الفصل التاسع

معامل ارتباط الرتب كيندل(تاو)

Kendall rank order correlation coefficient

(Kendall s Tau)

يهدف الي قياس العلاقة أو الاتفاق بين متغيرين حيث ان الدرجات او القيم مرتبة من الاعلي الي الادنى او من الاكثر مرغوبة الي الاقل مرغوبية او من الافضل الي السيئ. ومعامل ارتباط كيندال تاو هو البديل لمعامل ارتباط سبيرمان الرتبي ويعتبر مقياس للاتفاق بين الرتب أو التصنيفات الترتيبية للمتغيرين (Agreement)، وعليه فان معامل كندال تاو يفترض ان المتغيرين من مستوي قياس رتبي علي المستوي القياس الفعلى، ولكن سبيرمان يمكن استخدامه لبيانات فترية او نسبية عندما لا يتحقق مسلمات بيرسون، ومعامل ارتباط سبيرمان يتعامل مع الرتب كدرجات، في حين يتعامل معامل ارتباط كيندل تاو مع عدد المقلوبات او المعكوسات Invenersions للرتب.

يستخدم كبديل لمعامل ارتباط سبيرمان عندما يوجد قواعد بيانات صغيرة مع وجود رتب مكررة (متشابهة) بمعني درجات كثيرة لها نفس الرتب وعلي الرغم ان معامل ارتباط سبيرمان الاكثر استخداماً في الدراسات والبحوث الا ان احصاء كيندل يعطي تقدير دقيق لمعامل الارتباط في المجتمع، والخطأ المعياري له معروف وكذلك فان معامل ارتباط كيندل تاو مفضل عن معامل ارتباط بيرسون للبيانات غير الاعتدالية. ويطلق عليه $\tau a, \tau b, \tau c$ معامل ارتباط tau, Kendall الاختبار هو كيندال، فاختبار كيندالτb يستخدم للجداول المربعة اى اذا كان للمتغيرين نفس العدد من المستويات مثل 2 X 2 أو 3 X 3 وبينما كندال τc يستخدم للجداول المستطيلة و حيث ان المتغيرين لهم عدد مختلف من التصنيفات مثل 3 X 2 أو 4 X 3 .

وهذه الصيغ الثلاثة $\tau a, \tau b, \tau c$ لها نفس البسط والاختلاف فى عدد الازواج التى لها رتب فى نفس الاتجاة Concordant وعدد الازواج التى لها رتب فى اتجاه

معاكس discordant . فالمقام في الصيغة τa هو العدد الكلي من الازواج والقضية في حساب τa هو الرتب المتشابهة Ties والمقام في الصيغة τb ياخذ في اعتباره الازواج من الرتب المتشابهة في احد المتغيرات بينما لا تاخذ في اعتبارها الرتب المتشابهة في المتغير الاخر. ومثل معامل الارتباط فان قيمته تكون من 1.00 – الي +1.00 ، فالقيمة 1.00 تشير الي اتفاق تام بين الرتب للمتغيرين بينما القيمة −1.00 تشير الي عدم اتفاق علي الاطلاق.

اختبارات الفروض لقضية بحثية (Siegel, 1956) :

اراد باحث دراسة معامل ارتباط كندال لمتغيرين وفيما يلي التراتيب للمتغيرين

الفرد	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
X	3	4	2	1	8	11	10	6	7	112	5	9
Y	2	6	5	1	10	9	8	3	4	12	7	11

حيث ان X تقديرات المحكم الاول ، Y تقديرات المحكم الثاني

الخطوات البحثية

1. **سؤال البحث:** هل توجد علاقة او اتفاق بين تراتيب X وتراتيب Y؟
2. **فرض البحث:** توجد علاقة او اتفاق بين تقديرات المحكم X و تقديرات المحكم Y
3. **متغيرات البحث:** X: رتبي ، Y رتبي.
4. **منهج البحث:** منهج ارتباطي.

5. **النمــــوذج الاحصــــائي**:احصـــاء النمـــوذج البســـيط اللابـــارامتري، والاختبـــار المناســـب: معامل كيندال تاو.

خطوات اختبارات الفروض الصفرية

1. الفروض الاحصائية:

(H0) : تقديرات المحكم الاول مستقلة عن تقديرات المحكم الثاني في المجتمع.

او لا علاقة بين تقديرات المحكم الاول وتقديرات المحكم الثاني في المجتمع.

