، وتم حساب اختبار U لمقارنة الرتب لعدد 6 مشاركين في المعالجة الأولى (أ)، و 6 مشاركين في المعالجة الثانية (ب). وقد أشارت النتيجة إلى أنه يوجد فرق دال بين المعالجتين U=6, > P 0.05 لمجموع رتب مساوية لـِ 27 للمعالجة (أ)، و 51 للمعالجة (ب) (2).

الافتراضات والمحاذير لاستخدام اختبار مان ـ وتني U:

يعتبر اختبار مان – وتني U اختباراً مفيداً جداً كبديل لقياس اختبار T المستقل، باعتبار أن اختبار U لا يتطلب تجانسية التباين Homogeneity of Variance أو التوزيعات الطبيعية، ومن هنا يمكن استخدامه في المواقف التي لا يكون فيها استخدام الاختبار ممكناً، وعلى أية حال، فإن اختبار U لا يتطلب مشاهدات مستقلة Independent observations، وإنما يفترض أن يكون المتغير التابع متغيراً متصلاً (المتغير

المتصل هو ذلك المقياس الذي يمتلك عدداً لا متناهياً من النقاط الواضحة المعالم). إن أحد نتائج هذه الحقيقة أنه من غير المرجح لشخصين أن يمتلكا بالضبط نفس الدرجة. وهذا يعني أنه يجب أن يوجد قليل من الدرجات المتعادلة في البيانات. وعندما تكون لدينا بيانات عينة لديها عدة درجات متعادلة، فهذا يعني أن الافتراض الأساسي لاختبار مان-وتني U قد انتهك. وفي هذه الحالة ينبغي على الباحث أن يكون حذراً في استخدامه لاختبار مان - وتني U. وتجدر الإشارة هنا إلى أنه إذا كان هناك قليل من الدرجات المتعادلة نسبياً يمكن للباحث استخدام اختبار U، لكن ينبغي عليه اتباع الإجراء المعياري لترتيب الدرجة المتعادلة [4].

ثانياً: اختبار الإشارة والرتب ولكوكسن (T) Wilcoxon Test:

لقد صُمِّمَ هذا الاختبار لتقييم الفرق بين معالجتين باستخدام بيانات جاءت من تجربة متكررة القياس a repeated - measures. لاحظ أن دراسة القياسات المتكررة يتعلق فقط بعينة واحدة حيث إن كل فرد في العينة يتم قياسه مرتين: مرة في المعالجة الأولى، والمرة الأخرى في المعالجة الثانية. والفرق بين القياسين يتم تسجيله كدرجة تتعلق بذلك الفرد.

ويتطلب اختبار ولكوكسن ترتيب الفرق بشكل منظم من الأصغر إلى الأكبر From Smalest to Largest بغض النظر عن الإشارة أو الاتجاه. علي سبيل المثال، في الجدول الموالي (أ) يبين لنا الفروق غير العددية Nonnumerical differences والرتب Ranks لعينة تحتوي على أربعة مشاركين N=4. فإذا كانت الفروق تمثل قيماً عددية Numerical Values، فيمكن أيضاً ترتيبها في إطار حجمها المطلق absolute magnitude. أما الجدول (ب) فيوضح لنا أن N=5 مع فرق الدرجات العددية وترتيبها.

جدول (أ) فرق الدرجات في الجزء (أ) الفروق يتم قياسها كزيادة نسبية أو نقصان، والقيم غير العددية تم ترتيبها طبقاً للحجم، مستقلة في الاتجاه.

أما الجزء (ب) فإن فرق الدرجات يمثل قيماً عددية، والفرق تم ترتيبه مستقلاً في الاتجاه.

(أ)

المشاركون	الفرق من المعالجة الأولى للمعالجة الثانية	الرتبة
أ	زيادة صغيرة	$\boxed{2}$
ب	نقص كبير جداً	4
ج	زيادة متوسطة	$\boxed{3}$
د	زيادة صغيرة جداً	$\boxed{1}$

(ب)

المشاركون	فرق الدرجة	الرتبة	
أ	+ 4	$\boxed{2}$	$+\sum R=6$
ب	- 14	$\boxed{5}$	
ج	+ 9	$\boxed{4}$	$-\sum R=9$
د	- 1	$\boxed{1}$	
هـ	- 6	$\boxed{3}$	T = 6

المصدر: frederick J.Gravetter and Larry B.wallnau statistics for the Behavioral sciences , 8th ed ,wadsworth cengage learning,USA ,2010,p 675.

الفروض المتعلقة باختبار ولكوكسن T:

يصاغ الفرض الصفري لاختبار ولكوكسن ببساطة، أنه لا يوجد فرق ثابت ونظامي بين المعالجتين.

H_O: لا يوجد فرق بين المعالجتين. وعليه، فإنه في المجتمع العام لا يوجد اتجاه في الفروق في الدرجات إما أن تكون بشكل نظامي موجبة أو بشكل نظامي سالبة.

H_i: يوجد فرق بين المعالجتين. وعليه، فإنه في المجتمع العام يكون اتجاه الفروق في الدرجات إما بشكل نظامي موجب أو بشكل نظامي سالب.

فإذا كان الفرض الصفري (H_O) فرضاً صحيحاً، فإن أيّاً من الفروق التي توجد في بيانات العينة يجب أن يكون مردها لعامل الصدفة، وعليه، فإننا بذلك سنتوقع فروقاً موجبةً وفروقاً سالبةً تكون متمازجة بالتساوي. intermixed evenly. وعلى الجانب الآخر، إذا كان الفرق في الدرجات فرقاً ثابتاً ونظامياً بين المعالجتين، فإنه بالتالي يجب أن يتسبب في وجود درجات كبيرة في إحدى هذه المعالجات مقارنة بالدرجات في المعالجة الأخرى.

وهذا يجب أن يقود إلى توليد فروق في الدرجات التي تتجه بشكل ثابت نحو الموجب أو السالب. ويستخدم اختبار ولكوكسن T الإشارات (S) والرتب RANKS في الفرق في الدرجات لتقييم ما إذا كان هناك فرقُ ذو دلالة إحصائية بين المعالجتين[6].

حساب وتفسير اختبار ولكوكسن (T):

كما هو الحال في معظم الاختبارات غير البارامترية، فإن حساب اختبار ولكوكسن يكون إلى حد بعيد بسيطاً في عملية حسابه حيث:

1- ترتيب القيم المطلقة لفرق الدرجات.

2- تقسيم الترتيب إلى مجموعتين: مجموعة مرتبطة بالفروق الموجبة (الزيادة) والأخرى مرتبطة بالفروق السالبة (النقصان).

3- إيجاد مجموعة الرتب لكل مجموعة، واعتماد المجموع الأصغر لهاتين المجموعتين كإحصائي الاختبار لاختبار ولكوكسن. ويشار إلى ذلك بالرمز T.

