العقل الاستبعادي
وهم الاكتمال

«دراسه في مفهوم الاكتمال من طاليس حتى جودل»

فهرسة أثناء النشر/ إعداد الهيئة العامة لدار الكتب والوثائق القومية. إدارة الشئون الفنية

المسبكاوي، محمد

العقل الاستبعادي: وهم الاكتمال «دراسه في مفهوم الاكتمال من طاليس حتى جودل»/ د. محمد المسبكاوي. - القاهرة: نيو بوك للنشر والتوزيع/ ط ١ / القاهرة: ٢٠١٩م.

١٩٥ص؛ ١٧×٢٤سم

تدمك: ٢-١٤-٩٩٦٠-٩٧٧-٩٧٨

رقم الإيداع: ٢٠١٩/١٧٨٩٦

١- العقل

أ- العنوان ١٢٨،٢

دار النشر:	نيو بوك للنشر والتوزيع
عنوان الكتاب:	العقل الاستبعادي: وهم الاكتمال «دراسه في مفهوم الاكتمال من طاليس حتى جودل»
المؤلف:	د. محمد المسبكاوي
لوحة الغلاف:	إهداء الفنانة/ إيمان خطاب (Iman Khattab)
رقم الطبعة:	الأولى
تاريخ الطبع:	٢٠٢٠

NEW BOOK
نيو بوك للنشر و التوزيع

نيو بوك للنشر والتوزيع

٦ عمارات الدفاع الوطني - حدائق القبة - القاهرة
ت: ٠١٠٩٢٦٧٣٢٧٤
newbooknb@gmail.com

العقل الاستبعادي
وهم الاكتمال

«دراسه في مفهوم الاكتمال من طاليس حتى جودل»

د. محمد المسبكاوي

NEW BOOK
نيو بوك للنشر و التوزيع

فهرس

المقدمة

المنظومـه المعرفيـه الغربيـه أخذت دومًا شـكل البنيه مـن حيث أنها تشـتمل عـلي مجموعـه مـن الحقائـق الأوليـه أو القضايا الأوليـه بلغة منطقيه. هذه الحقائق أو القضايا تمثل الأسـاس لهـذه البنيه . حيث أن هذه الحقائق أو القضايا كانت تمتلك مفهوم الحقيقه المطلقه أو الصدق المطلـق ثم بعد ذلك مفهوم الحقيقه أو الصدق الافتراضي في المنظومات المعرفيـه المعاصره، وانطلاقا من مفهوم الحقيقه والصـدق الذي تملكه يمكن أن نصل إلى حكم حول صدق أو بطلان كل العبارات التأوليه أو العبارات المعرفيه. وذلك أما من خلال استخدام آليات عقليه فضفاضه مثل آليات التأويل المختلفه أو اسـتخدام آليات محدده كما في الانسـاق المنطقيه والرياضيه ثم بعد ذلك الفزيائيه. وهنا تنشأ الشموليه والتساؤل حول الاكتمال حيث يعبر العقل الاستبعادي عن نفسه. وهو التساؤل حول إلى أي مدى نسطيع أن نقر بأن مجموعة الأسـس كافيه للبـت في كل القضايا المطروحه داخل بنيه معرفيه ما سـواء كانت فزيائيه أو رياضيـة. وكذلـك كان الأمر البنيات الميتافزقيه وأن كان التسـاؤل عن اكتـمال هذه البنيات الميتافزقيه لم يكن صرحيا كما كان الأمر في الانسـاق المنطقيه وإن كان شرط ضمني مؤسس لها.

بتطور العلم وبنطور المنطق تغيير مفهومنا عن طبيعة الصدق للقضايا المؤسسـه فقد تغيير مفهومنا عن هذه القضايا المؤسسه من كونها بديهيات مطلقة الصدق إلى مجرد قضايا اختياريه افتراضيـة الصدق. ولكن خلف هذا التغير الثوري الجوهري بقي التسـاؤل حول اكتمال هذه القضايا ثابتا كمطلب أساسي وكصفة جوهرية لهذه القضايا الأوليه.

فهاهـو هليـبرت في مؤتمر الرياضيات العام لسـنة 1900 يضع مسـألة اثبات اكتمال نسـق الإعداد كأحد القضايا الرئيسه العالقه في فلسفة الريضيات ضمن عشرين مسألة أخرى والتي

ينبغي البت فيها. ونسـق الإعداد تكمن أهميته في أنه النموذج للانسـاق المعرفيه المعاصره كما كانت الهندسة النموذج للانساق القديمة. ليتصدى جودل في أطروحته للدكتوراه لهذه المسأله ليثبت أنه في نسق كهذا ستكون دائمًا قضية لا يمكن البت فيها من خلال القضايا الأوليه للنسق وبالتالي سـتكون مسلمه جديده تضاف إلى مجموعة القضايا الأولية وهكذا في عملية لا نهائية. وبالتالي يقدم إثبات حاسم على عدم اكتمال نسق الإعداد.

وكان لهذا الإثبات دور على مستوى كل الانساق المعرفيه حيث أصبح شرط الاكتمال ليس شرطـا جوهريا للبنيه المعرفيه وبالتالي التخفيف من طابعها الاسـتبعادي حيث تترك مسـاحه دائمه ضبابيه على تخوم المنظومة، حيث المقولات التي لا يمكن البت فيها وبذلك تكون المنظومه مشروع منفتح للتطور الدائم. وتترك مساحة أيضًا لتفسيرات أخرى لمنظومات موازية.

وهـذه هي الإشـكالية الكـبرى التي يعـبر عنها شرط الاكتـمال، في أن البنيـة المعرفية لها آليـه مطلقة ومعايـير مطلقة في تحديد الحقيقة من البطلان. وهذا هو ما أدى إلى شـمولية البنيه المعرفيه وأليتها الاسـتبعاديه والذي أدى إلى صراعات البنيـات المعرفيه المختلفه هذا من جهه ومن جهة أخرى أدى أيضًا إلى عقم البنيه المعرفيه الواحده وعجزها عن التجاوز الثوري. وفي هذا الكتـاب نوضح تطور مفهوم الاكتمال وتبلوره من طاليـس حتى جودل وعلاقته بالطابع الاسـتبعادي للعقل الغربي المعبر عنه في كل مسـتويات البنيات المعرفيه. وإلى أي حد اسنطاع هذا العقل تجاوز هذا الطابع الاستبعادي.

د. محمد المسبكاوي

مصر الجديده

17 اكتوبر 2019

الفصل الأول

المفهوم المنطقي للاكتمال وتطوره في المنطق المعاصر

الفصل الأول

المفهوم المنطقي للاكتمال وتطوره في المنطق المعاصر

مقدمه

يتناول هـذا الفصل محاولة لتحديد معنى مفهوم الاكتـمال باعتباره مفهوماً نسـقياً. فهو أحد المقومات الرئيسـية في النسق الأكسيوماتيكي. ونقوم بهذا التحديـد للمفهوم من خلال تحليل النسـق الأكسـيوماتيكي لمنطق القضايا بشكل خاص وذلك لعدة أسباب:

أولاً: لأن العديد من مفاهيم النسـق الأكسـيوماتيكي له علاقة مع عبارات منطق القضايا، وبشكل خاص مفهوم الاكتمال.

ثانياً: أن منطق القضايا هو المنطق الأكثر جوهرية من فروع المنطق الأخرى حيث إن كل فرع من فروع المنطق مثل منطق الحدود أو منطق المحمولات يفترض منطق القضايا.

ومـن خلال هـذه العلاقة سـننتقل إلى أول تحديد للمفهوم اللغوي. فعلى أي مسـتوى لغوي يمكن أن نتحدث عن مفهوم الاكتمال.

وعلى ضوء هذا التحديد سنتمكن في الفصول القادمة الحديث عن الأصول الفلسفية لمفهوم الاكتـمال. ودور أهميـة الأكتمـل في تطور المنطق والعلـوم الرياضية وكذلـك دوره في تطور العلـوم الطبيعية. وإذا كان الاكتمال هو أحد شروط النسـق الأكسـيوماتيكي، أذن فلتحديد معنى الاكتمال بشكل دقيق علينا أولاً أن نحدد معنى النسق الأكسيوماتيكي.

أولاً: تطور مفهوم الاكتمال من خلال النسق الأكسيوماتيكي

أ- نشأة مفهوم الاكتمال كمسلمة داخل النسق

النسق الأكسيوماتيكي هو النسق الذي يحدد مجموعةً من القضايا وتسمى مسلمات النسق ونستطيع أن نشتق نظريات النسق من هذه المسلمات وذلك عن طريق عمليات أستنباط منطقية[1].

ويلخص روسير معنى النسق الأكسيوماتيكي بقوله هو اختيار مجموعة من القضايا بوصفها مقبوله، وإنطلاقاً من هذه القضايا ومن خلال مجموعة من القواعد المحدده نصل إلى مجموعة أخرى من القضايا مقبولة أيضاً - النظريات (Theormes)[2]. إذن فنحن ننقل صفة ما أعطيناها لمجموعة من القضايا إلى مجموعة أخرى من القضايا وذلك من خلال قواعد محددة سواء كانت هذه الصفة كونها مقبولة أو صادقة. وهذه القضايا الأولية التي ننطلق منها ليس لها أي خاصية مميزه تجعلها كذلك فهي ليست بديهية، وليست واضحة حدسياً، إنها محض قضايا اختيارية. وهنا يؤكد كارناب على أن كلمة مسلمة (Axiom) والتي على أساسها يتم تسمية النسق - لا تفهم من خلال المعنى القديم للكلمة والذي كان يشير إلى القضايا البديهية (self - evident) أي القضية الواضحة حدسياً والتي لا تحتاج إلى برهان، فأي قضية يمكن اختيارها كمسلمة[3].

وهنا يرى بلانشيه أن الفرق الرئيسي بين النسق الاستنباطي والنسق الأكسيوماتيكي هو أن النسق الاستنباطي تكون القضايا الابتدائية فيه بديهية حدسية، بينما النسق الأكسيوماتيكي هو الذي لا تتصف قضاياه الابتدائية بأية صفة ذاتية فيها تميزها[4].

---

(1) Carnap, Rudolf, Introduction to Symbolic Logic and its Application. T/Willam. H. Mayer, John Wilkinson, Dover Publication,New york, 1958 P. 171 .

(2) Rosser, J, Barkley, Atwell R. Turquelte. Many valued logics, North Holland Publishing Company of Amsterdam, 1952, P 27.

(3) Carnap, op. cit, P171.

(4) انظر. Blanche, R, Axiomatic, T/G.P, Reene, free Press of Glencoe,1962, P 6

وتتمثل رؤية القضايا الابتدائية بوصفها بدهية عند أرسطو على المستوى الأنطولوجي باعتباره قانون عدم التناقض هو المسلمة الأولى لأنه لا يحتاج إلى برهان نظراً لوضوحه الحدسي.

=

الاكتمال هو أحد شروط النسق الأكسيوماتيكي. إذن فلتحديد معنى الاكتمال بشكل دقيق علينا أولاً أن نحدد معنى النسق الأكسيوماتيكي.

والنسق الأكسيوماتيكي هو النسق الذي يحدد مجموعة من القضايا الابتدائية وتسمى مسلمات (Axioms) النسق ونستطيع أن نشتق نظريات النسق من هذه المسلمات وذلك عن طريق عمليات أستنباطية منطقية[1].

ويعرف روسير على هذا النحو النسق الأكسيوماتيكي بقوله إن هناك مجموعة من القضايا الاختيارية تسمى مسلمات بحيث تكون القضايا الصحيحة (Valid) والتي لها القيمة صادق (true) إما أنها تنتمي لهذه المسلمات أو أنها يمكن اشتقاقها من خلال هذه المسلمات وذلك من مجموعة من الخطوات وباستخدام قاعدة إثبات المقدم[2].

وإذا كان للقضايا الابتدائية في النسق هذه الطبيعة الاختيارية (Arbirtary) إذن فلابد أن تحكمها مجموعة من القواعد.

فالحدس والبداهة كانا يقومان بدور هذه القواعد في النسق الاستنباطي، بمعنى أن البداهة مثلاً لن تكون قضاياها متناقضة.

وإلى هذا المعنى يذهب بلانشيه في تحليله لطبيعة النسق الاستنباطي، وذلك من خلال علاقته بأحد مشتقات مفهوم الاكتمال، فيقول إن النسق الاستنباطي نسق بات (categorical) حيث إن مبادئه صحيحة بشكل مطلق فلا يمكن أن نستنبط منها إلا قضايا صحيحة[3]. وبالتالي فإن

= انظر: Aristotle, Metaphysics, Works of Aristotle,WD. Ross Calrendone Press. 2nd eddition Oxford, 1928 . vol 8

وعلى مستوى المنطق فإن الشكل الأول للقياس هو أكمل الأشكال وبالتالي فإن جميع الأشكال الأخرى ترد إليه

(1) Cornap, Rudolf, Introduction to Symbolic Logic and its Application. T/Willam. H Mayer, John Wilkinson, 1958 Dover Publication. P 171

وسنترجم هنا (Valid) بمعني صحيح والصحة حيث إنها تشير إلى مفاهيم الصدق وشروطه بالنسبة للنسق بشكل عام أي الحديث عن شروط الصدق في اللغة المابعد نسقية للنسق.

(2) Rosser. J., Logic for Mathematicains, New york Mc Gaw - Hillboo R Company, 1953, P 54

(3) Blanche Robert, op, cit, P 6.

انظر علاقة النسق البات بالاكتمال هذا البحث صـ 23.

الطبيعة الاختيارية للمسلمات فرضت أن تحكمها مجموعة من المبادئ، ومن أهم هذه المبادئ مبدأ الاتساق (consistency) ومبدأ الاكتمال (completeness).

ب ـ الاكتمال وتعدد مستويات اللغة في النسق الأكسيوماتيكي:

إن الاكتمال والاتساق بوصفهما مبادئ للنسق يفترضان بشكل مباشر تعدد مستويات اللغة للنسق. حيث إنهما يعبران عن خاصية للنسق ككل وليس مجرد صيغة من صيغ النسق.

ويتضح هذا من خلال علاقة مبدأ الاكتمال بصيغة الثالث المرفوع، فيحدد بلانشيه معنى الاكتمال غير الصوري -informal- بقوله هو القدرة على إثبات أو رفض أي قضية في النسق[1].

أي أن الاكتمال يتأسس من خلال الثالث المرفوع بمعنى أن القضية ونفي القضية لا يكذبان معاً[2]. أي أن أحدهما على الأقل صادق وبالتالي نستطيع أن نبت في أي قضية.

وإلى هذا المعنى يذهب تارسكي حيث يعرف الاكتمال بقوله هو إمكانية البت في مشكلة - صيغت من خلال مفاهيم النسق- بواسطة مسلمات النسق وقواعد الأستنباط، ويرد تارسكي الاكتمال بهذه الصورة إلى قانون الثالث المرفوع، من حيث أن عدم الاكتمال هو مخالفة لقانون الثالث المرفوع لأنه يعني بأن قضيتين متناقضتين لا يمكن البرهنة على أحدهم وحسب قانون الثالث المرفوع ينبغي أن تكون إحداهما صادقة[3].

وهذه العلاقة بين مبدأ الاكتمال وقانون الثالث المرفوع تؤدي بنا إلى ضرورة تعدد مستويات لغة النسق. فلا يمكن أن يكون مبدأ الاكتمال مبدأ يحكم صيغ النسق ككل وفي نفس الوقت يتطابق مع أحد صيغ النسق.

وتعدد مستويات اللغة يجعله يعبر عن معنى قانون الثالث المرفوع ولكن في مستوى لغوى أعلى وهي اللغة المابعد نسقية (metasystem).

ولكن الاكتمال في صياغته من خلال تطور الأنساق الأكسيوماتيكية لم يظهر بصورته

(1) Ibid, P 40.

(2) Ibid, P 40.

(3) تارسكي، الفرد، مقدمه للمنطق ولمنهج البحث في العلوم الاستدلالية ت/ عزمي إسلام (دكتور)، مراجعة فؤاد زكريا (دكتور) الهيئة المصرية العامة للتأليف والنشر، 1970، صـ72.

الصحيحة كمبدأ للنسق مصاغ من خلال اللغة المابعد نسقيه، ولكن هيلبرت قد صاغه في البداية كمسلمة داخل الأنساق المختلفة، ثم صاغه بعد ذلك في شكله الصحيح كصيغة ما بعد نسقية، بل وقد تحددت معالم اللغة المابعد نسقية من خلال مفاهيم الاكتمال والاتساق، وهذا ما نحاول توضحيه من خلال هذا التطور في صياغة مبدأ الاكتمال.

1- صياغة مبدأ الاكتمال كمسلمة نسقية:

لم يحدد هيلبرت مؤسس الاتجاه الصوري (Formalism) في البداية الاكتمال كشرط نسقي ولكن كان الاكتمال دائماً أحد مسلمات النسق[1]. سواء في نسق الهندسة الإقليدية التي قدم لها هيلبرت صياغة أكسيوماتيكية أو نسق مجموعة الأعداد.

فإذا نظرنا إلى نسق الهندسة الإقليدية سنجد هيلبرت يقدم مسلمات النسق على النحو التالي[2]:

أولاً: مسلمات التماس (conection) وهي سبع مسلمات يعبر هيلبرت من خلالها عن مكونات النسق ومن خلالها يعرف هيلبرت الخط والسطح والعلاقات المرتبطة بهما وطبيعته ومنها[3]:

مسلمةI1: لأي نقطتين أ و ب يوجد خط مستقيم يحتوى على أ و ب.

مسلمةI3: لأي ثلاث نقاط أ و ب و جـ ليست على استقامة واحدة فهي تحدد السطح α.

ثانياً: مسلمات التنظيم والترتيب (the Axioms of order) وهي خمس مسلمات ومنها[4]:-

مسلمةII1: إذا كان أ و ب و جـ ثلاث نقاط وكانت ب تقع بين أ و جـ فإن ب تقع أيضاً بين جـ و أ.

(1) Zach, Richard, Completeness Befor Post Bernays Hilbert and the Development of Proposition Logic, the Bulletin of Symbolic Logic, volum 5, Number3, 1999, P340.

(2) انظر تفاصيل هذا النسق في :

Hilbert, David, Foundation of Geometry, T/E J Towsend, The Open Cort Publishing Company, 1950, P 1-16.

(3) Ibid, p 2.

(4) Ibid, p 3.

ثالثا: مسلمة التوازي «Axiom of parallel»[1]:

في السطح α يمكن من خلال النقطة أ التي تقع خارج المستقيم (ب) رسم مستقيم واحد وواحد فقط ولا يتقاطع مع المستقيم (ب).

رابعاً: مسلمات التطابق (Axiom of congreunc)[2]:

وتحتوى على خمس مسلمات تدور حول شروط ومعنى التطابق بين محتويات النسق. ومنها هذه المسلمات.

مسلمة IV1 - إذا كان لدينا النقطتين أ و ب على المستقيم (جـ) وإذا كانت هناك نقطة أَ تقع على مستقيم آخر (جـَ) فيمكن دائماً أن نجد النقطة بَ بحيث أن القطعة المستقيمة (segmant) أ ب أو ب أ تتطابق مع القطعة المستقيمة أَ بَ ويمكننا كتابة هذه العلاقة على النحو أ ب ° أَ بَ

رابعاً: مسلمات الأتصال (countiute axioms):

V_1 - مسلمة أرشميدس[3]:

لأي قطعتين مستقيمتين أ ب و ج د فهناك رقم ن بحيث يكون هناك قطعة مستقيمة ن (ج د) (أي أن طولها ن مرة طول ج د) إذا رسمت من أ على طول الخط أ ب فلابد وأن تتجاوز النقطة ب.

بمعنى أن أي قطعة مستقيمة مهما كان طولها فهناك إمكانية لوجود قطع أخرى أكبر منها على نفس استقامتها أي أن المكان قابل للامتداد اللانهائي.

---

(1) Ibid, p 7.

(2) Ibid, p 8.

(3) وتسمى هذه المسلمة نسبة إلى أحد نظريات أرشميدس والتي تنص على أن الخطوط والأسطح غير المتساوية يمكننا أن نجعل الأقل قيمة منها أكبر قيمة وذلك بأن نضيف إليها قيم تساوي قيمتها فإذا كانت أ>ب فإن ب + ب + ب +.....>أ

انظر J, Hjelmsev, Eudoxus Axiom and Arcimedes Lema, International Magazine of History of Science, .vol, 1950, P3

V_2 - مسلمة الاكتمال: (Completeness Axiom)

بالنسبة لمجموعة النقاط والخطوط المستقيمة والأسطح التي تشكل النسق فإنه من غير الممكن إضافة أية عناصر جديدة منها لهذا النسق و يبقى النسق خاضع لمجموعات المسلمات الخمس السابقة أي أن العناصر التي تشكل النسق لا يمكن تمديدها وفي نفس الوقت تبقى كل المسلمات صحيحة (valid).

ومسلمات الاتصال هذه هي التي تحدد معنى الاكتمال النسقي، فيحدد هيلبرت العلاقة بين مسلمات الاتصال بقوله بأن مسلمة أرشميدس هي التي توضح الحاجة إلى الأتصال بينما مسلمة اكتمال الخط هي التي تمثل الأساس لكل المسلمات الأخرى في النسق(1).

أي أن مسلمة أرشميدس تفترض قابلية المكان في الهندسة للامتداد - بحيث إن كل خط يمكن أن يتضاعف - ومسلمة اكتمال الخط تشترط أن أي أمتداد غير ممكن إلا إذ كان خاضعاً للمسلمات أي يمكن اشتقاقه منها.

و إلى نفس هذا المعنى يذهب زاك في توضيحه لمعنى مسلمة اكتمال الخط من حيث أنها تعني أنه لا يمكن توسيع نظام النقاط والخطوط والأسطح (plans) بإضافة محتويات جديدة ومع ذلك تبقى كل المسلمات الأخرى مقبولة (satisfied)(2).

وبالتالي فإنه لا يمكن إضافة شيء إلى النسق دون أن يؤدي ذلك إلى خلل في المسلمات الأصلية. بمعنى أن هذه المسلمات يمكن أن تشتق أي عنصر داخل النسق، وأي عنصر مضاف غير مشتق يؤدي إلى خلل في المسلمات.

وقد وسع هيلبرت بعد ذلك مسلمة اكتمال الخط وسماها مسلمة الاكتمال وتنص على أنه لا يمكن إضافة عناصر جديدة في نظام النقاط والخطوط المستقيمة والأسطح بحيث تبقى الهندسة خاضعة لنفس المسلمات(3).

---

(1) انظر Hilpert, David, op, cit, p 15-16.

(2) Zach Richard, op, cit. P 340.

(3) Steve Awodey, Erich H. Reck, Completeness and Categoricity, Part I 19th Century Axiomatic to 20th Metalogic, 2002, p13 http://philsci-archirve.pitt.edu/archirve/0000544.

وقـد وضـع هيلبرت أيضاً مسـلمة في نسـق الأعداد لتعـبر عن الاكتـمال وتنص هذه المسـلمة على أنه لا يمكن إضافة أي عناصر جديدة لنظام الأعداد دون أن يؤدي ذلك إلى تناقض[1].

ويصف هيلبرت هذه المسلمة بأنها عامة وينبغي أن تضاف إلى مجموعة المسلمات لأي نسق أكسيوماتيكي[2].

ونحن نرى أن مسـلمة الاكتمال لنظام الأعداد في صورتها السابقة تمثل مرحلة أكثر تطوراً من مسلمات اكتمال الخط في الهندسة الإقليدية في اتجاه الصياغة الصحيحة لمبدأ الاكتمال، في حين تعامل معظم الباحثين وعلى رأسهم زاك على أساس أن المسلمتين تمثلان مرحلة واحدة قبل البلورة النهائية للمبدأ على يد هيلبرت[3].

ويعود السـبب في قولنا بأن الاكتمال قد تطور خطوة في نسق الأعداد عنه في نسق الهندسة إلى نقطتين أساسيتين:

أولاً: أن هيلـبرت قـد وضح على نحو قاطع أن النسـق إذا أضيفت إليـه قضية بحيث تصاغ مـن خـلال حدوده ولا تسـتنبط منه فإن هذا يؤدي إلى تناقض داخل النسـق بينما في الهندسـة الإقليدية يشـير إلى أن هذا التوسع لن يخضع للمسلمات، والتعريف النهائي للاكتمال ينص على التناقض للنسق في حالة إضافة صيغة غير مشتقة ولا تنتمي للمسلمات.

ثانيـاً: أن هيلبرت في توضيحه لأهمية ومعنى المسـلمة في نسـق الأعداد أوضح أنها أساسـية لأي نسـق أكسـيوماتيكي عامة، بينما في نسـق الهندسـة تبدو أهميتها مرتبطة بطبيعة الهندسة من حيث هي امتداد مكاني، ولذلك ربط هيلبرت بينها وبين مسـلمة أرشـميدس من حيث أن كليهما يمثلان مسلمات الامتداد في الهندسة.

أذن فالاكتمال سـواء في نسق الهندسة الإقليدية أو في نسق الأعداد عن هيلبرت كان عبارة عن مسـلمة تضاف إلى بقية المسـلمات في النسـق، ولم يكن يمثل لغة نسـقية أعلى وبالتالي فإن

(1) Zach, Richard, op, cit, p 341.

(2) Ibid 341.

(3) انظر Ibid, p341.

الاكتمال في هذه الحالة مسلمة داخل النسق تمثل شرطاً لبقية المسلمات، وبالتالي فإن صياغتها على هذا المستوى اللغوي هي صياغة غير صحيحة.

2- صياغة مبدأ الاكتمال كشرط نسقي:

يذهب زاك إلى أن الصياغة النهائية لمفهوم الاكتمال تمثل نتيجة لمفهوم الاكتمال من حيث هو مسلمة داخل النسق، ولا يبقى سوى التعبير عن مبدأ الاكتمال بوصفه نظرية عن النسق[1].

ويصيغ هيلبرت الاكتمال بهذا المعني بقوله نستطيع القول بأن النسق يكون مكتملاً إذا كانت إضافة أي صيغة مكونة من حدود النسق، ولا يمكن اشتقاقها من مسلمات النسق تؤدي إلى عدم اتساق النسق[2].

ولتحديد معنى هذا التعريف فلابد لنا من تعريف كلمة اتساق حيث أن التعريف السابق يعتمد بشكل أساسي على معنى الاتساق.

ويعرف هيلبرت الاتساق بقوله إن النسق غير المتسق هو النسق الذي يمكن فيه أشتقاق صيغتين بحيث تكون إحداهما نفياً للأخرى[3]. أي أن النسق يشتق القضية ونقيضها في نفس الوقت.

فأي عبارة مصاغة داخل حدود النسق فهي إما مسلمة أو مشتقة من المسلمات، فليس هناك عبارة مصاغة بحدود وتعريفات النسق -وبالتالي لها قيمة داخل النسق- ولا تنتمي إلى النسق سواء في شكل نظرية أو مسلمة، وإلا أصبحت مسلمة جديدة، وبالتالي تكون المسلمات غير مكتملة. وبذلك يكون معنى الاكتمال أنه لا يمكن توسيع مجموعة مسلمات النسق لأنها تستطيع أن تشتق أي عبارة أو نفيها مصاغة من خلال النسق، أو أن تكون هذه العبارة أو نفيها إحدى مسلمات النسق. لأنه في حالة ما إذا لم تكن الصيغة أو نفيها مسلمة أو نظرية، فمعنى ذلك أنه ينبغي إضافتها كمسلمة، ولكن أفتراضها كمسلمة يؤدي إلى تناقض النسق، وبالتالي فإن مجموعة المسلمات كافية لأشتقاق أي صيغة ممكنة أو نفيها. أي أنه ليست هناك عبارة صادقة ألا أن تكون مسلمة أو نظرية[4].

(1) Ibid, p 341.

(2) Ibid, p 341.

(3) Ibid, p 341.

(4) وذلك لأن الصيغة ونفيها سواء النفي في المنطق الثنائي أو النفي الذي يقابله في المنطق المتعدد يقتسمان قيم الصدق=

وهذا ما يوضحه نيل (William Kneale) بقوله ليس معنى قولنا بأن النسق مكتمل أنه فقط كاف لإثبات كل الصيغ داخل النسق، ولكن بمعنى أقوى وأدق وهو أن إضافة أيه مسلمة سوف تؤدي إلى تناقض داخل النسق[1].

أذن فهيلبرت هنا يقدم تعريفاً للاكتمال والاتساق وهذا التعريف مصاغ من خلال لغة أعلى من لغة النسق ذاته.

ويقول زاك هنا في توضيحه للفرق بين قاعدة اكتمال الخط في الهندسة أو قاعدة الاكتمال في نظرية الأعداد من جهة وتعريفه السابق للاكتمال من جهة أخرى بقوله إن هيلبرت في هذا التعريف قد استطاع أن يميز بين مسلمة الاكتمال واكتمال المسلمات[2].

فالاكتمال لم يعد مجرد مسلمة داخل النسق بل هو خاصية للنسق ككل. فالتحول الأساسي بين التعريف الذي وضعه هيلبرت للاكتمال وبين مسلمة الاكتمال سواء في نسق الهندسة أو في نسق الأعداد الصحيحة -هو التحول من إضافة عناصر (elements) إلى إضافة صيغ والتي تتمثل في إضافة مسلمات جديدة وبالتالي فإن الاكتمال في هذه الحالة هو خاصية للنسق ككل[3].

وإذا كان الاكتمال من خصائص النسق ككل، فإن الحديث عن خصائص النسق ينقلنا إلى مستوى لغوي أعلى هو مستوى لغة النسق (metalanguge) فالأسئلة حول خصائص النسق بشكل عام مثل الاتساق والاكتمال هي في حقيقتها أبحاث ما بعد منطقية «investigation of meta logic»[4].

= والكذب في المنطق الثنائي أو القيم المحققة وغير المحققة في المنطق المتعدد، وبالتالي فإن أحدهما مشتق داخل النسق أو أنه مسلمة فيه.

(1) Kneale William and Kneale Martha, the Development of logic, Clarendon Press. Oxford, 1984, p696 .

(2) Zach, Richard op, cit, p 354.

(3) Ibid, p 354 .

(4) حيث أن ما بعد منطقي أو ما بعد رياضي كلها تشير إلى اللغة الما بعد نسقية ويختلف فقط طبيعة النسق عما إذا كان نسق منطق قضايا أو نسق يعبر عن نظرية الأعداد.

ثانياً: صياغة مبدأ الاكتمال وأنواعه

أ- الصياغة المابعد نسقية لمبدأ الاكتمال:

يتحدد مبدأ الاكتمال وأنواعه من خلال فهم طبيعة ومحددات اللغة المابعد نسقية.

ولتوضيح معنى هذه اللغة والفرق بينها وبين لغة النسق نفسه يقول كواين إن القول بأن القضية لها خاصية ما مثل كونها مثبته (مشتقة من قضايا أخرى) أو صفة سيمانتكية من حيث أنها صادقة أو كاذبة، فنحن هنا نضيف صفة لإسم القضية - القضية بوصفها متغير - وليس إلى القضيــة ذاتها مثل القول بــأن (1) محمد مريض (2) «محمد مريض» قضية صادقة فنجد هنا أن القضية (2) تتحدث عن القضية (1)[1].

إذاً فاللغة المابعد نسقية هي في جوهرها كما يوضح كواين عبارات عن صيغ النسق (sentence about sentence).[2] ويوضح تيلر (Paul Teller) هذا المعنى في تفرقته بين اللغة الشيئية (object languge) واللغــة المابعدية أو الشــارحة (metalanguge) بقوله أن اللغة الشــيئية هي اللغة التي نصيغ بها القضايا والصيغ المنطقية سواء في منطق القضايا أو منطق المحمولات، بينما اللغة المابعد منطقية هي اللغة التي تتحدث عن عبارات اللغة الشيئية ونعبر عن متغيرات هذه اللغة بالحروف الكبيرة مثل Z,S في مقابل الحروف الصغيرة s,z التي تعبر عن متغيرات اللغة الشيئية[3].

ولهذه اللغة المابعد نســقية فرعان أو محددان رئيســيان هما السيمانتك (semantics) التفسير أو الدلالة والسينتاكس (syntax) «التركيب»[4].

وإلى هــذا المعنى يذهب تيللر بقوله أن اللغة المابعد منطقية في أغلبها هي تعبير عن العلاقة بين السيمانتك والسينتاكس [5]. وسنوضح معنى كل مفهوم منهما على حده.

(1) Quine, w. v. Mathematical Logic, Camrideg, Harvared Universty Press, 1958 p 27.

(2) Ibid, P 27.

(3) Paul Teller, a modern formal logic primer predicate logic and metatheory vollum II, printice - Hall Inc, 1989, p157.

(4) انظر الفرد تارسكي، مقده للمنطق ولمناهج البحث في العلوم الأستدلالية، ت/ عزمي إسلام (دكتور)، الهيئة المصرية العامة للتأليف والنشر، 1970، مقدمة المترجم صـ 19.

(5) Paul Teller, op. cit. p 161.

أ- السينتاكس (syntax) (التركيب):

يعرف (تشرش Church) السينتاكس بمعنى عام بقوله هو الجزء الصوري الخالص من أيه لغة صورية (Formalized languge)، أي المجرد من أي تفسير[1].

بمعنى أنها مجرد علاقة بين الرموز تهتم بشكل الصيغ والعلاقات بينها دون النظر إلى معناها أو ما تشير إليه.

ويفرق تشرش بين السينتاكس من حيث هو خاصية داخل النسق ويسمى في هذه الحالة السينتاكس الأولى (elemantary syantics) وهو يهتم بكيفية تركيب الصيغ والمسلمات السينتاكس وكيفية البرهان داخل النسق و السينتاكس النظري (Theortical syantx) وهو يهتم بكل النتائج والإشكالات المتعلقة بالبنية الصورية للأنساق المنطقية ككل وذلك بشكل مجرد عن أي تفسير لها[2].

وبذلك يكون معنى السينتاكس كأحد محددات اللغة المابعد نسقية هو الحديث عن النسق بشكل عام على أساس العلاقات الشكلية بين صيغ النسق وذلك بمعزل عن أي تفسير لها، وذلك لصياغة وتوضيح المفاهيم والإشكالات التي تنشأ على ضوء هذه العلاقة ومن أهم المفاهيم المابعد نسقية التي تصاغ من خلال السينتاكس النسقي هو مفهوم القابلية للأشتقاق.

و يعرف تيللر هذه العلاقة على مستوى اللغة المابعد نسقية وذلك من خلال الرمز (⊢) والذي يعني أنه إذا كانت هناك مجموعة قضايا (Z) وأخرى (X) فإن قولنا Z⊢X يعني أن هناك علاقة سينتاكس (ما بعد نسقية) تربط مجموعة القضايا (Z) ومجموعة القضايا (X) وهذه العلاقة معناها أنه إنطلاقاً من القضايا (Z) يمكننا اشتقاق (إثبات) (X) وأن هناك برهان صوري على (X) لا يستخدم ألا مجموعة القضايا (Z)[3].

ب- السيمانتك (التفسير)[4]:

يعطي تشرش تعريف للسيمانتك على أساس أنه إذا كان السينتاكس هو التأكد من أن

(1) Church Alonzon, Introduction to Mathematical Logic, Princeton, New Jersey, 1956, p58.

(2) Ibid, p58.

(3) Teller, p, ob, cit, p163.

(4) فضلنا ترجمة السيمانتك بالتفسير بدلًا من الدلالة (المعنى) لأنها أقرب إلى المعنى الذي نريده فالتفسير هنا هو الذي يحدد علاقة النسق بالقيم الخارجية أو بالتطبيق وهذا هو معنى السيمانتك في اللغة الما بعد نسقية.

للصيغ المنطقية تركيب سـليم فإن تفسـير (intepertaion) هذه الصيغ سـواء بالقول بأنها تعبر عن قضايا أو أن لها قيم تنتسب إليها بطريقة محددة فهو قول ينتمي إلى السيمانتك[1].

ويفرق شرش أيضاً بين السـيمانتك في اللغة الشيئية والسـيمانتك على مستوى اللغة البعدية ويطلق عليه على هذا المستوى النظرية السيمانتكية (symantical theory)[2].

ويتضح مفهوم السيمانتك من خلال تعريف تارسكي الذي يعرفه بأنه هو ذلك الفرع الذي يتعامل مع العلاقة بين الصفة اللغوية، والأشياء أو وضع الحالات (state of affairs) التي تشير إليها من خلال هذا اللفظ[3].

ويحدد تارسكي الصدق كقيمة منطقية بقوله أن الجملة «الثلج أبيض تكون صادقة» إذا وأذا فقط كان الثلج أبيض[4].

إذن فاللفـظ صـادق (true) كقيمـة منطقيـة يمثل العلاقة بـين الصيغة المنطقيـة من جهة والتفسـير الـذي يعطي لها من جهة أخرى، وبالتالي فإن هذه العلاقـة أو القيمة هي التي تحدد الطبيعة السيمانتكية للمنطق بشكل عام.

إذن فعلاقـات الصدق والكذب تحدد السـيمانتك على مسـتوى النظرية السـيمانتكية كما يشير إليها شرش بعلاقة الصحة - Valdity- وعلى هذا الأساس يعرف تيللر العلاقة السيمانتكية (⊧) مـن حيث أنها تعبر عن الصحة على النحو التالي $Z \models X$ بمعنى أن كل التفسـيرات التي تجعل الصيغ (Z) صادقة تجعل أيضاً الصيغ (X) صادقة وذلك إذا كانت الحجة Z/X صادقة[5].

بمعـنى أنه إذا كانت Z تمثل مجموعة قضايا صادقة على حسـب تعريف تارسـكي للصدق و Z هـي مجموعة الأعداد المعرفة من خلال الجمع والطـرح مثلاً، فإن X هي أيضاً مجموعة صيغ رياضية خاصة بالأعداد وصادقة.

---

(1) Church. A, op cit p 64.

(2) Ibid, p65.

(3) Tarski, Alfred, the Concept of Truth in Formalized Languge, Logic. Semantic Metamathematics, t/j. Wooder, Oxford, 1956, p155.

(4) Ibid, p 165.

(5) Teller, op cit , p 164.

وهذا يقودنا إلى تعريف مفهوم من أهم مفاهيم السيمانتك على المستوى المابعد نسقي وهو مفهوم النموذج (Model)، ويشير النموذج إلى نطاق التطبيق للنظرية المنطقية بحيث تكون كل القضايا المشتقة من هذه النظرية صادقة بالنسبة لهذا النطاق التفسيري[1].

وبذلك يكون النموذج النسقي هو تفسير لمجموعة رموز وصيغ النسق بحيث يجعلها تنطبق على مجال من المجالات سواءً كان هذا المجال هو أحد فروع الرياضيات أو المنطق أو حتى الفيزياء وبذلك فإن السيمانتك بوصفه أحد محددات اللغة المابعد نسقية هو الذي يشكل مفهوم النموذج في الأنساق الأكسيوماتيكة.

وبالتالي يعتبر النموذج هو المجال التطبيقي لمجموعة العلاقات الصورية بين الصيغ ولمعنى الصيغ والرموز في النسق.

أذن فاللغة المابعد نسقية للمنطق تتكون من شقين أساسيين هما السينتاكس والسيمانتك[2]. يحدد الأول منهما مجموعة العلاقات الصورية بين الصيغ بمعزل عن أي تفسير أو معنى لها ويتمثل بشكل أساسي من خلال علاقة الاشتقاق حيث إن هذه العلاقة لا تهتم بمادة القضايا بل بإمكانية اشتقاقها من بعضها البعض (driveabillity). بينما يهتم السيمانتك بمجموعة التفسيرات التي تكتسبها هذه الرموز ويمكن من خلالها تحديد صدقها أو كذبها وتستطيع العلاقات أن تحدد علاقات الصدق بين الصيغ المختلفة من خلال هذا التفسير ويعبر عنها بشكل أساسي من خلال علاقة الصحة (Validty) التي تحدد علاقات الصدق بين الصيغ المختلفة. ونستطيع توضيح ذلك من خلال المثال التالي:-

إذا أخذنا الصيغة أ⊃ب = ~ (أ.~ ب) فإننا نفهم العبارة على مستوى السينتاكس على أساس أنه يمكن أشتقاق العبارة ~ (أ.ب) من العبارة أ⊃ب وذلك من خلال قواعد الأشتقاق وعلى ضوء التعريفات الصورية لكلاً من العلاقات (⊃) و(.) و(~) وذلك بغض النظر عن أي معنى لهذه

---

(1) Blanche, Robert, op cit, p36.

علاقة النظرية المنطقية السينتاكسبالتفسير السيمانطيقي كعلاقة منطق المحمول ونظرية المجموعات فنظرية المجموعات هي نموذج تفسيري لمنطق المحمول.

(2) انظر: Dumitriy, Anton, History of Logic, Abacus Press, Tunbridge Wells Kent, vol 4, England, 1977, p204-205.

العلاقـات كأن نفهم العلاقة (⊂) على أنها تعني ينتـج من (following from) و بغض النظر عن أي معنى للرموز أ و ب.

على أســاس أنه إذا كانت أ و ب قضايا منطقية - ينطبق عليهم معنى الصدق عند تارســكي- وكانت أ يلزم عنها ب قضية صادقة على أســاس هذا التفســير لـ أ و ب لكانت القضية القائلة (مــن الكــذب القول بــأن أ و ب قضيتــين صادقتين معاً) قضيــة صادقة أيضاً على أســاس نفس التفسير. أي أن التفسير الذي أعطيناه لـ أ و ب جعلنا نستطيع أن ننقل صفة الصدق من الصيغة الأولى إلى الثانية.

و يرى زاك أن التمييز بين هذين المفهومين -الســيمانتك والســينتاكس - بوصفهما مفهومين مــن مفاهيم ما بعــد منطقية كان إلى حد كبير أهــم إنجازات المنطق والدراســات المنطقية في القرن العشرين[1].

فالتمييز بين القابلية للأشــتقاق كمفهوم ســينتاكس والصدق كمفهوم ســيمانتك هو الذي أدى إلى ظهور مشــكلة الاكتمال والاتســاق كشروط أساسية للنســق وكذلك إمكانية التعبير عنهما من خلال صيغ اللغة المابعد نسقية.

ب ـ الصياغة الصورية للاكتمال:

إن القابليــة للاشــتقاق والصــدق (Valdity) بالرغم من تمايزهما إلا أنهــما متعلقان ببعضهما البعض[2]. و يشكل مفهوم الاكتمال بجانب مفهوم الاتساق طبيعة هذه العلاقة بين السينتاكس متمثلاً في قابلية الأشتقاق والسيمانتك متمثلاً في الصحة.

فصيغة الاكتمال صورياً من خلال مفردات اللغة المابعد نسقية هي على النحو التالي[3]:

يعتبر النسق الصوري مكتملاً إذا كان لكل Z,X إذا كان $Z \models X$ فإن $Z \vdash X$.

بمعنى أنه إذا أعطينا مجموعة القضايا Z تفســيرات تجعلها صادقة و بناءً على هذه التفســيرات ذاتها تكون X صادقة فأنه لابد وأن تكون أيضاً مجموعة القضايا Z كافية لأشتقاق X.

(1) Zach, richrad , op cit, p331.

(2) Teller, op cit, p161.

(3) Ibid p 163.

فـإذا أخذنـا المجموعة X على أسـاس أنها تمثل مجموعة المسـلمات فيكـون معنى الاكتمال النسقي أن أيه قضية صادقة لابد وأن تكون مشتقة، أي إذا كان التفسير الذي يعطي للمسلمات ويجعلهـا صادقة يجعل أيضاً هذه القضية صادقة، فإن هذه القضية لابد وأن تكون مشـتقة من هذه المسلمات.

فإذا كان التفسـير الذي يعطي للمسـلمات يجعـل قضية ما صادقة فلابد لهـذه القضية وأن تكون قابلة للأشتقاق من المسلمات.

والمعـنى الصوري للاتسـاق هـو عكس هذا المعني ولكنـه يتكامل معه ليشـكل العلاقة بين السـيمانتك والسـينتاكس فالاتسـاق هو إذا كانت X⊢Z فإن X⊨Z أي إذا كانت Z مشـتقة من النسق، أي إذا كانت Z مشتقة من النسق، أي إذا كانت Z مشتقة من النسق فإن Z أيضاً صادقة(1).

إذن فالاكتمال والاتساق يشـكلان معاً العلاقة بين السينتاكس والسيمانتك أو بين القابلية للأشـتقاق والصدق فيكون معنى الاتسـاق كل ما هو مشتق فهو صادق حتى لا نشتق القضية ونفيها - ويكون معنى الاكتمال بأن كل ما هو صادق فهو مشتق من مجموعة المسلمات.

وإذا نظرنا على أسـاس هذه الصياغة الصورية للاكتمال إلى التعريف الذي أعطاه هيلبرت للاكتمال سيقودنا هذا التحليل إلى أن الصورة التي أعطاها هيلبرت للاكتمال ليست علاقة بين السينتاكس والسيمانتك ولكنها علاقة ما بعد نسقية على مستوى السينتاكس فقط بمعنى أن أي عبارة ذات تركيب سـينتاكس سـليم ينبغي أن تكون هي أو نقيضها مشـتقة، وهو أحد أنواع الاكتمال كما سوف نوضح، ولكنه لا يمثل الاكتمال النسقي بمعناه العام.

وبذلـك فإن هيلبرت برغـم أنه يقدم تعريفـاً للاكتمال بوصفه مفهوماً للغة المابعد نسـقية وليس ملسـمة داخل النسق، ولكنه لا يقدمه بوصفه علاقة بين السينتاكس والسيمانتك. فحتى عام 1917 لم يكن هيلبرت يميز بعد بين السينتاكس والسيمانتك، هذا التميز الذي جاء بوضوح مع بيرنايز حيث وضع التفسـير المنطقي للقضية التي تتمثل بشكل دقيق من خلال قيم الصدق وبالتالي يمكن وضع التعريف السليم للاكتمال النسقي بعد إضافة البعد السيمانتكي، على أساس أن كل قضية صادقة لابد وأن تكون مشتقة(2).

---

(1) Teller Paule, op, cit 163.

(2) Zach Richard, op, cit p 335.

إذن فاللغة المابعد نسقية ذاتها تتضح طبيعتها من خلال مبادئ الاكتمال والاتساق، حيث أن الاكتمال والاتساق يمثلان العلاقة بين شقي هذه اللغة السينتاكس والسيمانتك.

ج ـ أنواع الاكتمال الصوري:

الاكتمال على ضوء هذا التعريف السابق من حيث أنه مصاغ بعبارات اللغة المابعد نسقية وعلى أساس أن محددات هذه اللغة هي السينتاكس والسيمانتك، ينقسم إلى عدة أنواع يعبر عنها الباحثان ستيف أودي و أريك في دراستهما حول الاكتمال على النحو التالي[1] :-

1- الاكتمال:

ويعبران عنه بقولهما هو اكتمال العلاقة (⊦) بالنسبة للعلاقة (⊧) وهو نفس تعريف الاكتمال كما عرضناه من حيث هو علاقة بين السينتاكس والسيمانتك وقد صنف أغلب الأبحاث هذا النوع من الاكتمال على أساس تسمية الاكتمال السيمانتكي.

فيعرف زاك هذا النوع بالاكتمال ذي المفهوم السيمانتكي[2]. ويعرفه سلوبكي (Slupeki) المنطقي البولندي بالاكتمال السيمانتكي فيقول أن النسق يعتبر كاملاً سيمانتكياً إذا و إذا فقط كانت كل جملة صادقة هي نظرية[3]. ولكننا سوف نتعامل مع هذا النوع بإسم الاكتمال فقط بدلاً من الاكتمال السيمانتيكي وذلك لسببين:

أولاً: أن هذا النوع هو النوع الأساسي للاكتمال وهوالذي يمثل المعنى الجوهري للاكتمال فكل الأشكالات التي أثيرت في هذا البحث حول مفهوم الاكتمال مثل مفهوم عدم الاكتمال عند جودل أوعلاقة الاكتمال بالمفارقة وكذلك البحث عن جذور الاكتمال في تاريخ الفلسفة كلها تعتمد على هذا النوع.

ثانياً: أن وصف الباحثين لهذا النوع بأسم الاكتمال السيميانتك يعود إلى التطور التاريخي لمفهوم الاكتمال في المدرسة الصورية بعض النظر عن مكانة ومعنى هذا النوع للاكتمال بين بقية الأنواع.

(1) Steve Awody, Erich Reck, op, cit, p 3-6.

(2) Zach, op,cit, p 355.

(3) J. Slupeki, L. Borkwski, Elements of Mathmatical Logic and set theory, T/O Wotasiewicz, (pwn polish), Seintific Publish 1st English Edition 1967, P70 .

حيث كان الاكتمال عند هيلبرت صيغة سينتاكس بسبب عدم تمييزه بين السيمانتك والسينتاكس حتى أدخل عليها بيرناز هذا المفهوم السيمانتك بعد تفرقته بين السينتاكس والسيمانتك، أذن فهذه التسمية مرتبطة فقط بالسياق التاريخي لتطور مفهوم الاكتمال بينما تبقى التسمية الأخرى «الاكتمال» معبرة عن دوره داخل الأنساق الأكسيوماتيكية.

و يقسم الباحثين ومنهم (نيل) هذا النوع من الاكتمال إلى اكتمال بالمعني القوي وهو الذي ينص على أن توسيع النسق بقضية صادقة غير مشتقة يؤدي إلى تناقض وا كتمال بالمعني الضعيف معني أن النسق يشتق كل ما هو صادق[1].

2- **الاكتمال السينتاكس:**

وهو الاكتمال الذي يتعامل مع علاقة القابلية للأثبات فقط، بغض النظر عن علاقتها بمفهوم «الصدق» أي هو الاكتمال الذي يتخذ من السينتاكس فقط مادة لصياغته، و يطلق عليه الباحثان (أودي و أريك) الاكتمال الاستنباطي على أساس أنه يعتمد بشكل أساسي على العلاقة ($\vdash$) والتي تعني القابلية للاشتقاق.