(HA) : تقـديرات المحكـم الاول وتقـديرات المحكـم الثـاني معتمـدين او توجـد علاقـة بـين تقديرات المحكم الاول وتقديرات المحكم الثاني.

2. **الاختبــار المناســب ومســلماته:** اختبـار كينـدال تـاو ويتحـدد بالصـيغة الاتيـة (Siegel, 1956):

$$\tau = \frac{S}{\frac{1}{2}N(N-1)}$$

- S عدد المعكوسات.
- N عدد الازواج.

ويمكن تقديرها من المعادلة الاتية:

$$\tau = \frac{2S}{N(N-1)}$$

ويقدر الخطا المعيارى لكيندال τ كالاتى:

$$S\tau = \sqrt{\frac{2(2N+5)}{9N(N-1)}}$$

3. مســـتوي الدلالـــة الاحصـــائية وقاعـــدة القـــرار: تبنـــى الباحـــث ومســـتوي الدلالـــة الاحصائية α =0.05 ، ويكون التوزيع العينى اعتدالى اذا كان $N \geq 10$ هذا يسمح باستخدام التوزيع العينى التقريبى لكيندال τ باستخدام التقريب الاعتدالى لـ Z.

وتقدر الدلالة الاحصائية لهذا الاختبار كما حددها Howell (2013) كالاتي :

$$Z = \frac{\tau}{S_\tau}$$

$$Z = \frac{\tau}{\sqrt{\frac{2(2N+5)}{9N(N-1)}}}$$

وهى تعتبر بمثابة القيمة الجدولية لـ Z

وقاعدة القرار تعتمد على حجم العينة فإذا كان:

- $N \leq 10$ استخدم جدول Q (كوكران).
- $N > 10$ يمكن ان تقدر قيمة Z المرتبطة لـ τ باستخدام الصيغة السابقة ويفضل استخدام لحجم عينة 30 فأكثر.

وإذا كانت P الاحتمالية أقل من α يرفض الفرض الصفرى.

4. الحســابات : لابــد مــن اعــادة ترتيــب الرتــب فــي الجــدول الســابق حتــي نبــدأ بالحالــة التــي ترتيبها 1 و 1 ولكن اذا وجدت احد المتغيرات مرتبـة مـن الاصـغر الـي الاكبـر فـلا داعـى لاعـادة الترتيـب ويحسـب المعكوسـات علـي المتغيـر الاخـر وفـي البيانـات السـابقة الحالـة لا يوجد ترتيب من الاصغر للاكبر لاحد المتغيرات وعليه فلابد من اعادة الترتيب.

ويمكن تلخيص خطوات حسابه بالاتى:

أ – رتــب الملاحظــات او الــدرجات علــى المتغيــر x مــن 1 الــى N ورتــب الملاحظات او الدرجات على المتغير Y من 1 إلى N .

ب – أعد ترتيب مجموعة الرتب لـ X لتكون فى ترتيبها الطبيعى 1، 2 ، 3 ، ....N .

جـ – انظر إلى رتب Y بعد ترتيب X وحدد قيمة S فى ضوء رتبY .

د– تاكد من عدم وجود رتب متشابهة لتطبيق المعادلة السابقة .

الفرد	X	Y
D	1	1
C	2	5-
A	3	2-
B	4	6-
K	5	7-
H	6	3-
I	7	4-
E	8	10-
L	9	11-
Q	10	8-
F	11	9-
J	12	12-

وعلي ذلك فان المتغير X له ترتيب طبيعي ومرتب من ثم فان عدد المعكوسات تقدر في ضوء المتغير Y وللرتبة1 نقدر عدد الرتب التى اعلى منها وتطرح منها الرتب التي اقل منها فبالنسبة للرتبة 1 فى رتب المتغير Y نجد أن عدد الرتب التى تمثل الاتفاق (أكبر منها)11 وعدد الرتب التى تمثل عدم الاتفاق (اقل منها) صفر. وبالنسبة للرتبة 5 فى Y نجد ان عدد الرتب التى تمثل (الاتفاق) اكبر منها 7 وعدد الرتب التى تمثل عدم الاتفاق اقل منها 3 وهكذا لبقية القيم :

$$S = (11 - 0) + (7 - 3) + (9 - 0) + (6 - 2) + (5 - 2) + (6 - 0) + (5 - 0) + (2 - 2) + (1 - 2) + (2 - 0) + (1 - 0) = 44$$

وبالتعويض في القانون :

$$\tau = \frac{44}{\frac{1}{2}(12)(12-1)}$$

$$= 0.67$$

وهذه درجة العلاقة بين تقديرات المحكم الاول و تقدير المحكم الثانى.