ففي البيانات في الجدول السابق (أ)، على سبيل المثال، فإن الزيادة في الترتيب كانت متعلقة بـِ: 1، 2، و 3 التي يصل مجموعتها إلى $\sum R=6$. في حين يوجد نقص واحد فقط المرتبط بالترتيب 4. ومن هنا فإن قيمة T لمجموعة هذه البيانات: T=4. أما في الجدول (ب)، فإن الفرق في الدرجات (الدرجات الموجبة) فهي مرتبطة بالترتيب 2، و4 التي يصل مجموعها إلى: $\sum R=6$. وأن فرق الدرجات التي تحمل إشارة سالبة فهي مرتبطة بـِ: 1،3، و5 التي يصل مجموعها إلى $\sum R=9$، وأن قيمة T لهذه الدرجات وصلت إلى: T= 6

وكما بينا سابقاً، فإن أقوى تأثير معالجة يجب أن يسبب الفرق في الدرجات بحيث يكون فرقاً موجباً أو فرقاً سالباً. وأنه في الحالة المتطرفة فإن كل الفروق تكون في نفس الاتجاه مولدة T=0. فعلى سبيل المثال، عندما تكون كل الفروق فروقاً موجبة، فإن مجموع الرتب السالبة تكون صفراً. وعلى الجانب الآخر، إذا لم يكن هناك أي تأثير للمعالجة N0 treatment effect. فإن الإشارات المتعلقة بالفرق في الدرجات يجب أن تتمازج بالتساوي. وفي هذه الحالة يكون اختبار ولكوكسن T كبيراً جداً نسبياً. وبشكل عام، فإن قيمة T الصغيرة (قريبة من الصفر) تقدم دليلاً للفرق الحقيقي بين حالتي المعالجة. إن توزيع كل القيم المحتملة لـِ: T قد تم بناؤه. وأن القيم الحرجة لمستوي دلالة (α) 0.05 ومستوى دلالة 0.01 يمكن الحصول عليها من الجدول المتعلق بقيم T الحرجة (انظر الملحق رقم 1) وكلما ولدت بيانات عينة أقل أو مساوية للقيمة الحرجة، فإن ذلك يقود إلى رفض الفرض الصفري H_O . ولمقاييس الدراسة المتكررة لعينة تصل إلى N=15.15، علي سبيل المثال، فإن الجدول المتعلق باختبار ولكوكسن للقيم الحرجة T=25 اختبار ثنائي الجانب على مستوى دلالة .05 = α. وهذا يعني أن قيمة T الحرجة التي تساوي 25 أو أصغر تكون أكثر ترجيحاً أن تحدث (احتمالية .05 أو أقل) إذا كان الفرض الصفري صحيحاً[7].

الدرجات المتعادلة ودرجات صفر:

بالرغم من أن اختبار ولكوكسن T لا يتطلب حسابه التوزيعات الطبيعية Normal distributions، إلا أنه يفترض أن يكون المتغير التابع متغيراً متصلاً. وكما نوهنا سلفاً عند الحديث عن اختبار مان- وتنى، فإن هذا الافتراض ينطوي علي أن تلك الدرجات المتعادلة ينبغي أن تكون إلى حد كبير بعيدة الاحتمال. فعندما يظهر التعادل في بيانات العينة، ينبغي على الباحث أن يكون قلقاً بأن فرضية المتصلية Continuity قد تم انتهاكها. ومن هنا قد لا يكون اختبار ولكوكسن T اختباراً مناسباً.

أما إذا كان هناك تعادل قليلُ نسبياً في البيانات، فإن معظم الباحثين يفترضون أن البيانات هي حقاً بيانات متصلة ولكن قد تم قياسها بشكل فج، في هذه الحالة، يمكن

للباحث استخدام اختبار ولكوكسن T و إبلاء القيم المتعادلة انتباهاً خاصاً عند العمليات الحسابية[8].

تجدر الإشارة إلى أن هناك نمطين مختلفين للدرجات المتعادلة:

1- إن الموضوع الخاضع للدراسة قد تكون درجته متساوية في المعالجة الأولى وفي المعالجة الثانية، وينتج عن ذلك فرق يساوي صفراً (0).

2- قد يكون لدينا موضعان أو أكثر متماثلان في فرق الدرجات (متجاهلين علامة هذا الفرق)[9].

وعندما تحتوي البيانات أفراداً بفروق درجات تساوي صفراً (0)، حينئذٍ ينبغي طرح أولئك الأفراد جانباً من التحليل، وخفض حجم العينة المدروسة (N) ومع ذلك، فإن هذا الإجراء يتجاهل حقيقة أن فرق الدرجة التي تساوي صفراً (0) يكون دليلاً يبقى على الفرضية الصفرية (Ho). إن أفضل إجراء يمكن اتباعه هو تقسيم فروق الدرجات التي تساوي صفراً بشكل متساوٍ بين الدرجات الموجبة والدرجات السالبة (إذا كان لدينا رقم مفرد لفروق الدرجات التي تساوي صفراً 0). فإنه ينبغي علينا أن نتجاهل أحدهما ويقسم الباقي بشكل متساوٍ) إن هذا الإجراء الثاني يهدف إلى زيادة $\sum R$ لكل من الرتب الموجبة والرتب السالبة التي تزيد من القيمة النهائية (T)، وتجعل هذه القيمة أكثر ترجيحاً على أنه سوف نبقي على الفرض الصفري.

وعندما تكون لدينا درجات متعادلة بين فروق الدرجات، فإن كل واحدة من الدرجات المتعادلة ينبغي أن يخصص لها الوسط الحسابي للرتب المتعادلة.

اختبار الفرض باستخدام ولكوكسن T:

المثال الموالي يعطينا مثالاً بيّناً لاختبار ولكوسن باستخدام بيانات لنمطين من درجات متعادلة.

مثال: البيانات التالية تمثل عشر هيئات. وكل هيئة من هذه الهيئات كانت تهدف إلي زيادة نسبة العاملين لديها الذين يشاركون في برنامج للتبرع بالدم. البيانات التالية توضح

نسبة المشاركين في البرنامج في السنة الماضية (قبل الشروع في الدعاية لهذا البرنامج). وخلال هذا العام وباستخدام اختبار ولكوكسن T لتقييم ما إذا كانت البيانات تقدم دليلاً كافياً فإن الدعاية لهذا البرنامج قد أحدثت تأثيراً دالاً على عملية التبرع بالدم. لقد رُتِّبَتْ بيانات الجدول بشكل منظم وذلك طبقاً للقيمة المطلقة لفرق الدرجات.