و يعبر عن هذا النوع من الاكتمال رمزياً على النحو التالي[2]:

لكل الجمل (a) إما $T \vdash \alpha$ أو $T \vdash -\alpha$.

ومعناها أنه لابد أن تكون القضية أو سلبها مشتقان من مجموعة النظريات (T) وهي التي تمثل مجموعة المسلمات للنسق.

و إلى هذا المعنى يذهب سلوبكي حيث يرى أن النسق يقال عنه أنه مكتمل سينتاكسياً (syntactically complete) إذا و إذا فقط كانت كل صيغة مكونة من لغة النسق إما أنها نظرية أو أدى إضافتها إلى المسلمات إلى تناقض[3]. وذلك بأفتراض أن النسق مكتمل بهذا المعنى فإن أي صيغة تنتمي سينتاكسياً إلى النسق بمعنى أنها مصاغة من خلال رموز

(1) Kneale William op cit, p 696.

ونحن نفضل في هذا البحث استخدام المعنى القوي حيث أنه يشمل المعني الضعيف للاكتمال كما أنه يعبر عن علاقة الاكتمال بالاتساق.

(2) Steve Awedey, Erich H. Reck, op. cit p.5.

(3) J. Slupeki, Borkwski , op cit p 71.

وعلاقات النسق فإن هذه الصيغة إما أن تكون مشتقة أو لا يمكن إضافتها للنسق دون تناقض.

ويذهب تشرش إلى أنه يمكن تحويل كل أنواع الاكتمال إلى الاكتمال السينتاكس فإذا كان الاكتمال بشكل عام هو ذا بعد سيمانتيكي بمعنى أن كل النظريات الممكنة لا تتعارض مع التفسير، بمعنى أن التفسير الذي من خلاله تكون القضايا الصادقة قضايا مشتقة هو الذي يجعل النسق مكتمل، ولكن من الممكن استبدال مفهوم التفسير بمفاهيم السينتاكس[1]. وبالتالي يمكن التعبير عن الاكتمال بشكل سينتاكس فقط.

وبشكل عام فإن تشرش يرى أن الاكتمال والاتساق كليهما يقومان نزعة سيمانتكية (semantyics motivation)[2]. وذلك باعتبار أنهما يقومان على العلاقة بين السيمانتك والسينتاكس. ولكنه يحاول تعديل هذا الأصل السيمانتكي ليأخذان الشكل السينتاكس فقط. وذلك لدراستهم بغض النظر عن التفسير الذي يعطي للنسق[3].

فيعطى على هذا الأساس أنواع عدة للاتساق السينتاكس يمكن من خلالها تعريف الاكتمال سينتاكسياً، فهناك الاتساق النسبي (relative consistence) بحيث أن هناك صيغة A يمكن تحولها إلى Á بحيث أنه لن يوجد قضية ⊢A و ⊢Á، حيث أن علاقة التحول تلك يمكن تفسيرها سيمانتكياً بمعنى النفي[4]. أي أنه دون التعامل مع النفي بشكل مباشر فهناك صيغة A وصيغة أخرى يدخل عليها عملية أحادية لتحولها إلى Á بحيث أن A و Á لا يمكن أن يشتقا معاً في النسق.

وعلى أساس معنى الاتساق السابق يقدم تشرش الاكتمال النسبي ومعناه أن النسق يكون مكتملاً بالنسبة للتحويل المعطى A إلى Á إذا كانت كل صيغة B إما أنها ⊢B أو أن إضافتها كمسلمة يعني عدم اتساق النسق بالنسبة للتحول السابق[5].

(1) Church, Alonzo, op cit. p 109.
(2) Ibid p 108.
(3) Ibid p 108.
(4) Ibid p 110.
(5) Ibid p 108.

ويعطي تشرش أيضاً تعريف الاتساق المطلق (absolute consistence) على أساس أن النسق يكون مكتملاً بشكل مطلق إذا لم تكن كل الصيغ فيه نظريات[1].

ومن خلال الاتساق السابق يقدم تشرش تعريفاً للاكتمال ويسميه الاكتمال المطلق ويكون النسق مكتملاً إذا كان لكل صيغة B إما $\vdash B$ أو أن إضافة B إلى النسق يجعله غير متسق بشكل مطلق.

وفي التعريفات السابقة يحاول تشرش عدم التعبير عن الاتساق وبالتالي الاكتمال من خلال علاقة النفي حيث إن هذا العلاقة تشير إلى السيمانتك من خلال تعبيرها عن تقابل القيم السيمانتكية (صادق، كاذب) للقضايا المتنافية.

ولكن هذه التحويلات لمبدأ الاكتمال إلى السينتاكس لا تتعارض مع أن (الاكتمال) من النوع الأول من حيث هو علاقة بين السيمانتك والسينتاكس علاقة الاكتمال الأساسية، وذلك لأن تحديد العلاقة بين القابلية للإثبات والصدق لا تكون إلا من خلال هذا النوع، كما أن التفسير أو السيمانتك يكون جزءاً لا يمكن تجاوزه أو تحويله إلى سينتاكس إذا كان النسق خاصاً بعلم الطبيعة مثل النسق الذي وضعه فون نيومان لفيزيائي الكوانتم أو النسق الذي وضعه كارناب للنظرية النسبية[2].

أو حتى إذا كان النسق بصياغة نظرية المجموعات (set theory) في الرياضيات.

3- الاكتمال السيمانتكي:

وهو الاكتمال الذي يتعامل مع الجانب السيمانتك بغض النظر عن البعد السينتاكس ويعبر عنه رمزياً من خلال الصيغة التالية:

لكل الجمل a إما أن تكون $T \models \alpha$ أو $T \models -\alpha$. والصيغة السابقة تعتمد بشكل أساسي على العلاقة السيمانتكية ($\models$) وتعني هذه الصيغة أن مجموعة الصيغ T والتي تمثل مسلمات النسق ومن خلال صدق هذه المسلمات نستطيع أن نحكم على أي قضية داخل النسق، فأي قضية إما أن تكون صادقة أو نفيها صادق. وهذا النوع من الاكتمال يتعامل مع الجانب التفسيري فقط للصيغ أو مع الجانب السيمانتكي.

(1) Ibid p 110.

(2) انظر: Carnap. A, op cit, p 197-212.

4- النسق البات catgoricty :

ويسمى النسق باتاً لكل النماذج التفسيرية (Models) إذا كانت كل النماذج التفسيرية M , N لمجموعة الصيغ (T) متناظرة (isomorphism)[1] ونعنى بمتناظرة أن كل الصيغ لها نفس القيمة بالنسبة لكل النماذج فإذا كان لصيغة ما القيمة صادق بالنسبة لنموذج تفسيري فأنه لابد وأن تكون صادقة بالنسبة لكل النماذج التفسيرية وإلا لن يكون النسق باتاً.

إذن يقوم مفهوم النسق البات على تعددية سيمانتكية تتمثل في تعددية نماذج التفسير الممكنة التي يمكن إعطائها لهذا النسق.

إن النسق البات بهذه الصورة ليس نوعاً محدداً من أنواع الاكتمال ولكنه ذو علاقة أساسية بجميع أنواع الاكتمال.

فيرى كارناب أن الاكتمال السيمانتكى يتضمن مفهوم النسق البات, وقد أهتم كارناب بشكل خاص بمحاولة ايجاد هذه العلاقة[2].

بينما يرى بلانشيه أن الاكتمال هو شرط مؤسس لمفهوم النسق البات, ولكن مفهوم النسق البات أوسع منه لان كل نسق بات ينبغى أن يكون مكتملاً ولكن ليس كل نسق مكتمل هو نسق بات[3]. ويعنى بلانشيه هنا نسقاً مكتملًا بالمعنى الأساسى للاكتمال من حيث هو علاقة بين السيمانتك والسينتاكس .

فالنسق يكون باتاً عندما يكون مكتملاً بالنسبة لكل النماذج التفسيرية وبالتالى إذا كان النسق مكتملاً بالمعنى الاول للاكتمال بالنسبة لكل نموذج تفسيرى على حده فإن هذا يؤدى إلى انه بات، ولذلك كان النسق البات يفترض الاكتمال, من حيث أن الاكتمال يعبر عن علاقة بين السينتاكس والسيمانتك متمثلا فى أحد النماذج التفسيرية , وبالتالى يكون النسق البات هو تعميم لمفهوم الاكتمال بالمعنى الأول بين السينتاكس وكل النماذج السيمانتكية الممكنة.

وبذلك فقد صاغ الباحثون علاقات مختلفة بين مفهوم النسق البات وأنواع الاكتمال.

(1) Steve Awodey, Erich H.Reck, op cit, p4.

(2) Ibid, p 34.

(3) Blanche. R, op cit, p 36.

و يعود الفرق بين هذه العلاقات فى أن كارناب قد اعتبر أن مفهوم النسق البات يعتمد فقط على العلاقة بين النماذج التفسير ية و بالتالى فهو ذو علاقة بالاكتمال السيمانتك.

و بينما يمكننا فهم العلاقة بشكل مختلف إذا فهمنا النسق البات على أساس أنه علاقة بين نسق سـينتاكس من العبـارات والرموز من جهة ومجموعة متعددة من التفسـيرات من جهه أخرى, على أسـاس أن كل هذه التفسـيرات تتوافق مع هذا النسـق السـينتاكس معا وبنفس الكيفية, بمعنى أن كل قضية فى النموذج التفسـيرى لها نفس القيمة فى النماذج التفسـير ية الأخرى, كما أنها لابد وأن تكون مثبته من خلال النسـق السـينتاكس وذلك فى حالة صدقها فى كل النماذج التفسير ية.

ooo

ثالثاً: نماذج لإثبات اكتمال وعدم اكتمال الأنساق الأكسيوماتيكية

أ- نموذج اثبات اكتمال منطق القضايا:

قدم بيرنايز «Bernays» فى عام1926 إثباتاً على أن منطق القضايا فى برانكيبيا ماتيماتيكا نسق مكتمل وذلك بالنسبة للفصل والسلب[1].

ويقوم هذا الإثبات على أن أى صيغة فى المنطق مشتقة من المسلمات يمكن ردها إلى ما يقابلها من الصيغة العطفية الطبيعية (conjunctive normal form)[2] أى يكون لها هذا الشكل.

1- ...... (pVqV.....V-P) - (~qVPV...Vq) - (~qVPVq....)

أي عبارة عن صيغ فصلية يربط بينها علاقة عطف وكل صيغة فصلية على حدة تحتوى على الأقل على قضية ونفيها.

ويقدم برانيز اثنا عشر تكافؤاً مشتقاً من مسلمات نسق برنكيبيا ماتيماتيكا يمكن من خلالها تحويل أي صيغة مشتقة من المسلمات إلى هذا الشكل وهذه الصيغ هي[3]:

1- $pvp \equiv p$ 2- $p.p \equiv p$ 3- $\sim\sim P \equiv P$

والثلاث تكافؤات السابقة هي للتبسيط بمعنى حذف التكرار

4- $pvq \equiv qvp$ 5- $p.q \equiv q.p$ 6- $pv(qvr) \equiv (pvq)vr$

7- $p.(q.r) \equiv (p.q).r$ 8- $pv(a.r) \equiv (pvq).(pvr)$

9- $p.(qvr) \equiv (p.q)v(p.r)$ 10- $\sim(pvq) \equiv (\sim p.\sim q)$

11- $\sim(p.q) \equiv (\sim pv.\sim q)$

12- $(p \equiv q) \supset F(p) \equiv F(q)$

(1) Kneale William, op, cit p 696-698.
(2) Slupeki. J, Borkwski , op cit p 69.
(3) Kneale William, op cit, p 696.

أي إذا كانت p تكافؤ q فإن دالة الصدق p تكافـؤ دالة الصدق (q)، وبالتالي فإن دوال الصدق لكل العلاقات في نسق ترنكيبا ماتمكيا يمكن أن ترد لدالة الصدق الخاصة بـ (-) السلب و (v) الفصل.

ويمكن من خلال ما سبق تحويل أي صيغة مشتقة من المسلمات إلى الصيغة رقم (1) وعلى سبيل المثال لو أخذنا الصيغة $(\sim p \supset \sim q) \equiv p \supset q$ وهي صيغة مشتقة من مسلمات نسق منطق القضايا في برنكبيإماتكميا.

نحاول بداية تحويل اللزوم في طرفي العلاقة التكافؤية إلى فصل على أساس العلاقة $p \supset q \equiv \sim pvq$ وهي تعبر عن تعريف اللزوم في نسق برنكيبيا ماتماتكيا فتصبح لدينا العلاقة :

$(\sim pvq) \equiv (\sim\sim qv\sim p)$

ومن خلال التكافؤ (3):

$(pvq) \equiv (qv\sim p\sim)$

ثم نحول التكافؤ إلى عطف للزومين متبادلين على حسب تعريف التكافؤ من خلال العطف واللزوم في برنكيبيا ماتماتكيا $((\sim pvq) \supset (qv\text{-}p). ((qv\text{-}p) \supset (\sim pvq))$

ثم نحول اللزوم في كل طرف إلى فصل من خلال علاقة اللزوم بالفصل:

$(\sim(\sim pvq)\ V\ (qv\sim p)\ .\ (\sim(qv\sim p)\ V\ (\sim pvq)$

ثم ندخل السلب إلى داخل الأقواس وذلك من خلال التكافؤ (11):

$((\sim\sim p\ V\sim q)\ V\ (qv\sim p))\ .\ ((\sim qV\sim\sim p)\ V\ (\sim pvq)$

ثم باستخدام مبدأ التكافؤ (1):

$((pv\text{-}q)\ V\ (qv\text{-}p)).\ (\text{-}qvqv\text{-}p)\ .\ (\sim qvpvq).\ (pv{=}pvq)$

ثم باستخدام التكافؤ (8) يكون لدينا الصيغة

$(pvqv\text{-}p)\ .\ (\text{-}qvqv\text{-}p)\ .\ (\sim qv\text{-}pvq)\ .\ (pv\text{-}pvq)$

والصيغة النهائية هنا لابد وأن تكون صادقة وذلك لأنها صيغة فصلية تحتوى على قضية ونقيضها.

وبالتـالى وعلى حسـب تعريف الفصل تكون الصيغة الفصلية صادقـة أيا كانت قيم بقية القضايا، وذلك لأن كل صيغة فصلية تحتوي على قضية ونقيضها تكون صادقة وتكون الصيغة العطفيـة المكونة لهذه الصيغ الفصلية صادقة أيضا إذ إنها فى هذه الحالة سـتكون صيغاً صادقة بينها علاقة عطف فتكون علاقة العطف صادقة أيضا.

ولا يمكـن أن تكون هذه الصيغ الفصليـة غير محتوية على القضية ونقيضها حيث إنه يمكن فى هذه الحالة أن تكون الصيغة العطفية كلها كاذبة وهذا عبث[1].

أى أننا نستطيع القول أيضا بأن كل قضية صادقة فأنها مشتقة، وذلك لان كل صيغة صادقة يمكن أن تشتق من المسلمات بهذه الطريقة، لأنها لو أخذت أى شكل آخر لكانت كاذبة وهذا غير ممكن.

إذن فمن خلال هذا الاثبات يمكننا القول: إن كل صيغة صادقة يمكن اشتقاقها من المسلمات وهذا هو تعريف الاكتمال.

ب ـ نموذج لعدم اكتمال نسق الأعداد:

يتضح معنى الاكتمال بوصفة علاقة بين السـيمانتك والسـينتاكس من خلال عدم الاكتمال الذى يقدمه تارسـكى فى نسـق الأعداد فى علم الحساب بحيث يعرف من خلاله تعريف الجمع والطرح، ويعدد مسلمات النسق على النحو التالى[2]:

بالنسبة لأي عددين س وص

مسلمة (1) إذا كانت س ≠ ص كانت إذا س<ص أو ص<س

أى إذا كان العدد س لا يساوي ص فلابد وأن يكون أحدهما أكبر من الآخر.

مسلمة (2) إذا كانت س<ص كانت إذن ص> س،

أى إذا كان العدد ص أكبر من س. فإن ص لا يمكن أن يكون فى نفس الوقت أصغر من س.

مسلمة (3) س+(ص+م) = (س+م) +ص

(1) Kneale William. op, cit ,p 699.

(2) تارسكي، المرجع السابق، صـ222.

قانـون الترتيب ويعنى أن قانـون الجمع لا يغير من القيمة بمعـنى أن مجموع أى عددين على عدد ثالث يساوى مجموع أحد هذين العددين مع الثالث على أحد هذين العددين.

مسلمة (4) بالنسبة لأى عددين س،ص يوجد العدد م بحيث تكون س=ص+م

أى أن أى عدد هو حاصل جمع أى عددين آخرين.

مسلمة (5) إذا كانت س+م>ص+ت كانت س>ص أو أن م >ت

أى أنه إذا كان مجموع عددين أكبر من مجموع عددين آخرين فإما أن يكون أحد العددين أكـبر مـن أحد العددين الآخرين أو يكـون العدد الثانى من العدديـن الأوليين أكبر من العدد الثانى من العددين الآخرين.

وبعد هذه المسـلمات يقدم تارسـكى قضية يمكن من خلالها إثبات عدم اكتمال النسـق وهي القضية س=ص+ص[1]. وتعنى أنه بالنسبة لأى عدد فهناك عدد آخر مساو لنصفه[2]. وهذه القضية مكونة من علاقات معرفة فى المسـلمات سـواء العلاقة (=) أو العلاقة (+) أو المتغيرات التى تشير إلى الأعداد و بالرغم من أن القضية مكونة من حدود النسق فإنه لايمكن إثباتها أو دحضها.

وذلك يرجع فى الأساس إلى علاقة السينتاكس بالسيمانتك داخل النسق فهذه المسلمات الخمسة تمثل الجانب السينتاكس من النسق، ولكن نوع التفسير الذى نعطيه لها يمثل الجانب السيمانتك.

فهذه المسلمات يمكن أن تفسر من خلال الفئة الشاملة للأعداد (ن)، وهذه الفئة تشتمل على الأعداد الصحيحة والكسور والأعداد والأعداد الصماء[3].

وتحتفظ بديهيات النسق (ث) بكل صلاحيتها بالنسبة لتفسيرها بأى نوع من هذه الأعداد[4].

ولكننـا نجد أن قيمـة القضية يمكن أن تكون صادقة وكاذبة بالنسـبة لتفسـيرها بمجموعة الأعداد(ن).

(1) المرجع السابق صـ 230.
(2) المرجع السابق صـ 230.
(3) المرجع السابق صـ 231.
(4) المرجع السابق صـ 231.

فـاذا اعتبرنـا أن الأعـداد س،ص هى أعـداد صحيحة وهى جـزء من(ن) لكانـت القضية السـابقة كاذبة فليـس كل عدد صحيح هو حاصل جمع عددين آخرين متسـاويين وذلك لأن الأعداد الصحيحة فيما عدا الأعداد الزوجية فانه ليس هناك عدد صحيح مساو لنصفها.

و إذا اعتبرنـا س، ص فى الصيغـة السـابقة أعداداً كسرية وهى أيضا جـزء من (ن) لكانت القضية السابقة صادقة.

وذلك لان كل عدد كسرى فهناك عدد كسرى اخر مساو لنصفه

2/1=4/1+4/1, 17/1=34/1+34/1..... .....

و بالتالى فإن النسق إذا كان سيمانتكيا يفسر بمجموعة الأعداد (ن) فإن ذلك يؤدي إلى إثبات صدق وكذب قضية فى نفس الوقت و بالتالى فهو غير متسـق أو أن هذه القضية لايمكن الحكم عليها من المسلمات و بالتالى فان النسق غير مكتمل ومتسق.

و يوضح تارسـكى عدم الاكتمال لهذا النسـق على أسـاس أننا إذا برهنا عـلى أن القضية (1) فسنصل إلى تناقض داخل حساب الأعداد الصحيحة أما إذا تمكنا من تفنيدها سنجد أنفسنا فى حالة تناقض داخل حساب الأعداد المنتسبة[1].

و إذا كانت المسـلمات المعطاة تتقبل التفسـير من خلال الأعداد (ن) بـكل أنواع الأعداد المختلفـة التى تشـملها فإن قبـول أو رفض هـذه القضية يـؤدى إلى تناقض و بالتالى فإن نسـق المسلمات غير مكتمل[2].

1- يمكننا القول بأن النسـق السـابق يكون مكتملاً بالنسـبة للأعداد الصحيحة، ومكتملاً بالنسـبة للأعداد النسـبية كلا على حـدة ولكن لا يمكن أن يكون باتاً فى هـذه الحالة حيث إن القضية الواحدة لها قيم مختلفة بالنسـبة لنماذج التفسـير المختلفة هذا بالاضافة إلى كونه غير مكتمل بالنسبة للأعداد (ن).

○○○

(1) المرجع السابق صـ 231.

(2) المرجع السابق صـ 232.

مناقشة وتعليق

تناولنـا فى هـذا الفصل نشـأة الاكتـمال وتعريفه وأنواعـه. ارتبط مفهـوم الاكتمال والاتسـاق بمفهوم النسق الأكسـيوماتيكى، فتحول طبيعة النسق من الشكل الاستنباطى إلى الشـكل الأكسـيوماتيكى هو الـذى أدى إلى ظهور هذه المبادىء. هـذا التحول الذى يرتكز فى الأسـاس على طبيعة فهمنا لأوليات النسـق، فالشـكل البديهـى لهذه الأوليات لا يجعل هناك مجال للتساؤل حول اكتمال واتساق النسق. بينما يكون كل من الاكتمال والانسـاق مبادئ أساسية لهذه الأوليات من حيث أنها اختيارية ومجرد مسلمات وليست بديهيات.

وقد ظهر الاكتمال كشرط فى الانساق التى صاغها هيلبرت فى أوائل هذا القرن وهى مسلمة الاكتمال في الهندسة الإقليدية وفي نسق الأعداد.

ولكن الاكتمال قد ظهر فى هذه الأنساق كمجرد مسلمة تحكم هذه المسلمات بمعنى أن هذه المسلمة تنص على أنه لا يمكن إضافة شيء للنسق ولا يمكن استنباطه من المسلمات السابقة.

وقـد بدأ هذا النوع من المسـلمات بوصفة خاصية لنسـق بعينه كمسـلمة الاكتمال فى الهندسـة، وهى مسلمة خاصة بطبيعة الهندسة من حيث إنها امتداد مكانى، ثم تطور هذا النوع من المسـلمات فى نسق الأعداد ليعبر عن مسلمة عامة ينبغى أن تضاف لأى نسق أياً ما كان.

ولكن الاكتمال لا يأخذ وضعه الصحيح إلا من خلال اللغة المابعد نسـقية وهى اللغة التى تحدد معنى الاكتمال وكذلك أنواعة المختلفة.

واللغة المابعد نسقية تتشكل فى الأساس من خلال فرعين رئيسين وهما السيمانتك والسينتاكس.

والسينتاكس هو المسئول عن التركيب الرمزى للنسق ككل بعيدا عن أى تفسير يمكن وأن نعطيه لهذه الرموز. والموضوع الرئيسى للسـينتاكس على المسـتوى المابعد نسـقى هو القابلية للاشتقاق والتساؤل حولها.

والسـيمانتك هو الذى يهتم بشكل أساسى بالتفسير الذى نعطية للتركيبات المختلفة للرموز

مـن خلال السـينتاكس. والذى نعبر عنه فى الأنسـاق المنطقية من خلال جـداول الصدق من حيث إنها تعبر عن العلاقة ما بين الرمز والمعنى.

ويتكـون تعريف الاكتـمال من خلال العلاقـة بين السـينتاكس والسـيمانتك المكونات الرئيسية للغة المابعد نسقية.

فالاكتـمال هـو التأكيد عـلى أن كل قضية صادقة فهي مشـتقة، أي كل ما هـو ذو علاقة سيمانتكية بالمسلمات فانه سينتاكسياً له نفس العلاقة.

وهذا النوع من الاكتمال هو النوع الرئيسى الذى تتفرع منه أكثر المشكلات حول مفهوم الاكتمال وعدم اكتمال الأنساق المختلفة ودلاله ذلك فلسفياً.

وبجانب هذا النوع فهناك أنواع أخرى كلها تدور حول مفاهيم اللغة المابعد نسقية فهناك نوع من الاكتمال يمكن صياغته من خلال السـينتاكس فقط ويسـمى الاكتمال السـينتاكس ونوع يمكن صياغته من خلال السيمانتك فقط ويسمى الاكتمال السيمانتك.

وعلى أسـاس مفهوم الاكتمال يختلف الباحثون فى فهم معنى النسق الباتى وهو النسق الذى تتساوى كل نماذجه التطبيقية، فيشرحه كارناب على أساس أنه يعنى الاكتمال السيمانتك حيث أنه علاقة بين تفسـيرات مختلفـة ونذهب هنا فى هذا البحث مع أغلـب الباحثين إلى أن مفهوم النسـق البات هو تعميـم الاكتمال بالمعنى الاول وذلك بمعنى أن التركيب السـينتاكس للنسـق يكون مكتملا بالنسـبة لكل التفسيرات السيمانتكية الممكنة وبنفس الكيفية، وبذلك يكون للصيغـة الواحـدة نفس القيمةالسـيمانتكية فى كل النماذج الممكنة، ويكون النسـق مكتملاً بالنسبة لكل هذه النماذج التفسيرية.

وبهـذا فإن مفهوم الاكتمال ومفهوم الاتسـاق لا يمكن الحديث عنهـما إلا من خلال اللغة المابعـد نسـقية. بل إن نشـأة وتطور هذه اللغة المابعد نسـقية مرتبط بهـذه المفاهيم، حيث إن أغلب أشـكاليات هذه اللغة تدور حول العلاقة بين السينتاكس والسيمانتك هذه العلاقة التى تحدد من خلال مبدأي الاكتمال والاتساق.

وقدمنا نماذج لإثبات الاكتمال فنسـق منطق القضايا الذى قدمه راسـل ووايتهد فى برنكبيا ماثماتكيـا والـذي يثبـت برنايـز اكتماله حيـث لا توجد صيغـة صادقة إلا وهى مشـتقة من

المسـلمات، حيث إن الصيغة الصادقة لابـد وأن تأخذ صورة الصيغة العطفية البسـيطة وهذه الصيغة لابد وأن تكون مشـتقة من المسلمات بينما يقدم تارسكى نسقاً لمجموعة الأعداد يمكن مـن خلاله تعريف عمليات الجمع والطرح ولكن هذا النسـق غير مكتمل بالنسـبة لمجموعة الأعداد (ن).

الفصل الثاني

الأصول الفلسفية لمبدأ الاكتمال «نشأة وسيادة العقل الاستبعادي الغربي»

الفصل الثاني

الأصول الفلسفية لمبدأ الاكتمال
«نشأة وسيادة العقل الاستبعادي الغربي»

مقدمه

سوف نحاول في هذا الفصل تتبع الأصل الفلسفي لمفهوم الاكتمال من خلال تتبع صيغة الشـمول للمبدأ الفلسـفي وكيف أثرت هـذه الفكرة في تاريخ الفلسفة وما هي علاقتها بمفهوم الاكتمال في الأنساق الأكسيوماتيكية.

محأولين تتبع إلى أي مدى أدت صفة الشمولية السابقة إلى إشكالات في تاريخ الفلسفة تشابه إشكالات عدم الاكتمال في الأنساق الأكسيوماتيكية.

أولاً: جذور فكرة الاكتمال في الفلسفة اليونانية

1 ـ الفلاسفة السابقون على سقراط:

يعرف أرسطو الحكمة في كتاب الميتافزيقيا بقوله هي معرفة الأسباب والمبادئ[1]. ثم يستعرض المبادئ الأولى عند الفلاسفة السابقين بادءاً بطاليس حيث يقول عنه إنه قرر أن أصل كل الأشياء يعود إلى الماء[2] .

ويفسرها أرسطو بقوله إن أمام التغيرات والتحولات التي تحدث للعالم يبقى جوهره الأساسي أنه من الماء مثلما نقول إن سقراط موسيقي ورياضي ولكن يبقى في كل هذه الحالات أنه سقراط[3]. الماء بهذه الطريقة هو الجوهر الكامن خلف كل تغير.

ويذهب نيتشه إلى أننا ينبغي أن نتوقف عند هذه الجملة لعدة أسباب، فهي تتناول أصل الأشياء وذلك بمعزل عن التفكير الأسطوري، وأيضاً فهذه الجملة تعبر بشكل ضمني عن مقولة الكل هو واحد[4]. ويرى نيتشه أنه على ضوء هذه المقولة نستطيع اعتبار طاليس أول الفلاسفة[5].

وإلى مثل هذا أيضاً يذهب إميل بريهه بقوله إن (هذه الجملة) تتجاوز الملاحظة البيولوجية حول أن الماء مادة العالم إلى شكلها الفلسفي حيث الكل في واحد[6] .

ونحن نرى أن هذه العبارة تعبر بشكل ضمني عن مفهوم شمولية التفسير سواء أخذناها على ضوء التفسير الفيزيائي أو التفسير الفلسفي لها. بمعنى أن هذا المبدأ يفسر كل ما هو معطي فإذا نظرنا إلى عبارة طاليس وجدنا كلمة (كل) إشارة إلى شمولية المبدأ، هذه الشمولية التي ستظل

---

(1) Aristotle, Metaphysics, Works of Aristotle, W.D. Ross Clarendone Press. 2nd Edition Oxford, 1928, vol 8 A, 3, 982 92-3.

(2) Aristotle, Metaphysics, A , 3 , 983 6-21.

(3) Aristotle, Metaphysics, A, 3, 25.

(4) نيتشه. فردريك، الفلسفة في العصر المأسوي الأغريقي ترجمة سهيل القش، المؤسسة الجامعية للنشر، ط2، 1983، بيروت صـ 46.

(5) المرجع السابق، صـ 46 - 47.

(6) إميل بريهة، تاريخ الفلسفة: جورج طرابيشي. دار الطباعة، بيروت، ط2 1987، ص 56.

مندمجة مع مفهوم المبدأ بشكل عام في تاريخ الفلسفة اليونانية بل وتمتد إلى الفلسفة الحديثة. ونعني بالشمولية قابلية المبدأ للتفسير، فإذا كان الماء أصل الأشياء جميعاً ونعني بالأشياء الوجود الفيزيائي فإن شمولية المبدأ تعني أنه لا يمكن أن يكون هناك جزء ما من هذا الوجود لا يشمله المبدأ.

وهذا هو مفهوم أرسطو عن الحكمة من حيث هي معرفة الأسباب والمبادئ وهذه المبادئ لا تكون كذلك إلا من حيث اتصافها بصفة الشمول أي قابليتها لتفسير كل شيء. إذن فتتبع أرسطو للحكمة قبله هو تتبع لفكرة شمولية التفسير من خلال مبدأ واحد للوجود.

وهذا ما يعبر عنه أرسطو بقوله إن الفلاسفة الأوائل -يقصد هنا بشكل خاص الفلاسفة الطبيعيين الأوائل- قالوا بأن المبادئ التي تحكم طبيعة المادة هي فقط مبادئ كل شئ[1] .

إذن فأرسطو أطلق عليهم فلاسفة واعتبرهم بداية التفلسف لأنهم بحثوا عن شمولية المبدأ بغض النظر عن طبيعة المبدأ - كما فهمه أرسطو عندهم- من حيث أنه يعبر عن الطبيعة المادية للأشياء.

إذن فليس نوع البداية كونها مادية أو مبدأ عقلي هو الذي جعل أرسطو يعتبرهم الفلاسفة الأوائل بل رؤيتهم لطبيعة المبدأ نفسه بوصفه المبدأ الأول الذي يشمل تفسيره كل شئ، لذلك فأننا نضيف مع نيتشه أن ما جعل طاليس أول الفلاسفة ليس فقط أنه قال إن الكل هو واحد، ولكن أيضاً فإن أياً من هذا الكل لابد أن يرد إلى الواحد.

وتمضي الفلسفة الطبيعية بنفس الأتجاه من حيث تقديمها للمبدأ الذي يفسر كل شيء، ويعتبره أنكسامينس في هذه الحالة هو الهواء[2].

ويقدم أنكسمندر هذا المبدأ الشمولي من خلال الأبيرون أو اللا محدد. ويصف أرسطو هذا المبدأ بقوله «هو شيء غير العناصر أو فوق العناصر يحوي هذه العناصر ذاتها فليس له تحديد سواء كان الماء أوالهواء أو أي شيء آخر»[3]. ويصفه أرسطو أيضاً في كتاب الفزياء ايضاً بوصفه يحوي كل شيء[4].

(1) Aristotle, Metaphysics, A, 3, 983b 5-6 .

(2) Aristotle, Metaphysics, A, 3, 983b 1-20.

(3) Aristotle, Physics, H R. p Hardie, Rgyl , Works of Aristotle V, w Ross Oxford, 1928, V2, 11, 5, 20 gb.

(4) Aristotle, Physics III, 4, 203 b,8.

وهنا نعود إلى شــموليه المبدأ، مع ملاحظة الاختــلاف الجوهري لهذا المبدأ عن الماء والهواء كما عند السابقين له، فكما يقوله و يندلباند فنحن هنا أمام خطوة هامة من الانتقال من المتعين (conceret) إلى المجــرد (abstract)[1]. ولكــن ســواءً كان هذا المبدأ عقليــاً أو كان مادياً فإنه في النهاية يشير إلى مفهوم الشمول كمفهوم جوهري للمبدأ.

هــذا المفهوم الذي يمتد بعد ذلك من خلال القانون العلمي ثم إلى الأنســاق الفلســفية ومنه إلى مفهوم النسق بشكل عام من حيث أن مبادئ النسق تفسر كل شيء.

وهذه هي نواة فكرة الاكتمال من حيث إنها تعبر عن مقدرة المســلمات والتي تتســاوى هنا مع المبادئ الأولى على اشتقاق كل ما هو معطى[2].

هذا المفهوم الشــمولي للمبدأ قد امتد داخل الفلســفة اليونانية قبل أن يظهر مفهوم النســق ســواء بشــكل ضمني كما هو عند أرســطو والرواقيين في المنطق أو بشــكل مصرح به كما في هندسة أقليدس - وتتحول شمولية المبدأ إلى شمولية بديهيات النسق.

هذه الشــمولية بشــكل عام هي التي أدت إلى ظهور مفهوم الاكتمال في الفلســفة اليونانية حتى قبل ظهور فكرة النسق ذاتها.

و يتأكد طابع الشمولية للمبدأ في سياق تطور الفلسفة اليونانية بعد الطبيعيين الأوائل ليأخذ في النهاية شكلاً أكثر تحديداً وصرامة منطقية.

فإذا نظرنا إلى المبدأ الأساسي لهيرقليطس وهو مبدأ التناقض، هذا التناقض الذي عبر عنه من خلال مبدأ الضرورة والتغيير الدائم.

فإذا كانت الصيرورة هي المبدأ المنبثق عن التناقض[3]، فمعنى ذلك أنه لا شيء على الإطلاق

(1) Windel band, History of ancient philosophy.T/ Herber Ernstuchman Dover Publication. London. 1967, P40.

(2) المســلمات هنا تشــير إلى مفهوم (البديهية selfevedent) وهو المعنى الأصلي لكلمة Axiom والتي ناقشناها في الفصل الأول، وقد انتقل مفهوم الشمول إلى المسلمة بالمعني الثاني بوصفها اختيارية بحتة، فأصبح من شروط هذه المسلمات الاكتمال او القدرة على اشتقاق كل الصيغ الصادقة الممكنة التكوين .

(3) وهو يرمز للتغير من خلال فكرة النار -على أســاس أنها مبدأ الوجود- وهو هنا يتفق مع انكســمندر في طبيعة المبدأ فهو ليس مبدأ مادياً بقدر ما هو مبدأ عقلي، وما الحديث عن النار إلا على المستوى الرمزي للتعبير عن التغير والتحول الدائم لتفاصيل العلاقة بين هيرقليطس وأنكسمندر. انظر راسل، براتراند، المرجع السابق, صـ 46 =

ثابت (permanent) في العالم المحسوس فكل الأشياء في تحول مستمر مع بعضها إلى البعض الآخر بلا توقف[1].

هذه الديمومة في التحول بحيث يشمل هذا التحول كل شيء بلا استثناء لهو تعبير عن صفة شمولية المبدأ، والتي بدأت تأخذ شكلاً صريحاً في الفلسفة اليونانية وهنا يقول هيرقليطس «إنني لا أرى شيئاً سوى الصيرورة. لا تنخدعوا أنه لتأثير نظركم القاصر، ولا علاقة لذلك بجوهر الأشياء، إذا كان يتراءى لكم في مكان ما أنكم تستعملون أسماء الأشياء كما لو كان لها زمن ثابت ولكن حتى النهر الذي تنزلون فيه للمرة الثانية ليس هو نفسه كما كان لأول مرة»[2].

وتتجسد الصيرورة هنا من خلال مبدأه الأساسي مبدأ التناقض فيقول في ذلك « كل شئ يحوي نقيضه في ذاته وفي كل الأوقات[3].

التناقض هنا يكون هو المبدأ المفسر للأشياء جميعاً. ويأخذ المبدأ عند هرقليطس أقصى شمولية ممكنة فكل الأشياء وفي كل الأوقات لابد وأن تخضع لهذه المبدأ من حيث إنها في تغير دائم.

والتناقض في هذه الحالة يأخذ صورة المبدأ الشامل بالرغم من أن أرسطو يرى أن ما يقوله هيرقليطس هو مخالفة للمبدأ الأول للوجود وهو مبدأ عدم التناقض[4].

ولكن هذه المخالفة هي لمضمون المبدأ وليس لمفهوم المبدأ كما تبلور عند أرسطو. فمفهوم المبدأ يقوم على الشمولية في التفسير، فهو الذي يجعل كل شيء مفهوماً من خلاله وهذا هو ما يفهم من عبارات هيرقليطس من حيث أن كل شيء يحوى نقيضه دائماً.

ونأتي إلى فلسفة يونانية أخرى يصل معها مفهوم الشمول أقصى درجاته حتى لو أدى ذلك إلى مخالفة الإدراك الحسي ذاته، ونفي مفهوم الحركة.

---

(1) Windel Band, op, cit, P 52.

(2) نقلًا عن نيتشه فرديرك، الفلسفة في العصر المأسوى الإغريقي، ترجمة سهيل القش، المؤسسة الجامعية للنشر، ط2، 1983، بيروت ص 54.

(3) المرجع السابق، ص53.

(4) Aristotle, Metaphysics, ob, cit, Γ, 3, 1005a, 23-25.

وإن كان هيرقليطس يعيد مفهوم عدم التناقض من خلال مستوى التناغم الخفي الكامن خلف هذا التناقض.

ونعـني هنا بارمنديس أحد أقطاب المدرسـة الأيلية. إن المبدأ عنـد بارمنديس والذي تمثلت فيه صفة الشمولية كان مفهوماً منطقياً وهو مفهوم الضرورة الاستبعادية بين طرفي النقائض.

وتمثلـت هذه الضرورة من خـلال وصفه لعلاقة الوجود باللاوجـود. وتمثل منهجه المنطقي بشكل خاص من خلال الشق الأول من قصيدته وهو الخاص بطريق الحق[1].

لقـد كان المنطـق متمثلاً في العقل هو الأسـاس عنـد بارمنديس، لذا فقـد كانت الضرورة الاسـتبعادية تمثل المبدأ الشـمولي، وأن تعارض هذا المبدأ مع الوجود المحسـوس فينبغي تجاوز هذا الوجود المحسوس.

يقـول بارمنديـس موضحاً ذلـك في قصيدته(طريـق الحقيقة) فتنصحه الآلهـة قبل أن يبدأ طريـق الحـق قائلاً «ابتعـد بفكرك عن طريق البحث هـذا ولا تدع عادة التجـارب المتجددة تحملك على إلقاء عيون عمياء على هذا الطريق وآذان صماء وعبارات لغة فظة[2].

إذن فـكل مـا يخالف المبـدأ العقلي غـير صحيح هذا المبـدأ الذي تجسـد في ضرورة علاقة الاستبعاد بين طرفي ثنائية التناقض والتي تتمثل في الوجود أما اللاوجود فإنه ليس شيئاً»[3].

وهنا تبدو علاقة الاسـتبعاد جلية حيث هي علاقة منطقيـة بين الإيجاب متمثلاً في الوجود والسـلب متمثلاً في اللاوجود، فعلي حسـب علاقة الأسـتبعاد فكل صفة تنتمي إلى الإيجاب لا يمكن وأن تنتمي إلى السلب. فكل صفة تنتمي للوجود ينبغي أن ينتمي نفيها إلى اللاوجود.

فلا يمكن نسب أية صفة إيجابية للاوجود حتى لو كان القابلية للتفكير، لأن التفكير يقابل الوجـود، فـكل ما هو مفكر فيه هو موجـود وبالتالي فإن اللاوجود ليس لـه هذه الصفة و إلا كانت علاقة الاستبعاد بين الإيجاب والسلب ليست تامة وليس لها الطابع الشمولي للمبدأ.

وهذا ما يلاحظه نيتشه بقوله إن بارمنديس شعر فجأة هنا بوطأة خطأ منطقي فادح، فقد كان دائماً يعتقد بوجود صفات سـلبية، وبشـكل عام بوجود اللاوجود فقد كان يعتقد بأن أ= لا أ[4].

(1) راسل براتراند، حكمة الغرب، صـ53.

(2) نقلًا عن نيتشه المرجع السابق، ص114.

(3) المرجع السابق، صـ 71.

(4) المرجع السابق، ص 71.

وبالتالي فكل ما ينتمي إلى أ لا يمكن أن ينتمي إلى لا أ، وهذا تطبيق صارم لعلاقة الاستبعاد بين طرفي ثنائية التناقض والذي سوف يكون نواة للمبادئ الرئيسية للوجود عند أرسطو وهي مبادئ عدم التناقض والثالث المرفوع.

وهنا يرى أدولف جيجن أن بارمنديس يستخدم ثنائية التناقض استخداماً دقيقاً ويحصل منها على أقصى نتائجها فقد اعتبر أن هناك نقيضين هما الوجود واللاوجود، فلا يمكن أن يقوما معاً ولا أن يرفعا معاً، أي لابد من اختيار الواحد أو الآخر، وهذا أول تطبيق صارم لثنائية التناقض[1].

إذن فشمولية المبدأ الذي يتمثل هنا في علاقة منطقية هي علاقة الاستبعاد أهم من الواقع المدرك بل أهم من المنطق ذاته.

وحيث إن هذه العلاقة إذا طبقت بهذا المفهوم الشمولي الصارم سوف تؤدي إلى نفي الحركة وإلى مقولة الثبات الدائم فمن المستحيل على ضوء نظرية بارمنديس أن نرى الأشياء متحركة إذ لا وجود لتوليد وفساد[2]. حيث إن الوجود حاضر دائماً لا يأتي من اللاوجود ولا ينحل إليه.

كذلك تؤدي شمولية المبدأ عند بارمنديس إلى إلغاء علاقة الاستبعاد بين طرفي الثنائية ذات العلاقة التي تمثل المبدأ، وبالتالي يصبح كل إثبات ونفي مستحيل، حيث إن الإثبات والنفي يقومان من خلال هذه العلاقة.

وهذا ما يذهب إليه راسل حيث إنه وفقاً لرأي بارمنديس فإننا لا نستطيع أن ننكر شيئاً، ما دام الإنكار معناه أننا نتكلم عما هو غير موجود، ولكن لو كان ذلك لما استطاع في الوقت ذاته أن يؤكد أو يثبت شيئاً وبذلك يصبح كل فكر مستحيل ولا يبقى إلا أنه موجود تلك الصيغة الفارغة التي تعبر عن مجرد الهوية[3].

هذه الشمولية للمبدأ تستمر مع الفلسفة اليونانية حتى مع الفلسفة المادية عند أنبادوقليس، فعنده ليس هناك من تحول أو تولد حقيقي حيث إنه لا شيء يأتي من لا شيء[4].

(1) جيجن أدولف، المشكلات الكبرى في الفلسفة اليونانية، ت/عزت قرني (دكتور)، القاهرة 1976، ص 248(هامش).

(2) إميل بريهة، المرجع السابق، ص83.

(3) راسل برتراند، المرجع السابق، ص55.

(4) إميل بريهة، المرجع السابق، ص88.

وكلمـة لا شيء في أول الجملـة هنـا تعـبر عن هذه الشـمولية فـكل الوجود المـادي لا يأتي مـن اللاوجـود فـكل تكـون (origination) هـو ارتبـاط بين عنـاصر أساسـية وكل انحلال (destruction) هو انفصال بين هذه العناصر الأساسية[1].

وهذه العناصر الأساسـية هي أربعة غير متحولة ولها فرديتها ولا مكونة من عناصر أخرى هـي الماء والهـواء والتراب والنار[2]. فكل ما هو موجود يفسر مـن خلال تركيبات مختلفة من هذه العناصر الأربعة.

2 ـ **فلسفة أرسطو**:

وتظهر فكرة الشمول بشكل واضح في نظرية أرسطو الأنطولوجية.

فأرسـطو يحلل بشـكل مباشر مفهوم المبـدأ في مقالـه (G) في كتابه الميتافزيقـا فيبدأ هذه المقالـة بتوضيحـة لمعنى الأنطولجيا بوصفها دراسـة للوجـود بما هو وجـود وبذلك تختلف عن العلـوم الأخرى التي تختص كل منها بفرع من فروع الوجود لدراسـة خصائصه وبالتالي فإن العلم الذي يدرس الوجود بما هو موجود هو العلم الذي يبحث عن الأسباب والمبادئ الرئيسية للوجود[3].

وبذلـك يكون علم الأنطولوجيا هو الـذي يبحث المبادئ العامة للوجود، تلك المبادئ التي تحكـم الوجود بعامـة، والتي هي مبادئ لكل فـرع من فروع الوجود. وهكـذا يكون لمبادئ النظرية الأنطولوجية شمولية في كل العلوم التي تهتم بجزء من الوجود مثل الرياضة والهندسة والمنطق وعلم الطبيعة.

وهنـا يقول أرسـطو إن كل أنـواع ثنائيات التناقـض (contraries) وهـي الثنائية التي بين طرفيها علاقة استبعاد ترد إلى الوجود واللاوجود أو بين الوحدة والكثرة[4].

(1) Windel Band, op, cit, P73.

(2) Aristotle, Metaphysics, I, 4, 985a, 32.

(3) 1003 a, 20-28 Aristotle, Metaphysics, Γ,1.

(4) Aristotle, Metaphysics, G ,3, 1004b, 29-30.

حيـث إن الوحـدة تعـنى الوجود لأنها تعبر عـن علاقة ارتباط بـين جوهر وصفه مـن مقولات الحمـل والكثرة تعني اللاوجود لأنها تعني غياب العلاقة السابقة.

فالوجـود المنطقي المتمثل في ثنائية الصدق والكذب لا يمكن تفسـيره إلا من خلال الثنائية الأنطولوجية الوجود واللاوجود[1].

و يضع أرسـطو مبدأ عدم التناقض على رأس المبادئ للوجود حيث إنه لا يمكن التسلسـل في الإثبـات إلى ما لا نهاية فيبقى عدم التناقض هو المسـلمة الأولى لـكل الأنطولوجيا[2]. و بالتالي لكل أنواع الوجود و يضيف إليه أرسـطو مبدأ الثالث المرفوع كمبدأ للوجود و يعبر عنه بقوله من غير الممكن أن يكون هناك شيء بين جزئي التناقض[3].

و يتضح مفهوم شـمولية المبدأ عند أرسـطو من خلال علاقة ذلك بمفهوم النسق بشكل عام من خلال توضيح أرسـطو لمفهوم الصـدق لهذه المبادئ فيقول إن هذه المبادئ تشـبه بديهيات الر ياضيات من حيث إن صدقها يشمل كل شيء ولا يختص بنوع دون آخر، ولابد لكل إنسان أن يستخدمها للوجود بما هو موجود[4].

وتتضح هنا العلاقة بين المبادئ الأنطولوجية و بديهيات النسق من حيث إن بديهيات النسق هي امتداد للمبادئ الأنطولوجية ولكنها مختصة بجزء من الوجود.

وهنـا تتضح النزعـة الأنطولوجية الأساسـية التي أثرت عـلى جميع الأنسـاق العقلية بعده كذلك، و يتلخص هذا التأثير في نقطتين أساسيتين:

1- أن كل هــذه الكثرة الموجودة ترتـد إلى مجموعة بديهيات وأن هـذه البديهيات لابد وأن تفسر كل هذه الكثرة، وهو ما يمثل الأسـاس الأنطولوجي لمفهوم الاكتمال المنطقي من حيث إنه يعبر عن هذا الشمول على المستوى النسقي في الأنساق الأكسيوماتيكة.

2- أرتباط الوجود المنطقـي والر ياضي بالوجود الأنطولوجي، فالاكتمال المنطقي هو عبارة عن علاقة بين السـينتاكس والسـيمانتك أو هـو علاقة بين التركيبـات العقلية والدلالة

(1) انظر: Aristotle, Metaphysics, op, cit, E4, 1027b, 1208a 1-4.

حيث يرى أرسـطو في هذا النص أن الوجود بما هو صادق وكاذب ليس له مسـتوى منفصل من الوجود ولكنه متعلق بالوجود بما هو مقولات.

(2) Aristotle, Metaphysics, Γ3, 1005a, 24.

(3) Aristoltle, Metaphysics, Γ2, 1011b, 26-27.

(4) انظر: Aristotle, Metaphysics, Γ ,1 , 1003a, 20-27.