وتقدر قيمة Z كالاتى:

$$Z = \frac{\tau}{\sqrt{\frac{2(2N+5)}{9N(N-1)}}}$$

$$= \frac{0.67}{\sqrt{\frac{2(2\times 12+5)}{(9)(12)(12-1)}}} = 3.03$$

5. القرار والتفسير: اذاً z المحسوبة = 3.03، والقيمة الاحتمالية P =0.0012 لرفض H0 وعليه فان: $0.0012(P) < 0.05(\alpha)$

نرفض الفرض الصفري وعليه يوجد اتفاق او علاقة بين تقديرات المحكمان.

معامل ارتباط كيندال تاو (τ) عندما يوجد رتب متشابهة Tied observations

عندما يوجد تكرار لدرجة ما او اكثر سواء كان علي المتغير x او المتغير Y فان الملاحظات او الدرجات المتماثلة تاخذ متوسط الرتب كما هو الحال في سبيرمان وبقية الاختبارات اللابارامترية ووجود الدرجات المتماثلة يغير من صيغة المعادلة الي الصيغة الاتية (Siegel ,1956) :

$$\tau = \frac{2S}{\sqrt{\frac{1}{2}N(N-1)-T_X}\sqrt{\frac{1}{2}N(N-1)-T_Y}}$$

حيث :

$$TY,x=\frac{1}{2}\sum t\,(t-1)$$

حيث Tx عدد الملاحظات المتشابهة في اي مجموعة متشابهة للمتغير X

$$TY= \frac{1}{2}\sum t\,(t-1)$$

TY عدد الملاحظات المتشابهة في اي مجموعة المشابهة للمتغير Y

مثال : لتراتيب تقديرات المحكم الاول وتقديرات المحكم الثانى

المفحوص	A	B	C	D	E	F	G	H	i	j	k	L
ترتيبX	3	4	2	1	8	11	10	6	7	12	5	9
ترتيبY	1.5	1.5	3.5	3.5	5	6	7	8	9	10.5	10.5	12

لاحظ ان 1.5 ، 1.5 هى فى الاصل 1 ، 2 وتم أخذ متوسطى الرتبتين 1 ، 2 ثم يعاد الترتيب مرة اخري:

المفحوص	D	C	A	B	K	H	I	E	L	G	F	J
X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Y	3.5	3.5	1.5	1.5	10.5	8	9	5	12	7	6	10.5

ثم تقدر قيمة S في ضوءY كالاتي:

$$S = (8-2)+(8-2)+(8-0)+(8-0)+(1-5)+(3-3)+(2-3)+(4-0)+(0-3)+(1-1)+(1-0)=25$$

حيث : (3−0) للرتبة 12 تعنى وجود ثلاثة تراتيب اصغر منها التى تليها و(0) عدد الرتب الاكبر من 12

ثم بعد ذلك نحددTx و T_Y:

$$Tx = 0$$

للمتغير Y يوجد ثلاث رتب مكررة حيث يوجد فردين للرتبة 1.5 وفردين 3.5 و فردين 10.5 في اي من الحالات الثلاثة t =2 ويمكن :

$$=\frac{1}{2}\left(2(2-1)+2(2-1)+2(2-1)\right)=3$$

وعليه فان: $25Tx = 0$, $TY = 3$, $= Ns,= 12$

وبالتعويض فى المعادلة :

$$\tau = \frac{25}{\sqrt{(0.5(12)(11)-0)(0.5(12)(11)-3)}} = 0.39$$

واذا لم تصحح قيمه τ من التكرارات المتماثلة وطبقنا المعادلة التي لا تضع فى حسبانها للتكرارات المتماثلة فان $0.38 = \tau$، لاحظ ان التصحيح من الرتب المتشابهة صغير نسبياً.