الهيئة	قبل الدعاية	بعد الدعاية	الفرق	التركيب تجاهل الأصفار	التركيب تضمين الأصفار
	نسبة المشاركين				
1	18	18	0	–	1.5
2	24	24	0	–	1.5
3	31	30	−1	1	3
4	28	24	−4	2	4
5	17	24	+7	3	5
6	16	24	+8	4	6
7	15	26	+11	5.5	7.5
8	18	29	+11	5.5	7.5
9	20	36	+16	7	9
10	9	28	+19	8	10

المصدر: Ibid , P. 677.

أ- تجاهل الفروق التي تساوي صفرا (0):

إن أولى الخطوات لإجراء اختبار ولكوكسن T هي الأخذ بالتوصية المتعلقة بتجاهل الفروق التي تساوي صفراً.

الخطوة الأولى: صياغة الفرض الصفري:

H_O: لا يوجد تأثير للدعاية لهذا البرنامج، عليه، فإن أية فروق في الدرجات يكون مرده لعامل الصدفة. وهنا ينبغي ألا يكون هناك نمطٌ ثابت لهذه الفروق.

الخطوة الثانية: إن الهيئتين اللَّتَيْن لديهما فرق في الدرجات مساوياً لصفر ينبغي تجاهلها. وأن حجم العينة بالتالي ينخفض إلى: N=8 ودرجة الدلالة 05. = α. والقيمة الحرجة لاختبار ولكوكسن T يساوي 3.

إن أي قيمة لإحصائي الاختبار أقل أو مساوية لـِ: 3 تقود إلى رفض الفرض الصفري.

الخطوة الثالثة: **تحدد مجموع الفروق ذات الرتب الموجبة** (+):

3 ، 4 ، 5 ، 5 ، 5 ، 5 ، 7 ، 8 . $\sum R+ = 33$

ومجموع الفروق ذات الرتب السالبة (−):

1 ، 2 ، . $\sum R - = 3$

بعد ذلك يتم اعتماد أصغرهما. عليه: T=3

الخطوة الرابعة: لما كانت قيمة T=3 أصغر من القيمة الحرجة لـِ:T؛ عليه نرفض الفرق الصفري ونخلص إلى القول بأنه يوجد تغيير دال في المشاركة بالتبرع بالدم في حملة الدعاية التي قام بها الهلال الأحمر [10].

بـ تضمين الفروق التي تساوي صفرا (**0**):

إذا أضفنا الشخصين اللَّذَيْن لديهما فرق الدرجات المساوية لصفر، حينئذٍ يصبح حجم العينة N=10 بدرجة دلالة 0.55 = α والقيمة الحرجة لاختبار ولكوكسن T هي 8. ومهما كانت فروق الدرجات التي تساوي صفراً متعادلةً من حيث الترتيب الأول والثاني، فقط أَعْطِ لكل منهما 1.5 وأن أحد هذه الرتب تم تخصيصها للمجموعة الموجبة، و الأخرى للمجموعة السالبة كما هو مبين في النتيجة التالية:

$$\sum R+ = 1.5 + 5 + 6 + 7.5 + 7.5 + 9 + 10$$

$$= 46.5$$

و $$\sum R- = 1.5 + 3 + 4$$

$$= 8.5$$

ولما كانت قيمة ولكوكسن T أصغر مجموع لهاتين القيمتين T=8.5 ولما كانت هذه القيمة أكبر من القيمة الحرجة، عليه نقبل الفرض الصفري.

ونَخْلُصُ إلي القول بأن هذه البيانات لم تقدم لنا دليلا كافياً على أن هناك تغيراً دالاً لدى المشاركين في برنامج التبرع بالدم.

تجدر الإشارات هنا إلي أنه بإضافة فروق الدرجات التي تساوي صفراً (0) للاختبار قد غيرت من النتيجة الإحصائية. فالفروق في الدرجات التي تساوي صفراً (0) هي في الواقع تؤشر بأن الفرض الصفري فرضُ صحيحُ.

التقدير التقريبي الطبيعي لاختبار ولكوكسن (T): [11]

عندما تكون العينة كبيرة نسبياً، فإن قيم إحصاء ولكوكسن T تميل إلي تشكيل توزيع طبيعي.في هذه الحالة، فإن من الممكن إجراء الاختبار وذلك باستخدام إحصاء درجة Z، والتوزيع الطبيعي،بدلاً من النظر إلي قيمة T في جدول ولكوكسن. وعندما يكون حجم العينة أكبر من 20، فإن التقدير التقريبي الطبيعي يكون دقيقاً وأنه بالإمكان استخدامه.ففي العينات الكبيرة التي تتعدي N=>50، فإن الجدول المتعلق بدرجات ولكوكسن لا يمدنا علي نحو نموذجي بأية قيم حرجة.عليه، يصبح من الضرورة بمكان استخدام التقدير التقريبي الطبيعي.

إن الإجراء المتبع للتقدير التقريبي لاختبار ولكوكسن (T) هو كالتالي:

1- إيجاد مجموع الرتب ذات الإشارات الموجبة (+) وإجمالي الرتب التي تحمل الإشارات السالبة (-) كما بينا سابقاً. وأن قيمة ولكوكسن (T) تمثل أصغر القيمتين.

2- عندما تكون (N) أكبر من 20،فإن قيم ولكوكسن (T) تشكل توزيعاً طبيعياً بمتوسط:

$$U = \frac{n(n+1)}{4}$$

وانحراف معياري: $$\sigma = \sqrt{\frac{n(n+1)(2N+1)}{24}}$$

في هذه الحالة يتم تحويل ولكوكسن (T) إلي درجة Z :

$$Z=\frac{x-u}{\sigma}=\frac{\dfrac{T-N(n+1)}{4}}{\sqrt{\dfrac{n(n+1)(2N+1)}{24}}}$$

3- يستخدم جدول المنحي الطبيعي المعياري لتحديد المنطقة الحرجة لدرجة Z. علي سبيل المثال، القيم الحرجة تكون 1.96± بدرجة دلالة 05. = α.

مثال تطبيقـي:

كما أشرنا في موضعه إلى أن التقدير التقريبي لاختبار (T) لعينة أكبر من 20 فرداً، أنه سوف تبرهن لنا العمليات الحسابية لنفس بيانات المثال المنفرط الذي قدمناه كمثال لحساب (T).

أ- تجاهل الفروق التي تساوي صفرا (0):

عندما تم تجاهل الفروق التي تساوي صفراً (0) لتلك الهيئتين، قد تحصلنا علي N=8 و T=3. وباستخدام التقدير التقريبي الطبيعي فإن تلك القيم تولد:

$$u=\frac{(n+1)}{4}=\frac{8(9)}{4}=18$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}$$

$$=\sqrt{\frac{8(9)(17)}{24}}=\sqrt{51}=7.14$$

وبهذه القيم فإن T التي تحصلنا عليها تقابل درجة Z التالية:

$$Z=\frac{T-u}{\sigma}=\frac{3-18}{7.4}=\frac{-15}{7.14}=-2.10$$

ومع الحدود الحرجة 1.96 ±، فإن درجة Z المتحصل عليها تكون قريبة من الحد، ولكنها كافية لأن تكون دالة على مستوى 05. = α. لاحظ أن هذه النتيجة مساوية

بالضبط لتلك النتيجة التي توصلنا إليها باستخدام جدول توزيع ولكوكسن T عندما تجاهلنا الفروق التي تساوي صفراً (0) في المثال المنفرط.