والتفسير الخارجي وبالتالي نستطيع القول على مستوى الفلسفي إنه عبارة عن علاقة بين الذات والموضوع، الذات متمثلة في مجموعة المقولات العقلية والموضوع متمثلاً في الوجود الخارجي.

وإذا كان العقل صورة للوجود فلا مجال للاختلاف بين النظرية العقلية والموضوع الخارجي وبالتالي لا يكون مفهوم عدم الاكتمال محل تساؤل، حيث إن عدم الاكتمال يعبر عن قضية متحققة على مستوى الموضوع والوجود الخارجي ولا يمكن اشتقاقها من المبادئ العقلية. ولكن إذا كانت هذه المبادئ العقلية هي انعكاس للمبادئ الأنطولوجية إذن فهي لابد وأن تكون مفسرة لكل ما هو معطي على المستوى الأنطولوجي. فالتميز بين الذات والموضوع هو الذي يجعل هذه الشمولية التي يتصف بها المبدأ وبالتالي مجموعة بديهيات النسق - محل تساؤل.

3 ـ امتداد تأثير أرسطو في الفلسفة الحديثة:

لم يظهر في الفلسفة المتيافيزيقة الغربية -باستثناء فلسفة كانت التي ظهر فيها هذا التساؤل بشكل ضمني- تساؤل حول الاكتمال وذلك لأن امتداد الميتافزيقا في الفلسفة الغربية يحافظ على التطابق والهوية بين الذات والموضوع ويظهر ذلك من خلال أغلب تلك الفلسفات، فتظهر علاقة الهوية تلك في علاقة الفكر بالامتداد عند ديكارت.

ولكن إميل بريهة يرى أن فلسفة ديكارت تختلف في هذا الصدد عن كل الفلسفة اليونانية ولا تعد أمتداداً لها فيقول فليس هنا - يقصد في ميتافيزيقا ديكارت- من وحدة هوية كتلك التي حاول الميتافيزقيون القدامي من بارمنديس إلى أفلوطين أن يقيموها بين الفكر والوجود في مسعاهم إلى بلوغ الماهية الشاملة للكون في داخل الفكر، فليس لنا أن نطلب في الكوجيتو ذلك الضرب من التمثل الشامل للواقع(1).

لكن هذا التمثل الشامل للواقع يمكن فهمه من خلال المبدأ الثاني لديكارت والذي يثبت الوجود الإلهي من حيث إن هذا الوجود كمحمول ذاتي لا يمكن فصله عن الماهية(2).

---

(1) إميل بريهة، المرجع السابق، الجزء الرابع، ص91.

(2) يوسف كرم، تاريخ الفلسفة الحديثة، دار المعارف، 1986، ط5، ص74.

كذلك فإن إثباته لوجود الواقع الفيزيائي الخارجي من خلال تفسيره لصفة الكمال الإلهي من حيث إن هذا الكمال يفترض الصدق، وبالتالي فإن الله صادق فإذا أوحى بوجود العالم الخارجي فلابد وأن يكون هذا العالم موجود بالفعل[1]. وهذا ما يذهب إليه ديكارت في قوله إن الإله لا يمكن أن يكون مضلاً لأنه كامل[2].

ومن خلال اليقين الثالث عند ديكارت نستطيع أن نرى بوضوح مفهوم شمولية المبدأ وكذلك مفهوم تطابق الفكر والوجود على أنه جزء أساسي من فلسفة ديكارت.

ديكارت هنا يعكس العلاقة مع الإبقاء عليها فالفكر والوجود في هوية ولكن من خلال أن الوجود منطبق مع الفكر. فديكارت يجعل الوجود الفيزيائي والوجود الأنطولوجي مفسراً من خلال حدس عقلي وهو حدس الكوجيتو والذي من خلاله نفهم الوجود الإلهي بوصفه كاملاً ومن خلال الصدق الإلهي الذي هو أحد صفات هذا الكمال وبالتالي يمكن تفسير الوجود الفيزيائي.

ففلسفة ديكارت تعبر عن الهوية بين الذات والموضوع وتعبر عن تطابق المقولات العقلية مع الواقع الأنطولوجي.

ونجد هذا التطابق أيضاً في نظرية المعرفة عند هيجل من حيث إنها تعبر عن صراع بين نقيضين هما الذات والموضوع، ولكن عندما نتجاوز هذا الصراع نصل إلى مركب من هذين الضدين في الجدل الهيجلي والذي يشملهما معاً ويعبر عن تطابقهما. فيرى (ولترستيس) أنه إذا كان التوحيد بين المعرفة والوجود هو المبدأ الأساسي في كل ألوان المثالية فقد اعتمدت عليه اعتماداً مطلقاً فلسفة أفلاطون وأرسطو لكن في الوقت الذي ترى اليونانيين يفترضونه ببساطة بوصفه مبدأ لا مندوحة عنه، نجد أن هيجل يجعله جزءً من فلسفته[3].

فالذات في فلسفة هيجل تقف على طرف علاقة التناقض مع الموضوع ثم يتحدان من خلال المكون الثالث للجدل. (ويوضح ولتر ستيس ذلك بقوله) فالموضوع يواجه الذات بمعنى من

(1) انظر المرجع السابق ص79.

(2) ديكارت، التأملات في الفلسفة الأولى، ترجمة عثمان أمين (دكتور)، مكتبة القاهرة الحديثة، 1965، صـ99.

(3) ولترستيس، فلسفة هيجل، ت/دأمام عبد الفتاح إمام، 1980، دار الثقافة للطباعة والنشر، 1980، ص115.

المعـاني فهو اللا أنا والـلاذات، والقول بأن المعرفة والوجود متحـدان ومتمايزان لهو مثال على المبدأ الهيجلي المشهور في التوحيد بين الأضداد[1].

لا يظهـر أختـلاف وتمايز حقيقي بين الذات والموضوع على مسـتوى الفلسـفة الحديثة ألا مع فلسـفة كانت، هذا التمايز الذي جعل التسـاؤل حول معنى الاكتـمال ممكناً. فكانت يقر بوجود عالمين هما عالم الظواهر (phenomna) والشيء في ذاته (nomina)[2]. وتشير الفينومينا إلى الظواهر كما تبدو لأوليات العقل وهي أوليات ترانسـتداليه (Trancental) أي سـابقة على التجربة بمعنى أنها تمثل قوانين الذات بمنأى عن الموضوع، وسيكون الموضوع بعدي بالنسبة لها ولهذا فللموضوع وجود منفصل أيضاً لا تدركه الذات وهو ما يشير إليه بالنومينا.

إذن فهناك نسق نظري سابق على التجربة وهناك موضوع خارجي منفصل عن هذا النسق النظري. إذن هنا يمكن أن ينشـأ التسـاؤل حول مفهوم الاكتمال، فالنسق النظري الذي يتمثل مـن خلال مقولات العقل يتمثل فيه السـينتاكس بينما التفسـير الذي ينتمـي إلى الموضوع يمثل السيمانتك وله وجود منفصل لا يتطابق فيه مع هذه المقولات.

وبالفعل فإن هذا الفصل على مسـتوى فلسـفة كانت أدت إلى مجموعة مفارقات نسـتطيع أن نسـتوعبها بشكل فلسفي عام من خلال مفهوم الاكتمال بمعناه الفلسفي العام الذي عرضناه هنا فمفارقات العقل النظري عند كانت ومن أمثلتها القضايا الثلاثة التي يمكن إثبات صدقها وكذبها في ذات الوقت. ومنها على سبيل المثال التناقض الأول الذي يشتمل على القضيتين الآتيتين[3]:

أ - للعالم بداية في الزمان وهو أيضاً محدود في المكان.

ب- ليس للعالم بداية في الزمان ولا حد في المكان فهو لا متناه في الزمان والمكان معاً ويقدم (كانت) لكل من هاتين القضيتين إثباتاً كاملاً لتكن كل منهما قضية صحيحة.

وهـذا التناقـض يمكن فهمـه من خلال عـدم اكتمال مقـولات العقل الأساسـية بحيث أن هـذه القضايا لا يمكن الحكم عليهـا من خلال هذه المقولات فهي قضايـا متحيره، ويبدو عدم

(1) المرجع السابق، صـ115.

(2) زكريا إبراهيم، كانت والفلسفة النقدية، مكتبة مصر، القاهرة بدون سنة للنشر ص94.

(3) المرجع السابق، ص 94.

الاكتمال لهذه المقولات بشكل أوضح من خلال نظريته في الوجود الإلهي، فالله موجود قضية من مسلمات العقل العملي ولكن لا يمكن إثباتها من خلال مقولات العقل النظري[1]، فنحن هنا أمام قضية صادقة ولكنها لا يمكن إثباتها من خلال مقولات العقل النظري.

ولكن عدم الاكتمال السابق عند كانت لا ينتمي إلى علم من العلوم مثل علم الطبيعة أو الهندسة فهذه العلوم مكتملة من وجهة نظر كانت حيث إن مقولات العقل النظري كافية لتفسير كل القضايا التجريبية. وتأتي من وجهة نظره هذه المفارقات نتيجة أن العقل يمد شروط التجربة إلى ما وراء حدود التجربة[2]. وبالتالي فإن هذه الأوليات العقلية تكون مكتملة بالنسبة لما هو تجريبي وغير مكتملة بالنسبة لما هو ميتافيزيقي.

إذن فانفصال الذات عن الموضوع أو الأبستمولوجي عن الأنطولوجي جعل التساؤل حول الاكتمال على المستوى الفلسفي تساؤلاً مطروحاً.

ooo

(1) المرجع السابق، انظر صـ 165.

(2) Kant, Immanuel, Critique of Pure Reson, t/, Werner, Pluhar, Indianapolis, Hackett, 1996, p23.

ثانياً: ظهور مفهوم عدم الاكتمال في الفلسفة اليونانية

أ ـ مفارقات زينون ومفهوم عدم الاكتمال:

إذا كان اتحاد الذات والموضوع تقليد أساسي في الفلسفة اليونانية انتقل إلى الفلسفة المثالية الحديثة بشكل عام ولم نجد خروجاً عن ذلك إلا عند كانت وهنا ظهرت مشكلة الاكتمال، إذن فهل معنى ذلك أن هذه المشكلة لم تظهر على مستوى الفلسفة اليونانية على ضوء هوية الذات والموضوع في هذه الفلسفة؟

في الحقيقة إن مشكلة الاكتمال قد ظهرت بشكل واضح في الفلسفة اليونانية وذلك من خلال لحظة هامة وفارقة من وجهة نظرنا في الفلسفة اليونانية ألا وهي مجموعة مفارقات زينون التي ساقها للتدليل على فلسفة بارمنديس والمدرسة الآلية بشكل عام حول نفي الحركة والكثرة.

فيقول أفلاطون إن لزينون كتاباً يضم أربعين مفارقة وضعهم زينون للدفاع عن فلسفة بارمنيدس وأن هذا الكتاب قد تعرض للسرقة ولم ينشر من قبل صاحبه[1].

وإلى هذا أيضاً يذهب بروكلس (Proclus) بقوله إن زينون قد حدد أربعين مفارقة مختلفة تنتج عن تأكيد جود الحركة والكثرة وكل هذه المفارقات تقوم على تحليل زينون لفكرة الاتصال (contaumm)[2].

والمفارقة الأساسية التي سوف نعتمد على تحليلها هنا في مفارقة الحركة فهي تمثل بوضوح الفكرة الأساسية التي تقوم عليها بقية المفارقات وهذه المفارقة يلخصها أرسطو في كتاب الفيزياء على النحو التالي[3]:

«الحركة مستحيلة لأن الشيء المتحرك ينبغي أن يصل إلى نقطة المنتصف قبل أن يبلغ النهاية».

إذن فزينون هنا يعتمد في إثباته على استحالة الحركة بناءً على قابلية المكان للانقسام إلى مالا نهاية.

(1) Plato, Parmindes, T/AE, Taylor, Oxford , Clarendon, 1934.

(2) K, von Friz, Dictionary of Scientific Biography New York 1970 - 1990.
http//www-groubs.dsc.st-and.ac.uk/-history/Biograbhies/Zeno-of-Eela.html.

(3) Aristotle, Physics, ob, cit, 239 b 11-13.

وبقية الحجج تقوم أيضاً على نفس المبدأ، فحجة أخيل على سبيل المثال تقوم على أن أخيل لن يلحق بالسلحافاة أبداً لأنه يتعين عليه أولاً أن يصل إلى الموضع الذي منه انطلقت السلحفاة ثم يعاود الانطلاق ليبلغ الموضع الذي هي فيه الآن وهكذا إلى مالا نهاية، وذلك اعتماداً على أن المسافة بينه وبين السلحفاه ستكون مركبة على الدوام من عدد لا متناه من النقاط[1].

وأيضاً حجة السهم التي يلخصها أرسطو على النحو التالي، كل شيء حينما يشغل حيزاً من المكان مساوياً له يكون في حالة سكون والشيء الذي في حركة دائماً يكون الآن وبالتالي فإن هذا السهم لا يكون متحركاً[2].

وبالتالي فإن تقسيم الزمان إلى آنات منفصلة يؤدي إلى استحالة الحركة وإذا نظرنا إلى المفارقة الأولى والتي يطلق عليها عادة مفارقة القسمة الثنائية والتي تلخص في نفس الوقت المبدأ الأساسي الذي تقوم عليه بقية المفارقات نجدها تعتمد في الأساس على أن المكان إذا كان قابلاً للقسمة إلى مالا نهاية، فإن ذلك يؤدي إلى إنعدام الحركة، فحتى يجتاز أخيل المسافة من أ إلى ب فإن عليه يجتاز بداية نصف هذه المسافة من أ إلى ب وهكذا إلى مالا نهاية.

أي أن المكان يقسم على ضوء هذه السلسلة اللا نهائية:-

1 + 1/2 + 1/8 + 1/16 + ... 1/ن[3].

حيث إن الأعداد تقبل القسمة على اثنين إلى مالا نهاية. وإذا كان المكان الفيزيائي مفهوماً ومفسراً من خلال العدد فهو بالتالي قابل للأنقسام إلى مالا نهاية.

وحتى نستطيع أن نتفهم الدور الحقيقي لمفارقة زينون على المستوى المنطقي سوف نتجاوز الصياغة المنطقية لها والتي عبر عنها بلانشيه بوصفها تمثل قانون الرفع إلى محال ((ق⊂- ق) ⊂- ق)، إذا لزم عن قضية كذبها. للزم عن ذلك أنها كاذبة[4]،إلى التعبير عن هذه

(1) إميل بريهة، المرجع السابق، جـ1، ص87.

(2) Aristotle, Physics, op, cit (239 b.30).

(3) وليم جيمس، بعض مشكلات الفلسفة، ت/محمد فتحي شنيطي (دكتور)، مراجعة زكي نجيب محمود، المؤسسة المصريةالعامة للتأليف والترجمة والطباعة والنشر بدون سنة النشر صـ134.

(4) Blanche, R, op. cit, 5-14.

وقد عبر بوشنسكي أيضاً عن هذه الحجج على أساس أنها تمثل الصيغة - (ب س. ج س) ⊂- أ س. =

الحجج باللغة المابعد منطقية، ونستطيع أن نتفهم هذه المفارقات من خلال هذا المستوى اللغوى إذا نظرنـا إلى تعليق سـيمبلوكس(Simplicius) على هذه الحجة على أسـاس أن الحس المشـترك (common sense) يدلنا على أن الأشياء في الحقيقة تتحرك[1].

أي أن الحركة التي يؤدي القول بها إلى مفارقات على مستوى الاستدلال العقلي هي في الحقيقة موجودة بشـهادة الحس المشـترك. ومن خلال ذلك نسـتطيع القول بأن الحجج السابقة تعبر عن عدم اكتمال نسق الأعداد في تفسير الطبيعة.

فنحن أمام قضية على مسـتوى التفسير والسـيمناتك صادقة فالأشياء تتحرك، ولكنها قضية غير قابلة للاشتقاق على مستوى السينتاكس.

ويتضح هذا المعنى من خلال تحليل سنسبري لهذه الفارقة على أساس أنها تقوم على المطابقة التي أسسـتها بين السلسـة الرياضية -سلسة الأعداد وسلسـلة المكان الفيزيائي فنحن هنا أمام شيئين مختلفين تماماً السلسلة التي تشير إلى نقاط المكان الفيزيائي من جهة وسلسلة الأعداد من جهة أخرى[2].

فالمـكان الفيزيائي هنا مفهوم بلغـة الأعداد، فإذا كان المكان مقاسـاً أي يمكن التعبير عنه بأرقام، وبالتالي فإن سلسلة الأعداد بخواصها من عمليات أساسية تنطبق عليه، هنا تكون هذه المنظومة العددية بخصائصها تمثل الجانب السـينتاكس بينما التفسـير السميانتيكي الذي تأخذه هذه المنظومة العددية هو كونها تمثل الواقع الفيزيائي الذي سوف يمثل الجانب السميانتيكي في هذه الحالة[3].

وهذا ما يذهب إليه راسل في تحليله لمفارقة زينون على أنها تقوم على وصف المكان والزمان

= إذا لـزم عن قضية قضايا أخرى وكانت هذه القضايا كاذبة لكانت القضية كاذبة انظر بوشنسـكي، المنطق الصوري القديم، ترجمة ودراسة وتعليق (إسماعيل عبدالعزيز) دكتور ط1 1996، دار الثقافة.

(1) Simplicius, On Aristotle Physics, (1012.22), in Reading in Ancient Greek Philosophy From Thales to Aristotle, S.M Chohen. Curd and C.D.C Reeve (ed) Indiaaplois / Campbridge. Hackett Publishing. CO. Inc, 1995, p 58-59.

(2) SainsBury. R.m, Paradox, cambridge univercty Press, second edition 1995, P16.

(3) كل أكسـيوماتيك الفزياء في العصر الحديث سـوف يكون من خلال نظرية رياضية وهندسية بشكل خاص سواء فزياء الكوانتم أو النسبية. انظر الفصل الرابع من هذا البحث.

من خلال النقاط واللحظات وربط هذه النقاط واللحظات بالأعداد وبالتالي لا يمكن القول بأن المكان والزمان مكونان من عدد لا متناه من اللحظات والنقاط [1].

وهنا يمكننا تحويل هذه المفارقة بهذه الصورة إلى حديث عن عدم اكتمال منظومة الأعداد بالنسبة لتفسير المكان الفيزيائي والحركة. فإذا فهمت منظومة الأعداد بهذه الصورة على أساس أنها قابلة للانقسام إلى مالا نهاية فإننا لا يمكن أن نشتق من خلالها مفهوم الحركة وإن كانت الحركة تمثل واقعة في العالم الخارجي وبالتالي نكون أمام قضية صادقة ولكنها غير قابلة للاشتقاق من النسق النظري المعبر عنها وبالتالي فإن هذا النسق غير مكتمل.

إن عدم الاكتمال الذي نفهمه من خلال مفارقات زينون يعود في الأساس إلى نقده للتصور الفيثاغوري للوجود على أساس أن نظام الأعداد يمثل نظاماً شاملاً يمكن من خلاله تفسير الوجود.

وهذا ما يذهب إليه إميل بريهيه من أن زينون لا يقصد من مفارقته رفض النظريات الكسمولوجية الأيونية التي صوب بارمنديس سهام نقده إليها وإنما الدعوى الفيثاغورية القائلة بأن الأشياء أعداد، أي مؤلفة من أحاد خفية كما من نقاط [2].

ب- الأعداد الصماء عند فيثاغورث ومشكلة عدم الاكتمال:

إن هذه الشمولية في تطبيق نسق الأعداد على الوجود قد أدت إلى أشكاليات مشابهة حتى لدى الفيثاغورثيين أنفسهم. ففلسفة فيثاغورث تقوم كما يقول أرسطو في كتاب الميتافيزيقا على أساس تحديد المبدأ الأول للوجود هو الأعداد [3].

ويوضح أرسطو ذلك في كتاب الفزيقيا بقوله فالسماء عندهم مكونة من هذه الأعداد وكل الوجود الطبيعي مكون من هذه الأعداد [4].

---

(1) Bertrand Russell, Our Knowledge of the External World, Gorge Allen, Unwin LTD. London, P 134.

(2) إميل بريهة، المرجع السابق، الفلسفة اليونانية، جز، ص86.

(3) Aristolte, Metaphysics, op, cit, I5, 985 b 23-986 b8.

(4) Aristotle, Physca, iii. ⊥, 3000 a 15.

وانظر أيضاً: Ibid 287a 9-27.

و يتضح هذا المعنى عند فيثاغورث من خلال علاقة العدد بالهندسة. فالأعداد جميعاً يمكن تمثيلها هندسياً[1].

وهذه الأشكال الهندسية هي التي يتكون منها الوجود، فهناك خمس أشكال هندسية يتكون منها الوجود فالأرض نشأت من المكعب والنار من الهرم، والهواء من الشكل الثماني (octahedron) والماء من الشكل ذي العشرين وجه (icosahedron) والكرة من الشكل ذي الأثنى عشر وجهاً (dodecahecton) [2].

و إذا كانت هذه الأشكال الهندسية التي تمثل الوجود تعود في أصلها وتفسر من خلال العدد، فيكون بذلك العدد هو المكون الأساسي للوجود.

وقد أدى اكتشاف فيثاغورث لإحدى النظريات الهندسية والتي تعرف باسمه -وهي النظرية التي مؤداها أن مجموع مربع ساقي المثلث القائم الزاوية يساوي مربع وتره- إلى أن يفترض أن بين بعض الخطوط علاقة لا يمكن التعبير عنها عددياً، وهنا يرى إميل بريهه أن العلم الفيثاغورثي قد اصطدم من البداية بحدوده[3]. حيث إن جذر الأعداد غير المربعة سوف يؤدي إلى أعداد غير محددة، أو ما يطلق عليها الأعداد الصماء (irrational) والتي كانت تعني في اليونانية (غير قابل للقياس)[4].

وهنا يرى راسل أن هذه الإشكالية تنتج عن الخلط ما بين العدد الذي يمثل الكم المنفصل وما بين الهندسة التي تمثل الكم المتصل، و يتضح هذا اللأمر عندما ننظر إلى حجج زينون التي تمثل نقداً للفيثاغورثية[5].

وهنا نرى أن مشكلة عدم الاكتمال التي تظهر من خلال حجج زينون نجدها تظهر عند فيثاغورث نفسه من خلال الأعداد الصماء.

(1) انظر راسل برتراند، المرجع السابق، ص57.

(2) Fairbanks, (ed and trans), Pythagoras and the Pythagoreans Fragments and Commentry, London, K Paul, Trubenr, 1898, p 147.
http//history,honover.edu//texts/presoc/pythagor.html.

(3) إميل بريهة المرجع السابق، ج، ص 74.

(4) راسل برتراند، المرجع السابق، ص74.

(5) المرجع السابق، ص75.

ففيثاغورث هنا يضع العدد كمبدأ مفسر للوجود، هذا الوجود الذي يعبر عنه من خلال الأشكال الهندسية، إذن فعلاقة العدد بالوجود تتمثل بشكل أساسي من خلال علاقة العدد بالهندسة أو من خلال علاقة الكم المتصل بالكم المنفصل.

العدد بعلاقاته يمثل هنا النظرية السينتاكس بينما تشير الهندسة بوصفها معبرة عن الوجود الفيزيائي إلى التفسير السيمانتيكي الذي يعطيه لهذه النظرية.

فوتر المثلث قائم الزاوية شكل موجود ومحدد من خلال علاقته بالضلعين الآخرين أي أنه يمثل قضية صادقة في الواقع، ولكن تمثيل العدد الذي يمثل الجذر التربيعي لمجموع مربعي الضلعين الآخرين يكون أحياناً عدداً غير محدد.

وبالتالي فإن النظرية السينتاكس غير كافية لاشتقاق كل ما هو معطى وصادق من خلال التفسير السيمانتيكي.

إذن فشمولية المبدأ التي مثلت الخاصية الرئيسية لمفهوم المبدأ في الفلسفة اليونانية قد أدت إلى إشكالات تصطدم بمفهوم الشمولية، وتعبر في وقت مبكر من تاريخ الفلسفة عن مفهوم عدم الاكتمال.

والاكتمال بالتالي يعد امتداداً لهذه الشمولية داخل مفهوم النسق الأكسيوماتيكي الحديث، من حيث إنه يمثل انتقالاً لصفة الشمولية التي تمثلت في المبادئ الأولى للوجود إلى أوليات النسق والتي تمثلت من خلال مسلمات النسق.

وقد أدت صفة الشمولية إلى إشكالات عدم الاكتمال قبل ظهور النسق وفكرة الاكتمال النسقي من خلال شمولية هذه المبادئ وبشكل خاص النموذج العددي للطبيعة وشمولية هذا النموذج في تفسير الطبيعة.

○○○

ثالثاً: الاكتمال في الأنساق المنطقية في الفلسفة اليونانية

سـوف نحاول هنا فهم النظريات المنطقية عند اليونانيين بشكل نسقي، وإن لم تصغ بعض هذه النظريات بشـكل نسقي لكنها تحمل نواة لمفهوم النسـق، مثل نظرية أرسطو التي حاول لوكاشـفيتش رؤيتها بشكل نسقي، ومثل المنطق الرواقي الذي حاول أصحابه أنفسهم التعامل معها بشـكل نسـقي ولكنها لم تأخذ التحديد النسـقي كاملاً. ومن خلال ذلك سـوف نحاول تحديد إلى أي مدى كان الاكتمال خاصية لهذه الأنساق المنطقية.

أ- صياغة لوكاتشفتش للمنطق الأرسطي بشكل نسقي وإثبات اكتماله:

يحاول لوكاشـفتش رؤية المنطق الأرسـطي من خلال المفهوم النسقي وذلك من خلال تحديد المسلمات وقواعد الاستنباط وقواعد الرفض التي يمكن من خلالها أستنباط مجمل المنطق الأرسطي.

وهذا ما يحدده لوكاشـفتش بقوله إنه من هذه المسـلمات والقواعد نسـتطيع أن نسـتنبط كل مقررات المنطق الأرسطي المعلومة، مربع التقابل وقوانين العكس وكل أضرب القياس الصحيحة، ومن خلال المسلمات والقواعد الخاصة بالرفض نستطيع أن نرفض كل الأقيسة الفاسدة[1].

وتعتمد هذه المسلمات والنسق ككل على تحليل لوكاشفتش للقياس الأرسطي على أساس أنه علاقة لزومية مقدمها علاقة عطفية وذلك على النحو التالي[2].

إذا كان ق

و ل

يلزم عن ذلك ك

وهذا ما يمكن فهمه من نص أرسـطو نفسـه الذي يعرف العطف واللزوم بشكل ضمني من خلال توضيحه علاقة صدق وكذب النتيجة بصدق وكذب المقدمات[3].

(1) بان لوكاشفتش، نظرية القياس الأرسطية، ت/ عبد الحميد صبره منشأة المعارف، الإسكندرية، سنة 1961 ص139.

(2) المرجع السابق، صـ 36.

(3) انظر، أرسـطو التحليلات الأولى، منطق أرسـطو، تحقيق وتقديم عبد الرحمن بدوي (دكتور)، ط1، وكالة الكويت للمطبوعات، الكويت 1980، م2، ف2، 53ب، صـ 53 - 54. =

ثم يعبر لوكاشفتش عن هذه المتغيرت (ق،ل،د) على أنها متغيرات قضائية يمكن من خلالها التعبير عن أنواع القضايا الأربع.

فأي متغير قضائي مما سبق يمكن أن يأخذ أربعة أشكال[1]:

1- كا أ ب وهي الكلية الموجبة وتعني كل أ هي ب
2- با أ ب وهي الجزئية الموجبة ونعني بعض أ هي ب
3- سا أ ب وهي الكلية السالبة وتعني ليس كل أ هي ب
4- نا أ ب وهي الجزئية السالبة وتعني بعض ليس ب

ثـم يعـرف العمليتين الأساسـيتين اللتين يتكون منهـما القياس وهما اللـزوم (ما) والعطف ويرمز له بالرمز طا[2]. ثم يعرف السـلب ويجعل السـلب واللزوم العلاقات الأساسـية في هذا النسق والتي من الممكن اشتقاق بقية العلاقات من خلالها[3].

ومن خلال ما سبق يحدد لوكاشفتش طبيعة النسق الأرسطي من خلال تحديده لمعنى نظرية القياس الأرسـطية بقوله إنها ليست نظرية في القضايا وليسـت نظرية في المحمولات وإنما هي نسق مستقل عن غيره من الأنساق الاستنباطية له مسلماته ومسائله[4].

فهذا النسق مكون من علاقات منطق القضايا مثل اللزوم والعطف ومنطق الفئات وكذلك منطق المحمولات ليكون نسـقاً فريداً له مسـلماته الخاصة ويعدد لوكاشفتش مسلمات النسق الأربعة على النحو التالي[5]:

1- كا أ ب وتعني كل أ هي أ
2- با أ ب بعض أ هي أ

= ولتوضيح هذه النقطة انظر محمد على المسبكاوي، رحلة العقل، صـ 32 - 34.

(1) انظر لوكاشفتش بان، المرجع السابق، صـ170.

(2) انظر المرجع السابق، صـ 21.

(3) المرجع السابق، صـ 66.

(4) المرجع السابق، صـ 185.

(5) المرجع السابق، صـ121.

3- ما طا كاب ج كا أ ب كا أ ج

ويعني إذا كان (كل ب هي ج و (كل أ هي ب) فإن كل أ هي ج وهو الضرب Barbara

4- ما طا كاب ج با ب أ با أ ج

ويعني إذا كان (كل ب ج و بعض ب أ، فإن بعض أ ج وهو الضرب Datisi

ويضيف لوكاتشفتش إلى ذلك قاعدتين للرفض وقاعدة التعويض والفصل الخاصة بالتقرير وبالرفض (وهي قواعد الاشتقاق)[1].

وبهذه الطريقة ومن خلال تحليل القياس إلى مجموعة علاقات أولية يمكن صياغة كل المنطق الأرسطي، سواءً في الاستدلال المباشر أو غير المباشر، ولكن هذا التحليل للقياس ورده إلى العلاقات الأولية المكونة له، ثم إعادة صياغته من خلال هذه العلاقات والقواعد الأولية سيجعل العبارات الممكنة الصياغة لا نهائية.

وهنا يتسائل لوكاشفتش عن إمكانية هذه المسلمات والقواعد للبت، أي تقرير كل عبارة إذا كانت صادقة أم كاذبة[2]. أي هل يمكن إثبات أو دحض كل عبارة ممكنة الصياغة من خلال النسق وذلك من خلال مسلمات النسق وقواعد الاستنباط.

وهنا إشارة إلى مبدأ الاكتمال النسقي من حيث إنه عبارة عن علاقة بين قابلية الاشتقاق من النسق أو المستوى السينتاكس له والصدق والكذب للقضايا من حيث هي قيم سيمانتيكية.

وهنا يرى لوكاشفتش أن هناك عبارات كاذبة لا يمكن أثبات كذبها من خلال هذه المسلمات مثل العبارة كب (3) ما با أب ما ما كارب كاب أو والتي تعني:

بعض أ هي ب يلزم عنها أن ليس كل أ هي ب يلزم عنها كل ب هي أ

ويعتبر هذه العبارة عبارة متحيرة بمعنى أنه لا يمكن تقرير شيء عنها من خلال قواعد ومسلمات النسق[3].

(1) انظر هذه القواعد، المرجع السابق، صـ121.

(2) المرجع السابق، صـ 140.

(3) المرجع السابق، صـ 141.

ونستطيع من خلال مناقشة لوكاشفتش للعبارات المتحيرة للنسق توضيح علاقة ذلك بمفهوم الاكتمال، فيتساءل لوكاشفتش هل عدد العبارات المتحيرة متناه أم غير متناه؟ فإذا كان متناهياً، كان حل مسألة البتاته أمراً يسيراً، ذلك بأن نقبل العبارات الصادقة على أنها مسلمات مقررة جديدة، ونرفض العبارات الكاذبة على نحو أولي[1].

وسواء كانت العبارات المتحيرة متناهيه أو غير متناهية فنحن هنا أمام مشكلة الاكتمال للنسق، فمعني قبول العبارات المتحيرة الصادقة كمسلمات جديدة أو قبول العبارات الكاذبة على أنها كاذبة بشكل أولي أي عبارات مرفوضة، فمعنى ذلك أن نسق المسلمات الأصلي غير مكتمل، أي ليس لديه القدرة على اشتقاق أو إثبات كل العبارات الصادقة على أنها صادقة والعبارات الكاذبة على أنها كاذبة وبالتالي فإن نسق المسلمات غير مكتمل على وفق تعريف الاكتمال عند هيلبرت.

ولكن إذا كان عدد العبارات المتحيرة محدوداً فمعنى ذلك أننا يمكننا توسيع المسلمات حتى يصبح النسق مكتملاً، أما إذا كان عدد العبارات المتحيرة غير متناهياً فمعنى ذلك أن النسق بهذه الصورة غير مكتمل لأننا مهما أضفنا من مسلمات تعبر عن القضايا المتحيرة الصادقة أو مسلمات تعبر عن رفض العبارات المتحيرة بشكل أولي فإنه ستبقى هناك عبارات لا تشتق من النسق[2].

وتنشأ هذه العبارات المتحيرة من خلال محاولة رد الشكل الذي وضعه أرسطو للقياس إلى مكوناته الأساسية وهي المتغيرات ق و ك والتي تأخذ أياً من الأشكال الأربعة للقضية الأرسطية بالإضافة إلى علاقات اللزوم والسلب والعطف، وتأسيس مجموعة مسلمات النسق على ضوء هذه المكونات، ومن خلال هذه المكونات يمكننا تكوين عدد لا نهائي من الأشكال، والتي لا تنحصر في ثلاث حدود فقط، وهذه الأشكال ينبغي أن تكون كاذبة من خلال المنطق الأرسطي.

وهذا ما يذهب إليه لوكاشفتش من أننا لا يمكن أن نضع عدداً للحدود من خلال النسق، وفي نفس الوقت فإن هذه القضايا التي تشمل أكثر من ثلاثة حدود ومقدماتها سالبة، كلها كاذبة في المنطق الأرسطي[3]. فإذا نظرنا إلى العبارة:

(1) المرجع السابق، صـ140.

(2) المرجع السابق، ص143.

(3) المرجع السابق، ص 140.

مـا لا أ ب مـا لا أ ج مـا لا أ د ما لا ج ب ما لا ب د بـا ج د[1] (وهي عبارة مكونة من أربعة حدود).

وأردنا التعبير عنها من خلال تأويل الأقيسة الأرسطية من خلال دوائر أويلر وهو التأويل الـذي تمثل فيه المتغـيرات الحدية أ،ب، ج بدوائـر، وهذه الدوائر تمثل العلاقـات الممكنة بين الحدود، وهذه الطريقة تؤيد كل المسـلمات وأيضاً قواعد الرفض التي تؤسس النسق، أياً كان عدد هذه الدوائر.

وبالتالي يمكننا اعتبار تأويل الأقيسة من خلال الدوائر هي عملية تفسير سيمانتكي للنظرية السينتاكس السابقة، وهذا ما يذهب إليه لوكاتشفتش لقوله أن عدد الدوائر هي مجال التأويل (للنسـق)[2]. أي أن كل هـذه المسـلمات وقواعد الرفـض تكون صادقة بالنسـبة لكل النماذج التفسيرية من خلال الدوائر أياً كانت قيمة ع التي تمثل عدد هذه الدوائر[3].

لكن إذا نظرنا للعبارة السابقة سنجدها تحمل أربعة متغيرات حدية هي (أ) و (ب) و (ج) و (د) وإذا عبرنا عنها من خلال ثلاث دوائر فقط كما في القياس الأرسطي، سيكون هناك حدان متطابقـان وبالتالي سـتكون أحد مقدمات القضية اللزومية كاذبة وبالتالي تصدق المتسلسـلة اللزوميـة كلها، وإذا كان زوج المتغيرات الأخير (ج،د) يحتوى على عنصرين متسـاويين فإن النتيجـة با ج د تكون صادقـة فتصدق القضية اللزومية كلها. لأن القضية اللزومية تصدق إذا كذبت المقدمة أياً كانت قيمة النتيجة وبالتالي تصدق المتسلسلة كلها وأيضاً القضية اللزومية تصدق إذا صدقت النتيجة أياً كانت قيمة المقدمات وبالتالي تصدق المتسلسلة اللزومية كلها. وذلك لأن القضية الكاذبة يلزم عنها أي شيء والقضية الصادقة تلزم عن أي شيء.

ولأن هـذه المقدمات تعبر عـن انفصال كل حد من الحدود الأربعة عـن بقية الحدود، فهي تنفـي أن تكـون أ هـي ب أو ج أو د أو أن تكون ب هي ج أو د فـإذا كان هناك حد متطابق

(1) وهذه العبارة تشـير إلى متسلسـلة لزومية مثل التي تعاملنا معها في الفصل السـابق وأشـارنا إليها بالرمز (G)، ونصها هنا ما يلي:

(لا أ ب) ⊂ ((لا أج) ⊂ ((لا أد) ⊂ (أب ج)) ⊂ (لا ب د) ⊂ (با ج د)).

(2) المرجع السابق، صـ 141.

(3) المرجع السابق، صـ 141 - 142.

مـع أحد هذه الحدود الأخرى إذن لكذبت أحد هذه المقدمات، أي إذا كان هناك ثلاث دوائر وأربع مقدمات فلابد لدائرة من الدوائر الثلاثة أن تمثل مقدمتين في نفس الوقت، أي سـيكون هنـاك تطابق ما بـين المقدمتين، وبالتالي لابـد وأن تكذب أحد مقدمات المتسلسـلة اللزومية ونتيجـة لذلك تصدق المتسلسـلة اللزوميـة ككل، أو تصدق النتيجة من خلال نفس التفسـير وبالتالي تصدق المتسلسلة اللزومية كلها.

وبالتـالي تكـون القضية صادقـة من خلال هذا النموذج التفسـيري أي في حالة اشـتراطنا التعبـير عنها مـن خلال أربع دوائر ولكـن لا يمكن إثبات كذبها -أي إثبـات نفيها- من خلال المسلمات[1].

أمـا إذا كان يمكـن التعبـير عن الصيغـة بأكثر من ثلاث دوائر فنرسـم أربـع دوائر تخرج عنهـا الثلاث الأخريات بحيث تكذب العبارة السـابقة ولا نسـتطيع إثبات صدقها عن طريق المسلمات والقواعد التي وضعناها للتقرير، وبالتالي لا يمكن البرهنة على صدق أو كذب هذه العبارة بواسطة النسق[2].

وهنا يرى لوكاشفتش أيضاً أن هناك مجموعة من الصيغ التي تمثلها مثل هذه المتسلسلة اللزومية والتي تعتبر قضايا متحيرة مثل (ماق1 ماق2 ماق3 ماق ع ك)، حيث كل قضية هي أحد القضايا الأربـع للمنطق الأرسـطي فلو افترضنا أن هناك عـدد دوائر (ع-1) فإن العبارة السـابقة تكون محققـة وحينئذ إما أن يكذب مقدم من المقدمـات و إما أن يصدق التالي، أما إذا كان مجال القول -مجال التفسـير- يحتوي على دوائر تزيد عددها على (ع - 1) فلا تصدق العبارة لأننا نسـتطيع أن نرسم ع من الدوائر تخرج كل منها عن الأخريات، بحيث تصدق كل المقدمات ويكذب التالي -كما وضحنا في المثال السابق - وبالتالي فهناك عدد لا متناه من العبارات المتحيرة[3].

(1) المرجع السابق، صـ40.

وهـذه الدوائر تمثل كل العلاقات الممكنة بين الحدود فتعتـبر المقدمة كا أب صادقة في حالة واحدة فقط هي الحالة التـي تكـون الدائرة أ إما مطابقة للدائرة ب و إما واقعه فيها وتعتبر المقدمة با (أب) صادقة في حالة واحدة فقط هي الحالة التي فيها تشـترك الدائرتان أ ب في مسـاحة ما جزئية أو كلية والمقدمة لا أب تصدق في حالة واحدة فقط هي الحالة التي لا تشترك الدائرتان (أ،ب) في مساحة ما. انظر المرجع السابق ص 140 - 141.

(2) المرجع السابق، ص 142.

(3) المرجع السابق، ص 143.

ولما كانت كل هذه القضايا كاذبة في المنطق الأرسطي كما حدد لوكاشفتش، لأن مقدماتها سالبة ولا يمكن رفضها هنا في النسق لأن عدد الحدود أكثر من ثلاثة كما رأينا إذن فتوسيع هذه الحدود بهذه الطريقة يجعلنا لا نستطيع أن نرفض القضية التي تكون كل مقدماتها سالبة أي لا يمكن اشتقاقها أو اشتقاق نفيها - حيث إن النفي والإثبات يتبادلان الصدق والكذب في المنطق الثنائي-.

وبالتالي فإن هذا النسق غير مكتمل لاشتقاق كل القضايا الممكنة[1].

وهنا يضيف لوكاشفتش إلى مسلماته صيغة للرفض لدحض هذه العبارات اللامتناهية الكاذبة، وهذه الصيغة هي صيغة المنطقي البولندي سلوباكي والتي تنص على :-

إذا كانت ق و ك عبارتين سالبتين بسيطتين «ل» عبارة عنصرية أي أحد العبارات التي تشكل المتسلسلة اللزومية فأنه إذا رفضنا ما ق ل و ما نل فيجب أن نرفض ماق ل ماك ل[2]. أى إذا كانت ل لا تلزم عن ق أو عن ك فأنها لا تلزم عن اقترانهما في قضية عطفية[3]. ويرى لوكاتشفتش أن هذه الصيغة وثيقة الصلة بالمبدأ (لا إنتاج من سالبتين) وإن كان هذا المبدأ ليس بالعموم بما يكفي لأنه لا يشير إلى غير الأقيسة البسيطة المؤلفة من ثلاث حدود[4]. وبالتالي فإن هذه الصيغة تعد تعميماً لهذا المبدأ حيث أن رد القياس إلى مكوناته الأساسية وإعادة إقامة النسق بناءً على هذه المقدمات أدى إلى تجاوز الأشكال الأساسية للمنطق الأرسطي التي تعتمد على ثلاث حدود وبالتالي كان لابد من تعميم هذه الصيغة لترفض كل الصيغ ذات المقدمات السالبة مهما كان عدد الحدود.

ويمكن من خلال النسق الذي وضعه لوكاتشفتش رد كل العبارات في النسق إلى فئة العبارات العنصرية ماق1 ماق2 ماق3 ماق1-4 ك[5].

---

(1) المرجع السابق، ص 144.

(2) المرجع السابق، صـ 145.

(3) المرجع السابق، صـ 145.

(4) المرجع السابق، صـ 144.

(5) المرجع السابق، صـ 143.

أي يمكن رد أي نظرية إلى أي شكل لمتسلسلة لزومية مثل المتسلسلة التي في العبارة كب 3 السابقة.

وذلـك لأن كل الروابـط يمكن تعريفها بواسـطة الرابطتين ما و سـا فمثـلاً القياس الذي صورته ما طا ق ك ل يصبح صورته ما ق ما ك ل.

وبالتـالي فـإن هـذه الصيغة الرافضة تسـتطيع أن ترفـض كل العبارات الكاذبة في النسـق الاسـتنباطي الذي وضعه لوكاشفتش للمنطق الأرسطي، حيث إن كل العبارات يمكن ردها إلى صيغة المتسلسلة اللزومية وهذه العبارة ترفض أي صيغة لزومية تكون مقدمتها سالبة.

وبالتالي نستطيع القول مع لوكاشفتش بأن النسق الاستنباطي المكون من المسلمات السابقة والعلاقات (ما، سا) بالإضافة إلى هذه القاعدة للرفض - حيث تظل هي قاعدة الرفض الوحيدة بعـد اسـتيعابها كل قواعد الرفض الأخرى - هو نسـق تام بمعـنى أن كل العبارات الصادقة من عبارات النسق يمكن استنباطها من أوليات النسق وكل العبارات الكاذبة يمكن رفضها من هذه الأوليات.

مناقشة مفهوم لوكاشفتش للاكتمال في المنطق الأرسطي:

نسـتطيع من خلال محاولة لوكاشـفتش صياغة المنطق الأرسطي بشكل نسقي وكذلك بحثه الهـام في إمكانيـة اكتمال هذا النسـق الاسـتنباطي أن نرصـد ملاحظة هامـة، فنحن نرى مع بلانشـيه بأن المنطق الأرسـطي يشكل نسـقاً بالقوة[1]. بمعنى أنه يحمل إمكانية تحويله إلى نسق دون أن يكون هو بحد ذاته نسـقاً وذلك بالرغم من أن أرسـطو قد حدد الشكل الأول للقياس على أنه أتم الأشكال وبقية الأشكال ترد إليه[2].

وبالتالي فإن مفهوم النسق الاستنباطي من حيث رد النسق إلى مجموعة من الأشكال الأولية التي يمكن منها اشتقاق بقية النسق وذلك على ضوء مجموعة من القواعد يمكن ملاحظته ضمنياً في منطق أرسطو.

ولكـن هذه الأولية عن أرسـطو كانت أولية الشـكل لا أولية العلاقـة، وأن كانت العلاقة موجودة ومعرفة عند أرسطو بشكل ضمني.

(1) Blanche, La Logique et son historire, Armand colin, Paris, 1996, p64-65.

(2) أرسـطو، التحليلات الأولى، ترجمة، شرح وتعليق عبدالرحمن بدوي (دكتور)، وكالة المطبوعات، الكويت، 1980، م2ف2 53ب10 ص253.

فإذا نظرنا إلى تحليل لوكاشـفتش للقياس على أنه علاقة لزومية مقدمتها عطفية، سـنجد أن أرسـطو يعرف اللـزوم بوصفة علاقة ضمنيه تحدد علاقات الصـدق بالكذب في القياس -وهو الشكل الذي له الأولية عند أرسطو- فيقول أرسطو:-

أمـا من مقدمات صادقة فليس يكون أن يجتمع الكـذب[1]، و يوضح ذلك بقوله إذا كانت أ صدق فمن الأضطرار أن تكون ب صدق، وذلك على أساس أن أ تمثل مقدمتي القياس معاً وب هي نتيجة القياس[2]. و يكمل أرسطو تحديده لعلاقة اللزوم بقوله فأما من مقدمات كاذبة فقد يكون أن يجتمع صدق إذا كانت جميعاً كاذبة أو واحدة[3].

إذن فهنـا تحديـد لعلاقة المقدمـات بالنتيجة في القياس على أسـاس معنى اللـزوم، فالعلاقة تكون صادقة إلا في حالة واحدة هي صدق المقدمات وكذب النتيجة، ولكن بشرط أن تكون هذه المقدمات هـي مقدمات القيـاس، والنتيجة هي نتيجة القيـاس و يتضح هذا الأمر أكثر عنـد تعريفه للعطف، فأرسطو يعرف مقدم العلاقة اللزومية بأنها تعني مقدمتين متصلتين، ثم يوضح علاقة المقدمات المتصلة فيقول فأما من مقدمات كاذبة -يقصد مقدمتي القياس من حيث أنهما متصلتين أو بينهما علاقة عطف كما نحاول أن نقدم هذا التفسير -فقد يكون أن يجتمع الصدق إذا كانت جميعاً كذباً أو الواحدة[4].

أي أن المقدمتـين المتصلتين يكونان قضية كاذبة إذا كانت كلتاهما كاذبة أو أحداهما وهو ذات تعريف العطف في منطق القضايا.

ولكـن هذا التحليل لا يعني أن أرسـطو قـد حلل القياس ليصل إلى علاقـات منطق القضايا التي تجعلنا ننشيء نسقاً بطريقة لوكاشفتش. فأرسطو يوضح عدم استقلالية هذه العلاقات عن مفهـوم القيـاس فيقول: لا ينبغي أن نفهم أن أ- وكان يرمز بهـا لمقدمتي القياس المتصلتين- حد واحـد يعرض منـه شيء باضطرار، لأنه لا يمكـن ذلك لأن الشيء الذي يعـرض بأضطرار هو النتيجة وأقل ما تجب عنه النتيجة ثلاثة حدود ومقدمتان[5].

(1) أرسطو التحليلات الأولى، المرجع السابق، م2ف2 53 ب14، ص 254.

(2) أرسطو، التحليلات الأولى، المرجع السابق، م2 ف2 5ب 26، ص 245.

(3) أرسطو، التحليلات الأولى، المرجع السابق، م2، ف2، 53ب، 26، صـ254.

(4) أرسطو - التحليلات الأولى، المرجع السابق، م2 ف2 5ب 26، ص 254.

(5) أرسطو - التحليلات الأولى، المرجع السابق، م2 ف2 2ب 23، ص 254.

أن هـذا الأسـلوب الذي يعرض به أرسـطو منطقه يتناسـب مع نظريتـه الأنطولوجية من حيث أن الحمل المنطقي هو تمثيل للحمل الأنطولوجي، فتكون بذلك علاقة الحمل هي العلاقة المنطقية الأساسية.

ونصل بذلك إلى السـبب الأول الذي يجعلنا نقول إن مشكلة البتاتة التي عرضها لوكاشفتش أو مشكلة اكتمال النسق بشكل عام لم تكن مطروحة على مستوى فهم أرسطو لمنطقه.

فقد نشـأت هذه المشـكلة من خلال محاولة لوكاشـفتش صياغة المنطق الأرسـطي صياغة نسـقية صحيحة، وبالتالي رد القياس إلى علاقات قضائية أولية وقد اختار منها اللزوم والسلب ليعبر بهما عن النسق ككل وهذا قإذنا إلى مجموعة لا متناهية من العبارات الدالة في هذا النسق وبالتالي التساؤل حول اكتمال النسق.

بينما كانت أولية الشـكل عند أرسطو تجعل العبارات الدالة محدودة وفي ظل قواعد القياس المطروحة نستطيع البت في صدق أو كذب نتائج الأشكال المختلفة للقياس المحدودة العدد(1).