وقد يتساءل البعض ما الفرق بين معامل ارتباط سبيرمان rs ومعامل ارتباط كيندال τ؟، للاجابة علي هذا السؤال تم حساب معامل ارتباط سبيرمان لبيانات المثال السابق(بدون رتب متماثلة) فان قيمتها $rs = 0.82$ بينما معامل ارتباط كندال $\tau = 0.67$ وعليه فان القيمتين مختلفتين وايضاً للمثال الذى يتضمن تكرارات متماثلة يتضح ان $rs = 0.39$, $\tau = 0.62$ وهذا يوضح ان τ , rs لهما قيم مختلفة ولا يمكن مقارنتهما مباشرة ببعضهما البعض (Siegel, 1956) وايضاً يوجد فرق اخر اشار إليه Linebach et al. (2014) وهوان الفرق الرئيسى بينهما ان نتائج معامل ارتباط كيندال تستخدم فى تقدير معامل الارتباط الجزئىPartial correlation بينما لا تستخدم قيمة معامل ارتباط سبيرمان فى تقديره، وعلى الرغم من ذلك فإن كلاً من المعاملين لهما نفس القدر من المعلومات والكفاءة النسبية فى اختبارات الفروض ولهما

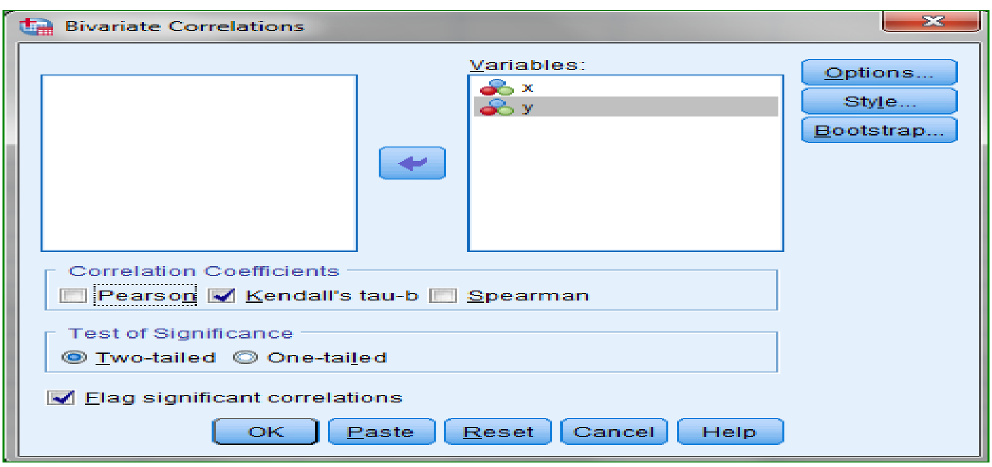
نفس القوة للكشف عن وجود العلاقة في المجتمع . فكلاهما يرفض الفرض الصفرى عند نفس مستوى الدلالة الاحصائية.

تنفيذ معامل ارتباط Kendall's Tau فى SPSS

اولاً : ادخال البيانات: 1. اضغط Variable view ، تحت عمود Name اكتب مسمي المتغيرات كالاتي : المتغير الاول X ، المتغير الثاني Y

2. اضغط علي Data view (اسفل الشاشة) يوجد متغيرين في عمودين، ابدأ في ادخال البيانات.

ثانياً: تنفيذ الامر: 1.اضغطBivariate → Correlate → Analyze تظهر الشاشة:



2. انقل المتغيرين X ، Y الي مربع Variables

3. اضغط علي Kendalls tau- b ثم اضغط OK

ثالثاً : المخرج:

```
NONPAR CORR
  /VARIABLES=x y
  /PRINT=KENDALL TWOTAIL NOSIG
  /MISSING=PAIRWISE.
```

Nonparametric Correlations

Correlations

			x	y
Kendall's tau_b	x	Correlation Coefficient	1.000	.667**
		Sig. (2-tailed)	.	.003
		N	12	12
	y	Correlation Coefficient	.667**	1.000
		Sig. (2-tailed)	.003	.
		N	12	12