تضمين الفروق التي تساوي صفرا (0):

إذا أضفنا الشخصين اللّذَيْن لديهما فرق الدرجات المساوية لصفر (0)؛ حينئذٍ يصبح حجم العينة N = 10 و T = 8.5. وباستخدام التقدير التقريبي الطبيعي، فإن هذه القيم تولد:

$$u = \frac{(n+1)}{4} = \frac{10(11)}{4} = 27.5$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}$$

$$= \sqrt{\frac{10(11)(21)}{24}} = \sqrt{96.25} = 9.81$$

وبهذه القيم فإن قيمة T المتحصلين عليها تماثل درجة Z التالية:

$$Z = \frac{x-u}{\sigma} = \frac{8.5-27.5}{8.81} = \frac{-19}{9.81} = -1.94$$

ومع الحدود الحرجة 1.96 ±، فإن درجة Z التي تحصلنا عليها تكون قريبة من الحد، ولكنها ليست كافية لأن تكون دالة على مستوى 05. = α. مرة ثانية، إن هذه النتيجة هي تلك النتيجة نفسها التي توصلنا إليها مستخدمين جدول T، عند تضميننا للفروق التي تساوي صفراً (0) في المثال السابق.

ولإعداد تقرير حول النتائج المتوصل إليها من خلال استخدام هذا الاختبار (T)، يمكننا القول بإنه لا يوجد شكل محدد لإعداد تقرير حول نتائج اختبار ولكوكسن (T)، فإنه يقترح أن يشتمل هذا التقرير على ملخص للبيانات والقيمة المتحصل عليها من إحصاء هذا الاختبار. إضافة إلى قيمة P. كذلك يقترح أن يصف التقرير المعالجة التي تمت بخصوص فروق الدرجات التي تساوي صفراً (0) في التحليل. ففي الدراسة التي أوردناها في هذا الجزء من هذا الفصل، بينت أن هناك هيئتين لا تَغَيُّرَ في مشاركتهما في حملة التبرع

بالدم؛ وبالتالي قد تم تجاهلهما قبل عملية التحليل. وبالتالي تم ترتيب ثمان مجموعات فقط (N=8) وفقاً للمتغير في مستوى المشاركة. وقد تم استخدام اختبار T لتقييم هذه البيانات. وقد بَيَّنَتِ النتائج أن هناك زيادةً دالةً في المشاركة بعد الحملة الدعائية: $T = 3, p < .05$ للرتب بزيادة تصل إلى 33، وللرتب بالنقصان تصل إلى 3.

ثالثاً: اختبار كروسكال وليز Kruskal - Wallis Test:

يستخدم اختبار كروسكال - وليز لتقييم الفروق بين ثلاث عينات أو أكثر مستخدماً بيانات جاءت من خلال تصميم المقاييس المستقلة. ويعتبر هذا المقياس مقياساً بديلاً لتحليل التباين أحادي الجانب ANOVA.

وإذا كان مقياس أنوفا يتطلب إجراؤه درجات عددية يمكن استخدامها لحساب المتوسطات والتباين؛ فإن اختبار كروسكال - وليز على الجانب الآخر، يتطلب، ببساطة، ترتيب الأفراد بشكل منظم ترتيباً تصاعدياً من أصغر رتبة حتى أكبرها على المتغير المطلوب قياسه. وتجدر الإشارة هنا إلى أن اختبار كروسكال - وليز شبيه لاختبار مان - وتني الذي تناولناه في بداية هذا الفصل. إلا أن الأخير يستخدم للمقارنة بين مجموعتين، في حين أن اختبار كروسكال - وليز يستخدم في تقييم الفروق بين ثلاث مجموعات أو أكثر. إضافة إلى أن مقياس كروسكال - وليز يمكن استخدامه إذا كانت البيانات الأصلية العددية قد تحولت إلى قيم ترتيبية. المثال التالي يوضح العملية التي من خلالها يتم تحويل الدرجات العددية إلى رتب يمكن استخدامها في تحليل كروسكال - وليز.

مثال: يوضح المثال التالي البيانات الأصلية لدراسة تتعلق بثلاث مجموعات. ولأجل إعداد البيانات بشكل يمكن استخدامه في اختبار كروسكال - وليز، يتطلب بادئ ذي بدء ترتيب كل الدرجات الأصلية وفقاً للطريقة المعتادة لترتيب الدرجات المتعادلة؛ أي أن كل الدرجات الأصلية بعد ذلك تستبدل برتبها.

جدول رقم (20ـ 2)

البيانات المعدة للتحليل باستخدام اختبار كروسكال ـ وليز. البيانات الأصلية تحتوي على درجات عددية كما هو مبين في الجدول (أ)، والبيانات الأصلية سجلت بشكل منظم وخصصت لها رتب، والرتب أصبحت بديلاً للدرجات الأصلية كما هو مبين في الجدول (ب)

البيانات الأصلية للدرجات العددية (أ)

1	3	3
14	2	26
3	14	8
21	9	14
5	12	19
16	5	20

إيجاد ترتيب كل درجة

الدرجات الأصلية العددية	الترتيب الأصلي
2	1
3	2
5	3.5
5	3.5
8	5
9	6
12	7
14	9
14	9
14	9
16	11
19	12
20	13
21	14
26	15

رتب البيانات الترتيبية (ب)

1	2	3
9	1	15
2	9	5
14	6	9
3.5	7	12
11	3.5	13

المصدر: Frederick J. Gravetter and Larry B. Wallnau , op.cit , P. 682.

الفرضية الصفرية لاختبار كروسكال - وليز:

كما هو الحال في كل الاختبارات المتعلقة بالبيانات الترتيبية، فإن الفرضية لاختبار كروسكال - وليز تميل إلى شيء من الغموض. وبشكل عام، يصاغ الفرض الصفري لاختبار كروسكال - وليز بأنه لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين المجموعات الخاضعة للمقارنة. وبشكل أكثر تحديداً، يصاغ الفرض الصفري (Ho) أنه لا يوجد ميل بأن رتب أي مجموعة ستكون بشكل منظم أعلى (أو أقل) من رتب أي مجموعة أخرى. عليه، يمكن صياغة الفرض الصفري والفرض البديل بالشكل التالي:

Ho: لا يوجد ميل للرتب في أي مجموعة أن تكون بشكل منظم أعلى أو أقل من رتب أية مجموعة أخرى.