إذن فأوليـة الشـكل لا العلاقة تجعل قضيـة الاكتمال غير مطروحة حيـث إن هذه الأولية تجعـل العبارات الدالة محـدودة، فالقياس يعتمد على ترتيب الحدود مع بعضها من جهة وترتيب أنـواع القضية الحملية مـع بعضها من جهة أخرى، ولما كان هذا الشـكل للقياس محدد بثلاث قضايا وثلاثة حدود كانت الأشكال المطروحة محدودة.

إذن فالطريقة التى يعرض بها لوكاشـفتش نسق أرسـطو يجعل العبارات الدالة غير محدودة وبالتالى التساؤل عن معنى الاكتمال مطروحاً، بينما لم يكن الأمر مطروحا عند أرسطو.

وإن كانت إمكانية التساؤل حول الاكتمال بوصفه علاقة بين السيمانتك والسينتاكس على المستوى اللغوى المابعد نسقى ممكنة على مستوى المنطق الاروسطى.

فأرسـطو له عبارات سـينتاكس تنتمى إلى اللغة المابعد نسقية مثل(لا إنتاج من سالبتين)(2). فهنا حديث عن امكانية الاشتقاق على مستوى النسق ككل

وله أيضا عبارات سيمانتكية تنتمى إلى اللغة المابعد نسقية مثل»قد يجتمع نتيجة صادقة من

(1) حيث إن لكل شكل من القياس عدد محدد من الأضرب المنتجة وغير المنتجة.

(2) لوكاشفتش، المرجع السابق، صـ144.

مقدمـات كاذبة، ومن مقدمـات صادقة فلابد وأن يجتمع الصدق، وهنـا عبارات تتحدث عن صدق وكذب النتائج على مستوى المنطق ككل.

إذن فأدوات صياغة سؤال الاكتمال ممكنة على مستوى المنطق الارسطى فالقابلية للاشتقاق والصدق تحدث عنهما أرسطو من خلال عرضه لنظرية القياس.

وهنـا نصل إلى السـبب الثانى الـذى يجعلنا نؤكد أن مفهوم الاكتـمال لم يكن مطروحاً على مستوى المنطق كما عرضه أرسطو. فامكانية الحديث عن الاختلاف بين السيمانتك والسينتاكس لم تكن واردة فى نظرية أرسطو حيث التطابق بين النظرية الأنطلوجية والنظرية المنطقية.

فقيـاس الشـكل الأول كـما يوضـح ذلك بلانشـيه قد اكتشـفه أرسـطو من خـلال تأمله فى القسمة الثنائية الافلاطونية[1].

وبتطبيـق فهمه لعلاقة الاسـتبعاد بـين ثنائية التناقض والتى تمثلـت فى قانون عدم التناقض والثالث المرفوع. وبتعريفه للقضية بأنها تمثل أحد جزئى التناقض يصيغ أرسـطو الشكل الاول للقيـاس والذى ترد إليه جميع الأشـكال وبالتالى له الأولوية فى المنطق الأرسـطى. وبالتالى فإن القياس فى مجمله يرتد إلى هذين القانونين اللذين لهما أولوية أنطولوجية[2].

إذن فهذه الأشـكال المنطقية-أشـكال القياس- تجسـد القوانين الانطولوجيـة ذاتها. حيث أن الوجـود بمـا هو صادق وكاذب- الوجود المنطقى- ليس له اسـتقلال عند أرسـطو ولكنه من مضافات الوجود بما هو مقولات -الوجود الانطولوجى[3].

وبذلك فليس هناك اختلاف ممكن بين السـينتاكس الذى يمثل تجسيدا لقوانين الأنطولوجي والسـيمانتك الذى يمثل انعـكاس الوجود الأنطولوجـى فى العقل. وبالتالى فإن التسـاؤل حول الاكتمال لم يكن سؤالاً مطروحاً من خلال عرض أرسطو لمنطقه.

(1) Blanche R,op cit P23.

(2) انظر علاقة الشـكل الأول بقانوني عدم التناقض والثالث المرفوع، محمد على المسـبكاوي، المرجع السابق، صـ 48 - 51.

(3) Aristotle, Metaphysics, op,cit,E4.1027b.1028a, 4.

ب ـ مفهوم الاكتمال فى المنطق الرواقى:

إن مفهوم الاكتمال هو أحد الخصائص الرئيسـية للنسق المنطقى، وبالتالى فان الحديث عن اكتمال المنطق الرواقى يقتضى التعبير عن هذا المنطق بشكل نسقى.

ويمكـن فهـم هذا الشـكل النسـقى من خـلال تقسـيم الرواقين الحجـج إلى نوعـين مثبته (demonstrated) وغير مثبته (undemonstrated).

فيقـول سـكتوس إن هناك خمس حجج رئيسـية للرواقين نصفها بأنها غـير قابلة للإثبات، وذلك لأن صحتها واضحة بذاتها، ويمكن أن ترد إليها جميع الحجج الأخرى[1].

إذن فنحن أمام نسـق له مسلماته ومنها يمكن اشتقاق كل الحجج الصحيحة الممكنة و التى تكتسب صلاحيتها من خلال ردها إلى هذه الحجج الأساسية[2].

و إلى هذا يذهب بوشنسـكي من أن تلك الأشـكال منتظمة بشـكل بديهي، حيث أن خمساً منها تمثل البديهيات بينما الأشكال الأخرى ترد إليها بواسطة أربع قواعد عامة[3].

وحتى نسـتطيع التساؤل حول هذا الاكتمال لهذا النسق ينبغي و إن نحقق طبيعته فهل هو نسـق منطق قضايا أم نسـق خاص يجمع بين بعض نظريات منطق القضايا ومنطق الحدود مثل النسق صاغة لوكاشفتش لمنطق أرسطو.

يتفق معظم الباحثين على إن المنطق الرواقي هو منطق قضايا، ويعود ذلك لسـببين رئيسيين وهو تعريفهم للقضية المنطقية بشكل صحيح وكذلك تعريفهم لعلاقات منطق القضايا بشكل صحيـح. وهـذا ما يعبر لوكاشـفتش بقوله أن صياغة قانـون الهوية عن الرواقـين هي صياغة

(1) Mats, Benson.stoick Logic, University of California, Pressk Berkeley and Los Angeles, 1961, p67.

(2) النسـق هنا المقصود به النسق الاستنباطى وليس النسـق الاكسيوماتيكى بمعنى أن مقدمات النسق هنا بديهية وليست اختيارية وكانت هذه طبيعة الأنسـاق فى الفلسـفة اليونانية بشكل عام, وكان هذا هو الفهم العام لأوليات أى نموذج معرفى فى الفلسفة اليونانية حتى تبلور هذا المعنى فى نسق هندسة إقليدس من حيث إن مقدمات النسق فيه بديهية.
انظر: Blanche, Axiomatic,P 9-10.

(3) Bochenski, M. Ancient Formal logic,North- Holland Publishing Co. Amsterdam, 1957, p 94.
آثرنـا هنـا ترجمـة Axiom بالبديهيـة وليس بالمسـلمة وهو المعني القديـم للكلمة والـذي ينطبق عليه مفهوم النسـق الأستنباطي.

منطقيـة لمنطـق القضايا حيث أن الصيغة التـي وضعها الرواقيون لهذا القانـون هي «إذا كان ق فـإن ق» تمثـل فيها العبارة «إذا كان فـإن» ثابت منطقي قضائي، وتمثـل ق متغيراً قضائياً لأن التعويض الوحيد الممكن عنها هو بقضية مثل «اليوم نهار»[1].

وهذا ما يذهب إليه سـكتوس أيضاً مـن جعل القضية المحـددة (Defined proposition) (هذا الرجل يمشي) القضية الأساسـية في المنطق، والتي يعتمد عليها الصدق والكذب[2]. وهي القضية التي استخدم فيها الرواقيون اسم الإشارة لتبلغ أقصى درجة من التحديد المنطقي لتمثل متغيراً في منطق القضايا.

ومـن خلال هذا المعـني للقضية يقدم الرواقيون القضايا غير المثبتة الخمسـة (المسـلمات) وهـي كما يعرضها سـكتوس و يقـدم عرضاً رمزياً لها على أسـاس الإشـارة إلى المتغير القضائي بأرقام وذلك على النحو التالي[3]:

الحجة الأولى

إذا كان اليوم نهار فإنه مضيء وهو نهار إذن هو مضيء	إذا كان الأول فإن الثاني والأول إذن الثاني

الحجة الثانية

إذا كان اليوم نهاراً فهو مضيء وهو ليس مضيء إذن هو ليس نهار	إذا كان الأول فإنه الثاني وهو ليس الثاني إذن فهو ليس الأول

الحجة الثالثة

ليس اليوم نهار ولا ليل وهو نهار إذن فهو ليل	ليس الأول ولا الثاني والأول إذن ليس الثاني

(1) Lukasiewicz Jan, on the History of the Logic of Proposition , Select Works ed/ slubecki J North Holand. Publication Company. Amsterdam. 1970 P. 198.

(2) Saxtus,. Mathematics, V III 96ff , Mats, Stoic Logic. P 96.

والقضية المحددة تعد أقصى درجة لتحديد القضية المنطقية عند الوضعيين المناطقة بحيث تصبح هنا والآن.

(3) Mates, op, cit, P 67 - 74.

الحجة الرابعة

إما أنه نهار أو ليل	إما الأول أو الثاني
وهو نهار	والأول
إذن هو ليس ليل	إذن ليس الثاني

الحجة الخامسة

أما أنه نهار أو ليل	إما الأول أو الثاني
وهو ليس ليل	وليس الثاني
إذن فهو نهار	إذن هو الأول

وبالتالي فإن الحجج الخمس الغير مبرهنة مكونة من قضايا بينها علاقات منطق قضايا وهي اللـزوم والعلاقة الرئيسـية لأنه يربط بين المقدمات من جهـة والنتائج من جهة أخرى في كل الحجج، هذا بالإضافة إلى العطف والفصل والسلب.

وعلى هذا الأساس يقدم بلانشيه هذه العلاقات السابقة بصياغة المنطق الحديث على النحو التالي[1]:

1- (ق⊂ك . ق) ⊂ ق

2- (ق ⊂ ك) . ~ك) ~ ⊂ ق

3- ~(ق . ك) . ق) ⊂ ~ ك

4- ((ق7ك). ق) ⊂ ~ ك

5- ((ق7ك). ~ك) ⊂ ق.

ويقدم الرواقيون أنفسهم تعريفاً لهذه العلاقات الأساسية فيقدم سكتوس أربعة تعريفات للزوم عند الرواقيين ينطبق الأول منها وهو المنسوب إلى فيلون مع اللزوم المادي، على أساس أن اللزوم هو علاقة صحيحة إلا في حالة صدق المقدم وكذب التالي، ويوضح سـكتوس تعريف فيكـون للـزوم من خلال علاقـات الصدق والكذب عـلى النحو التـالي: إذا كان هناك أربعة احتـمالات لربط طـرفي اللزوم وهي، مقدم صـادق وتالي صادق، مقـدم كاذب وتالي كاذب،

(1) Blanche R. La logique, et son histoire, p117.

مقدم كاذب وتالي صادق ويكون اللزوم صادقاً في الحالات السابقة، ويكذب في حالة صدق المقدم و كذب التالي[1].

ويقدم الرواقيون أيضاً تعريفاً للفصل وبشكل خاص القصل القوي(exclusive disjunction) وهو الفصل الذي يستخدمونه في حججهم الخمسة.

فيقدم ديوجين تعريف هذا النوع من الفصل عند الرواقيين على أساس أنه يعني أن قضية واحدة فقط من مكوناته تكون صادقة[2].

ويقدم سكتوس تعريف الرواقيين لرابطة العطف من خلال علاقة الصدق والكذب بقوله «إنها تكون صادقة- أي علاقة العطف - إذاً و إذا فقط كان كل من مكونيها صادقان معاً وتكون كاذبة في بقية الحالات[3].

ويقدم ديوجين عدة أنواع للنفي يكون النفي التناقضي فيها هو النفي القضائي، حيث إن أداة النفي تدخل على القضية ككل، وبإدخال هذه الأداة فإننا نكون بذلك نقيضه القضية[4].

وحتى يكتمل تصورنا للشكل النسقي للمنطق الرواقي نجد أن الرواقيين قد قدموا نماذج لطرق الاشتقاق للحجج الصحيحة من هذه الحجج الخمسة اللامبرهنة فيذكر سكتوس مثلاً على برهنة صحة الحجة (إذا كان الأول والثاني فإن الثالث ولكن ليس الثاني والأول، إذن ليس الثاني) من خلال اشتقاق ذلك من اللامبرهنات. ونستطيع توضيح هذا الإثبات من خلال شكل منطق القضايا الحديث على النحو التالي[5]:

هذه القضية يمكن أن نصيغها رمزياً بترتيب الحجة عند الرواقيين بقولنا:

---

(1) Mates, op, cit P44.

(2) Diog. L. vita, VII, 72, Mates, ob, cit, P52.

(3) Sextus. Adv. Math. VIII. 125fff. Mates, op, cit, P 98.

(4) Kneale William, op cit, P 147.

(5) Sextus, adv, Math, VIII, 233, Mates, op, cit, P103-104.

حدد الرواقيون بشكل عام أربع قواعد يمكنهم من خلالها رد كل الحجج إلى الخمسة اللامبرهنة ولم يبق منهم سوى أثنين معروفين لدينا انظر Mates, op cit, P 77.

$$(\rho.q) \subset r$$
$$.$$
$$\sim r$$
$$.$$
$$p$$
$$-q$$

أو $((p.q) \supset r) . (\sim r. P) \supset \sim q$

ويكون إثبات هذه القضية من خلال اللامبرهنة (2) و (3)

أولاً: نستخدم اللامبرهنة 2 على النحو التالي كما يوضح سكتوس:

بما أنه لدينا الحجة التي يكون مقدمها هو وصل بين الأول والثاني ويكون تاليها الثالث ومن ثم نفي الثالث، فإننا نستنتج منه حسب اللامبرهنة الثانية أنه ليس الأول والثاني صادقين معاً. ونصوغ ما قدمه سكتوس من خلال المنطق الحديث على النحو التالي فإذا عوضنا p/(p.q) وكذلك r/q في المسلمة الثانية لكان لدينا.

$$\frac{(p.q) \supset r \qquad \sim r}{\sim (P.q)}$$

وهنا يستخدم قاعدة التعويض بشكل واضح وبنفس أسلوب المنطق الحديث.

ثانياً: نستخدم اللامبرهنة الثالثة: يقول سكتوس إذا وضعنا النتيجة السابقة يقصد (p.q)~ على المقدمة الباقية في اللامبرهنة الثالثة نحصل على أنه ليس الثاني وهي النتيجة المطلوبة.

وهنا يستخدم سكتوس قاعدة إثبات المقدم والتعويض

فإذا كان $(p.q \supset R) \supset \sim R) \supset \sim (p.q))$

إذن فسوف نعوض $(p.q) \sim /((p.q \supset R) \supset \sim p))$ أي نعوض بتالي اللزوم مكان مقدمة

فيكون لدينا:

$$\frac{\begin{array}{c}\sim (p.q)\\ p\end{array}}{\sim q}$$

وهـي صحيحة لأنها تمثل اللامبرهنة الثالثة والتي تنص على أنـه إذا كان ليس الأول والثاني وهو الأول إذن ليس الثاني.

إذن فالرواقيـون يحـددون اللامبرهنـات الأساسـية وكذلـك أسـلوب الاسـتنتاج مما جعل لوكاشـفتش يعلق على هذا البرهان بقوله كان المناطقة الأكفاء منذ الفي سـنة يستدلون بنفس الطريقة التي نستدل بها اليوم[1].

إذا كان الرواقيون قد حددوا اللامبرهنات الأساسـية وحددوا تعريف القضية والعلاقات القضائية وكذلك طرق الاشـتقاق مـن هذه اللامبرهنات، فهل حـاول الرواقيون الحديث عن اكتمال نسقهم؟

لم يقـدم أحد من الرواقيين كما يحدد وليم نيل الاكتـمال كمفهوم منفصل، ولكنه يرى في ذات الوقت أن بعض عبارتهم تشير إلى اكتمال نسقهم بالمعني الحديث لمفهوم الاكتمال، فعلي سبيل المثال يقول كريسبوس أن كل حجة تبني من خلال اللامبرهنات وكل الحجج تكتسب صلاحيتها منها[2].

ويذهـب بيكر إلى أبعد من ذلك بقوله إن المنطـق الرواقي مكتمل باعتبار العطف والنفي بالمعنى الدقيق للكلمة كما تستخدم في الآونة الحديثة[3].

أي أنـه منطق قضايا يسـتخدم النفـي والعطف كعلاقات أولية ومجموعـة من اللامبرهنات الكافية لإثبات أو دحض كل الحجج الممكنة الصياغة.

وبالفعل فإنه يمكن رد كل العلاقات في المنطق الرواقي إلى العطف والنفي فيقول كريسبوس إن القضيـة «إذا ولد شـخص تحت نجم الكلب فلـن يغرق في البحر يمكن اسـتبدالها بالقضية «هاتان القضيتان لا يصدقان معاً أن يولد شخص تحت نجم الكلب ويغرق في البحر» [4].

(1) لوكاشفتش، المرجع السابق، ص 82 - 83.

(2) Kneale, William, op, cit, P 174.

(3) نقلًا عن: Ibid, P 174.

(4) Cicero. Defato, 15. Mates, Stoic Logic, P124.

وهنا يرى ديمترو أن هذه العبارة تقدم تعريف للزوم من خلال العطف والسلب على النحو التالي ق ⊂ ك = ~ (ق.~ك)[1].

وعلى أساس اللزوم يمكن اشتقاق الفصل فيقول جالن إن العبارة الفصلية إما يكون الوقت نهاراً أو ليلاً تعني في نفس الوقت إذا كان الوقت ليس نهار فأنه ليل[2]. وهذا ما جعل لوكاشفتش يؤكد أن الرواقيين كانوا على وعي بالعلاقة التي تعرف الفصل من خلال اللزوم والنفي وهي الحجة $pvq = (\sim p \supset q)$.

وبالرغم من ذلك فإننا نرى أن القول بأن النسق الرواقي هو نسق مكتمل بالنسبة للعطف والسلب هو قول غير صحيح حيث إننا نتفق مع لوكاشفتش في أن القياس الرواقي هو قواعد استدلال وليس قوانين منطقية[3].

وقواعد الاستدلال التي تتمثل في الحجج الرواقية هي تفسير سيمانتيكي للقوانين المنطقية.

ويتضح هذا الأمر من خلال فهم كريسبوس لرابطة اللزوم «إذا كان ... فإن» في الجملة أذا كان الوقت نهاراً فإنه مضيء على أساس أنها تعني أن الثاني ينتج من الأول (following from)[4].

أي أن اللزوم هنا مفهوم بوصفه رابط في حجة وهذا تفسير سيمانتكس لعلاقة اللزوم وليست علاقة اللزوم في صورتها السينتاكس التي تكون في هذه الحالة عبارة عن علاقة بين العطف والسلب. إذن فكل نماذج اللامبرهنات هي تفسيرات سيمانتكية لعلاقة منطقية.

فنحن إذن في المنطق الرواقي لسنا أزاء نسق منطق قضايا ولكننا أمام تفسير سيمانتيكي لعلاقات قضائية مشار إليها ضمناً من خلال هذا التفسير السيمانتيكي.

وهذا ما يوضحه لوكاشفتش من تعريفه الاستدلال على أنها لا تمثل قانوناً منطقياً وإن كانت تستند إلى هذا القانون[5].

(1) Dumitriy Anton, History of Logic, Abacus Press, Tunbridge wells, Kent, England,. 1977, vol1, P117.

(2) Mates, op.cit, P55.

(3) انظر لوكاشفتش المرجع السابق، صـ 64.

(4) Diog. L. Vitae VII, 71, Mates, op cit, P113.

(5) بان لوكاشفتش، المرجع السابق، صـ 36 - 37.

إذن فلا يمكن الحديث عن نسق منطق قضايا مكتمل إذا كان الاكتمال يعبر عن علاقة بين السينتاكس والسيمانتك أي كل قضية صادقة يمكن اشتقاقها حيث إن الحجج التي تمثل هذا النسق سواء على مستوي البديهات أو المشتقات - هي تفسير سيمانتيكي لعلاقات سينتاكس مفترضة ضمناً من خلال هذا التفسير وبالتالي لا نستطيع أن نقيم علاقة بين السيمانتك والسينتاكس.

000

مناقشة وتعليق

في هذا الفصل حاولنا تتبع الأصل الفلسفي لفكرة الاكتمال في الأنساق الأكسيوماتيكية ووجدنا أن هذا المبدأ يعود إلى بداية التفلسف، فالفلسفة بدأت كمحاولة لرد الكثرة إلى الوحدة واستمر التطور في اتجاه إنشاء منظومات كبرى يمكن من خلالها تفسير الوجود ككل. هذه المنظومات تفسر الوجود من خلال مجموعة من المبادئ.

والصفة الجوهرية لهذه المبادئ هي الشمولية بمعني قدرتها على تفسير كل ما هو معطى إذن فبداية التفلسف ترد إلى شمولية المبدأ. هذه الخاصية للمبدأ الذي تتبع أرسطو تسلسل الفكر الفلسفي قبله بناءً على نشأة هذه الفكرة وتطورها، بداية من طاليس الذي وضع أسس هذه الشمولية في «مقولة الماء أصل كل الأشياء» وأخذت هذه الشمولية لدى المفكرين اليونانيين بعده محورية أساسية في الفكر اليوناني حيث تتنوع المبادئ التي يرد إليها الوجود وتشترك جميعاً في صفة الشمولية وتأخذ هذه الشمولية درجة من الرسوخ في فلسفات هيرقليطس وبارمنديس حتى لو تعارضت هذه الشمولية مع الواقع المحسوس.

فهيرقليطس يتجاوز الحواس لصالح صراع النقائض وبارمنديس نفي الحركة لصالح شمولية مبدأ الاستبعاد بين الوجود واللاوجود هذا الاستبعاد الذي يعد نواة لقانونا عدم التناقض والثالث المرفوع في المنطق.

وتبلور مفهوم شمولية المبدأ مع أرسطو وذلك من خلال تطابق الفكر والوجود فالعقل في هذه الحالة هو مرآة للوجود يعكس مبادئه العامة الشاملة وبالتالي فهناك تطابق بين الذات والموضوع، تطابق بين المنظومة العقلية والموضوع الخارجي هذا التطابق الذي يؤدي إلى تطابق بين السينتاكس والسيمانتك هذا التطابق الذي يجعل مفاهيم مثل الأتساق والاكتمال غير محل تساؤل فعلي ضوء هذا التطابق فكل ما هو صادق مشتق وكل ما هو مشتق صادق وبالتالي تكون كل الأنساق الفلسفية متسقة ومكتملة بشكل ضمني دون أن يكون هناك حاجة لإثارة التساؤل حول اتساقها واكتمالها.

ويستمر هذا التطابق بين الذات والموضوع في أغلب الفلسفات الغربية مثل فلسفة ديكارت حتى وإن كانت فلسفته تعبر عن هذا التطابق بشكل عكسي فهي تعبر عن تطابق الموضوع مع حدوس الذات وكذلك يستمر هذا التطابق مع فلسفة هيجل.

ومـع فلسـفة كانت عندما يكـون التطابق بـين الذات والموضـوع تطابقاً غـير تام تظهر المفارقات التي تعبر عن عدم الاكتمال لمفهوم النسق الفلسفي.

فمقـولات العقل عند كانت تنطبق على الوجود الفيزيـائي، وتظهر المفارقات عندما نطبقها عـلى ما هـو متيافيزيقـي وكأن النسـق الذي وضعـه كانت للعقـل في العقل النظـري لا يقبل الميتافيزيقا كنموذج تفسـيري وهنا تنشـأ المفارقـة التي تدل على عدم اكتـمال مقولات العقل النظري للبت في المسائل الميتافيزيقية.

ولكن هذا التطابق بين الذات والموضوع بين شـمولية المبدأ والنموذج التفسـيري للمبدأ قد أنشـأ إشكاليات داخل الفلسفة اليونانية ذاتها، فمفارقات زينون للحركة والأعداد الصماء عند فيثاغورث كانت نتيجة لفهم فيثاغورث لشمولية مبدأ العدد في تفسير الطبيعة.

فمفارقات زينون التي وضعها في مواجهة هذا التفسير الفيثاغورثي للطبيعة من خلال العدد تعـبر ضمناً عن عـدم الاكتمال من حيث إن هنـاك ظاهرة صادقة على مسـتوى الطبيعة وهي الحركة ولكنها لا يمكن أن تشتق من العدد من حيث هو قابل للانقسام اللانهائي.

وبعد ذلك اسـتعرضنا محاولة الصياغات النسـقية للمنطق عند أرسطو والرواقيين فأرسطو لم يصغ منطقه بشـكل نسقي وأن كان يحمل نواة المفهوم النسقي، وقد قدم لوكاشفتش في هذا الشكل النسقي التساؤل حول اكتمال النسق.

ولكـن التسـاؤل حول الاكتمال لم يكن وارداً في المنطق الأرسـطي بالرغـم من أن الآليات المابعد منطقية اللازمة لصياغته موجودة في هذا المنطق. ولكن تحليل لوكاشـفتش للقياس ورده إلى عوامـل وعلاقات أساسـية جعل العبارات الممكنة الصياغة لا متناهية العدد ومن هنا نشـأ التسـاؤل حول الاكتمال. ولكن الأولية عند أرسـطو كانت للشـكل القياسي وليس لمكوناته - والتي قدمها أرسـطو بشـكل ضمني في عرضـه للقياس، هذه الأولية للشـكل تجعل الأشـكال المطروحة للقياس معدودة وبالتالي فليس هناك تساؤل حول الاكتمال.

وعند الرواقيين وجدنا أنهم قدموا بالفعل شكلاً نسقياً لمنطقهم ولكن لا يمكن الحديث عن علاقة الاكتمال على مستوى هذا المنطق حيث إن هذا المنطق هو نموذج تفسيري لنسق منطقي موجود بشـكل ضمني خلف هذا النموذج التفسيري وبذلك لا نستطيع الحديث عن علاقة بين السيمانتك والسينتاكس أي الحديث عن الاكتمال.

الفصل الثالث

مفهوم الاكتمال وتطور المنطق

الفصل الثالث

مفهوم الاكتمال وتطور المنطق

مقدمه

يتناول هذا الفصل علاقة مفهوم الاكتمال بأهم الإشكاليات في تاريخ الانساق المنطقية وهو مفهوم المفارقة. محأولين إثبات علاقة الاكتمال بالمفارقة من خلال علاقة كليهما بقانون الثالث المرفوع من جهة وعدم الاتساق من جهة أخرى.

وهل يؤدي رد المفارقة إلى الاكتمال إلى حل سلبي للمفارقة أم يؤدي إلى تطور المنطق بتوسيعه ليشمل الجهات ويشمل قيماً جديدة غير قيمتي صادق وكاذب؟

وهنا ننتقل إلى مفهوم الاكتمال على مستوى المنطق المتعدد القيم فكيف يمكن أن نعبر عن طبيعة مفهوم الاكتمال في هذا المنطق؟ وهل مفهوم المفارقة له وجود على مستوى المنطق المتعدد بحيث يمكننا تجاوزه من خلال مفهوم الاكتمال.

أولاً: علاقة الاكتمال والمفارقة

إذا ما نظرنا إلى معنى المفارقة سـنجد أن مقارنتها بمفهوم الاتسـاق سـيكون أكثر ملائمة من مقارنتها بمفهوم الاكتمال، المفارقة هي وجود قضيتين متنافرتين (incomptiple) كليهما صادق في نفس الوقت[1]. وهذا النوع من القضايا يمثلها القضية ونفيها في المنطق الثنائي.

إذن فالمفارقـة هي عبـارة عن حالة إثبات للقضيـة ونفيها في ذات الوقـت. وهذا ما يذهب إليه الباحث الصيني ماو شـاو كـوي (Moh Shaw Kowi) من أن المفارقـة هي إثبات للقضية ونفيها[2]. أي أنها تخالف قانوناً أساسـياً في المنطق وهو قانون عدم التناقض مفهوماً على مستوى لغة النسـق ولكن قانون عدم التناقض على هذا المسـتوى اللغوي يعبر عنه من خلال الاتسـاق كمبدأ للنسـق[3]. و إذا كان الاتسـاق معناه تطبيق عدم التناقض على مسـتوى لغة النسق، فإن المفارقة بهذا المعنى هي مخالفة لشرط الاتساق للنسق.

وهذا ما يعبر عنه راسـل عندما يعبر عن مفارقة نظرية المجموعات (set theory) بقوله أن نسـق اللزوم الصوري يقود إلى عدم أتسـاق (inconsiste)[4] ولكننا نرى هنا أنه يمكن تحديد علاقة بين المفارقة والاكتمال، ويمكن اعتبار هذه العلاقة نوعاً من تجاوز المفارقة ذاتها.

وتعتمد العلاقة بين الاكتمال والمفارقة على محددين رئيسيين وهما:-

أولاً: علاقـة كل الاكتمال والمفارقـة بمبدأ الثالث المرفوع مفهوماً بلغة المابعد نسـقية، فإذا نظرنا إلى علاقة مبدأ الاكتمال بقانون الثالث المرفوع سنجد أن كل أنواع الاكتمال يمكن ردها إلى الثالث المرفوع كالآتي:

أ- الاكتمال السـيمانتيكي: وهذا الاكتـمال يمكن التعبير عنه بقولنا لـكل الصيغ α؛ فإنه إما $T \models -\alpha$ أو $T \models \alpha$ وهذه الصيغة تعنى إما أن الصيغة α أو نفيها سيكون لها قيمة سيمانتكية

---

(1) Lewis. C. I, Langford. C. H., Symbolic Logic, Century Co, New York, p 483.

(2) Moh Shaw Kowi, Logical, Parodxes, for Many Valued, Systems, the Journal of Symbolic Logic, Volum 19, Number1, March, 1954, P40.

(3) تاركسي، الفرد، المرجع السابق، جـ171.

(4) Russell. B, Whitehead A.N. Principia Mathematica Campridge, 1970. introduction.

- تلـزم عـن مجموعة النظريات T وبذلـك فإنها تمثل مبدأ الثالـث المرفوع (tertunmon datur)[1].

ب- الاكتمـال السـينتاكس: كـما قدمنا لـه التعريف لـكل الجمل α أمـا أن تكون T ⊢α أو T ⊢α -، بمعنى أما أن القضية α أو نفيها يمكن اسـتنباطها من مجموعة النظريات T، وهو ما يمثل الثالث المرفوع[2].

ج- الاكتـمال: وهذا النوع من الاكتمال هو الأهـم في رده إلى الثالث المرفوع حيث إن هذا الرد لا يكون من خلال علاقة مباشرة كما في النوعين السابقين هذا من جهة ومن جهة أخرى فإن هذا النوع هو الذي يمثل العلاقة بين الاكتمال والمفارقة

يعرف جودل الاكتمال من خلال أثباته لاكتمال نسق منطق المحمولات من الدرجة الأولى (first order predicate logic) بقوله كل قضية صحيحة فهي نظرية[3] في تعبير غير صوري - كالذي قدمناه في الفصل الأول - عن إن الاكتمال هو علاقة بين السيمانتك والسينتاكس ويعبر جودل عن هذه العلاقة بقوله إنها تعني إما أن تكون A- وهي تشير إلى صيغة في النسق - نظرية أو تكون ليست صادقة[4].

وهنا علاقة فصلية بين عبارة مثبتة وعبارة منفية، ولكن هذه الصيغة لا تمثل الثالث المرفوع حيث إن العبارة المثبته تختلف عن العبارة الأخرى المنفية وبالتالي فهي ليست علاقة فصلية بين عبارة ونفيها، أي لا تعبر عن الثالث المرفوع.

ولكـن إذا كان الاكتمال يعني أن كل عبارة صادقة هي مثبتة، إذن فالاكتمال هو تعبير عن التطابق الكامل بين القابلية للاشتقاق أو كون A نظرية الصحة (Valtdity) أو كون A صادقة وهذا التطابق بين القابلية للاشـتقاق والصحة الذي يمثل شرط الاكتمال، يجعل العبارة السـابقة تعـبر عنه علاقـة فصلية بين عبارة ونفيهـا، وبالتالي تعبر عن صيغة الثالـث المرفوع، حيث إن الطرف الأول من هذه العلاقة يعبر عن قابلية الاشـتقاق لـ A بشـكل مثبت والشق الثاني يعبر

(1) Steve Awody, Erich H. Recr. op. cit. p4.

(2) Ibid. P4.

(3) Church.A, op cit , p 233.

(4) Ibid p 233.

عن الصحة -صدق A- بشـكل منفي، فإذا كان هناك تكافؤ بين القابلية للإثبات والصحة كنا أمام صيغة فصلية بين عبارة ونفيها وبالتالي أمام صيغة الثالث المرفوع على مستوى اللغة المابعد نسقية.

ولذك يذهب بلانشيه وتارسكي إلى أن الاكتمال بهذا المعنى مشتق من صيغة الثالث المرفوع[1].

و إذا نظرنا إلى المفارقة وعلاقتها بالثالث المرفوع فسـنجد أن سنسـبري (Sinsabury. R.m) أحد أهم الباحثين في مفهوم المفارقة يحاول فهم طبيعة أحد أهم المفارقات المنطقية وهي مفارقة الكذاب (lair paradox) على النحو التالي[2]:

إذا كانـت هذه المفارقة تتلخص من خلال القضية التالية: «ما أقوله الان كاذب» فلو أشرنا إلى العبارة السـابقة بـ(ل) فيمكن لنـا أن نصيغ القضية(ل) على النحـو التالى(ل)(ل) كاذبة من خلال القضية السابقة يمكن أن نحدد معنى المفارقة فى هذه الحالة على النحو التالى:

1- إذا كانت (ل) صادقة إذاً فهى كاذبة.

2- إذا كانت (ل) كاذبة إذاً فهى صادقة.

ويحاول سنسبرى هنا أن يحول(2,1) إلى علاقة بين قضية و نفيها وذلك بناء على علاقة النفى والإثبـات بالصـدق و الكذب فى المنطق الثنائي، على أسـاس أن النفـى واللإثبات يتبادلان قيم الصدق والكذب فاذا كان الإثبات صادقاً فالنفى كاذب و العكس صحيح وعلى ذلك يمكن أن نعبر عن العلاقتين السابقتين من خلال العبارتين التاليتين:-

1- إذا كانت (ل) صادقة فهى ليست صادقة.

2- إذا كانت (ل) كاذبة فهى ليست كاذبة.

ولكن من خلال مبدأ منطقى (consequentia mirabilis) الذى ينص على أن

$$A \supset -A = -A$$

(1) انظر (أ): Blanche, axiomatic, p40.

(ب) تارسكي، المرجع السابق، ص 171.

(2) انظر تفاصيل هذا التحليل للمفارقة في Sanisbury R.M. op, cit, p111-112.

أى أن أيـة قضية يلـزم عنها نفيها فهى كاذبـة أو نفيها صادق، و إذا كانـت القضية1 تعنى أن القـول بأن (ل) صادقة يلزم عنها نفيها (ل ليسـت صادقة)، وبالتالى فإن القضية(ل صادقة) ليسـت صادقـة، وكذلك2 تشـير إلى أن القول بأن (ل كاذبـة) يلزم عنها نفيها فـإن القضية (ل كاذبة) ليست كاذبة.

ومن (2,1) نصل إلى الصيغة التالية:

(ل) ليست صادقة ولا كاذبة.

ويخلـص سنسـبرى مـن العـرض السـابق إلى أن هـذه النتيجـة تخالـف مبـدأ الثنائيـة (the principle bivalence)[1] و إذا كان مبـدأ الثنائيـة هـو فى حـد ذاته أحـد تعبيرات صيغ الثالث الموضوع على مسـتوى لغة النسـق[2]. وبالتـالى فإن المفارقة تمثل مخالفـة لصيغة الثالث الموضوع على مستوى لغة النسق.

و إذا كنـا قد رددنا كل أنواع الاكتمال إلى صيغة الثالث المرفوع مفهومه على مسـتوى لغة النسق، وبالتإلى فان المفارقة تعنى مخالفة مبدأ الاكتمال.

ب- علاقة الاكتمال بالاتساق وتحديد معنى المفارقة:

أن الاكتمال فى تعريفاته السـابقة يعتمد بشـكل أسـاسي على مفهوم الاتساق[3] فالاكتمال بالمعنى القوى كما وضحنا فى الفصل السـابق معناه أن أية قضية يمكن إضافتها إلى النسق تؤدى إلى عـدم اتسـاقه (وذلـك أيضا حسـب تعريف هيلبرت للاكتـمال) ومن خلال هـذه العلاقة نسـتطيع أن نتعامل مع المفارقة بوصفها عدم اكتمال وهذا ما ذهب إليه جودل عندما اسـتطاع اشتقاق قضية فى نسق الأعداد تقول عن نفسها إنها غير مشتقة ولاحظ جودل العلاقة بين هذه

(1) Ibid, p 112.

(2) انظر علاقة مبدأ الثنائية بقانون الثالث المرفوع في:

محمد على المسبكاوي، رحلة العقل. صـ 39 - 44.

ويمكننـا فهم اعتبار مفهوم الثنائية على أنه يمثل معنى الاكتمال السـيمانتكي للمنطق الثنـائي القيم فأي قضية لابد وأن تأخـذ أحـد قيـم النسـق $\alpha \vdash T$ أو $\sim\alpha \vdash T$ وحيث إن قيم النسـق صـادق وكاذب، فالقضية ونفيها يتبـادلان الصدق والكذب وبالتالي تكون القضية إما صادقة أو كاذبة.

(3) انظر لعلاقة الأتساق بالاكتمال حيث كل تعاريف الاكتمال تعتمد على الاتساق Church. A, op,cit p40.

القضية ومفارقة الكذاب[1]. وهنا رأى جودل أن تقرير هذه الصيغة كنظرية فى النسق سوف يؤدى إلى نتائج متناقضة. وبالتإلى اعتبر النسق غير مكتمل وهذه القضية لا يمكن للمسلمات أن تبت فيها[2].

وهنا أوضح جودل أن النسق الذى اشتقت فيه هذه الصيغة إذا كان متسقاً فإنه غير مكتمل[3]. أي نستطيع تحويل عدم الاتساق الناتج عن المفارقة إلى عدم اكتمال وذلك باعتبار أن هذه القضية التي تمثل المفارقة وتؤدي إلى هذا التناقض هي قضية لا يمكن البت فيها نتيجة لعدم اكتمال المسلمات.

وإلى هذا يذهب الباحث الصينى(هاو-وانج) إلى أن أحد الطرق الممكنة لتجنب مفارقة راسل في الفئات هو اعتبار التساؤل حول الفئة ك (فئة كل الفئات) عما إذا كانت تنتمي إلى نفسها هو سؤال لا يمكن البت فيه[4].

أي أن القضية التي يؤدي إقرارها إلى تناقض النسق أي عدم اتساقه يعتبرها قضية لا يمكن البت فيها من خلال المسلمات وبالتالي يكون النسق متسقاً ولكن غير مكتمل.

إن تحويل المفارقة من كونها تعبر عن عدم أتساق النسق إلى كونها تعبر عن عدم اكتمال النسق تتبلور أهميته في نقطتين:

1- الأختلاف بين أهمية الاتساق من جهة والاكتمال من جهة أخرى كمبادئ نسقية ويلخص بلانشيه هذا الاختلاف بقوله إنه من المؤكد أن عدم الاكتمال أو عدم القابلية للبت هو نقص في تمام النسق ولكنه لا يعد نقصاً أساسياً بقدر القول بعدم اتساق النسق، وكذلك فإن الحاجة لإثبات الاكتمال أقل أهمية من الحاجة لإثبات الاتساق للنسق[5].

---

(1) Gödel Kurt, On Formally Udecidbble Propositions of Principia Mathematica and Related systems, T/ Metzr, Dover Pnblication inc, New York, 1992, p40.

(2) Ibid, p59.

(3) Ibid, p 57.

(4) Wang Hao. Undecidable Sentences Genrated by Sysmantic Paradox Journal of Symolic Logic, Vol 19, Number 1, March, 1955 p,31.

(5) Blanche. R., op. cit p41.

فعدم الاتساق معناه انهيار النسق فكل القضايا ستصبح صادقة[1]، ولكن عدم الاكتمال معناه أن هناك قضية لا يمكن البت فيها من خلال النسق نتيجة لعدم اكتمال مسلمات النسق وبالتالي فإن المفارقة بردها إلى عدم الاكتمال بدلاً من عدم الاتساق تتحول من تعبير عن انهيار النسق بحيث إن كل القضايا تصبح صادقة أي أن النسق لا يستطيع البت في أي صيغة، إلى أن القضية التي تمثل المفارقة هي قضية لا يمكن البت فيها داخل النسق وبالتالي فإن مسلمات هذا النسق غير مكتملة.

2- كذلك فإن دور المفارقة في عدم اكتمال النسق يجعل من المفارقة أداة لتطوير النسق من خلال توسيع مجموعة مسلمات.

فالمفارقة في هذه الحالة هي قضية تعبر عن نقص مسلمات النسق وبالتالي ينبغي إضافة مسلمات جديدة إليها لاستيعاب هذه القضية والبت فيها. وبالتالي فإن تحديد المفارقة داخل النسق يتحول من عامل يؤدي إلى انهيار النسق إلى عامل يساعد على تطوير النسق.

ويتأكد هذا المعنى لو نظرنا إلى منطق القضايا كما وضعه راسل ووايتهد والدور الذي لعبته المفارقة في تطوير وتوسيع نسق القضايا. وذلك من خلال التعامل مع المفارقة على أساس أنها إشارة إلى عدم اكتمال النسق وبالتالي فإن التغلب على هذه المفارقة يكون من خلال توسيع المسلمات للتغلب على عدم الاكتمال. وهذا يقودنا إلى الحديث عن مفارقات اللزوم المادي.

ooo

(1) انظر: Kneale William, op cit p 699.

ثانياً: علاقة مفارقات اللزوم المادي بعدم الاكتمال وتطوير منطق القضايا إلى منطق جهات ومنطق متعدد القيم

أ ـ علاقات مفارقات اللزوم المادي بالاكتمال:

أن هذه المفارقات ذات طابع سيمانتيكي في أساسها فمفارقات اللزوم المادي تعود في الأساس إلى أننا نتعامل مع علاقات اللزوم المادي على أنها تعبر عن العلاقة (إذا كان.... فإن)[1]. أي مع العلامة (⊂) لا على أساس اشتقاقها السينتاكس ولكن على أساس تفسيرها السيمانتيكي.

ويوضح (أكرمان) أننا في هذه المفارقة لا نتعامل مع حساب القضايا (proposition caluclus) من حيث إنه يمثل مجموعة من العلاقات بين الرموز والتي لا تقبل التفسير ولكننا نتعامل مع المنطق من حيث إنه أتجاه لحل المشكلات، يعتمد على الحدس[2].

ويقصد هنا (أكرمان) بالمنطق الاتجاه العقلي العام الذي يستخدم النسق الأكسيوماتيكي كأداة لحل المشكلات المختلفة وبالتالي فإنه يحدد بشكل حدسي التفسيرات المختلفة للرموز حتى يؤدي المنطق دوره في حل المشكلات. أي أن التفسيرات السيمانتيكية المختلفة لرموز وعلاقات حساب القضايا السينتاكس يحددها المنطق بوصفه الحدس الذي يقف خارج النسق الأكسيوماتيكي لحساب منطق القضايا.

ويوضح أكرمان العلاقة بين الحجة من جهة وحساب منطق القضايا من جهة أخرى على أساس أن الحجة تكون صحيحة حدسياً إذاً وإذا كانت النتيجة Sn تنتج من المقدمات s1, s2, .. ,sn-1 [3] وإذا حولنا هذه السلسلة من الحجج إلى سلسلة من الصيغ المنطقية جيدة الصياغة صورياً (well formed formola) wff

L1, L2 , L3 ....LN

(1) Robert Brandon, Semantic Paradox of Material Implication Notre Dame J. Formal Logic 22, no2, 1981. p12,

(2) Ackermann, Robert, An Introduction to Many Valued Logecs London, Rout Ledge & Kegan paul ltd, 1967, Istedition, p3.

(3) Ibid, p 4-5.

وبالتالي يمكن صياغة الحجج السابقة على النحو التالي[1] :-

$$L1 . L2 . L3 \ldots \supset Ln$$

ومعـنى هذه الصيغة أن (L3, L2, L1) يلزم عنها Ln، وهكذا نكون حولنَا الحجة السـابقة إلى صيغة يمكن التعبير عنها من خلال رموز وعلاقات منطق القضايا، وبالتالي يمكن القول أن صيغة منطق القضايا السابقة يمكن أن تفسر سيمانتيكياً على أنها تمثل الحجة السابقة.

ويربط كذلك (أكرمان) بين الصيغة الرمزية السابقة وتفسيرها السيمانتيكي كحجة بقوله أن الصيغة الرمزية السابقة إذا كانت لا تمثل نظرية فإن الحجة المرتبطة بها ستكون كاذبة[2].

ومن خلال التفسـير الذي نعطية للصيغة اللزومية تنشأ مفارقات اللزوم المادي، فمن خلال تعريف اللزوم المادي كما صاغه راسل يمكن تقرير الصيغتين التاليتين[3].

1- ق ⊂ (ك ⊂ ق) وتعني إذا كانت ق صادقة فلزم عن ذلك أن ك يلزم عنها ق، أي إذا صدقت ق لزمت عن أي قضية.

2- ~ ق ⊂ (ق ⊂ ك) وتعني إذا كانت ق كاذبة فلزم عنها أن ق يلزم عنها ك أي إذا كذبت ق لزمت عنها أي قضية.

وتعني هاتان الصيغتان أن القضية الكاذبة يلزم عنها أي شيء والقضية الصادقة تلزم عن أي شيء، حيث إن الإيجاب والسلب يتبادلان الصدق والكذب في المنطق الثنائي.

ويلخص (نيل) المفارقة السـابقة بقوله إن التسـليم بهاتين القضيتـين يقودنا إلى مجموعة من المفارقـات، وذلك أن القضية الكاذبة لمجـرد أنها كاذبة فإنها تتضمن أية قضية أخرى والقضية الصادقة لمجرد أنها صادقة فهي متضمنه في أية قضية أخرى[4].

ولكن المفارقة السابقة لا تعد مفارقة إلا عند إعطاء تفسير سيمانطيقي لعلاقة اللزوم المادي (⊂) عـلى أنها تمثل علاقة الربـط في الحجة الاسـتنباطية (ينتج مـنfollowin from)، ولذا فإن

(1) Ibid, p5.

(2)Ackermann, R. op. cit, p5.

(3) Ibid, p6.

(4) Kneale William, op, cit, p549.

المفارقة هنا سيمانتكية لأنها خاصة بأحد تفسيرات النسق ونماذجه (model) وليس بالتركيب السينتاكس له.

فإذا نظرنا إلى القضيتين السابقتين على أساس تفسير اللزوم كعلاقة ربط في حجة استنباطية. فإن ذلك يقودنا إلى نتائج لا تتفق مع مفهوم الحجة حيث إننا في هذه الحالة يمكن أن نستنتج نتيجة صادقة من مقدمات كاذبة وتبقى الحجة صحيحة، مادامت الحجة هي تفسير سيمانتيكي لهذه الصيغ اللزومية.

وهنا يرى بعض الباحثين أن هذه المفارقة هي نتيجة للتفسيرات التي نعطيها للعلاقة (⊂)، ولكن إذا فهمنا هذه العلاقة من خلال شكلها الصوري داخل النسق من حيث إن (ق ⊂ ك ≡ - ق 7 ك) تزول هذه المفارقة ويكون هذا حلاً للمفارقة[1] أي أن هاتين الصيغتين اللتين تمثلان المفارقة لا تعدان كذلك لو تم التعامل معهما في حدود اشتقاقهما من خلال تعريف اللزوم.

ولكن هذا التحليل ليس حلاً للمفارقة بقدر ما هو عدم تحديد دقيق لها، فليس هناك مفارقة على المستوى السينتاكس فنسق منطق القضايا نسق متسق ومكتمل على هذا المستوى ولكن المفارقة تنشأ فقط على المستوى السيمانتك، بمعنى أن هناك بعض التفسيرات التي تأخذها العلاقة (⊂)، والتي تجعل بعض الصيغ اللزومية - كالصيغتين السابقتين - تؤديان إلى نتائج غير مقبولة.

أي أن المفارقة تنشأ فقط عندما نتعامل مع الصيغة ق ⊂ (ك ⊂ ق) على أساس أنه يمكن تفسيرها على أنها تعني إذا كانت (ك⊂ق) تنتج من ق فإن ق تنتج من ك[2]. أي بتفسير اللزوم على أنه يأخذ تفسيراً سيمانتيكياً يجعله يمثل الرابطة (ينتج من) بين المقدمات والنتائج في الحجة.

(1) انظر: Bronstein, D the Meaning of Implication , Mind 45 vol, xlv, 1936 p161.

وهنا يمكن توجيه نفس النقد الذي وجهه راسل إلى المدرسة الصورية من حيث أنهم في نسق الأعداد لم يهتموا بأن الأعداد تستخدم في العد كمثل صانع الساعات الذي أهتم بشكلها ولم يهتم بأنها أداة لضبط الوقت، انظر راسل برتراند أصول الرياضيات ت - محمد مرسي أحمد (دكتور)، أحمد فؤاد الأهواني (دكتور)، دار المعارف بمصر، 1965، صـ 6.

فنسق منطق القضايا بهذه الصورة أهمل تفسيره بوصفه أداة لأثبات الحجج وليس مجرد نسق صوري.