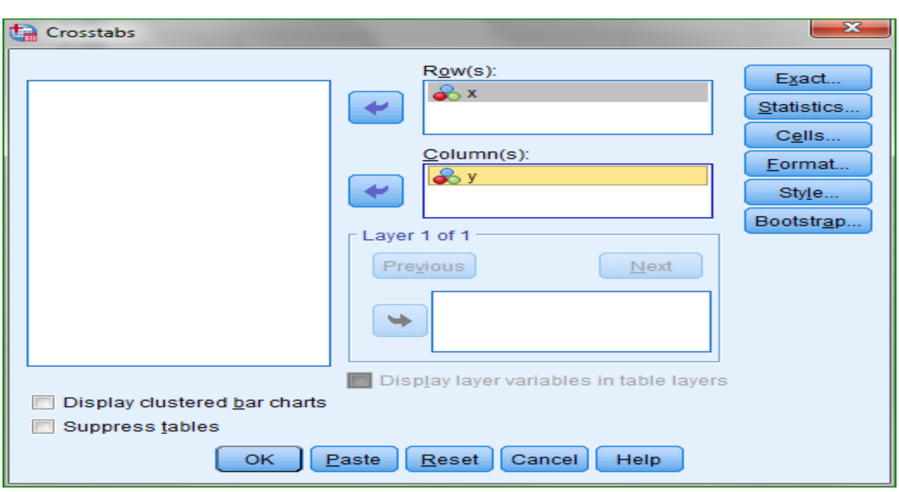
**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

اعطي مصفوفة ارتباط القيم فوق القطر مثل القيم تحت القطر حيث اعطي في الخلية ثلاثة قيم:

- 0.667: قيمة معامل ارتباط كيندل
- 0.003: قيمة P الاحتمالية وعليه $0.003 < 0.05$
- 12 : حجم العينة.

وعليه يرفض الفرض الصفرى H_0 وبالتالي يوجد ارتباط او اتفاق بين تراتيب X وتراتيب Y، ومعامل الارتباط قوي وطردي. ومعامل ارتباط سبيرمان لهذه البيانات: $r_s = 0.818$ ، بالتالي حدث تعارض بين قيمتي معامل الارتباط ولكن التقدير الدقيق لصالح كيندل تاو.

طريقة اخرى: 1.اضغط Analyze → Descriptive statistics → Cross tabs تظهر الشاشة الاتية:

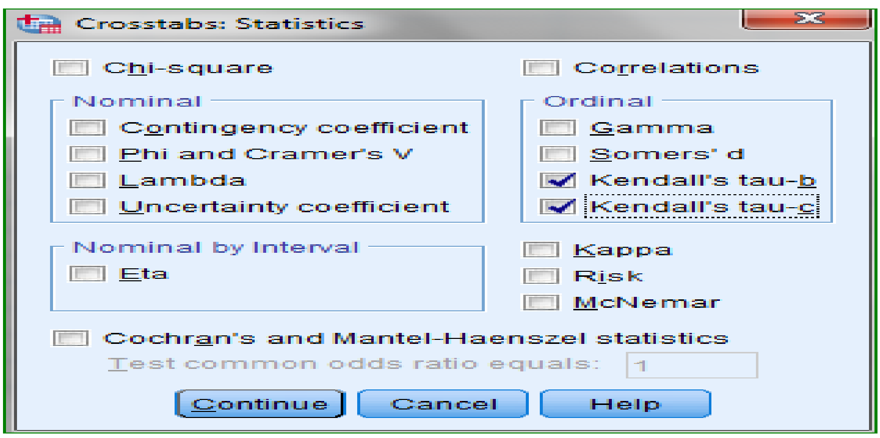


2. انقل X الي مربع Row(s)

3. انقل Y الي مربع Column(s)

4. اضغط Statistics علي

يمين الشاشة تظهر الشاشة الاتية:



5. في مربع Ordinal اختار Kendall's tau-b و Kendall's tau-c

6. اضغط Continue، اضغط OK

المخرج:

Symmetric Measures

		Value	Asymptotic Standardized Error[a]	Approximate T[b]	Approximate Significance
Ordinal by Ordinal	Kendall's tau-b	.667	.104	6.441	.000
	Kendall's tau-c	.667	.104	6.441	.000
N of Valid Cases		12			

a. Not assuming the null hypothesis.

اعطـي نفس القيمـة لـ Kendall's tau-b, c وهـي 0.667 ويحـدث اخـتلاف بينهمـا اذا وجـدت رتــب متشــابهة لا يمكــن لــ Kendall'sc اجـراء تصـحيح للرتــب المتشــابهة. وان قيمـة Approximate Sig = 0.000 وعليـه يوجـد اتفـاق او ارتبـاط دال احصـائياً عنـد 0.01 بين تراتيب X وتراتيب Y .