Hi: أن الرتب على الأقل في واحدة من المجموعات تكون بشكل منظم أعلى أو أقل من رتب في مجموعة أخرى. وبالتالي توجد فروق بين المجموعات.

المعادلات المرتبطة باختبار كروسكال - وليز:

الجدول التالي يبين لنا تحويل البيانات من بيانات عددية إلى رتب. ويتطلب الأمر عند تطبيق المعادلات المتعلقة بهذا الاختبار اتباع الإجراءات التالية:

1- تضاف الرتب إلى بعضها البعض لكل مجموعة للحصول على العدد الإجمالي أو قيمة T لحالة المعالجة. وأن هذه القيمة المتحصل عليها (T) يتم استخدامها في معادلة كروسكال - وليز.

2- عدد الحالات لكل مجموعة يشار إليها بـِ (n) الصغيرة.

3- العدد الإجمالي للمجموعات بكاملها يشار إليه بـِ (N) الكبيرة.

وتولد لنا معادلة كروسكال - وليز إحصاءً يشار إليه بـِ (H) ولديه تقريباً نفس توزيع مربع كاي (X^2) بدرجة حرية تعرف بـِ: عدد المجموعات ناقص واحد.

الجدول (20ـ3) التالي:

1	2	3
9	1	15
2	9	5
14	6	9
3.5	7	12
11	3.5	13
$T_1 = 39.5$	$T_2 = 26.5$	$T_3 = 54$
$n_1 = 5$	$n_2 = 5$	$n_3 = 5$

وللبيانات الواردة في الجدول أعلاه، فإن عدد الحالات 3، وبالتالي فإن معادلة مربع كاي تولد لنا قيمة متعلقة بمربع كاي بدرجة حرية 2.

والمعادلة المتعلقة بإحصاء كروسكال - وليز هي كالتالي:

$$H = \frac{12}{N(N+1)}\left(\sum \frac{T^2}{n}\right) - 3(N+1)$$

وباستخدام البيانات السابقة، فإن معادلة كروسكال - وليز تولد لنا قيمة مربع كاي:

$$H = \frac{12}{15(16)}\left(\frac{(39.5)^2}{5} + \frac{(26.5)^2}{5} + \frac{(54)^2}{5}\right) - 3(16)$$

$$= 0.05\ (312.05 + 140.45 + 583.2) - 48$$

$$= 51.785 - 48$$

$$= 3.785$$

وبدرجة حرية (2) df=2، فإن القيمة الحرجة لمربع كاي تساوي 5.99 بدرجة دلالة $\alpha = .05$. ولما كانت القيمة المحسوبة لمربع كاي (3.785) أصغر من القيمة الجدولية؛ فإننا بالتالي نكون غير قادرين على رفض الفرض الصفري (Ho) حيث إن البيانات لم تقدم لنا دليلاً كافياً يمكننا من القول بأنه توجد فروق دالة بين هذه المجموعات الثلاثة.

ولإعداد تقرير حول نتائج اختبار (H)، يمكننا القول بأنه بعد ترتيب درجات الأفراد قد تم استخدام اختبار كروسكال - وليز لتقييم الفروق بين المجموعات الثلاثة. وقد جاءت النتيجة لتشير إلى أنه لا توجد فروق دالة بين هذه المجموعات.

(12) $H: 3.785(df2, N=15)P > .05$

رابعاً: اختبار فريدمان: كبديل لمقاييس أنوفا المتكررة The Friedman Test:

يستخدم اختبار فريدمان لتقييم الفروق بين ثلاث أو أربع مجموعات مستخدماً بيانات لتصميم مقاييس متكررة.

ويعتبر اختبار فريدمان بديلاً لمقاييس انوفا المتكررة التي تحدثنا عنها في الفصول السابقة. ومع أن تحليل أنوفا يتطلب درجات عددية Numerical Scores التي يمكن استخدامها في حساب المتوسطات والتباين، إلا أن اختبار فريدمان يتطلب ببساطة أن يكون الباحث قادراً على ترتيب المشاركين على المتغير الذي يتم قياسه. كذلك نجد أن مقياس فريدمان مشابه لاختبار ولكوكسن. حيث إن الأخير - كما أشرنا سابقاً - يتعلق بمقارنة حالتين فقط. في حين أن اختبار فريدمان يستخدم للمقارنة بين ثلاث أو أكثر من الحالات.

مستوى البيانات المطلوبة لاختبار فريدمان:

لإجراء اختبار فريدمان، يتطلب الأمر وجود عينة واحدة One Sample لكل فرد مشارك في كل حالات المعالجة المختلفة. ويتطلب هذا الاختبار ترتيب كل حالات المعالجة لكل فرد مشارك في الدراسة. كما يمكن استخدام اختبار فريدمان إذا كانت البيانات الأصلية تحتوي على درجات عددية، ومع ذلك ينبغي تحويل هذه الدرجات العددية إلى رتب قبل إجراء هذا الاختبار.

والمثال التالي يبين طريقة استخدام هذا الاختبار.

مثال: عينة تتكون من خمسة مشاركين N = 5، تم اختبارهم تحت أربعة أنواع من

الدواء. وقد كانت الدرجات الأصلية تحتوي على درجات عددية (انظر الجدول "أ"). ولكي يطبق اختبار فريدمان فقد حُولت هذه الدرجات العددية إلى رتب 1، 2، 3 و 4 لتطابق حجم الدرجات الأصلية. فعلى سبيل المثال، أن المشارك رقم (1) لديه درجات 3، 4، 6، 7. ولهذا المشارك $X = 3$ وهي أصغر درجة. وبالتالي كان ترتيبه (1)؛ و $X = 4$ هي الدرجة الثانية من حيث الصغر؛ وبالتالي كان ترتيبه (2)، أما الدرجتان الأخريان فقط تحصلتا على ترتيب (3) و (4). في حين أن المشارك رقم (2) لديه درجات متعادلة لِـ: $X = 3$ للدواء (أ) والدواء (ب)؛ وبالتالي قد تحصلا على ترتيب (2.5). (2+3 = 2/5 تساوي 2.5). إن مجموعة الرتب كاملة يبينها الجزء من الجدول (20 – ب).

(أ): جدول (20 ـ أ) الدرجات الأصلية للدواء

المشارك	دواء بدون مفعول (مهدئ للمريض)	عقار (أ)	عقار (ب)	عقار (ج)
1	3	4	6	7
2	0	3	3	6
3	2	1	4	5
4	0	1	3	4
5	0	1	4	3

(ب): جدول (20 ـ ب) ترتيب حالات المعالجة بشكل منظم لكل مشارك

المشارك	دواء بدون مفعول (مهدئ للمريض)	عقار له مفعول (أ)	عقار له مفعول (ب)	عقار له مفعول (ج)
1	1	2	3	4
2	1	2.5	2.5	4
3	2	1	3	4
4	1	2	3	4
5	1	2	4	3
	$R_1 = 6$	$R_2 = 9.5$	$R_3 = 15.5$	$R_4 = 19$

المصدر: Frederick J. GRavetter and Larry B. wallnau , op.cit , p.685.