(2) Ackermann, R, op. cit, p8.

أن هذه المفارقة السـميناتكية لا يمكن حلها إلا بتصور عدم اكتمال سيمانطيقي، فبدلاً من القول بأن النسـق لن يقبل هذه التفسـير للزوم من حيث إنه سـيؤدي إلى نتائج غير مقبوله على مسـتوى هذا النموذج، فإننا سوف نفترض أن النسق لن يستطيع بمسلماته الحالية استيعاب هذا التفسير للزوم، أي استيعاب هذا النموذج للنسق من حيث إنه يمثل مفهوم الحجة (Argument)

وهذا ما يمثله تعريف الاكتمال السيمانتيكي كما عرفناه من خلال تعدد النماذج التفسيرية، وذلـك بقولنـا إن عدم الاكتمال السـيمانتيكي يعني أنه بالنسـبة لكل النماذج التفسـيرية M,N للنظرية T فإنه إذا كانت M ⊭ a فإن N ⊭ a أي أن أي قضية ينبغي وأن يكون لها نفس القيمة في النماذج التفسيرية المختلفة[1].

وبالتالي فإن الصيغتين اللزوميتين السـابقتين -اللتين يعبران عن المفارقة - لا يمكن أن تكون لهما نفس القيمة في النموذج التفسيري الذي يفسر اللزوم على أنه الرابط (ينتج من following from) والذي يربط في الحجة بين المقدمات والنتائج.

إذن فنسق منطق القضايا غير مكتمل سيمانطقياً بمعنى أن هناك نموذج تفسيري لا تستوعبه هذه النظرية وبالتالي فينبغي توسيع المجال السيمنانتيكي للنظرية.

وقد كان هذا التوسـيع للنسـق عـلى خطوتين كلتاهما كانـا جوهرياً وثورياً على مسـتوى تاريخ المنطق[2].

ب- توسيع المسلمات ونشأة منطق الجهات:

قدم لويس (CI Lweis) نسـقاً لمنطق يمكننا من خلاله التخلص من المفارقات السيمانتكية السـابقة وذلك بجعل النسـق يسـتوعب النموذج التفسـيري الذي يفسر فيه اللزوم سيمانطقياً عـلى أنه يمثل الرابطة في الحجة الاسـتنباطية بين المقدمات والنتائـج وذلك بإضافة الجهة ممكن ورمزها (◊) فيكون تعريف اللزوم في هذه الحالة[3]:

$$p -3\ q = \sim \Diamond\ (p \sim q)$$

(1) Steve Wodey,k Erich H. Reck. P4.

(2) Ackermann, R, op. cit, p15-16.

(3) Liews CI, Langford. H op. cit p12.

ولا يمكــن مــن خلال هذا التعريف للزوم اشــتقاق الصيــغ اللزومية التــي كانت تقرر أن القضيــة الصادقة تلــزم عنها كل القضايا والقضية الكاذبة تلزم عــن كل القضايا وبذلك يمكن القول بأن اللزوم الســابق والذي أســماه لويــس اللزوم بالمعنى الدقيق يمكن أن يســتوعب من خلال نســق اللزوم الدقيق النموذج التفســيري الذي يفسر فيه هذا اللزوم سيمانتيكياً على أنه يمثل الرابطة في الحجة الاستنباطية[1].

ولكن حتى نســتطيع القول بــأن المفارقة تعبر عن عدم اكتمال وذلك معناه أن نســق منطق القضايا عند راســل غير مكتمل ســيمانتكياً وأن إضافة مســلمة له تجعله مكتملاً فعلينا إثبات أن نســق راسل هو حالة جزئية من النسق الجديد ومجموعة مسلماته حالة جزئية من مسلمات النسق الجديد أي يمكن اشتقاقه من هذا النسق الجديد.

وإذا نظرنا إلى النســق الذي وضعه لويس ومن خلال التعريف السابق للزوم الدقيق نجده يدخل إلى نسق منطق القضايا علاقة جديدة غير معرفة، فلا يمكن تعريفها من خلال علاقات منطــق القضايا الأساســية وهي علاقة الأمكان. فإذا نظرنا إلى نســق اللزوم الدقيق كما صاغه لويس سنجده على النحو التالي[2]:

أولاً: القضايا الأولية وغير المعرفة:

1- القضايا: p, q, r..... إلخ.

2- النفي ~ p ويمكن قراءته إما (not p) أو ق كاذبة.

3- الــضرب المنطقي: p q أو (p.q) ولا تســتخدم النقطة للتعبير عــن الضرب المنطقي إلا في حالة ما إذا كانت p أو q قضايا مركبة.

---

(1) يرى بعض الباحثين أنه تنشأ أيضاً في نسق اللزوم الدقيق مفارقات موازية لمفارقة صيغ اللزوم الدقيق مثل أن القضية المستحيلة يلزم عنها أي قضية والقضية الضرورية تلزم عن أي قضية.

انظر: Bronstein, D op. cit, p164-165.

ولكن في الحقيقة إن هذه الصيغ لا توازي مفارقات اللزوم المادي لأن الضرورة والأســتحالة هي عمليات سينتاكسية لذلك فهي لا تمثل مفارقات بالمعني الذي كان للزوم المادي. حيث إن الصدق والكذب قيم سيمانتكية.

(2) Lewis CI, Langford H, op. cit 123-125.

4- الاتساق الذاتي أو الأمكانية p ◊ ويمكن قراءتها p متسقة ذاتياً أو p ممكنة أو أنه من الممكن أن تكون p صادقة[1].

5- التكافؤ المنطقي p = q.

ثانياً: التعريفات والمسلمات الأساسية:

من خلال تعريف الضرب المنطقي والنفي والأمكان والتكافؤ يقدم لويس العلاقات التالية:

1- تعريف الفصل:

$$pvq = \sim (\sim p \sim q) \text{ - } 11.01$$

وهنا فإنه من خلال تعريف الضرب المنطقي (العطف) والسلب يمكن تعريف الفصل على أساس أنه يعني أن واحدة على الأقل من القضيتين اللتين تربطهما علاقة الفصل ستكون صادقة ولذلك فهما لا يكذبان معاً

2- تعريف اللزوم الدقيق:

$$p \text{ -3 } q = \sim\Diamond\ (p\sim q) \text{ -}11.02$$

فمن خلال الإمكان والسلب والعطف كعلاقات أولية يمكن تعريف اللزوم بالمعني الدقيق وتعنى أنه من الكذب القول بأنه من الممكن أن p صادقة و q كاذبة.

3- تعريف التكافؤ:

$$(p = q) = ((p\text{-}3q)\ .\ (q \text{ -}3\ p)) \text{ - } 11.03$$

وتعني p تكافيء q هي القول بأن q تلزم لزوماً دقيقاً عن p و p تلزم لزوماً دقيقاً عن q.

(1) هنا لا يستطيع لويس أن يعطي قيمه سيمانتيكية للأمكان كما فعل مع السلب بقوله أن ~ p تعني أن p كاذبه، وهنا أجرى عملية السلب على p وخلص إلى أن p كاذبه. وهذا معنى (not p) صادقة ولكن في قوله ممكن p «صادقة» قد ترك القضية كما هي ولم يضف أليها قيمتها السيمنانتيكية فإذا كانت ممكن p «صادقة» فماهي قيمة p؟. وهذا ما قاده بعد ذلك بإنشاء منطق رباعي القيم يمكن فيه التعبير عن القيمة السيمانتيكية لـ ◊ p.

ويقدم بعد ذلك المسلمات السبعة التالية:

(p q) -3 (q p) -11.1

إذا كانت p و q صادقتين معاً فإن q و p صادقتان معاً.

(p q) -3 p -11.2

إذا كانت p و q صادقتين معاً فإن p صادقة

p -3 (p.p) -11.3

إذا كانت p صادقة إذن p و p صادقة

(p.q) r -3 p (q.r) -11.4

p -3 ~ (~ p) -11.5

((p -3 q). (q-3 r)) -3 (p-3r) -11.6

لو كانت p تتضمن q و q تتضمن r بالمعني الدقيق فإن p تتضمن r:

(p. (p -3 q)) -3 q -11.7

إذا كانت p صادقة وp تلزم عنها q فإن q صادقة.

ثالثاً: قواعد الاستنباط للنسق:

1- قاعدة التعويض:

أ- كل من طرفي أي صيغة تكافؤية يمكن التعويض بها مكان الأخرى.

ب- أي رمز يمكن التعويض بدلاً منه صيغة على شرط أن يعوض بهذه الصيغة كلما تكرر الرمز في هذه النظرية.

وهذا النسق الذي يسمى S1 هو النسق الذي وضعه لويس لكي يستطيع استيعاب التفسير السيمانتيكي لنسق منطق القضايا من حيث إنه يعبر عن الحجة الاستنباطية[1].

(1) انظر: Ackermann, op, cit, p 14 - 15.

و إذا نظرنا إلى النسـق S1 لنرى اختلافه عن أنسـاق منطق القضايا السابقة وبشكل خاص نسق راسل ووادايتهد سنجد أن النسق S1 يختلف عنها فيما يلي:

1. يعد النسق s1 توسيعاً لهذه الانساق من خلال تعريف الإمكان كعلاقة أولية.

2. تعريـف اللزوم من خلال الإمكان ليكون اللزوم هو اللزوم بالمعنى الدقيق المعرف من خـلال علاقة الإمكان بدلاً من اللزوم المادي عند راسـل وهو اللزوم المعرف من خلال علاقتا الفصل والسلب فقط.

3. تعريف قاعدة الاسـتدلال والتي تمثل قاعدة إثبات المقدم عند راسـل من خلال اللزوم بالمعنى الدقيق بدلاً من اللزوم المادي.

إن الاختلافات السابقة لا تعبر فقط عن إضافة علاقة أو مسلمة أو قاعدة للاشتقاق فزيادة مسـلمة أو حـذف أخرى يعد أمـراً طبيعياً في تكوين الانسـاق، بل هو عملية توسـيع لمنطق القضايا ككل وذلك بإضافة نوعية جديدة من العلاقات وهي علاقات الجهة (models) متمثلة في علاقة الإمكان.

و يتضـح هـذا المعنى - من أن ما فعله لويس ليس مجرد أسـتبدال مسـلمات بأخرى بقدر ما هو توسيع لمنطق القضايا بشكل عام - من خلال محاولة لويس استنباط مسلمات نسق راسل - وايتهد في برنكيبيا ما تمكيا من خلال s1 وذلك على النحو التالي[1]:

في البداية يشـتق لويس اللزوم والتكافؤ المادي من الوصل والسلب من حيث هما علاقتان غير معرفتين في النسق s1.

$$p \supset q = \sim (p \sim q) \text{ -1}^{(2)}.$$

ومنه التكافؤ الذي يعنى اللزوم المتبادل على النحو التالي:

$$(p \equiv q) = ((p \supset q) . (q \supset p)$$

(1) تفاصيل هذا الاشتقاق: Lewis CI, Langford. H op, cit, p 136 - 145.

(2) Ibid, p 136.

وبعد ذلك ينتقل لويس إلى الخطوة الأهم فى هذا الاشتقاق وهو اشتقاق اللزوم المادى من اللزوم الدقيق وذلك من خلال العلاقة (14.1) فى نسق s1 والتى تنص على ما يلى:

(q ⊃ ρ) -3 (q -3 ρ) [1]

أي أنه إذا كانت q تلزم عن p بالمعني الدقيق فإنها تلزم عنها بالمعني المادي. وهنا يرى لويس أن هذه العلاقة يمكن استنباطها من المسلمة الأخيرة (7) في نسق s1 و إذا كان لويس لا يقدم استدلالاً مباشراً على هذه النتيجة إلا أننا يمكننا تتبع هذا الاستدلال من خلال تقديمه للنسق s1، وذلك على النحو التالي[2]:

أولاً: النظرية 12.8 والتي تنص على[3]:

(q -3 ρ)~ -3 (~q ρ)

هذه النظرية تلزم مباشرة من المسلمة الأخيرة 11.7.

وذلك أننا في النظرية 12.61 والتي تنص على:

ρ.q -3 r -3 (ρ.~r) -3 ~ q

إذا عوضنا بالتالي ρ-3q/q, q/r.

لحصلنا على العلاقة التالية:

(q ρ) -3 (~q0q) -3 ρ -3q -3 (-3 q ρ) . ρ

النظرية 12.8 المسلمة 7.

وحسب قاعدة الاستدلال تكون العلاقة 12.8 صحيحة .

ومن خلال العلاقة السابقة نستطيع أن نستنتج العلاقة 12.81 والتي تنص على[4]:

(ρ -3 q) - 3 ~ (q ~ ρ)

(1) Ibid, p 137.
(2) Ibid, p 132-137.
(3) Ibid, p 133.
(4) Ibid, p133.

وذلك أننا لو أخذنا النظرية 14.42 المثبتة في نسق s1 وهي:

(ρ~ -3~ q) -3 (q~ -3 ρ)

وعوضنا عنها على النحو التالي ρ 3- q / r و ρ/p.~q.

لكانت لدينا العلاقة:

p.~q - 3 (ρ - 3q) -3 ~ (p. ~ q)

12.8 12.81

وعلى حسب قاعدة الاستدلال تكون 12.81 نظرية:

ولو عوضنا عنها من العلاقة q⊃r = (ρ0 ~ q) ~

لكانت لدينا العلاقة (p⊃q) 3- (p-3q)

وبالتالي فإن اللزوم المادي متضمن في اللزوم بالمعنى الدقيق بمعنى أنه إذا كانت q تلزم لزوماً دقيقاً عن ρ فإنها تلزم لزوماً مادياً عن ρ.

وهنا يرى لويس أن اللزوم الدقيق علاقة أضيق من اللزوم المادي على أساس أن تأكيد (إثبات) أي لزوم دقيق يعني تأكيد اللزوم المادي المقابل له والعكس ليس صحيح[1].

وعلى أساس العلاقة السابقة أيضاً يقرر لويس أن اللزوم الدقيق أقوى (stronger) من اللزوم المادي[2].

وهذا ما نؤكد عليه من حيث إن اللزوم المادي متضمن في اللزوم الدقيق ويمكن استنباطه منه وبالتالي فإن نسق اللزوم المادي يمكن استنباطه من نسق اللزوم الدقيق وبالتالي يكون نسق اللزوم الدقيق أوسع وأشمل من نسق اللزوم المادي. وكذلك لأن اللزوم الدقيق يتطلب توسيع النسق ككل ليتضمن مفهوم الجهة، وهي جهة الإمكانية هنا بشكل خاص.

(1) Ibid, p137.

(2) Ibid, p137.

وهـذا مـا يذهـب إليـه أكرمـان مـن أن السـبب في نشـأة المنطـق غـير القيـاسي (nonstanderd logic) هو ضيق المنطق القياسي بمعنى أنه لا يستوعب الجهات[1].

ولـذا فإن وصف لويس للزوم الدقيـق بأنه علاقة أضيق من اللزوم المـادي يقصد منه بأنه يكـون صادقاً في حـالات أقل من اللزوم المادي فهو يسـمح بعلاقة التضمن بشـكل أضيق مما يسـمح به اللزوم المادي، فالزوم المادي على سبيل المثال يسمح بتضمن القيمة الكاذبة للصادقة بينما لا يسمح بذلك اللزوم الدقيق. ولكن على مستوى النسق فإن اللزوم المادي يمكن استنتاجه كعلاقـة من اللزوم الدقيق وبالتالي فإن اللزوم الدقيق أعم وأشـمل من اللزوم المادي ويتضح هـذا المعنى إذا رأينا أن المسـلمات والتعريفات التي يقوم عليها نسـق اللزوم المادي في برنكبيا ماتيمكا يمكن اشـتقاقها من نسق اللزوم الدقيق، وذلك من خلال علاقة اللزوم المادي باللزوم الدقيق وذلك على النحو التالي:

1- تعريف اللزوم في نسق برنكبيا وهو[2]:

$$p\supset q = \sim\rho\vee q$$

يمكن اشتقاقه من النسق S_1 كما يلي:

لو عوضنا في التعريف الأول في S_1 ρ/ρ~ لكانت لدينا العلاقة:

$$\sim\rho\vee q = \sim(\sim(\sim\rho)\ 0\sim q)$$

و إذا كانت 12.3[3] تنص على $\rho = \sim(\sim\rho)$ ومنها:

$$\sim\rho\vee q = \sim(\rho.\ \sim q)$$

وعلى حسب العلاقة 14.1 والتي تنص على $p\supset q = \sim(\rho.\sim q)$[4]

فإن $\sim p\vee q = p\supset q$ وهو المطلوب إثباته.

(1) Ackermann, R, op. cit, p15.

و يقصد بالمنطق اللاقياسي منطق الجهات والمنطق متعدد القيم في مقابل المنطق القياسي.

(2) Rassell B. Whitelead, A. op, cit, p 96.

(3) Lweis. C. I, Llanford H, p131.

(4) Ibid, p 137.

2- تعريف العطف في نسق برنكبيا $p.q = \sim(\sim p v \sim q)$[1]

واشتقاقها من نسق s1 يكون على النحو التالي:

إذا كانت النظرية 12.11 تنص على أن $\rho=\rho$[2] فإن الصيغة التالية صحيحة

$$\sim (q\sim\nu\sim\rho) = \sim (q \sim \rho \sim \nu\sim)$$

ومن التعريف الأول لنسق S_1 فإن:

$$\sim (q\sim\nu\sim\rho) = \sim (\sim (\sim \rho)\ 0 \sim (\sim q)$$

ومن النظرية 12.3 $\rho= \rho\sim\sim$ فإن:

$\rho.q = (q\sim\nu\sim\rho) \sim$ وهو المطلوب إثباته

3- المسلمة الأولى في برنكبيا: $(pvp) \supset p$[3]

ويمكن اشتقاقها من النسق S1 على النحو التالي:

على حسب النظرية 13.3 $\rho\nu\rho\text{-}3q$[4].

و إذا كانت كل لزوم دقيق يلزم عنه لزوم مادي من العلاقة 14.1 فإن:

$\rho\nu\rho\supset q$ وهو المطلوب إثباته.

4- المسلمة الثانية في نسق برنكبيا: $q \supset (\rho\nu q)$[5]

ويمكن اشتقاقها من النسق S_1 على النحو التالي:

إذا كانت النظرية 13.21 تنص على أن $(\rho\nu q)\text{3-}q$.

وكان كل لزوم دقيق يلزم عنه لزوم مادي على حسب العلاقة 14.1.

---

(1) Russell Brtrand , Whitehead. A, op cit, p 96.

(2) Lweis. C. I, Lanford H, p 133.

(3) Russell Brtrand , Whitehead. A, op cit, p 96.

(4)Lweis. C. I, Langford, op. cit. p 135.

(5) Russell Brtrand , Whitehead. A, op cit, p 96.

فإن $(\rho v q) \supset q$ وهو المطلوب إثباته.

5- المسلمة الثالثة في نسق برنكيبيا $(q v p) \supset (p v q)$[1]:

ويمكن اشتقاقها من نسق S_1 على النحو التالي:

إذا كانت العلاقة 13.1 تنص على $(q v p)$ -3 $(p v q)$[2] فعلى حسب العلاقة.

14.1 فإن:

$(q v p) \supset (p v q)$ وهو المطلوب إثباته

6- المسلمة الرابعة في نسق برنكيبيا: $(\rho v r) \supset q v (q v r) \rho v$[3]

يمكن اشتقاقها من نسق S_1 على النحو التالي:

على حسب النظرية 14.25 $(\rho v r)$ q v -3 $(q v r)$ ρv[4]

ومن خلال علاقة اللزوم المادي باللزوم الدقيق في العلاقة 14.1.

فإن $(\rho v r)$ q v -3 $(q v r)$ ρv وهو المطلوب إثباته

7- المسلمة الخامسة في نسق برنكيبيا[5]: $((p v r) \supset (p v q)) \supset (q \supset r)$

ومن خلال النظرية 14.27 والتي تنص[6]: $((p v r) \supset (p v q))$ -3 $q \supset r$

ومـن خـلال 14.1 حيـث أن كل لزوم دقيـق يلزم عنه لـزوم مادي فإننا نصل إلى المسـلمة السابقة في نسق برنكيبيا وهو المطلوب إثباته.

و إذا كانت المسـلمات الأساسية للنســق في برنكبيا يمكن اشتقاقها من S_1 فإن نسق برنكبيا يمكن اشـتقاقه من نسـق S_1 وحيـث إن العكس ليس صحيحـاً حيث إن اللـزوم الدقيق الذي

(1) Ibid p96.

(2) Lweis,c. I, langford H, op. cit p135.

(3) Russell Brtrand , Whitehead. A, op cit, p 96.

(4) Lewis CI, Langford, H, op, cit, p 138.

(5) Russell Brtrand, Whitehead. A, op, cit, p 96.

(6) Lewis CI, Langford, H, op, cit,, p 138-139.

يقـوم عليه S_1 لا يمكن اشـتقاقه مـن اللزوم المادي و يعـود ذلك في المقـام الأول إلى أن اللزوم الدقيق يستند إلى علاقة غير موجودة في نسق اللزوم المادي، وهى علاقة الإمكانية. إذن يمكننا القول بأن نسـق S_1 يحوي الموجهات هو توسـيع نسـق برنكبيا من خلال إضافة علاقة جديدة (لامعرفة) هى علاقة الامكان.

هذه العلاقة سـمحت لنا بعلاقة لزوم جديدة تمكننا على المستوى السيمانتيكى من أن نفسر اللزوم على أنه معيار للحجة.

إذن فمفارقـات اللزوم المـادى والتى اعتبرناها تعبر عن مفارقة سـيمانتيكية يمكن تصورها بوصفهـا عدم اكتمال سـيمانتيكى و يعدهـذا التصور ذاته أسـلوباً لتجـاوز المفارقة، لان عدم الاكتمال يمكن تجاوزه من خلال توسيع نسق المقدمات و إذا كان نسق اللزوم الدقيق يستوعب نسـق منطق القضايا الذى يعتمد على مفهوم اللزوم المادى كنسـق برنكبيا حيث أن النسـق S_1 هو توسيع لنسق برنكبيا، فإن تجاوز المفارقات يتم بتوسيع نسق اللزوم المادى من خلال توسيع مسـلماته من خلال إضافـة الإمكان ومن خلال الإمكان يمكن تعريـف نوع من اللزوم وهو اللزوم الدقيق، يمكن من خلاله تجاوز هذه المفارقات و يكون نسق اللزوم المادى حاله جزئية من نسق اللزوم الدقيق.(1)

ولكن هذا التوسيع قد قاد إلى مفارقات من نوع آخر حيث الإمكان لا يمكن تمثيله من خلال جداول الصدق و بالتالي اللزوم الدقيق. أى أن العلاقات التى تم توسـيع المنطق من خلالها من أجل تجاوز المفارقات السيمانتكية ليس لها فى حد ذاتها قيم سيمانتكية داخل المنطق.

وكان لوكاشـتفتش أول مـن لاحظ أن الجهة و بشـكل خاص جهة الامـكان لايمكن ايجاد تعريف سيمانتكى لها فى المنطق الثنائى.(2)

فإذا كانت الجهة هي عملية منطقية ذات مربوط قضائى واحد مثلها مثل السـلب المنطقى،

(1) كان لابـد مـن إيجاد لزوم بديل لتجاوز المفارقة حيث إن اللزوم هو العلاقة الوحيدة التى يمكن أن تنقل قيم الصدق من قضية إلى اخرى بينما بقية العلاقات تعتمد على مقارنة علاقات الصدق بين الصيغ, لذلك فاللزوم الدقيق هوالذى يمكن تفسيره بدلا من اللزوم المادى بحيث أنه يمثل سيمانتيكياً الرابط فى الحجة (ينتج من)

(2) Lukasiewicz, Jan, Philosphical Remarkes on Many - Valued Systems.Select works , Ed/slupki. J.north Holland Publishing Company,Amesterdam,1970, p163.

فـان جـداول الصدق الاربعة للعملية الاحادية لا يمكن لأى منها أن يعبر عن أى عملية سـوى السـلب، وذلك أن جداول الصـدق لهذه العمليات الأحادية إما أنه يعبر عن السـلب، واما انه يبقى قيمة القضية كما هى وفى هذه الحالة فانه لا يمثل أية عملية منطقية.[1]

و إذا كان الامكان لايمكن تعريفه سـيمانتكيا من خلال جـداول الصدق الثنائية فان كل العلاقات التى تعرف من خلال الامكان لا يمكن تعريفها من خلال جداول الصدق الثنائية.

وهـذا مـا يوضحـه لويس حيـث إن علاقـات مثل السـلب ρ~ واللـزوم المـادى(ρ⊃q) والفصل(ρvq) والوصل (ρ⊃q) كلها يمكن تعريفها سيمانتكيا من خلال النسق بينما علاقات مثل الإمكانية (ρ◊) والاسـتحاله (ρ<>~) والاتساق (ρ5q) واللزوم الدقيق (ρ-3q) ليس لها تعريف سيمانتكى من خلال جداول الصدق فى المنطق الثنائى القيم .[2]

أى أن العلاقات التى يحتويها النسق قبل توسيعه من خلال الامكان هى وحدها التى يمكن تعريفها من خلال جداول الصدق بين العلاقات الجديدة التى يشملها النسق الموسع من خلال تعريف الإمكان - مثل اللزوم الدقيق لا يمكن تعريفها سـيمانتكياً ويعبر لويس عن ذلك من خلال جدول الصدق التالى:[3]

ρ-3q	ρ⊃ q	q	ρ
غير محددة	1	1	1
0	0	0	1
غير محددة	1	1	0
غير محددة	1	0	0

إذا قارنا جدولى الصدق السابقين لكل من اللزوم المادى و اللزوم الدقيق، سنجد أن اللزوم الدقيـق يجعلنابالفعـل نتجاوز المفارقات السـيمانتكية للزوم المادى والخاصة بتفسـيره على أنه

(1)(أ) انظر : Ibid,p163.

(ب)محمد على المسبكاوي المرجع السابق120 - 121.

(2) Lewis C.I,Langford.H, op. cit, p200.

(3) Ibid, p199.

يقابـل الرابطـه فى الحجة الاسـتنباطية، وذلك أنـه لا يكذب إلا فى حالة صـدق المقدم وكذب التالى بينما فى باقى الحالات لا نجد قيمة صدق أو كذب.

وبالتـإلى لا يمكن القول فى اللزوم الدقيق بأن القضيـة الصادقة تلزم عن أى شىء و القضية الكاذبة يلزم عنها أى شىء بينما يكون للعلاقة اللزومية القيمة صادق.

ج- عدم الاكتمال وتطور المنطق إلى متعدد القيم:

إن جداول الصدق السـابقة للزوم الدقيق يضعنا أمام عدم اكتمال سـيمانتيكى مرة أخرى، حيث إن القيم السـيمانتكية والتى تمثلت فيها مفارقات اللزوم المادى قد استبدل بها كلمة غير محدد. ومعنى ذلك أن هناك قضايا فى النسق لايمكن الحكم عليها سيمنطقيا.

ولكن عدم التحديد السـابق يعود إلى ثنائية القيم، وعلى ذلك فتوسـيع الثنائية إلى عدد أكثر من القيم سـيؤدى بنا إلى تجاوز عدم الاكتمال السـابق- الناتج عن مفارقات اللزوم المادى- ولا يـؤدى بنا إلى عدم اكتمال جديد حيث سـيتم بعد هذا التوسـيع تحديد قيـم العلاقات الجديدة وبشـكل خاص اللزوم الدقيق. ومن هذه الاشكالات التى أثارها منطق الجهات أمكن تطوير المنطق الثنائى القيم إلى المنطق المتعدد القيم.

وهـو منطـق متطابق مع المنطق الثنـائى فى تكوينه وقواعد الرئيسـية ولا يختلف عنه إلا فى عـدد القيـم التى يمكـن أن تأخذها القضية وكذلك قيـم التحقق و التى تقابـل قيمة الصدق فى المنطق الثنائى. ويتضح هذا من خلال القواعد الرئيسـية لهذا المنطق التى يضعها روسـير وهى على النحو التالى[1]:

القاعدة الأولى:

يتكون هذا المنطق من وحدات أساسيه وهي القضايا s , ρ , g , p والتي منها نكون الصيغ المنطقية (formula).

القاعدة الثانية:

هنـاك عمليـات قضائيـة تدخل عـلى القضايا فتكـون النتيجة صيغـاً قضائية فـإذا كانت $P_1 ..,.., P_i$ قضايا فإن $Fi\ (P_1 ,\dots P_i)$ أيضاً صيغ قضائية ومن الأمثلة على ذلك $q\supset q$ ،$\sim\rho$.

(1) انظر: Rosser J.B, Turquette Atwell, Many Valued Logic, p10-12.

القاعدة الثالثة:

هناك عدد لا نهائي من الصيغ القضائية التي يمكن تكوينها في النسق.

القاعدة الرابعة:

إذا كان لدينا الصيغتان القضائيتان:

(1) $(\rho_1,..........p_{aj})$ Fi

(2) $(Q_1, Q_2.......Q_{aj})$ F_j

وكانتا متماثلتين لكانت كل مكوناتهما متماثلة.

أي أن (i) عدد القضايا في الصيغة (1) = (i) عدد القضايا في الصيغة (2)

وتكون القضايا لمكونة للصيغة متساوية $P_1=Q_1$, $P_2 = Q_2$............ $p_{ai} = Q_{aj}$.

وكل القواعد السابقة يشترك فيها منطق القضايا الثنائي مع المتعدد والاختلاف بينهما يتضح من القواعد الثلاثة الآتية:

القاعدة الخامسة:

M هـي عدد صحيح حيـث $2 \leq M$ (أكبر من أو يسـاوي2) بحيث تشـير مجموعة الأعداد 1،....، M إلى قيم الصدق في النسـق، وبذلك تكون قيم النسـق قيمتان أو أكثر وتكون بشكل اختياري حسب النسق[1].

القاعدة السادسة:

هناك قيمة في النسق S بحيث إن $1 \leq S<M$

وحسب المعادلة السابقة فإن قيم التحقق تكون قيمة واحدة أو أكثر على أن تكون أقل من عدد قيم النسق ككل و إلا كانت كل القيم محققة.

وبالتالي تمثل القيم s..........,1 قيم التحقق (designated) وهي التي تقابل القيمة صادق

---

(1) وقد كان هذا الشرط ضمنياً في الانساق الثنائية حيث إن M كانت دائماً = 2 و S=1.

في المنطـق الثنائي، وتكون مجموعة القيم S+1,.......M هي قيم عدم التحقق (undesignated) وهي التي تقابل القيمة كاذب.

إذن فيمكن للنســق تحديـد أي عدد من القيم وكذلك تحديد أي عـدد من القيم يحقق الصيغة بحيث تكون هذه القيم المحققة قيمة واحدة على الأقل وفي نفس الوقت أقل من عدد قيم النسق.

القاعدة السابعة:

لــكل صيغــة قضائية $f_i\ (p_1.,.\ p_{aj})$ قيمــة صدق $F_i\ (P_1,......p_{aj})$ وذلـك إذا كان لكل قضية مكونة لهذه الصيغة قيمة صدق محددة.

ونســتطيع أن نســتنبط مما ســبق أن المنطق الثنائي القيم هو حالة جزئية من المنطق المتعدد والذي تكون في M=2 و S=1.

وبناءً على هذا النســق الموســع على مستوى السيمانتيكي، يســتطيع لويس أن يقدم جداول صدق لنســقه الموســع على المستوى الســينتاكس من خلال إضافة الإمكان كعلاقة غير معرفة ومن ثم بقية العلاقات المعرفة من خلال الإمكان.

وهنــا يعرف لويس الإمكانيــة وبالتالي اللــزوم الدقيق من خلال منطق رباعــي القيم فيه M=4 و s = (1,2) أي أن القيم المحققة (designated) والتي لها نفس خاصية القيمة صادق هي القيم 1 و 2 ومن خلال هذا المنطق يستطيع لويس أن يقدم تعريفاً سيمانطقيا للإمكان وبالتالي للزوم الدقيق وذلك من خلال جدول الصدق التالي[1]:

4	3	2	1	-3	◊
4	4	4	2	1	1
4	4	2	2	2	1
4	2	4	2	3	1
2	2	2	2	4	3

(1) Lweis, CI, langford.H op. cit p493.

يقدم لوكاشفتش تعريفاً للإمكانية أيضاً من خلال منطق ثلاثي القيم فيه M=3 و s=1.

انظر: Lukasiewicz, op, cit , p166.

إذنً فالمفارقة السيمانتيكية للزوم المادي من حيث إنه لا يقبل التفسير بوصفه يمثل الرابطة في الحجة الاستنباطية، وإذا تعاملنا مع هذه المفارقة من خلال علاقة الاكتمال، بمعنى أن النسق غير مكتمل وينبغي توسيعه حتى يستطيع أن يستوعب هذا التفسير السيمانتيكي. سيؤدي ذلك إلى توسيعه إلى منطق الجهات، هذا المنطق الذي أدى بدوره إلى توسيع التفسير السيمانتيكي الثنائي إلى المتعدد القيم.

وهذا ما ذهب إليه أكرمان بقوله إننا حتى نستطيع أن نجعل للزوم موازياً يقبل التفسير كرابط الحجة الاستنباطية فقد تم توسيع المنطق إلى منطق جهات ومنطق متعدد القيم[1]. فمعالجة المفارقة على أساس أنها تمثل عدم اكتمال في المنطق أدى إلى توسيع المنطق إلى حد يمكننا القول أنه أحدث ثورة فعلية في المنطق.

فالمنطق المتعدد القيم أعطى للمنطق شمولية وتنوعاً أصبح من خلالها المنطق الثنائي حالة خاصة من هذا النوع التنوع. بل إن هناك أنواعاً عديدة من المنطق نشأت نتيجة هذا التطور.

فعلى سبيل المثال فإن منطق الجهات يمكن أن يتفرع منه العديد من أنواع المنطق فإذا كانت الجهة عملية أحادية تدخل على القضية[2]، فإننا في هذه الحالة نستطيع أن نحدد من خلال تنوع هذه الجهات نوعيات مختلفة من المنطق نستطيع من خلالها التعامل مع مجالات تطبيقية أوسع.

فالجهة في هذه الحالة هي خاصية أو صفة للقضية، ويكون جدول الصدق في هذه الحالة هو علاقة بين القضية بعد أن تدخل عليها هذه الصفة، ومن أنواع هذا المنطق:

1- المنطق الزمني[3] (temporyal tens logic): وهو المنطق الذي يحوي الجهة الدالة على الزمان وهو منطق يحتوى بالإضافة إلى العمليات المنطقية المعروفة أربع جهات وهي:

---

(1) انظر: Ackermann, op cit, p 12-15.

(2) Ackermann, op, cit. p16.

(3) Stanford Encylobedia of Philosophyl, Model Logic.
http//plato.stanford.edu/entries/logic-model/

وهنا نرى أن هذا المنطق هو المناسب للتعبير عن قضية أرسطو في كتاب العبارة عن حدوث معركة بحرية غداً، فتكون القضية M على سبيل المثال «قامت معركة بحرية» فتكون القضية FM والتي تعنى سوف يكون في زمان ما الحالة التي تكون فيها معركة بحرية.

G= أنه سوف تكون دائماً الحالة   F- أنه سوف يكون في زمان ما الحالة

H= أنه دائماً الحالة   P= أنه سوف تكون دائماً الحالة

2- المنطق العملي الأخلاقي: (Deontic Logic)[1]

وفيه بجانب علاقات المنطق الأساسية العلاقات التالية :

O من الملزم أن «it is obligatory that»

P من المسموح أنه «it is permitted that»

F من المحرم أن «it is forbidden that»

3- منطق القابلية للإثبات Proveablity:

وهو المنطق الذي استخدمه جودل لكي يعبر به عن المنطق الحدسي من خلال نسق صوري فتصبح القابلية للإثبات عملية أحادية تمثل الجهة ويمثلها الرمز [2] B.و يرى جودل أيضاً أن المنطق الحدسي لا يمكن تفسيره سيمانطقياً إلا في ظل نسق لا متناهي القيم[3].

4- المنطق الغائم: (Fuzzy logic)

وبجانب هذه المجموعة فإن المنطق المتعدد يسمح أيضاً بتطوره معهم في المنطق وهو المنطق الغائم (Fuzzy logic) والذي لا يحدد قيمة محددة للقضية بل يجعل القيم تعبر عن مدى يتراوح بين قيم محددة[4]. وبالطبع هذا غير ممكن في المنطق الثنائي حيث إنه ليس هناك سوى قيمتين فقط وهما صادق أو كاذب، 0 أو 1.

(1) Dumitriy, Anton, History of logic, Abacus Press, Tunbrigde Wells, Kent, vol 4, England, 1977, p 171.

(2) Badesa J, Mancous P, Zach R. The Development of Mathmatic Logic from Russell to Tarski: 1900-1930 , leila Haapranta ed, Oxford Universty Press, 2004, p111.

(3) Ibid, p 111.

انظر أيضاً:

Gödel Kort, , Porvabilty Logic, collect works, ed/Solomon fetermann, New York, Oxford university press, 1980, p 222-223

(4) Stanford Encylobia of Philosophyl, Fuzzy Logic. http//plato.stanford.edu/entries/logic-fuzzy/

إذن فتطـور المنطق إلى منطق جهات ومن ثم إلى منطق متعدد أتاح له التنوع في الاتجاهات والاستخدامات المختلفة. هذا التطور الذي قام في الأساس على اعتبار أن المفارقة يمكن تجاوزها من خلال توسيع النسق وذلك باعتبار أن هذه المفارقة هي تعبير عن عدم اكتمال النسق.

ولكن إذا كانت هذه التطورات يشملها جميعاً المنطق المتعدد القيم بحيث تصبح كل أنواع المنطـق حالات جزئية منه فإلى أي مدى يمكـن التعبير عن اكتمال هذا المنطق ذاته الذي يدين في تطوره إلى عدم الاكتمال السيمانتيكي للمنطق الثنائي؟

OOO

ثالثاً: الاكتمال وعلاقته بالمنطق المتعدد القيم وإشكالياته

أ- معنى وإثبات الاكتمال في المنطق المتعدد القيم:

يكتسب الاكتمال وكذلك الاتساق معنى أكثر وضوحاً في منطق القضايا متعدد القيم عنهما في منطق القضايا ثنائي القيم. وهذا ما يوضحه روسير من خلال طبيعة جداول الصدق في المنطق الثنائي وجداول الصدق في المنطق المتعدد القيم، وجداول الصدق الممكنة في المنطق الثنائي محدودة طالما أن المنطق ثنائي أن M=2 و S=1 فالجداول الممكنة من خلال قيم S هي جداول محدودة، تنطبق على مجموعة محدودة من العلاقات، فليس هناك سوى جداول صدق وحيدة لكل مجموعة من العمليات المنطقية، وبالتالي فإن منظومة العلاقات في المنطق الثنائي تعتبر مطلقة وليست ذات علاقة نسبية بجداول الصدق(1).

أي أن جداول الصدق الممكنة التكوين من خلال قيمتين فقط هي جداول محدودة تتطابق تماماً مع عدد العمليات المنطقية المتاحة في المنطق الثنائي ولذلك فالعلاقة بينهما علاقة مطلقة بمعنى إنطباق كل عملية على جدول وحيد، بينما في المنطق المتعدد يظهر إمكانية الاختلاف بين السيمانتك والسينتاكس حيث أن هناك إمكانية لظهور جداول متعددة أكثر من العلاقات المتاحة، ولذلك فالعلاقة بينهما نسبية.

وهذه العلاقة النسبية بين جداول الصدق والعلاقات هي التي يتأسس من خلالها علاقات الاكتمال والاتساق من حيث إنهما يعبران عن علاقة بين السينتاكس والسيمانتك، أي بين مجموعة المسلمات والعلاقات وبين جداول الصدق.

هذه العلاقة لم تكن بالوضوح الكافي في منطق القضايا الثنائي حيث إن هناك انطباقاً لمجموعة العلاقات على جداول الصدق المحدودة وبالتالي فلا مجال للمقارنة بين إمكانيات جداول الصدق على إنتاج قضايا صادقة وقدرات نسق المسلمات على إنتاج قضايا مشتقة وبالتالي فإن الاكتمال لم يكن سؤالاً ضرورياً على مستوى المنطق الثنائي بقدر ما هو ضروري على مستوى المنطق المتعدد القيم.

(1) Rosser, J. B, Turquette Attwelr, op, cit, p 29.

فالإمكانية الأوسع لتعدد جداول الصدق تجعل العلاقة بين الشروط الأكسيوماتيكة للنسق وجداول الصدق وهي العلاقة التي ينبع منها مبدآ الاكتمال والاتساق تكون علاقة أساسية ومحل اهتمام في هذا المنطق[1].

وبالتالي فإن تعريف الاكتمال على ضوء هذه العلاقة يمكن صياغته على أساس أن النسق يكون مكتملاً إذا كان لنسق البديهيات القوة ذاتها التي تكون (جداول الصدق)[2]

وهو تعميم لتعريف الاكتمال على مستوى المنطق الثنائي القيم الذي كان ينص على أن الاكتمال هو عدم وجود قضية صادقة وغير مشتقة. أي أن جداول الصدق لها نفس قوة المسلمات، وإذا كانت جداول الصدق أقوى من نسق المسلمات سيكون النسق غير مكتمل لأن هناك قضية صادقة غير مشتقة.

لقد كانت علاقة السلب في المنطق الثنائي علاقة يمكن من خلالها التعبير عن العلاقات السيمانتكية. حيث كان لعلاقة السلب أدوار أساسية في المنطق الثنائي لم تعد علاقة السلب في المنطق المتعدد تؤديها مثل أن السلب يعكس القيمة من صادق إلى كاذب أو العكس، وكذلك فإن الصيغة السالبة (p~) لا تصدق إلا إذا كانت (p) كاذبة وبالتالي فإن السلب كعملية أحادية كان يعكس قيمة محددة للقضية[3].

ومن خلال هذه الأدوار كان يمكن للسلب أن يعبر عن معاني سيمانتيكية من خلال التركيبات السينتاكس، فكان يمكن على سبيل المثال، أن نعبر عن مبدأ ثنائية القضية من خلال صيغة الثالث المرفوع (ρv-ρ)، فإما الإيجاب أو السلب فهما يتبدلان قيم الصدق والكذب وبالتالي فالقضية أما صادقة أو كاذبة.

أما في المنطق المتعدد القيم فهناك علاقة أحادية بسيطة يمكن أن تقوم بالدور الثاني للسلب في المنطق من حيث إنه يعكس قيمة محددة للقضية، ويمكن من خلال هذه العملية أيضاً تعريف علاقة سلب مركبة تمكننا من تحويل القضية المحققة إلى غير محققة والعكس.

(1) Ibid: p 29.

(2) Ibid p 28.

(3) Ibid, p16.

ومـن خلال هـذه العلاقة فقط يمكننا التعبير عـن الصيغ السـيمانتكية وكذلك التعبير عن علاقة السيمانتك بالسينتاكس أو مبدأي الاكتمال والاتساق.

وهذه العلاقة هي العلاقة $Jk(\rho)$ ويعرفها روسير على النحو التالي[1]:-

$$J_k(P) \begin{cases} 1 \quad \text{If} \quad \rho = K \\ \\ M \quad \text{If} \quad \rho \# K \end{cases}$$

بمعـنى أن القضيـة $J_k\,p$ تكون صحيحة فقط إذا كان لـ K نفس القيمة التي لـ ρ. وأي منطق متعدد لا بد وأن يكون فيه عدد من الروابط Jk بقدر عدد قيمه فكل نسق متعدد Lm لابد وأن يرتبط به أيضاً m من الدالات J_k[2].

أي أن هنـاك عمليـات أحادية (jk) بعدد القيم تعكس كلاً منها قيمة النسـق. وبالتالي فمن خـلال Jk يمكننا التعبير عن قيم النسـق من خلال مسـلمات فتكون على سـبيل المثال الصغية التعميمية للثالث المرفوع في المنطق المتعدد:

$$J_1\,\rho v J_2\,\rho v\,J_3\,p\,........\,Vj_m p$$

وهـذه الصيغـة تعني أن أحد الصيغ لــ $J_k(P)$ صادقة (محققـة)، وإذا كانت k تأخذ في كل مرة أحد قيم النسـق بحيث تأخذ k كل قيم النسـق في العلاقة الفصلية السابقة وكانت العبارة J_k لا تصدق إلا إذا كانت K=P وبالتالي فلابد وأن تصدق أحد أجزاء الصيغة الفصلية السابقة وبالتالي تصدق الصيغة الفصلية ككل وحيث إن K تحصر جميع قيم النسق فلابد لـ P أن يكون لها أحد قيم النسق إذا كانت الصيغة الفصلية السابقة صادقة.

والصيغة السابقة تعبر في نفس الوقت عن عدد قيم النسق، حيث إن إحداها فقط ستكون محققة عندما تتساوي K = P أي أن ρ في النسق أما أن تأخذ القيمة 1 أو 2أو 3 أو ...... M.

حيث أن هذه القيم هي كل قيم النسق.

(1) Ibid, p18.

(2) Ibid, p 17.

وبذلـك فإن مفهـوم الاكتمال لابد وأن يعـبر عنه من خلال العلاقة J_k بدلاً من السـلب في المنطق الثنائي حيث كان الاكتمال يعبر عنه بشـكل أسـاسي من خلال هذه العلاقة وهنا نقدم إثبـات روسـير للمنطق المتعدد القيم، لـنرى إلى أي حد كانت العلاقة Jk دوراً أساسـياً في هذا الأثبات وفي تعريف الاكتمال على مستوى المنطق المتعدد القيم.

إثبات اكتمال المنطق المتعدد القيم:-

يقدم روسير مجموعة مسلمات النسق المتعدد القيم وذلك على النحو التالي[1]:

1- $Q \supset (\rho \supset Q)$

2- $(\rho \supset (Q \supset R)) \supset (Q \supset (\rho \supset R))$

3- $(\rho \supset Q) \supset ((Q \supset R) \supset (\rho \supset R))$

4- $J_k(\rho) \supset (J_k\, \rho) \supset Q) \supset (J_k p \supset Q)$

5- $\Gamma^{M}_{1}\ (Jip \supset Q)\ Q$

ويقدم روسير هنا تعريفاً لعلاقة جديدة مهمة هي العلاقة $\left(\Gamma^3_i\right)$ وهي عبارة عن متسلسلة لزومية تربط في الأسـاس بين قضيتين أو صيغتين وتتحدد حدود هذه المتسلسـلة اللزومية على ضوء قيمة كلاً من i و v.

فلو قلنا على سبيل المثال Γ^3_i piQ لكانت تعني:

$$P_5 \supset (P_4 \supset (P_3 \supset Q))$$

حيث تشير هذه الأرقام إلى القيم التي تأخذها p في كل حالة، فيكون معنى العبارة السابقة إذا كانـت ρ لهـا القيمة 5 فأنه يلزم أن كانت لـ p القيمة 4 فأنه يلزم أن إذا كانت لـ ρ القيمة 3 فإن Q - أي لـQ القيمة المحققة للنسق.

وعلى ضوء هذا التفسـير يمكننا قراءة هذه المتسلسـلة اللزومية في المسـلمة (5) على النحو التالي بفرض أن المنطق ثلاثي القيم أي M=3 فإن هذه المتسلسلة يمكن قراءتها على النحو التالي:

(1) انظر هذا لأثبات: Ibid p. 33-38.

$$(J_1\ \rho \supset q) \supset (J_2\ P \supset q) \supset (J_3\ \rho \supset q) \supset q))$$

وهي صيغة أساسية في منطق أكرمان الثلاثي القيم[1].

6- $J_i\ (p) \supset p$ where $i = 1,\ldots\ldots\ldots, s$

وهذه المسلمة هي التي تعبر عن قيم التحقق s في النسق.

حيث إن القيمة $J_k\ (\rho)$ تتحقق فقط عندما $K= \rho$ ولا يمكن أن يتساوى P,k ألا من خلال قيم التحقق أي أن $K=p= 1,..,s$، لأنه إذا كانت P=K=M فإن مقدم القضية اللزومية السابقة $J_K\ (\rho)$ يكون متحققاً لأن P=K بينما التالي كاذب لأن P=M أيضاً وهذا غير ممكن، وبالتالي فإن P لا يمكن أن تأخذ في هذه الصيغة غير قيم التحقق.

7- عندما $\Gamma^{B}_{K1}\ Jp_k\ (p_k J_i\ (F_i\ (p_1,\ldots..p_B)\quad i = 1,\ldots..b\ ,\ B = a_i$

وبذلك فإن الرابطة Jk تمكننا من التعبير عن عدد قيم النسق M من خلال الصيغة المعممة للثالث المرفوع، وكذلك التعبير عن قيم التحقق (s) من خلال المسلمة رقم 6 في النسق السابق.

وبهذا فإن العلاقة بين نسق المسلمات وقيم الصدق للنسق بشكل عام وأو بين السيمانتك والسينتاكس لابد وأن تكون من خلال العلاقة Jk.

أذن فأثبات علاقة الاكتمال من حيث أنه يمثل العلاقة بين السينتاكس والسيمانتك- في المنطق المتعدد يكون بشكل أساسي من خلال العلاقة Jk بدلاً من السلب (-) في المنطق الثنائي.

وهنا يقدم روسير مجموعة من النظريات اشتقاقاً من المسلمات السابقة لأثبات الاكتمال للمنطق المتعدد، ويعتمد هذا الأثبات على العلاقة المابعد نسقية (⊦)) مشتق من) وبالتالي فإن

---

(1) القيم التي تأخذها J عند أكرمان متوافقة مع نسق لوكاشفتش المتعدد وهي 0,1/2,1 بحيث تحدد القيمة من خلال العلاقة . $V = \frac{1}{m-1}$ فتصبح القيم على النحو التالي:

$J1 = J2,3 = j_1$ في نسق روسير.