الفرض الصفري لاختبار فريدمان: [13]

بشكل عام، فإن الفرض الصفري لاختبار فريدمان يصاغ بالشكل التالي:

لا توجد فروق بين حالات المعالجة الخاضعة للمقارنة. فإذا كان الفرض الصفري فرضاً صحيحاً، فإن الرتب يجب أن تتوزع بشكل عشوائي؛ وبالتالي لا توجد أية نزعة بأن هذه الرتب لإحدى المعالجات تكون بشكل نظامي أعلى (أو أقل) من الرتب في المعالجات الأخرى. وعليه، فإن الفروض المتعلقة باختبار فريدمان يمكن أن تصاغ بالشكل التالي:

Ho: لا يوجد فرق بين المعالجات. وعليه فإن الرتب في إحدى حالات المعالجة لا يجب أن تكون أعلى أو أقل من الرتب في أية معالجة أخرى.

Hi: يوجد فروق بين المعالجات، وعليه، فإن الرتب على الأقل في إحدى حالات المعالجة يجب أن تكون بشكل منظم أعلى أو أقل من الرتب في معالجة أخرى.

معادلة وحساب اختبار فريدمان:

لحساب اختبار فريدمان ينبغي للباحث اتباع الخطوات التالية:

1- ترتيب درجة كل مشارك من المشاركين الخمسة.

2- تجمع الرتب لكل فرد مشارك كما هو مبين في السطر الأخير من الجدول. فإذا كان الفرض الصفري فرضاً صحيحاً، فإن هذه المجاميع يجب أن تكون تقريباً بنفس الحجم. لأنه لا أحد من هؤلاء المشاركين لديه ترتيب أعلى أو أدنى من المشارك الآخر. وعلى الجانب الآخر، إذا ما وجد فرق ثابت بين هؤلاء المشاركين، إذاً على الأقل واحد من هذه المجاميع يجب أن تكون لافتة للنظر بأنها أكبر (أو أصغر) من مجموع مشارك أخرى.

ويشار إلى مجموع الرتب لكل مشارك بالرمز R_1، R_2 وهكذا... ففي الجدول (ب) نجد أن المعالجة الأولى (الدواء المهدئ Placebo) يصل مجموعها إلى $R_1 = 6$ في حين يصل مجموع المعالجة الثانية $R_2 = 9.5$، والمعالجة الثالثة $R_3 = 15.5$، في حين يصل مجموع المعالجة الأخيرة إلى: $R_4 = 19$.

أما باقي الرموز المتعلقة باختبار فريدمان تحتوي على n و K والتي تقابل عدد الأفراد في العينة وعدد حالات المعالجة على التوالي. ففي البيانات الواردة في جدول (ب) فإن: N = 5 و K = 4.

ولما كان اختبار فريدمان اختباراً لتقييم الفروق بين المعالجات من خلال حساب إحصائي الاختبار التالي:

$$X_r^2 = \frac{12}{nk(k+1)} \sum R^2 - 3n(k+1)$$

لا حظ أن الإحصاء تم تعيّنه كمربع كاي (X^2) مقروناً برمز سفلي (r) ويقابل إحصاء مربع كاي (X^2) للرتب.

إن إحصاء مربع كاي لديه درجات حرية تحدد من خلال: df=k-1 ويقيِّم من خلال القيم الحرجة في توزيعات مربع كاي. وباستخدامنا للبيانات الواردة في الجدول رقم (ب)، فإننا سنتحصل على الإحصاء التالي:

$$X_r^2 = \frac{12}{nk(k+1)} \sum R^2 - 3n(k+1)$$

$$X_r^2 = \frac{12}{5(4)(5)} \left((6)^2 + (9.5)^2 + (15.5)^2 + (19)^2\right) - 3(5)(5)$$

$$= \frac{12}{100}(36 + 90.25 + 240.25 + 361) - 75$$

$$= 0.12\ (727.5) - 75$$

$$= 12.3$$

وبدرجة حرية df=k-1=3، وقيمة حرجة لمربع كاي تساوي 9.35. عليه فإن القرار الذي نصل إليه هو رفض الفرض الصفري، وبالتالي نصل إلى نتيجة مفادها أنه توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين أحوال المعالجات الأربع.

لاحظ أنه في اختبار فريدمان ببساطة يمكننا القول بأنه توجد فروق دالة، في حين يمكننا القول عند التعامل مع اختبار أنوفا أنه توجد دلالة في فروق المتوسط. ولتفسير

نتائج اختبار فريدمان - مثله مثل كل الاختبارات ذات البيانات الترتيبية - لا يوجد شكل عام لإعداد تقرير حول النتائج المتحصل عليها من خلال هذا الاختبار؛ ومع ذلك، فإنه في إعداد التقرير المتعلق به ينبغي أن يحتوي على: القيمة المتحصل عليها بالنسبة لإحصاء مربع كاي، إضافة إلى القيم بالنسبة لدرجة الحرية df و N و P. بالنسبة للبيانات التي بين أيدينا التي تم البرهنة بها على هذا الاختبار، فالتقرير المعد ينبغي أن يدور حول النتائج التالية:

- بعد ترتيب البيانات الأصلية، فقد تم استخدام اختبار فريدمان لتقييم الفروق بين أربع حالات معالجة. وقد أشارت النتيجة أن هناك فروقاً دالة:

$$X_r^2 = (12.3(df = 3, n = 5), P < .05)$$

جدول (20 ـ 3) ملخص: مقارنة بين هذه المقاييس الأربعة

الاختبار	نمط العلاقات المختبرة	مستوى البيانات المطلوبة	تصميم الدراسة
مان-وتني U	تقييم الفرق بين حالتين	بيانات ترتيبية	بين الموضوعات: • عينات مستقلة • موضوع فردي
ولكوكسن (T)	تقييم الفرق بين حالتين	بيانات ترتيبية	داخل الموضوعات: • المقاييس المتكررة • الأزواج المتماثلة
كروسكال-وليز (H)	تقييم الفروق بين ثلاث حالات أو أكثر	بيانات ترتيبية	بين الموضوعات: • تصميمات غير مترابطة • (موضوعات مستقلة)
فريدمان	تقييم الفروق بين مجموعتين أو أكثر	بيانات ترتيبية	• مقاييس متكررة / أزواج متماثلة

الإرشادات العامة لاستخدام SPSS لحساب اختبار: مان وتني U، ولكوكسن T، كروسكال- وليز وفريدمان.