$J2=J(1,3) = J_{1/2}$ في نسق روسير

$J3 = J(0,3) = j_O$ في نسق روسير.

هذه النظريات والأثبات الذي تمثله تكون على مستوى اللغة المابعد نسقية وهذه النظرية على النحو التالي:

نظرية 3.11 [1] $\vdash (Q \supset R) \supset ((\rho \supset Q) \supset (\rho \supset R))$

وتعنى لو كانت Q يلزم عنها R مشتقة فإن ρ يلزم عنها Q يلزم عنها أن P يلزم عنهاR

نظرية 3.1.2 $\vdash Q \supset Q$

لو كانت Q مشتقه فإن Q

نظرية 3.1.3 [2]

$$\vdash (p \supset Q) \supset (\Gamma^n{}_1\, S_i\, p) \supset \Gamma^n{}_1\, S_i Q)$$

لو كانت ρيلزم عنها Q مشتقة يلزم عن ذلك أن العلاقة المتسلسلة اللزومية s_i لـ p من s_i=1 حتى s_i=ν يلزم عنها المتسلسلة اللزومية s_i لـ Q من s_i=1 حتى s_i=ν

3.1.4: إذا كان لدينا مجموعة من القضايا Q_1.......Q_q والتي من بينها تكون القضايا $(P_1,.....,p_n)$ تشكل إحداها على الأقل واحدة من هذه القضايا فإن

$$\vdash (\Gamma^p{}_1\, P_i R) \supset \Gamma^q{}_1\, Q_i R$$

من المثبت أن المتسلسلة اللزومية P1 لـ R من P=1 إلى R=P يلزم عنها المتسلسلة اللزومية من Qi لـ R من ρ =q إلى R=1

نظرية 3.1.5: [3]

$$\vdash (J_k\,(P) \supset (Q \supset R)) \supset ((J_k\,(P) \supset Q) \supset (J_k\,(P) \supset R))).$$

وتعنى إذا كانت العلاقة J_k P مثبتة يلزم عن ذلك أن Q يلزم عنها R فإنه يلزم عن ذلك أنه إذا كانت العلاقة J_k لـ P يلزم عنها Q فإن العلاقة J_k لـ P يلزم عنها R.

(1) Rosser, J, Turquette A , op cit , p 35.
(2) Ibid, p 35.
(3) Ibid, p36.

نظرية 3.1.6 [1]

$$\vdash((\Gamma^{p}{}_{r=1} J_{er} (p_r) (R \supset S)) \supset ((\Gamma^{P}{}_{r=1} J_{er} (p_r) R) \supset \Gamma^{P}{}_{r=1} J_{e\rho} (p_r) S$$

إذا كانت العلاقة اللزومية للمتسلسلة Jeρ من ρ =1 إلى ρ=p بالنسبة (R ⊃ S) من ρ1 إلى p (مشتقة) فإنه يلزم أن العلاقة المتسلسلة Jeρ من q= ρ تكون أيضاً بالنسبة لـ R و يلزم عن ذلك أن نفس العلاقة تكون بالنسبة لـ s.

نظرية 3.1.7: [2]

لو كانت W هي صيغة قضائية مكونة من الصيغ (Q_1, Q_2, Q_3) وكانت $w\ (q_1, q_2, q_3)$ هي جداول الصدق المقابل للصيغة W لكان:

$$\vdash (\Gamma^{P}{}_{t=1} J_{qt} (Q_t) J_w (W)$$

وتعنى أنه من المثبت أن هناك متسلسلة لزومية J_{pt} (Q) بالنسبة J_w (w) من t=1 إلى t=p. وتعنى هذه الصيغة إذا كان لكل قضية ذات القيمة التي لجداول الصدق الخاص بها فإن الصيغة الكلية المكونة من هذه الصيغ لها نفس قيمة جدول الصدق الكلي المكون من جداول الصدق السابقة.

3.1.8: [3]

إذا كان لدينا الصيغة w التي في النظرية السابقة وكانت (w) هي القيمة المحققة للنسق فإن ⊦w أي أن w لابد وأن تكون مشتقة.

ومن خلال هذه النظرية نصل إلى تعريف الاكتمال في المنطق المتعدد القيم فيحدد روسير أن مجموعة مسلمات النسق من (1) إلى (7) وقاعدة التعويض تكون مكتملة بالنسبة لشروط الصدق جداول الصدق[4].

وذلك على أساس أنه إذا كانت لدينا القضية (Y) وكانت مقبولة تبعاً لجداول الصدق

(1) Ibid, p 36.
(2) Ibid, p 37.
(3) Ibid, p 38.
(4) Ibid, p38.

(أي كانت لها القيمة محققة)، أذن فيمكننا اعتبار القضية (Y) تمثل القضية (W) المكونة من Q_1, Q_2, Q_3 ويكون W هو جدول الصدق المقابل للصيغة «W» دائماً صادق - له القيمة محقق- لكان على حسب النظرية (3.1.8) فإن (W) مشتقة من المسلمات وبالتالي فإن نسق المسلمات له نفس قوة جداول الصدق - أي أن النسق مكتمل -[1].

وبالتالي لا يمكن أن تكون هناك قضية مقبولة من جداول الصدق أي لها القيمة محقق وغير مشتقة من نسق البديهيات في نفس الوقت.

ومن الواضح أن إثبات الاكتمال بهذه الصورة للمنطق المتعدد القيم يكون من خلال إثبات 3.1.8 وهي التي تمثل الاكتمال ،والتي يمكن أن يكون إثباتها على النحو التالي[2]:-

من المسلمة 6 والنظرية 3.1.3، وحيث أن المسلمة (6) تعني إن p لابد وأن يكون لها أحد قيم التحقق فلو عوضنا بالمسلمة (6) مكان مقدم الصيغة اللزومية للنظرية 3.1.3 لأصبح التالي بناءً على ذلك له الصغية[3]:

$$\vdash(\Gamma^{P}{}_{t=1} J_{qt} (Q_t) jw (W) \supset \Gamma^{P}{}_{t=1} J_{qt} (Q_t) W \text{ ....}1$$

ومن خلال (1) والنظرية 3.1.7، الشق الأول - مقدم اللزوم- في (1) يمثل النظرية 3.1.7 وبالتالي الشق الثاني - تالي اللزوم - مثبت أيضاً (مشتق) -، وبعد ذلك يمكننا أن نعبر عن مفكوك متسلسلة اللزوم للشق الثاني المثبت على النحو التالي:

$$\vdash Jp (Q_p) \supset \Gamma^{P-1}{}_{t=1} J_{qt} (Q_t) W \text{ ....}2$$

ومن خلال (2) والمسلمة (5) وحيث إن الشق الأول في (2) إذن فالشق الثاني والتالي في الصيغة اللزومية، يكون مثبت أيضاً وهنا نحصل على النتيجة.

$$\vdash \Gamma^{P-1}{}_{t=1} J_{qt}\, Q_t\, W \text{ ....}3$$

وبفك هذه المتسلسلة اللزومية نحصل على:

(1) Ibid, p 38.

(2) هذا الإثبات يمكن تتبعه من خلال Ibid p38.

(3) وهنا يبدأ الإثبات حيث معنى قولنا إذا كانت ρ لها قيمة محققة فإننا نتدرج في الإثبات حتى نثبت أن p مشتقة وهذا هو تعريف الاكتمال.

عندم 4................ $\vdash J_{qp-1}(Q_p-1) \supset \Gamma^{P-2}{}_{t=2} J_{qt}(Q_t) W$

وبمقارنة (2) و (4) نجد أنهما متماثلان فيما عدا أن رقم (4) يبدأ من J_{P-1} بدلاً من J_p بحيث تكون المتسلسلة اللزومية عنها هي $\Gamma^{P-2}{}_{t=1}$ بدلاً من $\Gamma^{P-1}{}_{t=1}$

فتو إلى إنتاج (4) من (2) بنفس الصورة، أي باعتبار (4) هي (2) تبدأ J_{p-2} وتكون المتسلسلة اللزومية $\Gamma^{P-3}{}_{t=1}$ تالي في الصيغة اللزومية، وهكذا حتى نصل في النهاية إلى $\vdash W$ وهو المطلوب إثباته، أي إذا كانت W محققة فهي مثبته وهو إثبات الاكتمال للنسق المتعدد القيم.

أي أننا إذا ابتدأنا من المسلمة 6 والتي تنص على أن p لا بد وأن تأخذ إحدى القيم المحققة للنسق فإننا لابد وأن نصل إلى ($\vdash$p) بمعنى أن هذه الصيغة المحققة لابد وأن تكون مشتقة.

أي أن العلاقة J_k (p) أساسية في إثبات الاكتمال لأنه من خلالها ومن خلال صياغة المسلمة (6) من خلال هذه العلاقة فإنه يمكن التعبير من خلال صيغة سينتاكس عن معنى سيمانتك حيث إنها تعنى أن القضية ينبغي وأن يكون لها أحدى القيم المحققة للنسق.

ولكن هل يعنى إثبات الاكتمال للنسق المتعدد القيم -ومن خلال تحديدنا العلاقة بين الاكتمال والمفارقة- أن النسق المتعدد القيم يتخلص من كل المفارقات؟

اكتمال النسق المتعدد القيم ومفهوم المفارقة:

يرى أحد أهم الباحثين وهو الباحث الصيني موه شاو كوي (Moh Shaw kowi) في دراسته حول مفهوم المفارقة في المنطق المتعدد القيم، أن النسق الثلاثي الذي عرفه لوكاشفتيش يحتوي على مفارقات المنطق الثنائي عند راسل، وتعريفات وتفسيرات لوكاشفتيش للمنطق الثلاثي تؤدي إلى هذا المعنى للمفارقة[1] .

فإذا كان لوكاشفتش يضع ثلاث قيم للنسق وهي $\left(1,\frac{1}{2},0\right)$ للدلالة على الصدق والكذب والإمكان وبناء على هذا عرف لوكاشفتش النفي واللزوم من خلال جداول الصدق التالي[2]:

(1) Moh Shaw - Kwi, op. cit, p 37.

(2) Lukasiewicz, op, cit p 166.

C	0	½	N
O	1	1	1
½	½	1	½
1	0	1	0

وهنا يرى الباحث أن معنى المفارقة موجود من خلال تعريف علاقة النفي (N)، وذلك على أساس أن المفارقة تكافؤ بين القضية ونفيها[1]. وذلك على ضوء التعريفات والتفسيرات التي أعطاها لوكاشفتش للعلاقة (N) من حيث إنها تمثل النفي في المنطق الثلاثي القيم.

وهنا يرى الباحث أن العلاقة، (E ½ N½) وهي علاقة صحيحة من خلال تعريف النفي والتكافؤ في منطق لوكاشفتش ثلاثي القيم، تمثل مفارقة لأن أيه قضية لا يمكن أن تكون مكافئة لنقيضها[2].

ولكن العملية (N) التي قدم لها لوكاشفتش تفسيراً على أساس أنها تمثل النفي في المنطق المتعدد مثلما تمثل العلاقة (~) النفي في المنطق الثنائي، وذلك على أساس أن بعض الصيغ الأساسية في المنطق الثنائي والتي يحققها تعريف النفي (~) مثل :

1- P.Q = ~ (~ Pv ~ Q)

2- P⊃ Q= (~q ⊃~p)

3- ~~p = p

تحققها أيضاً العلاقة (N) في المنطق الثلاثي القيم حيث أن العلاقة PKQ -حيث ترمزK

(1) Moh show - Kwoi, op, cit, p 40.

(2) Ibid, p40.

وهنا يرى الباحث أن القيمة ½ ترمز إلى القضايا المستقبلية، على حسب تفسير لوكاشفتش لها. ويفهم من ذلك أنها ترمز إلى نوع معين من القضايا أكثر مما ترمز لقيمة لأيه قضية في النسق، وفي الحقيقة أن لوكاشفتش قد أكد على أن المنطق الثلاثي قد استوحاه من نظرية أرسطو في الأحداث المستقبلية الممكنة ولكنه يعبر عن نسق متعدد مستقل، وقد حول لوكاشتفش من أجل ذلك الألفاظ صادق وكاذب وممكن إلى رموز عدديه (0، ½ ،1) لفصلها عن أي تأويل وتكون مجرد قيم للقضايا انظر Lukasiewicz, op, cit , p 161-165.

إلى العطف في نسـق لوكاشـفيتش- تـكافيء (NPANG) N -حيث A تمثـل الفصل- وهو نفس التكافؤ الموجود في العلاقة (1) السابقة في المنطق الثنائي، وكذلك فإن CQp تكافيء CNQNP وهو ما يماثل العلاقة (2)، وكذلك نجد أن NNP تكافيء p في المنطق الثلاثي القيم[1].

إذن فوجه الشـبه بين (N) في المنطق الثلاثي القيم وبـين ~ في المنطق الثنائي القيم أن كليهما عملية أحادية ويشـتركان في تحقيق بعض الصيغ المتشـابهة بين المنطـق الثنائي والمنطق الثلاثي القيم.

ومـع ذلـك فإن النفـي (N) في المنطق الثلاثي القيم لا يؤدي - كما ذكرنـا - وظيفتين من أهم الوظائـف للعلاقـة (~) في المنطق الثنائي وهما أنها تحول العلاقـة الصادقة إلى كاذبة والعكس، وأنها يرتبط تحقيقها بقيمة معينة للقضية حيث إن (p-) لا تكون صيغة صادقة إلا إذا كانت p كاذبة (p-) لا تكون صيغة صادقة إلا إذا كانت P كاذبة .

مـن خلال هذه الوظائف للعمليـة (-) أمكننا أن نعبر من خلال هذا النفي الثنائي عن معاني مثـل المفارقة والاكتمال والاتسـاق، وبالتالي فإنه لا يمكن من خلال العلاقـة (N) التعبير عن المفارقة في المنطق الثلاثي القيم.

أي أن العلاقة NPAP لا تمثل تناقض - حيث إن (N) لا تعكس قيمة القضية من صادق إلى كاذب أو من محقق إلى غير محقق - وبالتالي لا تمثل مفارقة.

ويقدم روسـير علاقة بديلة للسلب في المنطق المتعدد القيم وهي العلاقة ($\bar{p}$)، والتي يعرفها من خلال العملية الأحادية $J_{(P)}$ ويكون تعريفها على النحو التالي:

P تمثلها العلاقة $J_m b$ .... Js+1 (P) A Js+2 (P) A[2]

ومعـنى ذلـك أنـه إذا كانـت الصيغـة ($\bar{p}$) محققـة فـإن P لهـا قيمة غـير محققـة فالصيغة

(1) Rosser J, Turquette. A, op. cit , p16.

(2) Ibid, P 17.

حيث أن هذه الصيغة الفصلية، تصدق إذا صدقت أحد مكوناتها، وحتى تصدق أياً من هذه المكونات لا بد وأن تتفق قيمة k في العلاقة J_k مع P وبما أن k في هذه العلاقة الفصلية تأخذ قيم غير محققة فلابد أن تأخذ P أحد هذه القيم غير المحققة حتى تصدق الصيغة كلها أي يصدق ($\bar{p}$).

السابقة معناها أن واحدة من قيم النسق غير القيمة المحققة (S) ينبغي أن تكون هي قيمة $\bar{p}$ وهي S+1 أو.. s+2 أو M لأنه لابد أن تتفق قيمه J مع القضية في أحد مكونات هذه الصيغة حتى تصدق الصيغة أي أن قيمة $\bar{p}$ لابد وأن تتساوى مع أي قيمة من قيم عدم التحقق s+1 أو s+2 أو m.

وفي هذه الحالة فإن ($\bar{p}$) تقوم بتحويل العلاقة المحققة إلى علاقة غير محققة والعكس صحيح[1].

إذن فالعلاقة ($\bar{p}$) هي تعميم للنفي الثنائي[2]. وبالتالي فإنه العلاقة التي تمثل المفارقة هي التي تعبر عن التكافؤ بين p و p وليس p و Np

وهنا يرى أكرمان أن النفي (N) هو النفي الأولى (Primative) وليس النفي P وذلك لأن النفي P يعتمد على عملية أحادية J_k ينبغي تعريفها أولاً في المنطق المتعدد القيم[3].

ولكن النفي الحقيقي في المنطق المتعدد هو النفي ($\bar{p}$) حيث إن التقابل بين القبول والرفض السيمانتكي والذي يتمثل في الصدق والكذب في المنطق الثنائي أو التحقق وعدم التحقق في المنطق المتعدد، هذا التقابل لا يمثله في المنطق المتعدد سوى العلاقة ($\bar{p}$) بغض النظر عن كونها علاقة أحادية بسيطة أو علاقة مركبة تعتمد في الأساس على علاقة أحادية أخرى.

و إذا نظرنا إلى علاقة p و $\bar{p}$ فأنهما لا يمكن أن يتكافأ أياً كانت القيمة التي تأخذها p وهنا يضع رايشنباخ جدول الصدق المقابل لـ ($\bar{p}$) على النحو التالي[4] .

A	$\bar{A}$
T	I
I	T
F	T

(1) Ibid, P17.

(2) Ibid, P17.

(3) Ackermann , op cit , p 48.

(4) Reichenbach. Hans, Philosophical Fonndations of Quantum Mechanics, Dover Publication, New yourk, 1988. p 151.

إذن فدخـول العمليـة (⁻) عـلى القضية يعني تغيـير قيمتها. وهكذا فإن المفارقة التي أشـار إليها الباحث ليسـت مفارقة إلا إذا فسرنا النفي (N) في نسـق لوكاشـفتش متعدد القيم على أنه يماثل النفي الثنائي وتعميم له، بينما في الحقيقة فإن النفي (N) لا يقوم بهذا الدور وبذلك تصبح العبارة NP= P لا تمثل مفارقة. ولكن العبارة التي يمكن من خلالها التعبير عن المفارقة في المنطق المتعـدد هي $\overline{P}$=P وهي عبارة غير محققة في المنطق المتعـدد، وبالتالي فإن هذه المفارقة لا وجود لها على مستوى المنطق المتعدد ككل.

OOO

تعليق ومناقشة

حاولنـا في هذا الفصل دراســة علاقة مبدأ الاكتمال بواحدة من أهم إشــكاليات المنطق وهــي إشــكالية المفارقة وحاولنا من خلال هذه العلاقة بيـان إلى أي حد كانت هذه العلاقة هــي في حد ذاتهـا محاولة لتجاوز المفارقـة هذا من جهة من وجهة أخـرى فإن تطور منطق القضايـا إلى منطق جهات ومنطق متعدد القيـم كان نتيجة لتجاوز المفارقة بناءً على علاقتها بمبدأ الاكتمال.

فالمفارقة بمعناها المباشر يمكن ردها إلى مبدأ الاتساق من حيث إنها تعبر عن صدق القضية ونفيهـا داخل النسـق وبالتالي فـإن كلاً من المفارقة وعدم الاتسـاق يمثل تعارضـاً لمفهوم عدم التناقض على مستوى لغة النسق.

ولكـن المفارقـة بهذا المعنى تؤدي إلى انهيار النسـق حيـث إن كل القضايا سـتصبح صادقة ولكننا حاولنا إثبات أن المفارقة يمكن ردها إلى عدم اكتمال النسق وليس عدم اتساقه وذلك من خلال نقطتين أساسيتين:

أ - أن كلاً من المفارقة والاكتمال يمكن ردهما إلى صيغة الثالث المرفوع مفهومة على مستوى لغة النسـق، فقد حللنـا واحدة من أهم المفارقـات وهي مفارقة الكـذاب ورددناها إلى الثالث المرفوع هذا من جهة ومن جهة أخرى فقد رددنا كل أنواع الاكتمال إلى الثالث المرفوع أيضاً.

ب- مـن خلال علاقة مبدأ الاكتمال بمبدأ الاتسـاق، فتعريف الاكتـمال وإثباته يقوم على فرض أن النسـق متسـق، فتعريف الاكتمال يقـوم على أنه لا يمكـن إضافه قضية غير مشـتقة من المسـلمات إلى النسـق دون أن يؤدي ذلـك إلى تناقض أي إلى عدم اتسـاق. وبالتالي يمكننا اعتبار أن كل قضية من هذا النوع تشير إلى أن النسق غير مكتمل.

وذلك ما فعله جودل عندما توصل إلى قضية في نسق الأعداد تشابه مفارقة الكذاب أذ تقول عن نفسـها إنها غير مشتقة، وهذه القضية تؤدي إلى تناقض النسق وهنا يأتي أثبات جودل لعدم الاكتمال بقوله إذا كان هذا النسق متسقاً فإنه غير مكتمل.

بمعنى أننا لا نستطيع أن نثبت هذه القضية أو نفيها - أي نثبت نقيضها-، وبالتالي ومن خلال علاقة الاكتمال بالاتساق حولنا هذه القضية من كونها تعبر عن عدم اتساق النسق إلى كونها تعبر عن عدم اكتمال النسق بمعنى أن نسق المسلمات غير كاف للبرهنة على هذه القضية أو نقيضها.

وهذا الأسلوب في التعامل مع المفارقة يحولها من أداة لانهيار النسق إلى أداة لتطوير النسق، فالنسق في هذه الحالة يحتاج إلى توسيع مسلماته لنستطيع احتواء هذه القضية المتحيرة والحكم عليها.

وهذا التوسع لا يعني مجرد زيادة عدد هذه المسلمات وذلك بإضافة هذه القضية أو نقيضها لمسلمات النسق بل هو توسيع نوعي يمكننا من احتواء هذه القضية المتحيرة مثل توسيع نسق الهندسة الإقليدية إلى لا إقليدية والتي جعلت النسق لا يتحدث عن معامل انحناء السطح على أنه = صفر بل على أنه متغير يأخذ قيماً متعددة بحيث تتنوع أنساق الهندسة بتغير هذه القيمة، أو التطور في منطق القضايا الذي أدى إلى إضافة عمليات أحادية جديدة مثل الإمكان والتي بدورها أدت إلى توسيع آخر في منطق القضايا -الذي كان يفترض دائماً أن هناك قيمتان فقط على المستوى السيمانتكي هما الصدق والكذب- وهو تحول عدد القيم إلى متغيرة تتنوع من خلال قيمه المختلفة أنساق المنطق من ثنائيه إلى ثلاثية إلى لا نهائية القيم.

ويظهر مفهوم التوسع بشكل أساسي من خلال أن النسق القديم بمسلماته دائماً يكون حالة جزئية من النسق الموسع.

وأخذنا كنموذج على ذلك مفارقات اللزوم المادي التي تصدى لويس لدراستها. وإذا كان الباحثون قد تناولوا هذه المفارقة على أنها مفارقة سيمانتكية فقد حاولنا في هذا الفصل مقارنتها بعدم الاكتمال السيمانتكي.

أن معالجة لويس لهذه المفارقة من خلال تقديم تعريف لمفهوم جديد للزوم من خلال الإمكان يعني أنه تعامل معها ضمنياً بنفس الأسلوب الذي نقدمه في هذا الفصل. فنسق منطق القضايا الثنائي القيم عند راسل ووايتهيد لا يسمح بتعريف اللزوم تعريفاً يجعله مناسباً لاستيعاب التغيير السيمانتيكي بوصفه يقابل العلاقة «ينتج من» وهي التي تمثل الرابط بين المقدمات والنتائج في الحجة بمعنى أننا لا يمكننا تفسير الصيغ اللزومية سيمانتكيا على أنها تمثل

الحجة، ولتجاوز هذه المفارقة السيمانتكية يوسع نسق المسلمات من خلال الإمكان كعملية غير معرفة وبالتالي يقدم تعريفاً لمفهوم جديد للزوم يمكننا منه تفسير الصيغ اللزومية على أنها تمثل الحجة. ألا أنه ضمنياً أعتبر النسق غير مكتمل.

ولاستيعاب هذا التفسير قام بتوسيع النسق من خلال إدخال نوع جديد من العلاقات الأحادية هذا النوع من العلاقات الذي أدى بدوره إلى عدم إمكانية التعبير عنه سيمنتكياً من خلال جدول الصدق الثنائي، فطور لويس النسق إلى رباعي القيم حتى يستطيع تعريف هذه العلاقة من خلال جداول الصدق.

ومن خلال هذا التوسيع يمكننا اعتبار نسق راسل للزوم المادي حالة جزئية من نسق لويس للجهات، أي يمكن اشتقاقه من نسق لويس للزوم الدقيق الذي يدخل الإمكان كعلاقة غير معرفة، ويمكننا بشكل عام اعتبار النسق الثنائي القيم حالة جزئية من النسق المتعدد القيم.

إذن فالنظر إلى المفارقة باعتبارها تشير إلى حاجة المسلمات للتوسيع لا يؤدي إلى تجاوز سلبي للمفارقة بل يؤدي إلى تطور النسق.

فالتطور السابق أدى إلى اتساع المنطق و إمكانية ظهور عدد غير محدد من الأنساق المنطقية والتي يمكن استخدامها في تطبيقات مختلفة مثل المنطق الزماني والمنطق الضبابي واللذين يستخدمان في الذكاء الصناعي وكذلك المنطق الأخلاقي ومنطق القابلية للإثبات الذي حاول جودل من خلاله تحليل الرياضيات الحدسية و فهمها من خلال النسق الصوري.

ولكن التطور السابق للمنطق الثنائي إلى منطق متعدد يثير سؤالاً آخر، هل المنطق المتعدد بهذه الصورة هو منطق مكتمل بالنسبة لكل أنواع الاكتمال؟ وألا توجد مفارقات على مستوى هذا المنطق تجعلنا نفسرها بنفس الطريقة من حيث أنها تشير إلى عدم أكتماله بصورة ما؟ بمعنى حاجته هو ذاته إلى توسيع. وقدمنا في هذا الصدد تعريف المنطق المتعدد القيم ومسلماته كما عرض روسير لأحد أنساقه وقدمنا إثبات روسير لاكتمال هذا النسق المتعدد.

وهنا وجدنا أن مفهوم النفي في المنطق المتعدد القيم لا يمكن أن تكون علاقته أحادية بسيطة كما هو الحال في النفي في المنطق الثنائي، وذلك حتى يؤدي مفهوم النفي كل الأدوار التي كان يؤديها في المنطق المتعدد وهناك علاقة أساسية بالنسبة إلى هذا المنطق وهي

العلاقـة J_k ويمكننـا مـن خلالها تقديم النفـي ($\bar{p}$) والذي يمكـن من خلاله التعبـير عن مبادئ الاكتمال والاتسـاق ويقدم روسـير من خلال هذه العلاقة J_k إثبات اكتمال الاتسـاق المتعدد القيم.

وهنـا يقدم أحد الباحثين واحدة من أهم الأبحاث حـول مفهوم المفارقة في المنطق المتعدد القيم، من خلال نسق لوكاشفتيش ثلاثي القيم ومن خلال تعريف النفي (N) في هذا النسق يجد الباحـث أن نفي القضيـة الممكنه له نفس قيمة القضية وبالتالي فإن القضية الممكنه تتكافأ مع نفيها و هذا ما يعتبره مفارقة على مستوى المنطق المتعدد القيم.

وهنـا لم نحـاول رد المفارقة التـي اعتبرها الباحث تمثل عدم اتسـاق النسـق لأنها تعبر عن تكافـؤ القضيـة ونفيها إلى عدم الاكتمال وذلك لأن القضية السـابقة لا تعبر عن المفارقة وذلك لأن النفـي (N) في الصيغة السـابقة ليـس هو النفي الذي يمكن من خلالـه التعبير عن المفارقة أو عدم الاتسـاق، حيث إن هذه العلاقة لا تقوم بـكل أدوار النفي في المنطق الثنائي حيث إنها لا تعكـس قيمة القضية كما أنهـا لا تعبر في حالة تحقق صيغة النفي عـن قيمة محددة للقضية، ولكنها سميت نفياً لأنها تحقق بعض الصيغ التي يحققها النفي الثنائي (-).

ولكـن النفي الذي يعد تعميماً للنفي الثنائي أي يقـوم بكل أدوار النفي في المنطق الثنائي هو النفي ($\bar{p}$) والقضية لا تتكافأ مع نفيها على مستوى هذا النفي.

فالقضية السـابقة لا تعد مفارقة لو اسـتخدمنا النفي المناسب للتعبير عن المفارقة في المنطق المتعدد القيم.

الفصل الرابع

إثبات عدم الاكتمال عند جودل ومفهوم الاكتمال في الرياضيات والفزياء والمنظومة العلمية كأيدولوجيا استبعاديه

الفصل الرابع

إثبات عدم الاكتمال عند جودل ومفهوم الاكتمال في الرياضيات والفزياء والمنظومة العلمية كأيدولوجيا استبعاديه

مقدمة

حاولنـا في هذا الفصل تقديم فكرة الاكتمال من خلال كل مجالات المعرفة التي امتد إليها مفهوم النسق الأكسيوماتيكي. بداية بالرياضيات من خلال تقديمنا لإثبات جودل حول عدم اكتمال النسـق الأكسـيوماتيكي لنظرية الأعداد. وأهم النتائج المترتبة على هذا الإثبات على مسـتوى فلسـفة الرياضيات وعلى مستوى النظرية الأبتسمولوجية بشكل عام.

وكذلـك أمتداد هذا النسـق لنظريـات الفيزيـاء الحديثة مثل النسـبية العامـة والكوانتم وتوضيح الطريقة التي من خلالها يمكن صياغة النسـق الأكسـيوماتيكي الخاصة بهما ومناقشة ظهور فكرة الاكتمال على مسـتوى هذه الأنسـاق وكيف يكون الفهم الصحيح لهذه الأنساق لنوضح الطريقة الأمثل للتعامل مع مفاهيم عدم الاكتمال حول هذه الأنساق .

أولاً: الرياضيات ومفهوم الاكتمال

أ ـ إثبات جودل لعدم اكتمال نسق الأعداد:

قدم هيلبرت في الاجتماع العالمي للرياضيين في باريس سنة 1900 (international Congress of mathematicians) عشرين مسألة يرى أنها تمثل مجموعة الأشكاليات التي يمثل محاولة حلها معالم الطريق لتطور الرياضيات في القرن العشرين[1].

وفي المسألة الثانية يتحدث هيلبرت عن إثبات اتساق نسق الرياضيات و إمكانية وجود مثل هذا الإثبات[2].

وعلى هذا الأساس أجاب جودل على تساؤل هيلبرت حول اتساق نسق الرياضيات وبشكل خاص نظرية الأعداد، حيث أثبت أن أي نسق يمثل نظرية الأعداد هو نسق غير مكتمل، وكذلك لا يمكن إثبات اتساقه على مستوى الرياضيات نفسها وذلك من خلال ورقة البحث التي قدمها جودل سنة 1931 بعنوان «في القضايا التي لا يمكن البت فيها صورياً في نسق برنكبيا ماتيماتيكيا والأنساق المرتبطة بها» On Formally undecidable propositions of principia mathematica and Related systems.

وسنناقش هنا الإثبات الأول لجودل الذي يثبت فيه أن نسق الرياضيات إذا كان متسق فأنه غير مكتمل. ومن أجل هذا يقدم جودل النسق (P) لنظرية الأعداد والذي يمكن من خلاله تقديم إثبات عدم اكتمال أي نسق صوري لنظرية الأعداد[3].

---

(1) Hilbert, David, Mathematical problems,t/ Maby Winton Bulletin Of the American Mathematical Society, 8, 1902, p339.
http//alepho.clark.edu/~dgoyce/Hilbert/problems.Html.

(2) Ibid, p340.

لم يكن هيلبرت في هذه الورقة البحثية قد تمكن من صياغة مفهوم الاكتمال على المستوى المابعد نسقي فهو في هذه الفقرة يضرب مثلاً حول طبيعة مسلمات النسق الأكسيوماتيكي فيقول إنه استعاض عن مسلمة الاتصال (Axiom of Continuity) بمسلمتين أبسط منها إحداهما مسلمة الاكتمال التي تحكم كل المسلمات الأخرى.

(3) انظر: Gödel. Kurt, op cit, p 40-60.

وفي هذا النسق يأخذ جودل من برنكيبيا ماتيماتيكيا الجزء الكافي لإنشاء نسق أكسيوماتيكي لنظرية الأعداد[1].

ويضيف إليهم جودل ثلاث مسلمات من مسلمات بيانو للعدد وهنا يرى نيل أنه إذا كان راسل وايتهد على حق فيما يتعلق بنسق الأعداد فلابد للنسق P الذي يحتوى على أجزاء من نسقهم بالإضافة لمسلمات بيانو أن يشتق من نسقهم ويكون ذلك جزء مما كان هيلبرت يتصوره عند حديثه عن صياغة الرياضيات بشكل صوري[2].

وهنا يقدم جودل صياغة صورية لثلاث مسلمات من مسلمات بيانو للأعداد بحيث يمكن وأن تضاف إلى الجزء الذي أخذه من برنكيبيا ماتيماتيكا لتكون النسق (P).

وحتى يقدم جودل هذه الصياغة الصورية يعرف العلاقتين (F) و(O) بحيث تعني F التالي (successor) و(O) تعني لا شيء[3]. وبالتالي يمكن اعتبار الصيغ المكونة منهما صيغاً منطقية من الدرجة الأولى (First type) على النحو التالي[4]:

a, Fa , FFa , FFFa حيث (a = o) أو أي متغير من الدرجة الأولى وعلى هذا الأساس يقدم جودل المسلمات الثلاث لبيانو على النحو التالي[5]:

أولاً: المسلمة القائلة «الصفر ليس تالياً لأي عدد» وهي المسلمة الرابعة لبيانو ويعبر عنها جودل (f x1 = o) ~ (ليس هناك أي تال للعدد x هو o).

ثانياً: ليس لعددين نفس التالي (المسلمة الثالثة):

$$(F_{x1} = F_{y1}) \supset x_1 = y_1$$

---

(1) Braithe. R. B, Introduction Of Gödel. Kurt, op c,it, p4.

(2) Kneale William, op, cit, p 317.

انظر علاقة منطق راسل بمسلمات بيانو من خلال علاقة المدرسة المنطقية بالنظرية الحسابية:

محمد مهران في فلسفة الرياضيات، دار الثقافة، 1977، صـ 50 - 58.

(3) Gödel Kurt, op.cit P42.

(4) Ibid, P 42.

حيث تشير هذه الصيغ إلى الأعداد 1، 2، 3 وذلك على أساس أن a=o.

(5) Ibid, P43.

انظر نص بيانو لهذه المسلمات في Kneale William, op, cit, p 473.

إذا كان تـالي x_1 يسـاوي تالي y_1 فإن $(x_1 = y_1)$ حيـث أن العددين المختلفين ليس لهما نفس التالي وبالتالي فإن العددين x_1 و y_1 لابد وإن يكونا متساويين.

ثالثاً: أية خاصية تنتمي إلى الصفر وكذلك إلى تالي الصفر فهي تنتمي إلى كل الأعداد.

$$X_2 (o). x_1 \Pi (x_2 (x_1)) \supset x_2 (Fx_1)) \supset x1 \Pi (x_2 (x_1)$$

وبالتالي فإن هذه المسـلمات يمكـن صياغتها من خلال منطق المحمـول من الدرجة الأولى (first order predicate logic)[1].

ويضيف إلى هذه المسلمات أربع مسلمات من نسق برنكيبيا:

فيقدم الثوابت التالية (النفي) ~ (الفصل) V (لكل) II

ومنهم المسلمات:

$1- (pvp) \supset p$ $\quad$ $2- p \supset (pvq)$ $\quad$ $3- pvq \supset qvp$

وحيث إنه يمكن التعويض عن p و q و ρ بأية صيغة.

بالإضافة إلى الصيغ بـ

$1- vII (a) \supset subst\ a ({}^{V}{}_{C})$

$2- V \Pi (bva) \supset bv\rho \Pi a$

$3- Eu (r \Pi u (v) \equiv a))$

وبعد أن يقوم جودل بالنسق (p) يثبت عدم اكتماله من خلال محاولة إنشاء قضية لا يمكن إثباتها أو إثبات نفيها داخل النسـق[2]. وهذه القضية بشـكلها العام هي قضية تقول عن نفسها

(1) كان جودل قد أثبت اكتمال منطق المحول من الدرجة الأولى.

انظر: Church, A, op, cit, p 233-238.

ولكن إثبات عدم الاكتمال هنا لا يعني عدم اكتمال منطق المحمول من الدرجة الأولى بشكل عام ولكن عدم اكتماله بالنسـبة لتفسيره من خلال سلسـلة الأعداد أي عندما تكون نظرية الأعداد هي التفسير السيمانتيكي لمنطق المحمول من الدرجة الأولى.

(2) Ibid, P 40.

إنها غير مثبتة في النسـق ومن خلال ذلك نجد أنفسـنا أمام أشـكاليات ينبغي أن يتعامل النسق معها حتى يستطيع أن ينشيء مثل هذه القضية.

أولاً: إمكانية أن أجعل القضية تتحدث عن نفسها.

ثانيـاً: أن تتحدث القضية عن نفسـها من خلال خاصية ما بعد نسـقية مثل القابلة للإثبات وأن يتم ذلك داخل حدود النسق نفسه.

وهنـا تبدأ محاولة جودل في تحويل كل الصيغ إلى الأعـداد وتحويل العلاقات بين الصيغ إلى علاقات بين الأعداد وتحويل الخصائص المابعد نسـقية إلى خصائص للأعداد فإذا كان النسـق هو في حد ذاته نسق للأعداد فيمكننا الحديث عن الخصائص المابعد نسقية للصيغ - مثل كونها قابلـة للإثبات - بوصفها خصائص للأعداد داخل النسـق وتأتي الخطـوة الأولى في هذا الإثبات مـن خـلال تقديم جودل لنموذج يمكن مـن خلاله تحويل أية صيغة في النسـق إلى عدد وتقوم هذه الطريقة على إعطاء كل رمز في النسـق أحد الأعداد الأولية (prime number) وذلك على النحو التالي[1]:

O (صفر) ← 1، F التالي ← 3، (~) السلب ← 5

9 ← Π،) ← 13 (، ← 11

وتأخذ المتغيرات القيم التالية : x1 (متغير من الدرجة الأولى) ← 17

X_2 (متغير من الدرجة الثانية) ← 17^2

y_1 (متغير من الدرجة الأولى) ← 19

Y_2 ← 19^2 ...... وهكذا.

وهنـا تبـدأ محاولة جودل في تحويل كل الصيـغ إلى أعداد وتحويل العلاقـات بين الصيغ إلى علاقـات بين الأعداد وتحويل الخصائص المابعد نسـقية إلى خصائص لأعداد فإذا كان النسـق هو في حد ذاته نسـق أعداد فيمكننا الحديث عن الخصائص المابعد نسـقية بوصفها خصائص للأعداد داخل النسق. ونوضح ذلك كما يلي:

(1) Ibid, P 45.

يأخذ كل جزء من الصيغة رقماً أولياً (prime) والجزء الذي يليه الرقم الأولى الذي يليه، وكل عـدد أولى من هذه الأعداد مرفـوع إلى أس يقابل العدد الأولى الذي يقابل هذا الرمز، ومرفوع إلى أس أعـلى إذا كان يشـير إلى متغير مـن درجة أعلى مثل x2 و x3، بحيـث تتحول الصيغة في النهاية إلى محصلة ضرب هذه المتسلسلة من الأعداد الأولية المرفوعة إلى أس يمثل عدداً أولياً.

فلو أخذنا على سبيل المثال الصيغة التالية[1]:

$$x^1 \Pi (x_2 (x_1) v\sim (x_2) (x_1))$$

فحتى نحولها لأعداد سنقوم بالخطوات التالية:

أولاً: نقدم متسلسـلة أعداد أولية مضروبة في بعضهـا البعض بقدر عدد أجزاء الصيغة كما يلي:-

$$2 . 3 . 5 . 7 . 11 . 13 . 17 . 19 . 23 . 29 . 31 . 37 . 41 . 43$$

ثانياً: نرفعها إلى أس يمثل المقابل العددي لكل جزء وذلك على النحو التالي:-

$$2^{17} . 3^{9} . 5^{11} . 7^{17} . 11^{11} . 13^{17} . 17^{13} . 19^{7} . 23^{5} . 29^{17} . 31^{11} . 37^{17} . 41^{13} . 43^{13}$$

$$x_1 \Pi (x_2 (x_1) V \sim x_2 (x_1))$$

ثالثاً: محصلة ضرب هذه السلسلة سيعطينا رقماً ويكون هذا الرقم هو الخاص بالصيغة. وإذا أردنـا تحويل هذا الرقـم إلى الصيغة التي يدل عليها مرة أخرى، نحوله أولاً إلى هذه المتسلسـلة وذلك بأن نرده إلى عوامله الأولية فسنجد أنفسنا أمام هذه المتسلسلة مرة أخرى، وبالتالي يمكن أن نردهـا إلى الصيغة التي تشـير إليها. حيـث إن هذه الأعداد بهذا التسلسـل هي نتاج لتحليل العدد الذي يمثل حاصل ضربها إلى عوامله الأولية.

وتحليـل الرقم السـابق إلى الأعداد الأولية المكونة لـه لابد وأن يعطينا السلسـلة العددية السابقة بنفس تسلسلها بحيث يمكننا ردها إلى الصيغة الأصلية، وذلك لأنه سواء على مستوى

(1) Kneale William, op.cit p715.

ترتيب أجزاء الصيغة أو على مستوى الرموز والمتغيرات فإن كلاً منها تأخذ قيمة عدد أولي بحيث إنها لو كانت أرقاماً غير أولية لما استطعنا العودة إلى الشكل الأصلي للمتسلسلة، فلو كانت لدينا كنتيجة للتحليل 2^{14} فهذا يمكن أن يشير إلى 2^2 x 4^1 x 8^2 x 16^1 أو أية أشكال وبالتالي لن نستطيع أن نصل إلى شكل المتسلسلة، وكذلك فإن الأس الذي يرمز للثوابت المنطقية والمتغيرات هو أيضاً رقماً أولياً، فإذا كانت نتيجة التحليل رقم أولي لهذا الأس مثل 7^{17} أو 7^5 فأنها تشير مباشرة إلى متغيرات وثوابت الصيغة، ويشير الرقم الأول إلى الرمز (x)، والرقم الثاني يعني العلاقة (~)، أما إذا كان رقم غير أولي فمعني ذلك أنه يشير إلى متغير من درجة أعلى $7^{34} \leftarrow 7^{17}$ أي x_2.

إذن فهناك رقم وحيد يشير إلى كل صيغة على حدة ويمكن التحويل بواسطة عملية محدودة الخطوات بين هذا الرقم وتلك الصيغة أو العكس(1).

وإذا كان النسق (P) عند جودل عبارة عن عدد محدود من الرموز وبارتباطها ببعضها تتكون الجمل وبارتباط هذه الجمل ببعضها يتكون الإثبات، إذن فكل صيغة وكل إثبات وكل مسلمة أيضاً في النسق يمكن التعبير عنها برقم(2). وبالتالي يمكننا القول بأن العلاقات بين الصيغ يمكن أن تمثلها العلاقات بين الأرقام الدالة عليها(3).

ولكن تبقى هناك نقطتان أساسيتان ينبغي التغلب عليهما قبل أن نستطيع التعبير عن العلاقات بين الصيغ بوصفها علاقات بين أرقام وهما:

1- الأرقام التي تمثل (أرقام جودل) لا تتطابق مع سلسلة الأعداد الطبيعية حيث إن هناك أرقاماً لن تشير إلى أيه صيغة، وبالتالي فإذا أردنا تعميم خاصية ما على كل الصيغ وأردنا التعبير عن ذلك من خلال الأرقام فيكون ذلك من خلال تعميم هذه الخاصية على سلسلة الأعداد ككل، وذلك غير ممكن لأن أرقام جودل الدالة على الصيغ لا تتطابق مع سلسلة الأعداد.

وهنا يتغلب جودل على هذه الثغرة بأن يعبر عن كل عدد من أعداد جودل وهو العدد الذي

(1) Gödel , Kurt, op, cit, p45.

(2) Wang Hao, Survey of Mathematical Logic, Science Press, Peking, 1985 , P 23.

(3) Kneale Wililam, ob. cit, P 715.

يشير إلى صيغة - بترتيبه بالنسبة لبقية أعداد جودل - التي تشير إلى صيغ - في سلسلة الأعداد[1].

فإذا كانت لدينا سلسلة الأعداد على النحو التالي:

1 , 2 , 3 , ...,17,...19,...., 70000, ... , 1534702, ..., $15.^{10}$...... ,

وكانت الأرقام التي تحتها خط تشير على سبيل المثال إلى أرقام جودل فإن أول هذه الأرقام في الترتيب يأخذ الرقم (1) وثانيها يأخذ الرقم (2) وهكذا.

وبذلك يمكن من خلال هذا الرقم الترتيبي المتسلسل لأرقام جودل داخل سلسلة الأعداد إنشاء سلسلة لا متناهية للأعداد الطبيعية وبالتالي تتطابق الأرقام الترتيبية للصيغ الدالة على سلسلة الأعداد الطبيعية.

وبالتالي نستطيع إثبات خاصية لكل الصيغة من خلال تعميمها على سلسلة الأعداد على ضوء التطابق السابق بين سلسلة الأرقام الترتيبية لأعداد جودل وسلسلة الأعداد الطبيعية.

2- حتى نستطيع التعويض عن الأعداد التي تمثل الصيغ بدلاً من متغيرات المنطق ذاته فلابد أن تتحول هذه الأرقام إلى صيغ معرفة داخل المنطق فالرقم 1 يصبح fo والرقم 10 ← ffffffffffffffo أي بتكرار (f) عشر مرات وهكذا ....

ويقدم جودل ستة وأربعين تعريفاً بحيث تحكم علاقات هذه الأرقام بحيث تمثل علاقات بين الصيغ ومن هذه التعريفات.

1. L(x) ويعني طول سلسلة الأعداد المشيرة للصيغة x (تعريف7)[2].

ويعني عدد الثوابت والمتغيرات في الصيغة x - العناصر.

2. Neg (x) نفي x (تعريف 13)[3].

3. x Gen y ويعني تعميم y بالنسبة للمتغيرات x (تعريف15)[4].

(1) انظر: Braithwaite. R.B.,Gödel , Kurt, op, cit, Introduction, p 16.

(2) Gödel Kurt, op, cit, P 50.

(3) Ibid, P 51.

(4) Ibid, P 51.

4. z(n) العلامة الرقمية للرقم n (تعريف 17)[1].

ويعني الرقم المرادف للرقم n داخل النسق فإذا كان n = 3 كان هذا المرادف fffo أي بتكرار f ثلاث مرات[2].

5. sb (x^v_y) (تعريف رقم 31)[3].

وهو يشير إلى رقم الصيغة الذي ينتج من تعويض y مكان v في الصيغة التي رقمها x بحيث تعوض y مكان v في كل مرة يظهر فيها هذا المتغير في الصيغة[4].

6. Bw (x) ويعني أن x رقم يمثل إثبات (proof - shema) أي سلسلة من الصيغ بحيث يكون كل منهم أما مسلمة (Axiom) أو خطوة متوسطة (immediate consequence) بين المسلمة والعبارة المثبتة. تعريف 44 [5].

7. x By ويعني أن x هو إثبات لـ y (تعريف 45)[6].

أي أن الصيغة التي يشير إليها الرقم x هي إثبات للصيغة التي يشير إليها الرقم y .

8. Bew (x) أي أن الكم يمثل صيغة قابلة للإثبات (تعريف 46)[7].

ويؤكد جودل على أن كل التعريفات السابقة فيما عدا التعريف الأخير تمثل دوالاً تعاقبية (recursive function)[8].

ويحدد وانج هاو (Wang Hao) معنى الدالة المتعاقبة، بقوله بأن الدالة تكون متعاقبة إذا كان هناك مجموعة متناهية (E) من المعادلات (equations) تحتوى على العلاقة (=)، ومتغيرات، وأرقام، ورموز دوال، بحيث إنه إذا عوضنا بالأرقام مكان المتغيرات، وبالرمز (=) مكان (=)

(1) Ibid, P 51.

(2) انظر: Kneal William, op cit, P 716.

(3) Gödel Kort, op.cit, P 51.

(4) William, op,cit, P 716 Kneal.

(5) Gödel , Kurt op, cit, P55.

(6) Ibid, p 55.

(7) Ibid, p 55.

(8) Ibid, p 55.

فأنه لكل رقم (n) هناك معادلة مشتقة بحيث إن الدالة $(f(n) = p)$ أي أن الدالة f للرقم (n) لها قيمة محددة P[1].

أي أن هناك قاعدة لأي علاقة تنطبق على سلسلة الأعداد بحيث إنه يمكننا من خلال هذه القاعدة تحديد الرقم في السلسلة الناتجة عن هذه العلاقة.

أي من خلال القاعدة التي تحكم الأرقام السابقة في السلسلة نستطيع إن نصل إلى أي رقم في السلسلة يمثل علاقة أو دالة أو تعريفاً ما.

ويذهب برايزوايت إلى أن الهدف الأساسي لمفهوم التعاقب بالنسبة للدراسات الرياضية المابعد نسقية (metamathematics) هو جعل كل عدد في السلسلة التعاقبية اللانهائية يمكن إنشاؤه بالاستناد إلى قاعدة، وبالتالي فإن أي ملاحظات (remark) حول السلسلة اللانهائية يمكن اعتبارها ملاحظات حول القاعدة وليس اللانهائية المعطاة[2].

وبالتالي يمكن التعامل في النسق اللانهائي مع مجموعة من القواعد المتناهية تشكل كل العلاقات الممكنة لهذه السلسلة بحيث إنه يمكن من خلال هذه القواعد إنشاء أي عدد من خلال الأعداد الأخرى في السلسلة والقواعد وكذلك التعامل مع الإشكاليات المطروحة حول السلسلة من خلال هذه القواعد المتناهية.

وهنا تبرز أهمية فكرة الدالة التعاقبية عند جودل والتي اعتبرها أساسية في إثباته حيث إن كل الصيغ والإثباتات في النسق (P) تنتمي إلى سلسلة أعداد لا متناهية - كما وضحنا - وبالتالي فإن أي علاقة تعاقبية من العلاقات الست والأربعين السابقة - حول أرقام هذه السلسلة اللانهائية التي تمثل السلسلة الترتيبية لأعداد جودل - إذا كانت علاقة صادقة فلابد وأن تكون مثبتة ويؤدي التعويض فيها إلى قيمة عددية محددة، فإذا كانت العلاقة $R(x_1, x_2, x_3)$ صادقة - أي العلاقة R بين الأرقام (x_1, x_2, x_3) صادقة، فلابد وأن تكون مثبتة في النسق الاستنباطي أي هناك إثبات يبدأ من المسلمات وينتهي إلى العلاقة $R(x1, x2, x3)$، وإذا كانت العلاقة $R(x_1, x_2, x_3)$ كاذبة فأنه يمكن إثبات $\sim R(x_1, x_2, x_3)$[3].

(1) Wang Hao, op, cit, P89.

(2) Braithwaite, Gödel , Kurt, op, cit, Introduction, p12.

(3) Ibid, p 13.

=

أي أن أيه علاقة بين الأرقام الترتيبية لأرقام جودل التي تمثل الصيغ نستطيع أن نحدد ما إذا كانت مثبتة والرقم الذي يمثل إثباتها أو إذا لم تكن مثبتة وبالتالي فلا يمكن لأي عدد أن يمثل برهاناً عليها.

وبذلك نستطيع أن نعبر عن معاني ما بعد نسقية حول صيغ النسق داخل النسق نفسه فإذا أردنا التعبير عن علاقة بين مجموعة من الصيغ على أساس أن بعض هذه الصيغ هو إثبات بصيغة منها رقمها هو (y) فنقول مثلاً (x B y) أي أن x هو الرقم الدال على مجموعة الصيغ التي تمثل إثباتاً للصيغة التي رقمها y.

وكذلك نستطيع أن نعبر عن معاني ما بعد نسقية للصيغ بوصفها خصائص للأعداد الدالة على الصيغ داخل النسق مثل القول بأن صيغة ما (قابلة للاشتقاق) وذلك بأن نقول بأن العدد الدال على الصيغة له خاصية القابلية للإثبات Bew (x) أي أن هناك عدداً آخر (y) يمثل إثباتاً له[1].

و إذا كنا نستطيع التعبير عن الأرقام بحدود النسق (f) و (o) وبالتالي فإننا نستطيع التعبير عن علاقات ما بعد نسقية داخل حدود النسق. حيث إن النسق (p) يسمح بأن يفهم على أساس أنه مجرد عدد يعوض به مكان المتغير (x) وأيضا من خلال ما يشير إليه الرقم من صيغ بوصفه رقماً ترتيبياً لأعداد جودل -[2].

وهنا نستطيع أن نجعل القضية تشير إلى نفسها فإذا كانت لدينا قضية ذات متغير واحد d (x) وهي ما يطلق عليها الدالة ثابتة النقطة(fixed point function) وعوضنا مكان هذا المتغير بالرقم الذي يدل على القضية ذاتها لكانت لدينا قضية تشير إلى نفسها وهذا ما يعبر عنه جودل من خلال العلاقة التالية.

$$\left[\mathrm{Sub}\ x\ {}^{17}{}_{Z(x)}\right] \ldots\ldots\ldots\ (1)$$

= أي أننا لو أخذنا أحد التعريفات الست والأربعين والذي يمثل العلاقة R بين الأرقام x1, x2 , x3 فدائماً هناك مجموعة من الخطوات نستطيع من خلالها تحديد العدد الذي يمثل قيمة هذه العلاقة.

(1) وهذا هو تعريف جودل للعلاقة Bew(x) حيث إنها تعني Bew (x) ≡ Ey (yBx) أي هناك عدد y هو إثبات لـ x. انظر
Gödel , Kurt op, cit, p55

(2) Kneale William, op, cit, p 710.

وهذه العلاقة تعبر عن رقم الصيغة الذي ينتج من تعويض الرقم الذي يمثل الصيغة(x) وهو x (z) مكان المتغير الوحيد (17) في الصيغة (x). وحيث إن (17) يشير إلى المتغير x ذاته - كما وضحنا- إذن فنحن هنا نعوض عن المتغير الوحيد للقضية x ذاتها بالقيمة العددية للقضية x وبذلك فنحن أمام قضية تشير إلى نفسها.

وعلى ضوء ما سبق يلخص نيل كيفية إنشاء القضية التي تعبر عن عدم الاكتمال في النسق (P) لجودل على النحو التالي[1]:

وذلك بأن نسمى القضية (1) التي تشير إلى نفسها diag (x)، والرقم الذي يشير إلى أيه قضية E_n.

فإذا كانت لدينا القضية ~ Bw (Diag (x).

والتي يعبر عنها جودل بالصيغة

$$xBc \left[sub\ (y^{19}{}_{Z(y)}) \right] \text{...........} \text{ ... } \text{-2}$$

ومعناها ليس هناك عدد x هو إثبات للعدد الذي يمثل الصيغة التي تشير إلى نفسها - حيث أن الشق الثاني هو ذاته العلاقة (1) -.

و إذا كانت الصيغة السابقة (2) يمثلها القيمة العددية (N)، وحيث أن الصيغة (2) فيها متغير وحيد 19 فأننا سوف نعوض مرة أخرى بقيمة هذه الصيغة (N) في المتغير الوحيد داخل نفس الصيغة.

فتصبح لدينا الصيغة:

$$xBc \left[sub\ (N^{N}{}_{Z(n)}) \right] \text{.................} \text{ -3}$$

والرقم الدال على الصيغة (3) هو (N) أيضاً لأن N هو رقم الصيغة التي تقول ليس هناك رقم هو إثبات لرقم القضية التي تمثل التعويض في القضية ذات المتغير الواحد بقيمة القضية بدلاً من هذا المتغير.

(1) Ibid, p 317.

أي أن الصيغة (3) تتحدث عن نفسها وتقول أن القضية التي عددها (N) غير قابلة للإثبات في حين أن الرقم الدال على الصيغة (3) هو N وهذا ما يوضحه نيل بقوله أنه إذ أسـمينا القضية التي تثبت عدم الاكتمال (ζ) فيمكن صياغة القضية (ζ)على النحو التالي:-

~ Bew (Diag N)

على أسـاس أن N هو قيمة القضية ~ Bew (Diagx) كما وضحنا معناها من قبل- إذن فهذه القضيـة تقـول إن الرقم الذي يمثله (Diag N) له الخاصيـة ~ Bew (x) أي أنه غير مثبت ولكن الرقم (Diag N) هو رقم القضية (ζ) ذاتها[1].

و يقدم (وانج هاو) هذا الإثبات على أسـاس أنه إذا كنا في نسـق جودل نسـتطيع أن نصيغ المفاهيم المابعد نسقية كعلاقات بين الأعداد فإننا نستطيع أن نصيغ العلاقات التالية[2]:

أ - B (m,n) وتعني أن الصيغة التي لها الترتيب m في سلسلة الأعداد هي إثبات للصيغة التي لها الترتيب n.

ب- K, σ (m,n) وتعني أن تعو يض العدد m بدلاً من n في الصيغة (σ) يجعل القيمة العددية للصيغة هو K ومن خلال ذلك نصيغ الجملة (Z) على النحو التالي:-

(Z)- ليس هناك أي عدد m بحيث:

M, B (m, σ (i,i))

وتعني ليس هناك أي عدد m يمثل إثباتاً للتعو يض عن الدالة لذات المتغير الواحد بقيمتها (i) مكان المتغير (i) وهو ما يمثل العلاقة (2) التي أشرنا إليها.

و إذا حسـبنا القيمـة العدديـة للصيغة السـابقة وكان يمثلهـا الرقم (t) وكانـت الصيغة (z) السـابقة هي أيضاً دالة ذات متغير واحد وعوضنـا بقيمة الصيغة (z) ككل مكان هذا المتغير، لكانت لدينا الصيغة (Z) على النحو التالي:

(Z)- ليس عدد m بحيث:

m, B (m, 6 (t,t)

(1) Kneale William, op, cit, P 710.

(2) Wang Hao , op, cit, P 24.

وحيـث إن t تمثـل الرقم الدال على z فإن الجملة السـابقة (z) تقول في هـذه الحالة إنه ليس هناك إثبات على الرقم الذي يمثل (z) أي ليس هناك إثبات عليها هي ذاتها

أي أن هذا الإثبات يمكن إيجازه في ثلاث خطوات رئيسية[1] :

1- لكل (A) .... Vx, - R (v,x) x

أي أنه ليس هناك رقم x يحقق العلاقة: أن (x) هي إثبات للصيغة (v) من حيث إن (v) صيغة ذات متغير واحد وتعبر عن تعويض قيمتها العددية مكان هذا المتغير.

2- نحسـب رقم جودل للصيغة السـابقة (A) وبما أن الصيغة السابقة هي في حد ذاتها صيغة ذات متغير واحد (v)، فإننا نعوض هذه الصيغة مكان هذا المتغير ليكون لدينا العلاقة.

Vx, - R (GN (statement A) , x)

ليـس هنـاك رقم x يمثـل إثباتاً للعلاقة ((أنه ليس هنـاك رقم x يمثل إثباتـاً لرقم الصيغة ذات المتغير الواحد التي تعبر عن تعويض قيمها العددية مكان هذا المتغي)).

وبما أن الجملة التي بين الأقواس تعبر عن عدم وجود رقم إثبات لقضية تمثل القضية الكلية ورقمهـا يمثل رقم القضيـة الكلية من حيث أن رقم هو هذه القضيـة الكلية عبارة عن تعويض قيمة قضية ذات متغير واحد بدلاً من متغير القضية، إذن فالصيغة السابقة تقول عن نفسها أنها غير قابلة للإثبات.

أو أن القضيـة التـي قيمتهـا (N) تقـول إنـه ليـس هنـاك رقـم هـو إثبـات لــ (N) أي A (A غير مثبتة).

وهذه العبارة السابقة لا يمكن إثباتها أو رفضها على مستوى النسق وذلك على النحو التالي:

أولاً: معني إثباتها أن هناك رقماً هو إثبات لها وهو عكس ما تقوله هذه العبارة من حيث إنه ليس هناك رقم هو إثبات لها فلو وجد هذا الرقم لكان النسق غير متسق[2].

(1) Niegos Nicic, Gödel in completeness theorem, p6.
www.cs.ucf.edu/courses/cot4810/Fall04/presentation/Gödel -theorem.ppt.

(2) Kneale, William, , op, cit, P 710.

وثانيـاً: رفض هذه الجملة يعـني إثبات نفيها. ولكن يوضح جودل عـدم إمكانية إثبات هذا النفي، ولا يقدم ذلك من خلال مفهوم الاتساق السابق ولكن يقدم نوعاً أكثر صرامة للأتساق هو (أوميجا _ متسق) ω - consistence.

و يعرف تارسكي (أوميجا _ متسق) بقوله أن نسق الأعداد يكون (أوميجا _ متسق) إذا كان لا يمكن لصفة واحدة أن تكون لكل الأعداد في نفس الوقت[1].

و إذا كنا قد قلنا إذا كانت A مثبتة فهذا يؤدي إلى عدم أتساق النسـق، فإنه ليس هناك رقم هـو إثبات لــ (A) و إذا كان نفيها (A-) مثبتاً فإن كل الأرقام سـتكون إثبات لهذا النفي ولكن هذا يؤدي إلى أن النسق سيكون ليس (أوميجا - متسق)[2].

أي أن (A) لا يمكـن إثباتهـا إذا كان النسـق مسـتق ولا يمكـن إثبات نفيها إذا كان النسـق (أوميجا - متسق).

ولكن كما يشـير روسـير فإن النسق إذا كان (أوميجا - متسـق) فإن ذلك يتضمن أنه متسق بالمعني العادي حيث إن عدم الاتسـاق بالمعني العادي يعني أن (f) و (f~) كليهما مثبت و بالتالي كل القضايـا تكون مثبتة و بالتالي لا يكون النسـق (أوميجا - متسـق)، حيـث أن هناك صفة واحـدة وهي الإثبات سـتكون لـكل القضايا، أي أن النسـق إذا كان (أوميجا - متسـق) فهذا يفترض أنه متسق بالمعنى العادي[3].

و في هـذه الحالة تكون كل مـن A , A - غير مثبتين و بما أن أحدهما صادق إذن فهناك قضية صادقة وغير مثبتة أي أن النسق غير مكتمل[4].

وهذا ما يعبر عنه جودل في النظر ية رقم (IV) في بحثه حيث تنص هذه النظر ية على أن[5]:-

«لكل مجموعة تعاقبية (c) من الصيغ تكون أوميجا - متسقة فإنه يوجد (r) بحيث إن كلاً من (v Gen r) و Neg (v Gen r) لا ينتميان إلى flg(c)».

(1) Rosser. J, An Informal Exposition of Proofs of Gödel 's Theorms and Church Theorem. The Journal of Symbolic Logic, V4, Number 2, June 1939, P54.

(2) Kneale, William, op, cit, P 710.

(3) Rosser, B. op, cit, P 55.

(4) Ibid, P 54.

(5) Gödel Kurt, op, cit , P 57.

ونقدم إثبات هذه النظريات بخطوات جودل فيبدأ جودل إثباته من خلال تطبيق تعريفاته السابقة على مجموعة الصيغ (c) والتي تمثل مسلمات النسق[1] .

1- فمن خلال التعريف (45) يوضح معني Bwc (x) على أساس أن x تمثل إثباتاً يرد إلى مجموعة المسلمات[2].

2- ومن خلال التعريف (46) يوضح معنى x Bcy على أساس أن x هو رقم الإثبات للصيغة التي رقمها y بردها إلى مجموعة المسلمات (c)[3].

و يبدأ الإثبات من خلال تعريف العلاقة Q بين الرقمين (y,x) وذلك على أساس أن الرقم x لا يمثل إثباتاً للصيغة التي رقمها (y) وذلك من خلال العلاقة التالية:[4]

$$Q\ (x, y \equiv \overline{x\ Bc\ (sb\ (y\ \ Z^{19}(y))}$$

أي أن الرقم (x) لا يمثل إثباتاً للصيغة التي رقمها y والتي تعبر عن رقم القضية ذات المتغير الواحد بعد تعويضنا بالرقم الدال على القضية مكان هذا المتغير.

أي أن العلاقة (Q) بين x و y تكون مثبتة في حالة ما إذا كانت x لا تمثل إثباتاً لـ y بالمعنى السابق.

ومن ذلك يستنتج جودل العلاقتين التاليتين[5]:

$$\overline{xBc\ (sb\ (y\ \ Z^{19}(y)))} \rightarrow Bwec\ (sub\ (q\ Z^{17}(x)\quad Z^{19}(y))$$

$$xBc\ (sb\ (y\ (y\ \ Z^{19}(y))) \rightarrow Bwec\ (Neg\ sub\ ((q\ Z^{17}(x)\quad Z^{19}(y))$$

(1) Mancosa p, Zach Richard, Calexto B, op cit, P 696.

(2) Gödel Kurt, op, cit, P 57.

(3) Ibid, P 57.

(4) Ibid, P 58.

(5) Ibid, P58.

وتعـني الصيغـة الأولى أن العلاقـة q بـين y , x تكـون مثبتة عندمـا تكون x ليسـت إثباتاً لــ (y) بينـما تعني الصيغة الثانيـة أن العلاقة q بـين y , x تكون منفية عندما تكـون (x) إثباتاً لـ (y)

وبعد ذلك يعمم جودل العلاقة q على النحو التالي[1]:

$$P = 17\ Gen\ q$$

أي أنه بالنسبة لكل عدد (x) فإن (x ليست إثباتاً لـ y)

q 17 Gen

وبذلك يكون في p متغير واحد هو (y)[2].

ثـم بعد ذلك يحسـب القيمة العددية لـ p وهي (p) z ولـو عوضنا بالقيمة (p) z في العلاقة q والتي يعد (p) z الرقم الذي يمثل التعميم لهذه العلاقة، أي إذا عوضنا بقيمة القضية ذات المتغير الواحد بقيمة القضية مرة أخرى فستكون لدينا العلاقة[3] :-

$$\rho = sb\ (q\ Z^{19}(p))$$

وبالتالي فإن تعويض (p) z داخل p بدلاً من المتغير y يعطينا العلاقة:[4]

$$Sb\ (p\ Z^{19}(p)) = sb\ (17\ Gen\ q\ Z^{19}(p))$$

حيث عوضنا p في الشق الأيمن بقيمتها 17 genq في الشق الأيسر:

$$= 17\ Gen\ (a\ Z^{19}(p))$$

وإذا كانت $\left[q\ Z^{19}(p)\right]$ هي r فإن:

$$= 17\ Gen\ r$$

(1) Ibid, P58.
(2) Ibid, P58.
(3) Ibid, P58.
(4) Ibid, P58.

وتعني العبارة ليس هناك رقم هو إثبات على رقم الصيغة (ليس هناك رقم هو إثبات على الرقم الصيغـة ذات المتغير الواحد التي تعوض عن متغيرهـا بقيمتها) وحيث إن القضية الأصلية هي ذاتها القضية بين الأقواس وبالتالي فإنها تقول عن نفسها إنها غير مثبتة.

ويثبـت جودل أن هـذه العبارة غير مثبتة ولا نفيها مثبت إذا كان النسـق أوميجا - متسـق بالطريقة التي وضحناها من قبل وبالتالي فإن النسق غير مكتمل[1].

وهنـا يرى هوفشـتادر (Hofstader) أن عـدم الاكتمال الناتج عن هـذه الصيغة هو عدم اكتمال جوهري بمعنى أننا حتى لو أضفنا هذه الصيغة كمسـلمة فإنه سـتظهر صيغة أخرى لها نفس الصفة بحيث يكون النسق غير مكتمل[2].

أي أننـا طالما أننا نحول العلاقات المابعد نسـقية إلى علاقات بـين أرقام يمكن الحديث عنها داخل النسق فلابد أن تظهر أمامنا صيغ مثل الصيغة السابقة.

ب ـ نتائج إثبات جودل عدم اكتمال أي نسق صوري للأعداد:

1- علاقة إثبات جودل عدم الاكتمال نسق الأعداد بالمفارقة:

يـرى جـودل أن هناك علاقة أساسـية بـين الجملة التي تشـير إلى عدم اكتمال النسـق (p) ومفارقات الكذاب[3].

ويكمـن جوهر هذه العلاقـة في أن كلاً من مفارقة الكذاب والجملة السـابقة عند جودل تعبران عن إشارة القضية إلى نفسها حتى وأن اختلفتا في طبيعة هذه الإشارة.

حيـث أن مفارقة الكذاب تعتمد على الإشـارة الذاتية للصفات السـيمانتكية للقضية وهي الصدق والكذب بينما جملة جودل تشير إلى الصفات السينتاكس وهي القابلة للإثبات[4]. فإذا كانـت مفارقة الكذاب تقوم على عبارة تقول عن نفسـها إنها كاذبة فإن جملة جودل تقول عن نفسها إنها غير مثبتة.

(1) انظر: Ibid, P 59-60.

(2) Hofstadter, D.R, Gödel , Escher, Bach, Anenternal, Golden Brnai, New York, 1979,p 468.

(3) Gödel , Kurt, op, cit, p 40.

(4) Kneale, William, op, cit, P 718.

ولكننا نرى أنه بالإضافة إلى نوعية المفارقة السابقة فإن تكوين جملة جودل يعتمد في جزء منه على الطبيعة اللانهائية لنسق الأعداد.

فالجملة السابقة والتي تعبر عن عدم اكتمال النسق لا يمكن تكوينها بدون خطوة التعميم والتي تنص على أن لكل الأرقام فإن أحدها لا يمثل إثبات للصيغة (......).

وهذا التعميم غير ممكن إلا لو كانت كل الأرقام تشير إلى أرقام جودل، وحيث إن هذا غير ممكن، فقد اعتمد جودل على المجموعة المتسلسلة التي تشير إلى ترتيب أعداد جودل في سلسلة الأعداد 1، 2، 3 وحيث إن هذه السلسلة لا نهائية فإنه يمكن لأعداد جودل بهذه الصورة أن تمثل من خلال سلسلة الأعداد الطبيعية.

ولكن حيث إن أعداد جودل مجموعة جزئية من الأعداد الطبيعية، فإننا بهذا نجعل المجموعة الكلية = المجموعة الجزئية. إذن فلغة اللانهاية للرياضيات قد ساعدت على نشأة هذه الجملة التي تعبر عن عدم اكتمال نسق الأعداد. وهذا يقودنا إلى علاقة عدم الاكتمال السابق بالمدرسة الحدسية التي تناولت مفهوم اللانهاية وتأثيره على مفارقات الرياضيات.

2- علاقة إثبات جودل لعدم اكتمال نسق الأعداد بالرياضيات الحدسية:

يذهب فون نيومان إلى أنه بناء على إثبات جودل لعدم اكتمال نسق الأعداد فإنه لم يعد هناك سبب لرفض وجهة نظر المدرسة الحدسية في الرياضيات حتى و إن لم يدرك جودل نفسه هذا الأثر لإثباته[1].

والمدرسة الحدسية على يد برور قد عارضت المدارس الأخرى في فلسفة الرياضيات وعلى رأسها المدرسة الصورية على أساس أن تلك المدارس تعاملت مع الرياضيات كنسق مستقل على الحدس الإنساني بحيث إن الرياضيات بهذه الصورة تخضع لقوانين المنطق الكلاسيكي.

ومن أهم هذه القوانين التي يرفضها برور قانون الثالث المرفوع. و يعتمد رفضه لهذا القانون على أساس أن قوانين المنطق لا يمكن أن تحكم الرياضيات لأن الرياضيات صلاحيتها من الحدس، والحدس يرفض الثالث المرفوع بالنسبة للمجموعات اللامتناهية[2].

(1) Redei, M (ed),Jon Von Neumann's selected letters, American, Mathematical society, 2005, p120.

(2) Kneale, op, cit, P 673.

وهنـا يقول بـرور إننا إذ كنا إزاء مجموعـة متناهية فإننا دائماً نسـتطيع تحديد أي قضية إذا كانت مثبتة أو مرفوضة، أي أننا نسـتطيع أن نستخدم الثالث المرفوع بحيث نستطيع أن نحدد إذا كانـت نسـبة خاصية (لعدد ما) صادقة أم مسـتحيلة أما بالنسـبة للمجموعات اللامتناهية فـلا يمكن أن نسـتخدم الثالث المرفـوع بهذه الصورة، بـل ينبغي مراجعة صلاحية اسـتخدام الثالـث المرفوع على هذا المسـتوى[1]. أي رفض تطبيق الثالث المرفوع على القضايا التي يشـير السور فيها على متغير غير متحدد المجال[2].

ونجد أن بروير هنا يسـتخدم الثالث المرفوع من حيث إنه يعبر عن قبول خاصية للعدد أو رفضها بمعنى إمكانية إثبات هذه الخاصية للعدد أو رفضها، وبهذا فإن اسـتخدام الثالث المرفوع هنا يقابل اسـتخدام مفهوم الاكتمال في المدرسـة الصورية حيـث أن الاكتمال بأنواعه يعني في المدرسة الصورية استخدام قانون الثالث المرفوع على مستوى لغة النسق، سواء كان من خلال شـقها السـينتاكس (الاكتمال السـينتاكس أو السـيمانتك «الاكتمال السـيمانتيكي» أو العلاقة بينهما (الاكتمال) ومن هنا نسـتطيع فهم النقد الأساسي الذي توجهه المدرسة الحدسية للمدرسة الصورية هو الأعتراض على تطبيق الثالث المرفوع على مستوى لغة النسق بالنسبة للمجموعات اللامتناهيـة أو رفض أن يكون هذا النسـق مكتملاً بالنسـبة للمجموعـات اللانهائية حيث إن الهدف الرئيسي من برنامج هيلبرت للرياضيات هو إنشـاء نسـق صوري آلي - بعيداً عن الحدس العقلي - يكون مكتملاً. وهذا ما يوضحه برور بقوله إن النسـق الصوري يرى أن دقة وضرورة الرياضيات لا وجود لها في الذهن البشري كما يدعي الحدسيون بل هو على الورق وحسب[3].

---

(1) Badesa, J, Mancosa p, Zach Richard, op, cit, p 102.

وهنـا يقـدم الحدسـيين مفهـوم البنائيـة كـما يعرفهـا هايتنـج عـلى أسـاس أنها تعـني ما هـو قابـل للبرهـان، انظر Heyting, A Intuitionism an Introduction , Amsterdam, 1956, p 1-2 ويعطـي هايتنـج المثـل الآتي في الأشـياء غـير البنائيـة التـي لا برهـان عليهـا فالرقـم (j) إذا عرفنـاه من حيـث أنه يمثـل أكبر عـدد أولي بحيث (j-2) هو الآخر عدد أولي أو أن (j =1) انظر Ibid, p 2.

وبالطبع ليس هناك تحديد لقيمة العدد (j)، لأن أي عدد يحقق العلاقة السـابقة سـنجد دائماً عدد آخر أكبر منه يحقق هذه العبارة وهكذا إلى مالا نهاية، وبالتالي فكل الصيغ المتعلقة باللانهاية (اللابنائية) لا يمكن البرهان عليها ومن هنا يستبعد تطبيق الثالث المرفوع عليها بمعنى إثباتها و إثبات نفيها.

(2) انظر محمد محمد قاسم، البحث في أسس الرياضيات والمنطق عند هايتنج، دار المعرفة الجامعية، 1996، صـ 78 - 79 .

(3) نقلًا عن محمد مهران، في فلسفة الرياضيات، المرجع السابق، صـ 42.

وإذا كان هايتنج يذهب إلى أن المنهج الصوري يمكن التعامل معه على أساس أنه تعبير لغوي (linguistic expression) عن أفكار المدرسة الحدسية.[1] ومن خلال ذلك قدم نسقاً أكسيوماتيكي يعبر عن أفكار هذه المدرسة بحيث أن قانون الثالث المرفوع لا يمكن استخدامه داخل النسق.[2] فإننا نرى أن الطريقة الصورية الصحيحة لصياغة نسق يتوافق مع أفكار المدرسة الحدسية هو صياغة نسق يستبعد فكرة الاكتمال، حيث إن رفضهم للثالث المرفوع هو رفضهم لتطبيقه على مستوى لغة النسق بمعنى إمكانية إثبات القضية أو إثبات نفيها وهو ما يعني مفهوم الاكتمال في الأنساق الأكسيوماتيكية في المدرسة الصورية.

ولكن من خلال إثبات جودل فإنه في أي نسق صوري للأعداد اللانهائية يمكننا صياغة قضية يمكننا تقريرها فقط من خلال الحدس بينما لا يمكن البت في إثباتها أو عدم إثباتها لو استخدمنا الخطوات والقواعد الخاصة بالنسق[3] أي لا يمكن تجاوز الحدس في الأنساق الصورية.

ولذلك فأننا نذهب مع بلانشيه من إن جودل قد أدخل الحدس داخل النسق ذاته[4]. وعلى هذا أيضاً يمكننا فهم قول (Hofstader) من أن جودل قد أثبت أن القابلية للإثبات أضعف من

---

(1) Heyting, op, cit, p 4.

(2) Kneale William, op, cit, p678.

وهنا يؤسس هايتنج نسق منطق قضايا يمكن من خلاله استبعاد الثالث المرفوع بأن يعطي النفي معنى جديد في هذا المنطق يتفق مع المعنى الذي أعطاه برور للنفي.

انظر: Walter, P Van stigt, Brouer's Intuitionism, North Holland, Amsterdam, 1990, p 239.

وهو النفي (¬) والذي يعرفه هايتنج بالقول ¬ ق تعني أن القول بـ ق يؤدي إلى تناقض.

انظر: Heting, A , op, cit, p 97.

وهذا المعنى للنفي يجعل النفي عملية أحادية تمثل جهة الاستحالة ولا يمثل النفي في المنطق الثنائي ولهذا رأى جودل أن المنطق الحدسي يمكن التعبير عنه من خلال منطق الجهات.

انظر: Gödel , Kurt, collect works, op, cit, p 301.

ويرى نيل أنه يمكن اشتقاق نسق هايتنج بالكامل من نسق لويس للجهات.

انظر: Kneale William, op, cit, p 681.

(3) Wang, Hao, P 52.

(4) Blanche, Axiomatic, op, cit, P 59-60.

الصحة (Validty)[1]. أي أن النسـق ينشيء قضايا صادقة ولكنها غير ممكنة الإثبات من خلاله ولكن نفهم صدقها بشكل حدسي.

أذن فنسق الأعداد ليس نسقاً صورياً آلياً يمكن أن يعمل بعيداً عن الحدس الإنساني دون أن يؤدي يذلك إلى إشكاليات مثل إشكالية عدم الاكتمال السابقة.

و يؤدي أيضاً هذا التأكيد على عودة الحدس داخل نسق الأعداد إلى النظر إلى طبيعة القضية الرياضية من خلال رؤية المدرسـة الحدسـية لها وبشـكل خاص بوانكاريـة والذي نظر إلى القضية الرياضية على أنها تتشابه مع القضية الفيزيائية[2].

وكان جودل قد لاحظ أنه من خلال وضع المسـلمات في نسـق الرياضيات عند راسـل فإن راسـل يوجد علاقة بين الرياضيات والعلوم الطبيعية من حيث إنه جعل مسلمات الرياضيات اختياريـة فليـس هناك ضرورة ذاتية في المسـلمات تجعلها كذلك مثـل البداهة، ولكن كما في الفيزياء فإن هذه المسـلمات نختارها على أسـاس قدرتها على استنباط بقية النسق[3] وهنا يرى جودل أن الرياضيات بهذا المعنى تتحول إلى علم تجريبي (empirical science)[4].

وهنـا يرى جودل أن البرنامج الصوري للرياضيات عـلى يد هيلبرت أراد أن يبقي على هذه الطبيعة الاختيارية للمسـلمات وفي نفس الوقت يكون للرياضة طابعها الصوري الذي يجعلها مجرد تحويل بين للرموز و إثبات اكتمالها واتساقها بناءً على هذا التصور[5].

ولكـن إثبات جودل لعدم الاكتمال بالشـكل السـابق قد وضع هذه الآليـة الصورية محل

(1) Hofstadter, D.R. op, cit, P 19.

(2) بونكارية هنري، نقلًا عن محمد عابد الجابري، المرجع السابق، صـ 202-201.
حيـث إنه تبعاً للبرهان التعاقبي الذي أشرنا إليـه فإن البرهان الرياضي يتم من خلال ملاحظة قاعدة تربط بين أعداد وتتعاقب بين عدد وآخر بحيث نستنبط منها قانوناً عاماً وبالتالي فإن الرياضيات تنتقل من الخاص إلى العام مثلها مثل القضية الفيزيائية. انظر المرجع السابق صـ 201.

(3) Gödel Kort, Russells Mathematical Logic, the Philosophy of Bertrand Russell, Edited by paul Arthur Schillpp, Tudor Publishing Company, Third Edition, New York, 1951, P 127.

(4) Gödel Kurt, The modern development of the foundations of mathematics in the Light of Philosophy, Select Works, Volume, III, op. cit, P 330.

(5) Ibid, p 331.

تساؤل ووضع حدوداً لها. هذا من جهة ومن جهة أخرى فإن عدم الاكتمال الصوري قد جعل التصور الحدسي للرياضيات تصوراً مقبولاً وبالتالي فإننا يمكننا أن نجد علاقة بين القضية الرياضية والقضية الفيزيائية.

بمعنى أن لا نهائية سلسلة الأعداد قد تولد إشكاليات كتلك التي تولدها لانهائية قابلية الملاحظة في القضية الفيزيائية.

مفهوم عدم الاكتمال عند جودل والتطور الأبستمولوجي للنسق:

1- يرى أحد الباحثين أن إثبات جودل التقليدي لعدم اكتمال نسق الأعداد يرينا بأن نسقاً صورياً كهذا هو نسق غير مكتمل، ولكنه لا يقترح طريقة يمكن من خلالها قياس قوة النسق الأكسيوماتيكي، بمعنى تصنيف هذه الأنساق بناءً على درجة اكتمالها أو عدم اكتمالها(6).

ويرى الباحث أنه من خلال بعض برامج الكمبيوتر المخصوصة يمكن إجراء مثل هذا التصنيف(7).

وبذلك يكون إثبات جودل لعدم الاكتمال قد فتح الطريق أمام إمكانية التعامل مع الاكتمال بصورة كمية بدلاً من التعامل معه بصورة كيفية. هذه الصورة الكيفية التي أرجعناها فلسفياً إلى فكرة شمول المبدأ الذي نتج عن ارتباط الأبستمولوجي بالأنطولوجي. إذن فالتعامل مع مفهوم الاكتمال بوصفه يشير إلى سلسلة من الدرجات تتراوح بين الاكتمال وعدم الاكتمال تجعل النسق الأكسيوماتيكي يتخلص كلياً من الطبيعة الأنطولوجية للنسق الاستنباطي، فإذا كان النسق الأكسيوماتيكي يتخلص من فكرة بداهة المسلمات بوصفها مسلمات أنطولوجية كما عند أرسطو أو وبوصفها ذات بداهة قبلية مرتبطة بقدرة العقل على فهم الظاهرة الطبيعية كما عند «كانت» فإن النسق الأكسيوماتيكي يتخلص هنا من فكرة الشمول بمعناها الأنطولوجي ويصبح الاكتمال للنسق هو درجة يأخذها النسق بين الاكتمال وعدم الاكتمال.

(6) Gregory. J. Chaitn, Gödel Theorem and Information, International Journal of Theoretical Physics, 22, 1982, P 945 -946.

(7) Ibid, p 946.

2- يرى هوفشتادر (Hofstader) أن إثبات عدم الاكتمال ليس فقط إثبات لمحدودية الآلة ولكنه إثبات لمحدودية العقل أيضاً[1]. ومحدودية الآلة نتجت عن أن آلية النسق الأكسيوماتيكي لنسق الأعداد هي الأساس المحوري لنشأة الكمبيوتر، وبالتالي فهناك حدود لهذه الآلة تمثلت في عدم الاكتمال السابق.

ولكن فرض أن هذه المحدودية هي محدودية للعقل أيضاً يعني افتراض أن النسق الأكسيوماتيكي بشكل عام والنسق الأكسيوماتيكي للعدد بشكل خاص هو الشكل النهائي لأسلوب المعرفة للعقل الإنساني و إذا كان هذا النسق غير مكتمل فإن العقل محدود بعدم اكتماله إلا أنه على حسب طبيعة الثورة العلمية - التي سنوضحها في هذا الفصل - فإن العقل لديه إمكانية لتجاوز عدم الاكتمال إلى طبيعة نسقية جديدة وليست مجرد زيادة للمسلمات تشبه انتقال الهندسة الإقليدية إلى لا إقليدية أو حتى انتقال طبيعة النسق ذاته من استنباطي إلى أكسيوماتيكي، وهذا التجاوز أيضاً لن يكون حالة نهائية لطبيعة العقل.

ooo

(1) Hofstader, op, cit, p420.

ثانياً: صياغة النظريات الفيزيائية صياغة أكسيوماتيكية وعدم اكتمال أنساقها

مثل العقل العلمي احد مظاهر العقل الاستبعادي وبشكل خاص في القرن السابع والثامن عشر احد المظاهر القويه للعقل الشمولي الاستبعادي الغربي حتي أن فيلسوف العلم فيرابند يذهب إلى أن العلم في القرن السابع عشر والثامن عشر اصبح ديانه. بمعنى أنه ورث الدوجما العقائديه عن الفكر الديني. ومارس العلم هذه السلطه من خلال امتلاكه لفكرة الواقع وهي ميراث لفكرة المقدس الديني والتي عبرت عنها الموضوعيه التقليديه ومن خلال ذلك تحديدا نشأت الخلافات الجذريه بين العلم من جهه والدين والفلسفه من جهة أخرى. ومارس العلم في مرحلته تلك الاسنبعاد الاسبعاد المعرفي والايدولجي لكل من الفكر الديني والفلسفي. ويتخذ هذا الاستبعاد ذروته عندما يأخذ الفكر الديني والفلسفي العقل العلمي كمرجعيه. ويظهر هذا في الفلسفه التحليله بشكلا خاص ويبلغ ذروته مع فلسفة فنجشتين في رساله منطقيه فلسفيه والوضعين المناطقه. فالقضايا المصاغه بشكل متوافق مع طبيعة الواقع العلمي هي فقط ذات المعني وغيرها قضايا خاليه من المعني ليصبح مفهوم المعني المرتبط بالواقع العلمي أو الموضوعيه العلميه أداة استبعاد. ويصبح مفهوم كمفهوم الخلو من المعني مماثل للنفي المنطقي كأداة للاستبعاد. وكن كما سنري في الفقرات التاليه فإن التطوارات الثوريه في الفزياء في القرن العشرين قادت إلى مفهوم مغاير للموضوعيه يقوم على أن الواقع ليس معطي محايد ولكن صنيعة للنظريه. وبالتالي لا يعطي هذا المفهوم للموضوعيه العقل العلمي القدره الاستبعاديه التي كانت له من خلال المفهوم التقليدي للموضوعيه، حتى تأثر بذلك بعض فلاسفة الوضعيه المنطقيه مثل كارناب من خلال تطوير فلسفة الاطر المعرفيه لتجاوز هذا التغير الجذري في مفهوم الواقع العلمي. والنقطة الثانية الجوهريه في في مناقشة فكرة الطبيعه الاستباعديه للعلم المبنية على اكتمال العلم هي أن مفهوم الاكتمال ذاته مفهوم نسقي فهل لعلم الفزياء بناء نسقي كما للعلوم الصوريه مثل الرياضيات والمنطق. بعيدا على أن النموذج الاقليدي للهندسه اصبح هو النموذج لكل معرفه فان كلود ليفي شتروواس يوضح كيف أن المعارف الانسانيه العلميه الأولى كالحياكية والصيد والطهور هي ثمار لبنية تراكميه. وبالتالي مارست هذه البنيه التراكميه دورها الضمني حتي في صياغة الفزياء النيوتنيه وقد لعبت الهندسه الإقليديه دور أساسي في

تشكل هذه البنيه الضمنيه. لذلك نجد أن ثورات العلم في جوهرها ثورة على الهندسة الاقليديه كما أن المحاولات الجاده للصياغه النسقيه الاكسيوماتكيه للفزياء كانت محاولات هندسيه.

أ- الصياغة الأكسيوماتيكية للأنساق الفيزيائية :

وضع هيلبرت تساؤلاً هاماً في برنامجه وذلك من خلال المسألة السادسة والتي تتساءل عن إمكانية وضع نسق أكسيوماتيكي للفيزياء[1].

إن محاولة صياغة النظريات الفيزيائية رداً على هذا التساؤل من خلال النسق الأكسيوماتيكي وبشكل خاص التطورات الحديثة في الفيزياء وهي نظرية النسبية العامة والتي حاول كارناب صياغتها من خلال نسق أكسيوماتيكي ونظرية الكوانتم التي حاول فون نيومان -بشكل أساسي- صياغتها من خلال نسق أكسيوماتيكي سنجد أنها تشترك في نقطة رئيسية:

إن هذه الأنساق جميعاً تعتمد على نسق هندسي للمكان بحيث يمكن التعبير عن متغيرات الظاهرة الفيزيائية من خلال متجهات في هذا المكان الهندسي وتكون العلاقة بينها علاقات بين هذه المتجهات. وهذا ما يعبر عنه هيلبرت من أن أي نسق فيزيائي لابد من التعبير عنه من خلال نسق هندسي[2]. وقد وضع نيوتين نظريته الفيزيائية في الحركة بناءً على تصوره للمكان والزمان، وذلك من خلال تعريفه للزمان المطلق والمكان المطلق حيث أن الزمان المطلق هو الذي لا علاقة له بأي شيء خارجي ينساب بانتظام ويسمى الديمومة والمكان المطلق الذي لا علاقة له بأي شيء من الأشياء الخارجية الحسية وهو بطبيعته ساكن متجانس دوماً [3].

أي أن المكان هنا مكان إقليدي ثلاثي الأبعاد وهو موجود بصورته تلك باستقلال عن الأشياء والظواهر الفيزيائية.

ويقوم كل من الكوانتم والنسبية العامة على تصورين مختلفين للمكان هذان التصوران هما اللذان يمكن خلالهما تقديم الصياغة الأكسيوماتيكية لهما.

---

(1) Hilbert, David, op, cit, p 340.

(2) Ibid, P 340.

(3) نيوتن إسحاق، مبادئ الرياضيات للفلسفة الطبيعية، نقلًا عن ترجمة عابد الجابري مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي، مركز دراسات الوحدة العربية الطبعة الثالثة، 1994، صـ 390.

فإذا نظرنا إلى النسق الأكسيوماتيكي للنسبية العامة سنجد أن النقطة الثورية في هذه النظرية كانت بناءً على تأمل اينشتين لمتحولات لورنتز، والتي تقوم على أن إحداثيات حركة جسيم (السرعة - الزمن) في منظومة بالنسبة لمنظومة مرجعية أخرى تتبع مجموعة من المعادلات التحويلية والتي يؤدي تطبيقها إلى أن الطول ينكمش والزمن يتمدد بما يعني أن الزمن ليس عاماً ولا مطلقاً فهناك زمن خاص لكل منظومة مرجعية بالنسبة لمنظومة مرجعية أخرى، ولكن لورانتز كان يعتبر هذا الزمن زمناً ظاهرياً في مقابل الزمن الحقيقي المطلق[1]. ولكن نظرية النسبية الخاصة لأينشتين تبدأ من تحويل هذا الزمن الظاهري ليصبح هو الزمن الحقيقي.

إذن فالثورة هنا تقوم على تحويل الزمن الظاهري إلى زمن حقيقي، وبالتالي رؤية المكان على أنه رباعي الأبعاد يتحدث عن متصل الزمان - المكان. أي إضافة الزمان بوصفه البعد الرابع لثلاث أبعاد مكانية فإذا قلنا إن هناك زمناً حقيقياً خلف الزمن الظاهري الملاحظ فهذا معناه أن هناك مكاناً وزماناً بالمعني النيوتني وأن طبيعة الملاحظة لا تعطينا هذا الزمن الحقيقي ولكنها تعطينا زماناً نسبياً يقف خلفه المكان والزمان بالمعنى النيوتني، ولكن النظرية هنا ترفض وجود هذا التصور وأن الزمان والمكان الملاحظ هو الزمان والمكان الذي يمكن من خلالهما التعامل مع الظاهرة. أي أن هناك تصوراً جديداً للزمان والمكان يدمجهما في نسق هندسي رباعي الأبعاد بدلاً من النسق الأقليدي وهناك تحول في النظرة إلى المكان بوصفه يحوي الظواهر الطبيعية إلى كونه يتشكل من خلال ملاحظة هذه الظاهرة.

ومن خلال ما سبق يحاول كارناب أن يصيغ نسقاً أكسيوماتيكياً لهذا المكان الرباعي الأبعاد يمكن من خلاله صياغة النسبية العامة صياغة أكسيوماتيكية.

ويقوم هذا النسق على تعريف العلاقة بين الأجسام في النسق الهندسي الجديد للمكان على أساس تحويلهما إلى علاقات بين متجهات، وهنا يقدم تعريفه لعلاقتين رئيسيتين يعرضهما على النحو التالي:[2]

(1) محمد عابد الجابري، المرجع السابق، صـ 241 - 242.

(2) Carnap, op, cit, P 198.

العلاقة المكانية (⊃): وعلاقة أولية في النسق تعني التماس (coincide) أو الاتصال المكاني ومنها يصيغ المسلمة الأولى:[1] $Cxy \supset yx$.

وتعني إذا كان الجسيم x يلامس y فإن y يلامس x.

العلاقة الزمانية (T): وتعني الزمان المحلي لكل جسيم وهي تشير إلى العلاقات الزمانية (قبل، بعد) مفهومة من خلال النسق الهندسي ولا تشير لقيم فيزيائية لقياس الزمن [2]. أي أنها تعبر عن إحداثيات الزمان بوصفه أحد أبعاد النسق الهندسي المطروح.

أذن يقدم كارناب نسقاً هندسياً للمكان يصيغ من خلاله النسبية العامة، بحيث يعبر عن قيم الملاحظة بمتجهات داخل هذا النسق والعلاقة بين هذه القيم هي علاقة بين هذه المتجهات.

وتأتي الصياغات الأكسيوماتيكية المتعددة لفيزياء الكوانتم من خلال تصور للمكان يمكننا من أن نعوض عن قيم الملاحظة المختلفة بمتجهات داخل نسق هندسي.

وهذا النسق الهندسي، هو الذي قدمته أهم المحاولات للصياغة الأكسيوماتيكية لفيزياء الكوانتم وهي محاولة فون نيومان هو نسق (مكان - هيلبرت) Hilpert space[3].

---

(1) Ibid, P 199.

(2) Ibid, P198.

(3) انظر:

Von Newmann, Mathematical Foundation of Quantum Mechanics, H Robert, B, Princeton University press, 19.

وقد غير فون نيومان رؤيته لإمكانية صياغة نسق الكوانتم من خلال مكان - هيلبرت حيث إن هذا السطح له طبيعة النسق الإقليدي ثلاثي الأبعاد، وهذا النسق الإقليدي لا يتفق مع طبيعية فيزياء الكوانتم وإن كان يتفق مع الفيزياء الكلاسيكية.

انظر:

Redei, M Von Newmann's View on Mathematical and Axiomatic Physics, p 22

http://hps.elte.hu/~redei/talks/Losinjtlk.pdf#search

لأن الفيزياء الكلاسيكية تقدم تصوراً متصلاً للمكان المتجانس، وهذه النظرية للمكان لا تتفق مع الطبيعة غير المتصلة للظواهر الفيزيائية. وهناك نظرة حديثة لتفسير فيزياء الكوانتم من خلال مكان غير متصل يمكن من خلاله تفسير هذه القفزات الكمية. وهو ما يمثله نظرية الجاذبية الكمية العروية (Loop Quantum Gravity) وتقوم هذه النظرية على أن المكان والزمان مكونان من وحدات منفصلة. =

وهنا يقدم فون نيومان نسقه بوصفه نسقاً أكسيوماتيكياً ضعيفاً (soft axioms) وفيه يتعامل فون نيومان مع الظاهرة على أنها تمثل دالة احتمال كما أشار إلى ذلك تفسير كوبنهاجن[1] وبالتالي تحويلها إلى متجهات في النسق الأكسيوماتيكي الذي ننشأه إنطلاقاً من مكان هيلبرت.

ويتصف هذا النسق الأكسيوماتيكي الضعيف بثلاث نقاط رئيسية[2]:

1- **مسلمات فيزيائية:** وهي مسلمات شبه صورية وهي تعبر عن العلاقة بين الصيغ الاحتمالية المختلفة للملاحظة.

2- **الجهاز التحليلي (analytic machinery):** وهي تمثل النسق الرياضي أوالهندسي وهو هنا مكان هيلبرت والذي يعبر عن كميات - متجهات في مكان هيلبرت - بينها علاقات وهذه العلاقات تماثل العلاقات بين الصيغ الاحتمالية في الملاحظة الفيزيائية.

3- **التفسير الفيزيائي:** وهو يربط بين عناصر المسلمات وعناصر الجهاز التحليلي. أي أن الجهاز التحليلي المتمثل في هذا النسق الهندسي مكان - هيلبرت يمثل اللغة التي تعبر عن الظواهر الفيزيائية.

ولهذا كانت الظواهر الفيزيائية في فيزياء نيوتين يعبر عنها من خلال لغة إقليدية - لغة الهندسة الإقليدية.

ب- مفهوم عدم الاكتمال في نسق فيزياء الكوانتم:

يتضح هذا المعنى من خلال مناقشتنا لحديث أينشتين عن الظاهرة التي تثبت عدم اكتمال فيزياء الكوانتم وهو ما يطلق عليه (E.P.R). يحاول أينشتين أن يثبت عدم الاكتمال السابق من خلال تجربة عقلية في فيزياء الكوانتم تتحدث عن أننا لو أطلقنا الكترونيين من نفس

= انظر سمولين لي، ذرات المكان والزمان، مجلة العلوم، مؤسسة الكويت للتقدم العلمي، مجلد 20، أغسطس سبتمبر 2004، صـ 74 - 82.

(1) فيرنر هايزنبرج، الفيزياء والفلسفة، ترجمة أحمد مستجير (دكتور)، المكتبة الأكاديمية، القاهرة، 1993، صـ22.

(2) انظر:

Von Neumann J, Hilbert, D, Nordheim J, uber die Grund logen der Qunatenmechanik 1926, T/ Redeim. Von Newmann collected works, Vol 1 Taub AH, (ed), pregamon press, Oxford, 1963, p 105

المصدر على نفس المحور على اتجاهين متعاكسين فأنهما سوف يسلكان نفس السلوك وهنا سوف يكون تأثير أحدهما على الآخر تأثيراً لحظياً وهذا يخالف النسبية الخاصة حيث إن التأثير المتزامن يعني انتقال هذا التأثير بأسرع من الضوء وهذا يخالف النسبية الخاصة التي يعد مخالفتها مخالفة لمبدأ السببية وبالتالي عدم اتساق النسق، وبالتالي يمكن فهم هذه الظاهرة على أنها تمثل عدم اكتمال النسق[1].