أولا: اختبار مان وتني U:

الإجراء المتبع:

بعد إدخال البيانات Data Entry يقوم الباحث بتحليلها وفقاً للإجراء التالي:

1- في القائمة المعروضة في الجزء العلوي من الشاشة: انقر فوق Analyze ⟸ Non-Parametric tests ⟸ و انقر على Independent 2 Samples.

2- التأكد من أن صندوق Mann-Whitney قد تم تحديده.

3- انقر فوق المتغير التابع، وانقله إلى مربع Test Variable List.

4- انقر فوق المتغير المستقل، وانقله إلى مربع Grouping Variable.

5- انقر فوق زر Define Groups واكتب قيمة Group 1، وقيمة Group 2، وأدخل قيمة 1 و 2 إلى مجموعة الصناديق الملائمة.

6- انقر فوق Contiue.

7- انقر فوق OK.

المخرجات Spss output:

يُنتج هذا الإجراء جدولين يعرض الأول عدد الدرجات، متوسط الرتب ومجموع الرتب لكل مجموعة. أما الجدول الثاني فيقوم بعرض نتائج الاختبار مشتملاً على قيمة U، ودرجة Z التقريبية، وقيمة مستوى الدلالة لكل من مان وتني، و Z (Asymp. sig 2-tailed). لاحظ أنه إذا كان حجم العينة أكبر من 30، فإن برنامج SPSS سيولد قيمة اختبار Z-approximation. فإذا كانت القيمة المحسوبة لـِ U من بيانات العينة أصغر أو مساوية

للقيمة الجدولية، فالباحث إذاً يمكنه الوصول إلى نتيجة مفادها أن الفرق بين المجموعتين ذو دلالة إحصائية.

ثانيا: اختبار ولكوكسن Wilcoxon test:

الإجراء المتبع:

بعد إدخال البيانات Data Entry يقوم الباحث بتحليلها وفقاً للإجراء التالي:

1- في القائمة الموجودة في الجزء العلوي من الشاشة انقر على:
Analyze ⟸ Non-Parametric tests ⟸ وانقر على Related Samples2

2- التأكد من أن صندوق Wilcoxon test قد تم تحديده Test type.

3- انقر فوق المتغيرات التي تمثل الدرجات في كل من 1، 2، وانقلها إلى مربع Test Paired List.

4- انقر فوق OK.

المخرجات Spss output:

إن الأمرين الأساسيين الَّلذَيْن ينبغي على الباحث التركيز عليهما من خلال الجدولين (جدول يعرض العدد "N"، ومتوسط الرتب، ومجموع الرتب - السالبة والموجبة -، والجدول الثاني يعرض نتائج الاختبار مشتملاً على القيمة التقريبية لدرجة Z، ومستوى الدلالة) هما قيمة Z، ومستويات الدلالة المرتبطة بها والتي يعبر عنها بـِ: Asymp. Sig. (2-tailed). فإذا كان مستوى الدلالة أقل أو مساوياً لـِ 05. (05. ، 01. ، 0.001)، فإنه بالتالي يصل إلى قرار مفاده بأن هناك فرقاً ذا دلالة إحصائية.

ثالثا: اختبار كروسكال ـ وليز Kruskal - Wallis:

الإجراء المتبع:

بعد إدخال البيانات Data Entry يقوم الباحث بتحليلها وفقاً للإجراء التالي:

1- في القائمة الموجودة في الجزء العلوي من الشاشة: انقر فوق:

Analyze ⟸ Non-Parametric tests وانقر K Independent Samples .

2- التأكد من أن مربع Kruskal - Wallis قد تم تحديده في جزء Test type.

3- انقر فوق المتغير التابع وانقله إلى مربع Test Variable List.

4- انقر فوق المتغير المستقل، وانقله إلى مربع Grouping Variable.

5- انقر فوق زر Define Range وأدخل القيم Minimum و Maximum في مربع Grouping Variable (على سبيل المثال) إذا استخدمت 1، 2 و 3 لبيان المعالجات الثلاث، أدخل Minimum of 1 و Maximum of 3.

6- انقر فوق Contiue.

7- انقر فوق OK.

المخرجات Spss output:

في هذا الاختبار ينبغي على الباحث التركيز على الجدول الثاني من المخرجات والذي يحتوي على قيمة X^2، ودرجة الحرية، ومستوى الدلالة Asymp.sig. ومن هنا يتوجب على الباحث أن يكون قراره كالتالي:

إذا كان مستوى الدلالة أقل من 0.05، فإن ذلك يعني أن هناك فرقاً دالاً إحصائياً.

رابعا: اختبار Friedman:

الإجراء المتبع:

بعد إدخال البيانات Data Entry يقوم الباحث بتحليلها وفقاً للإجراء التالي:

1- في القائمة الموجودة في الجزء العلوي من الشاشة: انقر فوق

Analyze ⟸ Non-Parametric tests انقر على K Related Samples

2- تأكد من اختبار Friedman test قد تم تحديده في جزء Test type.

3- انقر فوق المتغيرات التي تمثل موضوعات القياس 1، 2، 3.

4- انقر فوق OK.

المخرجات Spss output:

تحتوي المخرجات لهذا الاختبار على جدولين. الجدول الأول يبين متوسط الرتب لكل حالة معالجة. أما الجدول الثاني فيشتمل على نتائج الاختبار: قيمة مربع كاي (X^2)، درجة الحرية (df) ومستوى الدلالة (α) قيمة الفا للاختبار.

أسئلة للمراجعة:

1- رتب الدرجات التالية متى كان ذلك ضرورياً:

14، 3، 4، 0، 3، 5، 14، 3.

2- تجربة استخدمت عينة مؤلفة من N = 25 في العينة الأولى و10 = N في العينة الثانية. ولكي نجري اختبار مان – وتني U لـ: 50 = U مفترضاً أن هذا العدد هو أصغر قيمة U. ما هي قيمة U العينة الأخرى.

3- في دراسة أوضحت أن درجات عينة الأولاد (4) ودرجات عينة البنات (9) هي كالتالي:

درجة الأولاد: 21، 14، 17، 8

درجة البنات: 18، 25، 23، 21، 34، 28، 32، 30، 13

المطلوب: إجراء اختبار مان – وتني.

4- طبقاً لجدول مان – وتني، فإن قيمة U = 30 ، وهي دالة على مستوى 05. لكلتا العينتين N = 11. وإذا ما تم استخدام هذه القيمة في التوزيع القريب من الطبيعي Normal approximation، هل تولد لنا درجة Z في المنطقة الحرجة؟

5- أراد طبيب أن يختبر فعالية دواء جديد لالتهاب المفاصل وذلك لقياس قوة قبض اليد لدى المرضى قبل وبعد استخدام هذا الدواء. وقد كانت فروق الدرجات لعشرين من المرضى كالتالي:

+ 41 ،-2 ، + 25 ، 8- (لا تغير) 0 ، 14 + 34 + ، 16 + 46 + ، 3 +

وتمثل كل درجة الفرق في قوة قبض اليد. وتشير (+) إلى قوة قبض اليد بعد تناول الدواء.

المطلوب: استخدام اختبار T لتحديد ما إذا كانت هذه البيانات تقدم دليلاً كافياً مفاده أن الدواء الجديد لديه تأثير دال.

اختبر هذه البيانات على مستوى $\alpha = 0.05$.

6- البيانات التالية تحتوي على عينة مؤلفة من 7 أشخاص N = 7 وتم اختبار كل فرد من هؤلاء في وضعين مختلفين من المعالجة. والبيانات لهذه العينة يظهرها الجدول التالي:

المشاركون	المعالجة الأولى (1)	المعالجة الثانية (2)	الفرق
1	8	24	+ 16
2	12	10	− 2
3	15	19	+ 4
4	31	52	+ 21
5	26	20	− 6
6	32	40	+ 8
7	19	29	+ 10

المطلوب: إجراء اختبار ولكوكسن من خلال الخطوات التي تعلمتها من مطالعتك لهذا الفصل.

7- البيانات التالية تظهر نتائج جاءت من دراسة استخدمت عينات مستقلة لغرض المقارنة في أوضاع من المعالجات. بعد المعالجة فقد تم ترتيب كل الأفراد في العينات الثلاث. وأن حجم الرتب لـِ: T تم حسابه لكل معالجة.

3	2	1
11	1	8
5	7	2
9	6	4
12	3	10
15	13	14
$T_3 = 52$	$T_2 = 30$	$T_1 = 38$
$n_3 = 5$	$n_2 = 5$	$n_1 = 5$

المطلوب: إجراء اختبار كروسكال – وليز من خلال الخطوات التي تعلمتها من خلال هذا الاختبار؟

8- في دراسة أوضحت نتائجها أن طلاب المدارس الثانوية الذين هم بشكل منتظم يشاهدون بعض الرسوم المتحركة يسجلون درجات عالية مقارنة بنظرائهم الذين لم يشاهدوا هذه الرسوم. وإن نتيجة اختبار T للمقاييس المستقلة، تشير إلى فرق دال بين المجموعتين. ولإعادة البيانات هنا:

أ- هل اختبار مان - وتني، يشير أيضاً إلى فرق دال؟ (لاستخدام مستوى دلالة $\alpha = 0.05$).

ب- عادة ما يجرى اختبار كروسكال - وليز لتقييم الفرق بين ثلاث مجموعات من العينات أو أكثر. ومع هذا فإنه بالإمكان استخدام هذا الاختبار للمقارنة بين مجموعتين من العينات. احسب اختبار كروسكال - وليز مستخدماً درجة دلالة $\alpha = 0.05$ لتقييم الفرق بين هاتين المجموعتين من الطلاب. هل النتيجة التي سنتحصل عليها متسقة مع النتيجة المتحصل عليها من خلال اختبار مان - وتني.

9- مسح اجتماعي لعينة مؤلفة من 7 من الطلاب الجامعيين يطلب منهم أن يرتبوا بشكل منظم الاحتمالات الثلاثة التالية فيما يتعلق بأقرب الأشخاص في علاقاتهم الاجتماعية:

أ- صديق من نفس الجنس.

ب- صديق من الجنس المقابل.

ج- عضو من العائلة من أي من الجنسين.

والبيانات التالية تظهر في الجدول التالي:

الطالب	نفس الجنس	الجنس المقابل	أحد أعضاء العائلة
1	1	3	2
2	1	2	3
3	2	1	3
4	2	3	1
5	2	1	3
6	3	2	1
7	1	2	3
المجموع	12	14	16

المطلوب: إجراء اختبار فريد مان مستخدماً الإجراءات التي تعلمتها من خلال مطالعتك لهذا الفصل (مستوى الدلالة $\alpha = .05$).

10- نفترض أننا نرغب في دراسة المقاييس المتكررة لمقارنة ثلاث حالات من المعالجة مستخدماً نفس العينة المؤلفة من $N = 6$ مشاركين في كل معالجة. يطلب منك التفكير في احتمالين من النتائج المتطرفة لهذه الدراسة.

أ- تخيل أنه لا يوجد تداخل Overlap بين المجموعات الثلاث، وتحديداً. افترض أن كل المشاركين الستة تم ترتيبهم الأول في المعالجة الأولى، والثاني في المعالجة الثانية، والثالث في المعالجة الثالثة، في هذه الحالة، يكون حجم الترتيب للمعالجات الثلاثة هو $R_1=6$, $R_2=12$, $R_3=18$. السؤال المطروح للإجابة عليه هو: ما هي النتيجة المتوقعة لهذه البيانات من خلال اختبار فريد مان. احسب قيمة X^2.

ب- تخيل الآن أنه لا توجد فروق بين المجموعات الثلاثة من المعالجات. على سبيل المثال، فأن المشاركين الثلاث الأول لديهم ترتيب 1، 2 و 3. عبر المعالجات الثلاثة. وأن آخر المشاركين الثلاثة لديهم رتب 3، 2 و 1. في هذه الحالة فإن كل معالجة لديها نفس القيمة $R = 12$ للمجموع الكلي للرتب.

مرة ثانية: ما هي النتيجة المتوقعة لاختبار فريدمان، ثم أحسب قيمة X^2.

الهوامش والمصادر:

أولا: الهوامش:

1- Frederick J. Gravetter and Larry B. Wallnau , Statistics for The Behavioral Sciencies , 8th ed. , Wadsworth Cengage Learning , 2010 , P. 666.

2- Ibid , PP. 667 - 668.

3- Ibid , PP. 669 - 673.

4- Ibid , P. 672.

5- Ibid , P. 672.

6- Ibid , PP. 675 - 676.

7- Ibid , P. 676.

8- Ibid , P. 676.

9- Ibid , PP. 676 - 677.

10- Ibid , PP. 677 - 678.

11- Ibid , PP. 679 - 680.

12- Ibid , P. 683.

13- Ibid , PP. 684 - 687.

ثانيا: المصادر:

1- Frederick J. Gravetter and Larry B. Wallnau , Statistics for The Behavioral Sciencies , 8th ed. , Wadsworth Cengage Learning , 2010.

2- George Argyrous , Statistics for Social and Health Research With a Guide to SPSS , Sage Publications , London , 2001.

3- George DiEkhoff, Statistics for the social and Behavioral Scienaces: Univariate, Bivariate, Multivariate , MCGRAW-Hill Companies INC. USA , 1992.

4- جولي بالانت (ت) خالد العامري، التحليل الإحصائي باستخدام SPSS، دار الفاروق للنشر والتوزيع، مصر، 2009 م.