وهنا يرى بور أن هذه النظرة لأينشتين تعود إلى اعتبار أن المكان الموضوعي الخارجي الأقليدي ثلاثي الأبعاد هو الذي يمثل السيمانتك للفيزياء، بمعنى أنه هو الذي يحدد معنى الصدق والكذب فيها ولذا نسمى عدم الاكتمال السابق بعدم الاكتمال الأنطولوجي، بينما يرى بور أن فيزياء الكوانتم لها اللغة الخاصة بها والتي تحدد معاني الصدق والكذب في فيزياء الكوانتم بشكل مختلف، بحيث يختلف عن الصدق عند تارسكي أي الصدق بوصفه مقابلة بين الصيغة والواقع الخارجي[2]. ففيزياء الكوانتم ترى أن الحدث السابق غير متجزئ وتتعامل معه كحدث واحد.

وعلى ذلك يكون الصدق والكذب المعرف داخل النسق غير متعارض مع مبادئ النسق فلن تكون هناك قضية صادقة لا يمكن إثباتها. حيث إن الصدق والكذب في هذه الحالة لن يعتمد على مقابلة الواقع الموضوعي الملاحظ بالحواس لأن بنية هذا الواقع اتصالية إقليدية وهذا يختلف في الفيزياء الكوانتية التي تعرف من خلال بنية مختلفة للمكان من حيث هو مكان غير إقليدي وغير متصل وبالتالي تكون معايير الصدق والكذب مختلفة.

ويتضح هذا من خلال قول هايزنبرج إن السؤال عما يحدث بين ملاحظتين هو سؤال يمكن فهمه على مستوى الفيزياء الكلاسيكية - من حيث هي إقليدية اتصالية - وهو سؤال بلا معنى - لا يحتمل الصدق ولا الكذب - على مستوى فيزياء الكوانتم[3].

---

(1) انظر:

Einstein, A, Podolsky, Rosen N, can Quantum Mechanical Desertion of Physical Reality be Considered Complete, Physics Reev, 1935, P777.

(2) Clautio Garola, a Semantic Approach to the Completeness Problem in Quantum Mechanchs, P3-5. http://arxiv.org/ps-coche/quant-ph/pdf/0309/0309221.pdf .

(3) انظر فيرنر هيزنبرج، المرجع السابق، صـ 34.

=

وعلى هذا يمكن تعريف الاكتمال في الفيزياء.

تكون النظريـة T في الفيزياء مكتملة بالنسبة للغة (L) الخاصة بها إذا كان بإمكاننا التنبؤ، من خلال القوانين الفيزيائية والعلاقات الداخلية التي تعرف الحالة الفيزيائية، كل الجمل الصادقة في اللغة (L) في الحالة الفيزيائية المعطاة، تبعاً لتعريف الصدق المحدد في النظرية T[1].

إذن فمعنى الاكتمال هنا هو معنى الاكتمال في الأنساق الأكسيوماتيكي بشكل عام مع توضيح أن النسق هنا يحدد معنى الصدق والكذب، ولا يترك الصدق والكذب يعتمدان على المطابقة مع الواقع المحسوس حيث إن هذه النظرية في الصدق تتناسب فقط مع الفيزياء الكلاسيكية.

ج ـ علاقة مفهوم الاكتمال بقضية اتصال وانفصال تاريخ العلوم:

هناك نظريتان لتاريخ تطور العلوم ترجع الأولى إلى الوضعية المنطقية والتي تنظر إلى تاريخ العلوم على أنه عملية إزاحة تدريجية للخرافة والهوى وغير ذلك من معوقات التقدم العلمي، وتتمثل عملية الإزاحة في إضافات متزايدة باطراد وتوليف للمعارف لتندرج كل فئة من المعارف العلمية الجديدة في إطار البحث العلمي الخاص بها وهو ما يسميه توماس كون التطور عن طريق التراكم[2].

ويقدم توماس كون التصور المضاد وهو مفهوم الثورة العلمية على أساس أنه ليس هناك نقلات منطقية بين النماذج الإرشادية - الأنساق المختلفة كل علم - فهي تمثل عوالم منفصلة يعيش فيها الباحثون فثمة انقطاع أو قطيعة بين المفاهيم النظرية المختلفة للعلم[3].

= وقد حاول رايشنباخ فهم هذا السؤال على مستوى فيزياء الكوانتم وتفسيرها من خلال منطق متعدد القيم يأخذ فيه ما يحدث ما بين ملاحظتين القيمة 2/1 بين (i) الصدق و (O) الكذب.

انظر: Rechenbach, Hans, Philosophic Foundation of Quantum Mechanics, P 145.

(1) Claudio Gorola, op, cit, P 5.

(2) توماس كون، بنية الثورات العلمية، سلسلة عالم المعرفة - الكويت، 1992، عدد 168، ت/ شوقي جلال (ص 11 مقدمة المترجم.

(3) المرجع السابق، صـ12 مقدمة المترجم.

ومـن خلال مفهوم الاكتمال نسـتطيع القول بأن العلاقة ليسـت انفصالية تماماً بين النسـق القديم والحديث، فالتطور ثوري لأنه من خلال النسق القديم يبدو النسق الحديث ذو طبيعة مختلفة على مسـتوى اللغة وطريقة النظر للموضوع أيضاً على مستوى معايير الصدق والكذب أي اختلاف سينتاكس وسيمانتك وبالتالي هناك انفصال تام على هذا المستوى، ولكن من خلال النسـق الحديث نرى النسـق القديم حالة جزئية منه وبالتالي هناك نوع من الاتصال على هذا المسـتوى وهذا ما يذهب إليه باشـلار من أنـه ليس هناك أنطلاقاً من المذهـب القديم طريق منطقي للمذهب الجديد ولكن المذهب الجديد يحتوى القديم[1].

ولتوضيح ذلك على مستوى النسق يذهب بيرجورن (Bergeron) إلى أن نسق النسبية السابق يتحول إلى نسـق كلاسـيكي عندما تؤول سرعة الضوء إلى مالا نهاية ونسـق فيزيـاء الكوانتم يصبح نسق كلاسيكي عندما تصبح ($\hbar = 0$).[2]

وهـذا ما يذهب إليه أينشـتين في قولـه: إن التحويلات الكلاسـيكية بالنسـبة لمجموعتين تتحـركان بالنسـبة لبعضهما البعض- هـي حالة خاصة من تحويلات لورنتز - التي أدت لنشـأة النسبية - عندما تكون السرعة النسبية للمجموعتين صغيرة جداً، أي أن الميكانيكا الكلاسيكية لا يمكن أن تظل حقيقية إذا اقتربت سرعة التحرك من سرعة الضوء[3].

(1) Bachlard G, The new Scientific Spirit, T/Arthur, G, Bost, Becon Press, 1984, p 60.

(2) انظر:

.Bergeron, H, from Classical to Quantum Mechanics "how to Translate Physical Ideas into Mathematical Language Journal of Mathematical Physics, 20, Dec, 2000, P3

حيث $\hbar$ مقدار ثابت فإذا أردنا أن نحسب قيمة الطاقة لهزاز حركة توافقية بسيطة تكون هي ω (تردد الهزاز) × $\hbar$ (وهي تمثل مقدار ثابت) × n (وهي تشير لسلسلة الأعداد الطبيعية) وبالتالي تكون ($\omega\hbar$) هي وحدة الطاقة وتكون الطاقـة بعد ذلك هي مضاعفات لها يحددها قمة n أي ليس هناك اتصال في قيمة الطاقة. وتتحول كل قوانين الفيزياء الكوانتية إلى قوانين فيزياء كلاسيكية عند $\hbar$ = صفر.

انظر: أ سكولوف. ابترنوف. ف جوكوفسكي، الميكانيكا الكوانية، ترجمة حسن سلمان، دار مير موسكو، 1988، صـ 8 - 9.

(3) الـبرت اينشـتين، ليو بولـد أنلفد، تطـور علم الطبيعـة، ت/ محمد النادي - عطية عاشـور، المجلس الأعـلى للثقافة، المشروع القومي للترجمة، 2005، صـ 142.

و إذا كانت سرعة الضوء لا نهائية فإن سرعة الأجسـام لا تقترب منها وبذلك يكون النسـق كلاسـيكي في حالة إذا ما كانت هذه السرعة لا نهائية.

ويذهب باشلار إلى أنه ليس هناك تناقض بين الفكر اللانيوتوني والفكر النيوتوني بل بينهما علاقة اشتمال لفكر عام لفكر خاص [1]. ففيزياء نيوتن على هذا المستوى يمكن اعتبارها حالة خاصة من فيزياء أينشتين [2].

فالثورة في العلم والتطور الثوري في النسق يبدأ عندما يصطدم العلم بملاحظة لا يمكن فهم تفسيرها من خلال العلم القديم مثلما فسر ماكس بلانك تجربة الجسم الأسود على أساس أنه لا يمكن فهمها إلا إذا تصورنا الطاقة على أنها كمية متصلة بل على أنها كميات متقطعة، هذا التفسير الذي لا يمكن فهمه على مستوى الفيزياء الكلاسيكية[3].

إذن فآلية التطور هنا تتلخص في أن هناك ظاهرة يؤدي تفسيرها إلى عدم إمكانية استيعاب هذا التفسير على مستوى النسق التقليدي فيتم توسيع هذا النسق ليمكن استيعاب هذا التفسير وهذا التوسع يؤدي إلى تغير ثوري في النسق، ويمكننا أن نعود للنسق القديم بمجرد وضع حدود لا تدخل في النسق هذه الظاهرة مثل المنطق المتعدد القيم الذي يتحول إلى ثنائي القيم بمجرد افتراضنا بأن $m = 2$ و $s = 1$ والهندسة اللاإقليدية التي تتحول إلى إقليدية بمجرد افتراضنا معامل انحناء السطح = صفر[4].

وبذلك فإن عدم اكتمال النسق لتفسير الظاهرة يؤدي إلى توسيعه بحيث يمكن اعتبار النسق القديم حالة جزئية في حدود معينة.

❑❑❑

نتحدث هنا عن الحداثة بمعناها الواسع وهو تحول الفلسفة الغربية سواء في عصور النهضة أو عصور التنوير إلى نقض تراثها وتقديم مفهوم للعقلانية من أهم ملامحه الشمولية واليقين، الشمولية بمعنى قدرتها على تفسير كل ما هو معطى واليقين بمعنى قدرتها المطلقة على تحديد الصدق والصواب والمرغوب و تستبعد من خلال هذه القيم الكذب والخطأ وغير المرغوب.

---

(1) انظر: Bachlard, op, cit, P 44.

(2) Ibid, p 45.

(3) انظر فيرنر هيزنبرج، الفيزياء والفلسفة صـ 22.

(4) انظر كارناب رودلف، الأسس الفلسفية للفيزياء ترجمة السيد نفادي (دكتور) دار الثقافة، القاهرة، 1990.

وقد نشــأن الطبيعة المطلقة لليقين في المفاهيم الحداثية من خلال تأسـيس الأنسـاق العلمية الكـبرى مـن خلال مبـدأ موضوعية العـالم الخارجي واكتسـاب يقينها من خلال هـذا المبدأ وتأسـيس الأنساق الفلسـفية الكبرى اعتماداً على تناسـقها وعدم تناقضها وستقوم الاتجاهات ما بعد الحداثية سـواء في فلسـفة العلوم أو في الفلسـفة بعامة على تفنيد هذين الأساسين الذين يعطيان الأنساق الكبرى في الحداثة طبيعهما المطلق.

أ- فكـرة الموضوعيـة في العلم والتحول مـن الحداثة إلى ما بعد الحداثـة والتحول من القيم المطلقة إلى القيم النسبية:

إذا كانت الحداثة تقوم على محاولة تاسـيس نسق عقلي يتصف بالشمولية واليقين فاننا يمكنا تتبعها منذ فجر الفلسفة اليونانية

فالشـمولية تعود إلى نشأة الفلسـفه ذاتها ففي أول تأريخ للفلسفة ذلك الذي وضعه أرسطو في أول مقالات كتاب الميتافزيقا اراد أرسـطو تتبع الفلاسـفة السابقين عليه والذي اعتبر نفسه امتـداد لهـم فجعل معيار هذا التتبع هو السـؤال من الذي اسـتطاع أن يقدم مبـدأ او مجموعة مبادىء تسطيع أن تفسر الوجود ككل ولذا بدأ بطاليس الذي يقول أن الماء اصل الاشياء جميعا وهنـا ينبغـي أن نفهم هذه العبـارة كما يقول نيتشـه و اميل بريهه على انهـا تتجاوز الملاحظة البيولوجية إلى المقولة الفلسفية الكل هي واحد.

ولم يكـن أرسـطو يهتم بمـا هو هـذا المبداء بقـدر اهتمامه بكـون هذا المبـدىء له صفة الشمولية أم لا هل يفسر كل ما هو معطي أم لا،لذلك ناقش في هذه السلسة هيرقليطس بالرغم أن هيرقليطـس يقـدم مبدأ مختلف تماما عن مبدأ أرسـطو فهرقليطس يجعـل التناقض هو المبدأ الذي يفسر الوجود، ولكنه يجعله مبدأ شـامل فيقول ليس هناك سـوي الصيرورة، لا تنخدعوا انـه لتأثير نظركم القـاصر او كل شيء يحمل نقيضه في دائما وفي كل الاوقات. فما يهم أرسـطو هو شـمولية المبدأ لا مضمونه. واسـتمر هذا الوضع مع أرسطو الذي رد الوجود إلى مجموعة من المباديء

هـي وحدهـا التي يمكن أن تفسره واسـتمر هذا الوضع الشـمولي الاسـتبعادي السـلطوي مع الفلسـفه الحديثة. فالجوهـر الاوحد الذي يمثل الله او الطبيعة عند اسـبينوزا يسـتبعد كل

الجواهـر الأخرى والجـدل الصاعد عنده الذي يبحث عن المبـاديء الميتافزيقا الاولى والجدل الهابط الذي يسـتنبط من هذه المبادىء كل حكم ممكن، وهنا يشـير إلى فكرة التماسـك فتعد الفكرة حقيقية عندما تكون متوافقة والأفكار اليقبنيه الرئسيه.ولا تعد تلك الشمولية خاصية لقيمة الصدق فقط ولكنها تتجاوزها لبقية القيم فلقد أسـس اسـبينوزا فلسفة في الأخلاق على نمـط المنهج الاسـتنباطي الاقليدي، وذلك من خلال تقديم اسـبينوزا لمجموعـة من البديهيات الأوليـة التي تسـتنبط منها الأفـكار الأخلاقية كما هو الحال في النسـق الهندسي ،بحيث تنتج هـذه الأفكار بالضرورة مـن تلك البديهات وبذلـك تكون يكون صدق الأفـكار الأخلاقية يماثل صدق الأفكار الرياضية،وبذلك تكون هذه الأفكار شـمولية ويقينة اذ انها مشـتقة من البديهات الأولى للوجود.

وكذلك إذا نظرنا إلى القيم الأخلاقية عند كانط سـنجد انها قيم مطلقة ولا يعد الفعل خيرا إلا إذا اتبع هذه القيم المطلقة طبقا لطبيعتها المطلقة وهذا ما عبر عنه كانط بقوله من أن الفعل يكـون أخلاقيا عندما يـأتي طبقا لمبدأ الواجب وليس مطابقا لمبـدأ الواجب أي أن قيمة الفعل تكمـن في الدافع اليه إلا وهو الواجب ولا تكمـن قميته في النتائج المترتبة عليه والتي قد تتفق مع الواجب عرضا.

وليبنتـز حـاول رد جميع الأفكار الانسـانية إلى قلـة من الأفكار كأوليـات، وقد حدد مبدأ التناقض ومبدأالسـبب الكافي لتمثل هذه الأفكار الأولية.وكان لطابع الشمولية لمفهوم الحقيقة او الصدق او المنظومة التي تفسر الوجود تأثيرات مختلفة عن التأثير السابق على بقية القيم فقد بلغت قيمة الصدق - من حيث أنها تعبر عن تطابق الفكر مع الواقع - حداً من الشمولية بحيث تستبعد من خلالها بقية القيم كما هو الحال مع الوضعيين المناطقة كما سنوضح بالتفصيل.

وكانـت أول المعـاول التي ضربـت هذه الشـمولية هي تغير طبيعة فكرة نسـق الهندسـة الإقليدية ذلك النسق الذي استندت إليه هذه الانساق الشمولية إما صراحة أو ضمناً.

وهذا من خلال الانتقال من النسـق الاسـتنباطي إلى النسق الأكسـيوماتيكي أي من النسق الـذي تعـد أولياته بديهات لا يمكـن تغييرها أو دحضاها - فهي لا تـدرك إلا بالحدس وإما عن طريق الموضوعية الخارجية- إلى النسق الأكسيوماتيكي الذي تعد أولياته افتراضية واختيارية.

ويلخص روسير معنى النسق الأكسيوماتيكي بقوله كما هو اختيار مجموعة من القضايا بوصفها مقبوله وإنطلاقاً من هذه القضايا ومن خلال مجموعة منالقواعد المحدده نصل إلى مجموعة أخرى من القضايا مقبولة أيضاً - النظريات (Theorems)[1]. أذن فنحن ننقل صفة ما أعطيتها لمجموعة من القضايا إلى مجموعة أخرى من القضايا وذلك من خلال قواعد محددة سواء كانت هذه الصفة كونها مقبولة أو صادقة وهذه القضايا الأولية التي ننطلق منها ليس لها أي خاصية مميزه تجعلها كذلك فهي ليست بدهية ولست واضحة حدسياً، أنها محض قضايا اختيارية. وهنا يؤكد كارناب على أن كلمة مسلمة (Axiom) والتي علىأساستها يتم تسميه النسق - لا تفهم من خلال المعنى القديم للكلمة والذي كان يشير إلى القضايا البديهية (self - evident) أي القضية الواضحة حدسياً والتي لا تحتاج إلى برهان، فأي قضية يمكن اختيارها كمسلمة[2].

وهنا يرى بلانشيه أن الفرق الرئيس بين النسق الأستنباطي والنسق الأكسيوماتيكي هو أن النسق الأستنباطي تكون القضايا الابتدائية فيه بدهية حدسية، بنماالنسق الأكسيوماتيكي هو الذي لا تتصف قضاياه الابتدائية بأيه صفة ذاتية فيها تميزها[3].

وفي هذا الصدد يتحدث كارناب بشكل مباشر عن علاقة النسق بالشمولية وذلك التحليل الذي يمكننا توسيع مداه ليشمل فكرة شمولية القيم بعامة فيفرق كارناب بين نوعين من الأسئلة السؤال الداخلي والسؤال الخارجي السؤال الداخلي مثل قولنا في نسق الرياضيات يختص بالأعداد عما هو أكبر عدد طبيعي وسؤال خارجي مثل قولنا هل توجد أعداد في الحقيقة وهنا يرى كارناب أن هناك العديد من الأطر المعرفية تحتوي على نوعيات مختلفة من الكائنات بعضها يكون مفيداً لبعض الأغراض وبعضها يكون مفيداً للأغراض الأخرى والأسئلة

(1) J. Barkley Russer, a twell R. Turquelte. Many valued logics, North Holland Publishing company of amsterdam P (27).

(2) Cornap, op. cit, P171.

(3) انظر: روبير بلانشيه، الأبتمولدجيا، ت / حسن عبد الصمد.

وتتمثل رؤية القضايا الابتدائية بوصفها بدهية عند أرسطو على المستوى الأنطولوجي باعتباره قانون عدم التناقض هو المسلمة الأولى لأنه لا يحتاج إلى برهان نظراً لوضوحه الحدسي أنظر Arisbotel, melaphises وعلى مستوى المنطق فأنالشكل الأول للقياس هو أكمل الأشكال نظراً لوضوح الحدث وبالتالي فأنجميع الأشكال الأخرى ترد إليه أنظر

الخارجيـة لهذا المعـنى تكون خارجة عـن الإطار المعـرفي وبالتالي تفترض وجـود الموضوعية الخارجية المستقلة عن الأطر المعرفية السؤال يمكن الإجابة عليه من داخل الأطر المعرفية فإذا سـألنا ما هي طبيعة المكان هل هو إقليدي أم غير إقليدي لكانت هناك إجابات متعددة بتعدد الأطر المعرفية المرجعية فالفيزياء التقليدية النيوتينية ستقول: بأن المكان إقليدي ثلاثي الأبعاد وفيزياء الكوانتم أو نظرية النسـبية سـتقول كليهما على حسـب أطرهما المعرفية بأن المكان غـير إقليـدي أما السـؤال بعامة وما هي طبيعة المـكان الخارجي أو هل يوجـد مكان خارجي ومـا هي طبيعته هذه أسـئلة خارجية عـن الأطر المعرفية وتبدوا أسـئلة لا يمكن الإجابة عليها وبالتالي فإن المعرفة تعتمد على الإطار المعرفي الذي ينشـئه الإنسـان وتكتسب يقينها فقط من خلال الاتسـاق مع المقدمات الفرضية وهي المسـلمات ولا يمكن تأييدها من خلال موضوعية خارجية فهذه الموضوعية الخارجية تعني بالنسبة لفلسفة كارناب سؤال خارج النسق أو خارج الإطار المعرفي وبالتالي لا يمكن الإجابة عليه[1]. ويوضح كارناب ذلك بالقول أن السـؤال عن ماذا يحدث بين ملاحظتين؟ هو سـؤال لا يمكن سـؤاله في فزياء الكوانتم لانه سؤال صيغ بلغة الفزيـاء النيوتنيه فلا يمكن أن يطرح داخل الاطار المعرفي للفزياء الكوانتيه. وبذلك تشـكل كل فزياء منهما اطار معرفي لغوي بمعني انها تشـكل نسـق معرفي اكسيوماتيكي يشكل الواقع الذي يصفه بناء على نوع هندسة المكان التي يتبناها

وتنطلق من هذه الرؤية لكارناب العديد من الاتجاهات اللا واقعية التي ترفض الإجابة عن مثل هذه الأسئلة الخارجية

وفلسـفة كانت التـي لم تكن إلا محاولة وضع فلسـفة تبرر كل الانسـاق العلمية المنطقية القائمـة، فالمنطـق الارسـطي هو المنطـق المكتمل والذي لا يمكـن اضافة شيء اليه والهندسـة الاقليدية التي يبررها حدس المكان وبالتالي هي الهندسة الوحيدة الممكنة.

وما كان كتاب نقد العقل الخالص إلا محاولة لتبرير حتمية فزياء نيوتن امام تحليلات هيوم للسـببية وذلك بجعل مقولاتها عقلية قبلية وهي الوحيدة التي يمكن لها تفسـير الواقع، وكذلك هيجـل عندما جعل مـن جدله المفسر الوحيـد الممكن للتاريـخ وبالتالي نهايتـه الحتمية دينيا

(1) Cornap, 20-40. Reprinted as an appendix to Meaning and Necessity: A Study in Semantics and Modal Logic. University of Chicago Press.

بالمسـيحية وسياسـيا بالدولة الالمانية وكذلك ماركس الذي جعل جدلـه المادي المفسر الوحيد للتاريخ وبالتالي حتمية النهايه بالمجتمع الشيوعي.

إذن فالفلسـفة الغربية منذ نشأتها تعتمد على شـمولية مجموعة مباديء في تفسير كل ما هو معطي وبالتالي تعتمد في الأساس على سلطة مجموعة من المبادىء تستبعد كل ماسواها.

وقـد انتقلت هذه الفكرة إلى الانسـاق العلمية والمنطقية وذلك مـن خلال معني محدد وهو مفهوم الاكتمال في هذه الانسـاق هذا المفهوم الذي يجعل للرؤية العلمية سـلطة تسـتبعد كل التفسيرات الأخرى الممكنة.

ولكن أية قوة تقف خلف هذه الشمولية وتعطيها هذه القوة الاستبعادية السلطوية. إنها قوة الموضوعية بمعناها البسـيط فهي تعني احتكام النسق إلى معيار خارجي موجود بشكل مستقل عن الذوات العارفة وكذلك بشكل مطرد وثابت وبالتالي هناك نسق وحيد صادق يمارس سلطته ويسـتبعد كل الأنسـاق والتفسـيرات الأخرى وهو النسـق الذي يعتمد على هـذه الموضوعية كمرجعية دلالاية له.

وبالتـالي فـإن تجـاوز مفهـوم الموضوعية بالمعني السـابق لابـد أن يؤدي إلى اهتـزاز فكرة الشـمولية أو الاكتمال، وبالتالي تلاشي العلاقة الاستبعادية للنسـق وسلطته. تلك العلاقة التي يمارسها العلم مع التفسيرات الأخرى.

وتبدو الموضوعية للوهلة الأولى وأيضاً من حيث الطريقة التي ناقشها بها فلاسفة العلم مثل بشـلار وكوهن وفيرابند حيث ناقشوا بشـكل أساسي الموضوعية الموجودة في علم الطبيعة على أساس صورية المنطق والرياضة والهندسة، ولكننا سندرس الموضوعية هنا من جذور الفكرة في المنطق وتعني هنا الشق السيمانطيقي للمنطق.

وهنا نعود بالموضوعية إلى جذورها الفلسـفية وهنا سـوف نعود إلى قسـمة أساسـية قدمها كلاً من نيتشـه وهيدجر للفلسـفة اليونانية قبل سقراط وبعد سقراط وذلك عندما قسم نيتشه العقلية اليونانية إلى روح الإله ديونسيوس وروح الإله أبولو في مرحلة الإله ديونسيوس ما قبل سـقراط هو إله الغريزة والفوضى والغمـوض والإله ابوللو (المرحلة البعد سـقراطية) هو إله العقل والنظام والوضوح والإتزان.

ووجـد هيرجر أن السـؤال ما الوجود هو سـؤال قد نسي بعد سـقراط لكـن كانت هناك محاولات لوضعه قبل سقراط.

وهنا صاغ أرسطو - وذلك من خلال بللورته للفكر الأفلاطوني والسقراطي- معنى للوجود يجعلـه في علاقة مرآويـة مع الفكر، والوجود هـو علاقة حمل فإن يكون الـشيء موجود هو أن يكـون كذا وكذا على حسـب ما تحمـل الصفات على جوهر، وهذه الصـورة للوجود تجعل الحديـث عـن اللاوجود ممكن بوصفها انتفـاء صفة عن جوهر، وبالتـالي الحديث عن الصدق والكذب على مستوى الفكر ممكناً وبالتالي ارتبطت عملية المعرفة ذاتها بالنظرية الأفلاطونية.

أي أن الفكـر مرتبط بالموضوعيـة الخارجية فتقيم الفكر غير ممكن إلا من خلال المعيارية الأنطلوجيـة، والتـي وضعت نظريتها ذاتها لتكون معيارية للفكـر في الوقت الذي تعامل فيه معها على أنها معطاة بشكل بسيط.

وهـذا ما أدى إلى سـيطرة ثنائية القيـم على المنطق فكما أن الشيء إمـا أن يكون موجود أو غـير موجود فإن الفكرة لابد وأن تكون صادقة أو كاذبة وتنهار هذه الموضوعيةعندما يواجه المنطق الرغبة في التعريف السيمانطيقي لعدد من العمليات المنطقية مثل الاستحالة والإمكانية، وكذلك الحاجات لضرورية الذكاء الصناعي، وهنا كان من توسـيع نسـق الدلالة السـيمانتك أي إلى تعـدد القيـم وهذا ما قام به لوكاشـتفتش متجاوز الثنائيـة الأنطولوجية وبالتخلص من هذه الرؤية الموضوعية الأنطلوجية المعطاة بشـكل أولي وتوسع المنطق الثنائي القيم إلى متعدد وأصبـح هو ذاته حالـة جزئية من المنطق المتعدد في نفس الوقت انتهـت الموضوعية التقليدية كقوة دافعة لشمولية وسلطة النسق الثنائي.

وتجلـت الموضوعية كذلـك في مفهوم المكان، فالمكان الإقليدي هـو المكان الذي جرده العقل من الواقع الملاحظ والمتصور فليس هناك سـوى المكان المسـتوى الثلاثي الأبعاد وقد لخـص كانت هذه النظرية بقوله أن الهندسـة الإقليدية هي الهندسـة الوحيدة الممكنة لأن الحـدس لا يمكن أن يتخيل المكان إلا بوصفه ثلاثي الأبعاد، ولكن مناقشـة مسـلمة التوازي جعلتنـا نرفـض فكرة وجود هندسـة وحيدة ممكنـة، فبأمكننا تصور واقـع مختلف وباتالي تقديم هندسات مختلفة.

أي نرفض تصورنا للمكان بوصفه ثلاثي الأبعاد ومستو أو هكذا هو معطى بشكل أولي، فعندما جعلت الهندسة أنحناء السطح متغير تكون فيه الهندسة الإقليدية حالة جزئية فيها معامل إنحناء السطح يساوي صفر.

ومن خلال ثنائية الصدق والكذب وثلاثية الأبعاد تشكلت موضوعية الفزياء وطبيعة الملاحظة في الفيزياء الكلاسيكية النيوتنوية وطبيعتها الحتمية فالمكان والزمان يوجدان في الخارج بمنأى عن الذات العارفة - حيث تتموضع الأشياء وعلاقتنا بالواقع الخارجي هي علاقة التناظر واحد لواحد أو العلاقة المرآوية مع الواقع. فنحن نلاحظ الواقع كما هو في الفلسفة المادية والعقل صفحة بيضاء أو هو يتجلى لنا بصورة واحدة وذلك من خلال الأوليات القبلية عند كانط.

والفيزياء كانت المعقل الأساسي للموضوعية التقليدية، فالملاحظة والتجربة يعنيان الاتصال المباشر بالواقع واستقراءه، فالواقع هو الذي يؤيد أو يفند النظرية. الواقع الموضوعي الثلاثي الأبعاد الثنائي القيم

فأتت الفيزياء النسبية والكوانتم لترسم واقع جديد وموضوعية جديدة فالمكان في النظرية النسبية غير إقليدي وكذلك فإن فزياء الكوانتم تتجاوز فكرة اتصال المكان وبالتالي الثنائية الأنطولوجية فوجدت في المنطق المتعدد القيم غايتها. فقد خالفت الموضوعية التقليدية وذلك بأن لا الزمان ولا المكان متصلين، فالأجسام تحت الذرية تسير فقفزات كمية، وهنا تحول المكان إلى سلسلة عددية، ومن هنا خالف البداهة من الشئ إذا انتقل من نقطة إلى فأنه يتخذ مسار محدد زمنياً ومكانياً، والسؤال عن هذا المسار هو سؤال غير ذي معنى في الفزياء الكوانتم وهو سؤال يعود إلى الفزياء الكلاسيكية.

ومعنى ذلك أن الفزياء الحديثة قد ولدت واقع جديد والموضوعية التقليدية قد انهارت.

ولكن ما الذي تعنيه بانهيار الموضوعية، إذا كانت الموضوعية تعني أن هناك واقع ما خارجي ومطرد وثابت معطى للذات، فهو متاح لكل ملاحظ بنفس الكيفية، والصدق هو تطابق مقولة أو استنتاج نظري مع هذا الواقع المعطى فالموضوعية بهذا المعنى ليس لها وجود في الفزياء المعاصرة.

وذلك لأن الواقع وملاحظته تتغير بمرجعية النسق. فالمكان سيبدو إقليدي في الملاحظة ولكن الأشياء تنحرف، الضوء ينحرف والأجسام تنجذب إلى بعضها البعض.

وفي النظرية النسبية ستبدو الأجرام تسقط سقوطاً حراً والضوء لا ينحرف عند الكتل ولكن المكان ذاته ينحرف فهو غير إقليدي. فالصدق والكذب يعتمد على المطابقة مع الواقع الذي ينشا من خلال المرجعية النسقية لفهم الواقع.

فالضوء ينحرف عبارة صادقة أذا فهمنا المكان بوصفه إقليدي وكاذبة إذا كان المكان غير إقليدي فاولويات نسقي هي التي تحدد موضوعية العالم الخارجي فكما يقول جاستون باشلار بأن العلم قد تحول من السؤال لماذا (والذي يشير إلى واقع واحد معطى للذات) إلى لماذا لا بمعنى لماذ ألا يكون الواقع هكذا أو هكذا.

وبأنهيار الموضوعية التقلدية لم يعد للنسق العلمي شموليته المتمثلة في الاكتمال بل أصبحنا أمام أمكانية ظهور أية قضية جديدة تغير الواقع أمام أنساق مفتوحة ليس لها هذه القدرة الاستبعادية ليس لها هذه السلطة، التي ترمي بها أي تغييرات أخرى للظواهر خارج نطاق العقل. هذا الاستبعاد الذي كان يقوم على قانون الثالث المرفوع والذي كان يقوم على أساس نظرية أنطلوجية للموضوعية. فأما الشيء موجود أو غير موجود فإذا كان النسق العلمي صادق فكل ما سواه كاذب.

ولنا هنا التعليقات التالية:

1- بفقدان العلم سلطة الاستبعادية السابقة وذلك بأنهيار الموضوعية التقليدية، فرصة لإعادة التصالح مع العلم، فالعلم قدم لنا بوصفه آخر قدم لنا من خلال قوته الاستبعادية السلطوية قبل أن يقدم لنا بمضمونه، فولد حالة من الصراع المستتر أحياناً والظاهر أحياناً مع العلم فما صراع العلم مع الأنساق الاجتماعية والدينية إلا نتيجة صراع شمولي نسقي هذه الشمولية التي حولت علاقة التوازي في التفسير إلى علاقة صراع إما .... أو.

2- ثانياً: ولدت التطورات الحديثة في العلم روحاً جديدة في الفلسفة المعاصرة، فغياب المفهوم التقليدي للموضوعية وغياب الأكتمال في كل الأنساق قد أدى إلى اتجاه فلسفي عام حول غياب المرجعية الأخيرة التي يشير إليها الفكر.

فهناك دائرية التفسـير عند اتجاه ما بعد الحداثة، والذي بدأ من نيتشيه ومن ثم فوكو الذي يقول بأن التفسير يفسر ذاته إلى مالا نهاية، وأن موت التفسير هو الاعتقاد بوجود دلالات وبأن هذه الدلالات موجودة أولاً وأصلاً كواقع وأشارات متجانسة وسديد ومنظمة.

وكذلـك اتجاه رورتي لتغيير معنى الصدق، ويرده إلى معنى التماسـك الاجتماعي أو الانفاق بين الذوات وليس إلى الوجود الموضوعي الثابت.

وهنا نعني بشـكل خاص التخلص من أي سـلطة تعطي معنى واحد وفريد للأشـياء وأنهيار فكرة الشمولية بهذه الطريقة.

أي أن الفلسـفة الغربية دائماً تعاود اختبار أسسـها التي كانت تفرض سـلطتها على العقل، بحيث تتفادي دائماً أي قيود سلطوية على العقل الطموح دائماً للارتماء في ظلمات الأفق.

ooo

تعليق ومناقشة

تناولنا في هذا الفصل علاقة مبدأ الاكتمال كمبدأ للنسق الأكسيوماتيكي لأنواع المعرفة التي يمكن صياغتها من خلال ذلك النسق مثل المعرفة الرياضية والمعرفة الفيزيائية.

وهنا يقدم جودل نسق أكسيوماتيكي للأعداد من خلال منطق المحمول من الدرجة الأولى وذلك باستخدام بعض مسلمات ونظريات منطق برنكبيا ماتيماتيكيا بالإضافة إلى ثلاث من مسلمات بيانو للعدد بعد صياغتها صياغة صورية من خلال تقديم علاقة جديدة هي علاقة (f) ويقوم الإثبات على تحويل كل الصيغ إلى أرقام بحيث إن كل رقم في سلسلة الأعداد الطبيعية يشير إلى صيغة محددة وبالتالي تكون كل النظريات والمسلمات والإثباتات -بوصفها مجموعة من الصيغ- هي مجرد أرقام في سلسلة الأعداد، ويتحول كل الخصائص السينتاكس المابعد نسقية مثل القابلية للإثبات إلى خصائص للأعداد. أي تتحول العلاقة بين الصيغة وخصائص اللغة المابعد نسقية إلى علاقة بين عدد وخاصية للعدد فيمكن التعبير على العلاقة التالية الصيغة (x) قابلة للإثبات بالقول الرقم (x) لها الخاصية Bew، وهذا على مستوى النسق يتماثل مع قولنا على سبيل المثال الرقم 3 رقم أولي. وبهذه الطريقة نستطيع الحديث عن مفاهيم ما بعد نسقية داخل النسق بوصفها خصائص للأعداد التي تشير إلى الصيغ وهنا يضع جودل العبارة التي تمثل عدم الاكتمال وهي عبارة تقول أن الرقم (x) ليس هناك عدد يمثل إثبات له.

ولكن الرقم (x) هو ذاته الرقم الذي يدل على الصيغة ككل التي تقول إن الرقم (x) ليس له إثبات وبذلك فإن العبارة تقول عن نفسها أنها غير مثبتة وهذه ا لعبارة لا يمكن إثباتها أو إثبات نفيها وإلا كان النسق غير متسق سواء بالمعنى العادي للأتساق أو بالمعنى الأكثر صرامة (أوميجا - متسق).

وبناءً على هذا الإثبات فإن جودل يقدم إثباتاً آخر حيث إن النسق لا يمكن إثبات اتساقه على مستوى النسق ذاته بل على مستوى نسق أعلى.

1- وهنا يدخل جودل الحدس داخل نسق الأعداد ويعيد الرياضيات إلى اتجاه المدرسة الحدسية حيث إن رفض الثالث المرفوع على مستوى المجموعات اللانهائية عند الحدسين يمثل رفض الاكتمال للنسق الصوري لسلسلة الأعداد اللانهائية.

2- شكل مفهوم اللانهاية جزءاً ضرورياً من تكوين القضية التي تثبت عدم اكتمال النسق بالإضافة للشكل النهائي للقضية والذي يمثل مفارقة الكذاب.

3- هذا الاتجاه الحدسي يجعلنا نؤكد وجود علاقة بين المعرفة الرياضية والمعرفة الطبيعية من حيث إن الظاهرة الطبيعية تقوم على قابلية لا نهائية للملاحظة وبالتالي إمكانية رصد ظاهرة لا يمكن البت فيها من خلال القانون أو النسق، والقضية الرياضية تطبق على سلسلة لا نهائية للأعداد وبالتالي فهناك إمكانية ظهور صيغة عن عدد لا يمكن البت فيه من خلال القانون أو النسق.

4- عدم الاكتمال السابق يحول الاكتمال من صفة كيفية تعود إلى شمولية المبادئ الأنطلوجية إلى صفة كمية بمعنى أن التطور اللاحق لجودل تحدث عن الاكتمال بوصفه درجة بين الاكتمال وعدم الاكتمال للنسق وبالتالي يتخلص من علاقة النسق الأكسيوماتيكي بأي نظرية أنطلوجية.

أما على مستوى الفيزياء وعلاقاتها بالنسق الأكسيوماتيكي ومفهوم الاكتمال فلقد تلخص ما ناقشناه في النتائج التالية:

1- كل نسق أكسيوماتيكي في الفيزياء يستند إلى نظرة للمكان بحيث يعبر عن القيم الملاحظة بمتجهات في هذا النسق المكاني وتصبح العلاقات بين هذه القيم هي علاقات بين متجهات. فسواء في الفيزياء الكلاسيكية أو فيزياء الكوانتم أو النظرية النسبية يعبر عنها نسقياً من خلال نظرية في المكان، فالهندسة الإقليدية نموذج تفسيري للفيزياء الكلاسيكية، وفيزياء الكوانتم يمثلها مكان - هيلبرت أو التطورات اللاحقة لوصف النسق المكاني المناسب لها، والنسبية يمثلها نسق ريمان الهندسي للمكان.

2- كل حديث عن اكتمال أو عدم اكتمال هذه الأنساق ينبغي أن يكون على أساس طبيعة السيمانتك الذي تقدمه هذه الأنساق. والخطأ في تحديد عدم الاكتمال يعود إلى افتراضنا بأن السيمانتك الخاص بالفيزياء الكلاسيكية وهو الذي يعتمد على الاتصال المباشر مع الواقع "الموضوعية بمعناها التقليدي" وبالتالي هو السيمانتك الأساسي لكل الأنساق. ولكن بما أن هذه الأنساق الجديدة تقدم تصور مختلف للمكان فهي تقدم سيمانتك

جديـد وبالتـالي يعبر عن مفهـوم الاكتمال مـن خلال علاقـة هذا السـيمانتك الجديد بالنظرية السـينتاكس فـلا يمكن أن نتحدث على عدم اكتمال ما بين القابلية للأشـتقاق مـن نظرية فيزيـاء الكوانتم وظاهرة مفهومة على أسـاس أن المـكان متصل و إقليدي. ولكـن عـدم الاكتمال يكون مـن خلال ظاهرة مفهومة على أسـاس نظريـة في المكان تمثل السـيمانتك للكوانتم وفي نفس الوقت تكون هذه الظاهرة غير قابلة للأشـتقاق من النظرية السينتاكس للكوانتم.

أي أن مفهوم الصدق عند تارسـكي من حيث هو تطابق مع الواقع ومن حيث أن هذا الواقع إقليدي لا يصلح إلا على مستوى نسق الفيزياء الكلاسيكية، ولكن إذا فهمناها بالمعنى الواسـع للواقع من حيث إنـه يمثل طبيعة المكان الـذي تقدمه كل نظرية على حدة وفي تلك الحالة يمكن لمفهوم الصدق السابق أن يمثل الطبيعة السيمانتكية الملائمة للنظرية

3- التطور في الأنسـاق الفيزيائيـة يكون من خلال عدم اكتمال بـين ظاهرة ما والنظرية السـينتاكس مثل تجربة الجسـم الأسـود، وعدم الاكتمال يؤدي إلى تطور ثوري للنسق يغـير معـه نظرته للواقع. ويتضح هذا الرأي إذا رأينا أن كل الأنسـاق القديمة هي حالة خاصة من الأنساق الحديثة مثل علاقة نسق نيوتن بنظرية الكوانتم.

ويتضح مفهوم الثورة إذا نظرنا بشـكل عكـسي أي حاولنا فهم الكوانتم من خلال نظرية نيوتن.

خاتمة

نستطيع الآن في خاتمة بحثنا أن نحدد أهم ما أسفرت عنه الدراسة من نتائج نلخصها على النحو التالي:

أولاً: حاولنا تقديم تعريف للاكتمال وأنواعه من خلال التطور التاريخي للنسق الأكسيوماتيكي عند المدرسة الصورية فكان هناك علاقة متبادلة بين تحديد معالم اللغة المابعد نسقية والصياغة الصحيحة لمبدأ الاكتمال كمبدأ للنسق. حيث ظهر واضحاً أن مبدأ الاكتمال لا يمكن صياغته بشكل صحيح إلا من خلال اللغة المابعد نسقية، ولم تظهر أهمية وجود مثل هذه اللغة إلا من خلال تاريخ تطور مبدأ الاكتمال. حيث إن الاكتمال قد ظهر بدايةً في الأنساق الصورية كمسلمة داخل النسق، إلا أن الصياغة الصحيحة اقتضت أن يكون مصاغاً على مستوى أعلى من لغة النسق نفسه، إذ أن الاكتمال هو علاقة بين الصدق والقابلية للإثبات بمعني أن كل ما هو صادق هو قابل للإثبات من خلال المسلمات فقد انقسمت اللغة المابعد نسقية إلى سينتاكس يتحدث عن القابلية للإثبات وسيمانتك يتحدث عن مفهوم الصدق وأصبح الاكتمال بالإضافة إلى الاتساق يشكلان العلاقة بين السينتاكس والسيمانتك.

وتعددت أنواع الاكتمال أيضاً بناءً على هذين الفرعين للغة المابعد نسقية، فهناك اكتمال خاص بالسينتاكس فقط، وهناك اكتمال خاص بالسيمانتك فقط بالإضافة إلى النوع الأساسي الذي يعتمد على العلاقة بين السينتاكس والسيمانتك. فظهور اللغة المابعد نسقية وتحديد معالمها كان ذا علاقة بظهور مفهوم الاكتمال.

ثانياً: يعود الاكتمال كمبدأ للنسق الأكسيوماتيكي إلى رؤية فلسفية سابقة على نشأته بقرون وتعود إلى نشأة الفلسفة نفسها. ونعني هنا فكرة الشمولية وهي الفكرة التي تتبع أرسطو على أساسها الفلسفة قبله بناءً على بداية ظهور هذه الفكرة كخاصية للمبادئ الأولى.

وتكـون هذه الشـمولية من خلال رد الوجود إلى مبدأ أو مجموعـة مبادئ هي ذاتها مجموعة المبـادئ التي يفهم بها العقل الوجود، أي أن هـذه المبادئ الأولى هي مبادئ للوجود والعقل معاً وبالتالي فلا بد أن تكون شاملة التعبير لكل ما هو معطى فهي ليست اختيارية للعقل بمعنى أنها نماذج للعقل يحاول أن يسـتوعب من خلالها الوجود وبالتالي يكتشف العقل قصورها ويغيرها في محاولـة لفهم الوجود بشـكل أوضح. فهوية الذات والموضوع جعلت الشـمولية مطلقة وقد اسـتمر هذا الوضع للمبادئ حتى مع الفلسـفة الأوربية الحديثة. وأتت انساق المعرفة المنطقية والعلمية والرياضية لترث أولياتها هذه الخصائص للمبادئ الفلسفية.

فالنسـق الاستنباطي كانت لبديهياته نفس هذه الخصائص، فهي ليست اختيارية للعقل بل هي مبادئ أساسـية ليس على العقل سـوى اكتشـافها مثل نظرة نيوتن للمكان والزمان أو نظرة الهندسـة الإقليدية لطبيعة المكان، وبالتالي كان السؤال حول قصور شمولها غير مطروح أي السؤال نسقياً حول اكتمالها.

وتطور النسق إلى المفهوم الأكسيوماتيكي وتخلصت أوليات النسق من كونها أساسية وسابقة للعقل وأصبحت اختيارية ولكنها لم تتخلص من شـموليتها. فأصبح من المهام الأساسـية لهذه الأنساق هو البحث عن شمولية هذه المبادئ، ويعني ذلك نسقياً محاولة إثبات اكتمال النسق.

وبذلك أصبح التسـاؤل حول الاكتمال في الأنسـاق الأكسـيوماتيكية هو كيف يمكن أن نثبت اكتمال هذه الأنسـاق؟ بينما ينبغي أن يكون السـؤال هل ينبغي أن تكون هذه الأنساق مكتملـة بالفعل؟ فينبغي التسـاؤل حول مدى جدوى كون الاكتمال شرطاً للأنسـاق المعرفية إذا كانت هذه الأنسـاق محاولة لفهم الطبيعة قابلة دائماً للتجاوز في محاولة لفهم أكثر لموضوع المعرفة في حوار لا نهائي بين العقل والظاهرة موضوع المعرفة.

وممـا هو جديـر بالملاحظة أن هذه الشـمولية قد تعرضت لصدمة كبرى حتى في الفلسـفة اليونانية ذاتها هذه الصدمة التي لم يتم الوعي بها بوصفها تمثل إمكانية لتجاوز مفهوم الشمولية في تاريخ الفلسفة.

فقد افترض فيثاغورث أن العدد هو مبدأ الوجود وبالتالي هو مبدأ العقل في فهم الوجود ولـه شـمولية بناءً على ذلك، ولكن زينـون الأيلي أثبت أن الحركة لا يمكـن إثباتها إذا كان

العـدد هو مبدأ الوجـود والعقل، وفيثاغورث قـد اصطدم بالأعداد الصـماء كنتيجة لهذا الغرض ذاته.

ونتيجة لذلك لا يمكن لهذا المبدأ أن يكون شـاملاً، فهو لا يفسر كل ما هو معطى ويمكننا تجاوزاً من خلال لغة المنطق الحديث أن نعبر عن هذه الصدمة السـابقة بوصفها عدم اكتمال، حيث إن هناك ظاهرة صادقة بمفهوم الصدق الذي يعتمد على الحواس ولا يمكن اسـتنباطها من الأوليات أو المبادئ.

ولكـن تأثـير خاصية الشـمولية كان أقوى مـن مفارقة أو ظاهرة تشـكك في هذه الخاصية والتي أصبح معنى المبدأ مرتبطاً بها وهذا حتى بداية القرن الحالي مع مبدأ الاكتمال في الأنساق الأكسيوماتيكية.

فالتطور الذي حدث مع النسـق الأكسـيوماتيكي هو محاولة إثبات الاكتمال بدلاً من كونه حقيقة أساسية في النسق الاستنباطي حيث المسلمات مرتبطة بالوجود الأنطولوجي، ولم يضع النسق الأكسيوماتيكي جدوى مبدأ الاكتمال ذاته وعلاقته بتطور الأنساق.

وعلى ضوء مفهوم النسق الاستنباطي للاكتمال فإن أية محاولة لإثبات الاكتمال للمعارف من خلال نسق معرف عند اليونان مثل المنطق الحملي عند أرسطو أو منطق القضايا عند الرواقيين هو تجاوز لطبيعة المعرفة في ذلك العصر من حيث أن الاكتمال سـؤال غير مطروح حيث أنه حقيقة أساسية إذا كانت الأوليات هي أوليات أنطولوجية قبل أن تكون عقلية.

ثالثـاً: كان لمفهـوم الاكتـمال دور هـام في التعامـل مـع المفارقـات سـواء في المنطق أو في الرياضيات أو حتى الفيزياء. فنستطيع من خلال تمييزنا بين مفهوم الاكتمال ومفهوم الاتساق وأهميته ودور كل منهما في النسق أن نحول العلاقة بين المفارقة والاتساق إلى علاقة بين المفارقة والاكتمال. وذلك لأن المفارقة إذا كانت تعني عدم اتسـاق النسـق لأصبح كل شيء مثبتاً داخل النسق وأنهار النسق بانهيار قدرته التمييزية بين ما هو مثبت وما هو غير مثبت بينما الاكتمال يعـني عدم قدرة جزئية للنسـق على الحكم على مجموعة القضايا التي تشـكل المفارقة في الوقت الذي لا يفقد فيه النسق قدرته الكلية على البت.

وهذا الأسـلوب في التعامل مع المفارقة هو الأسلوب الذي حاولنا أن نفهم من خلاله تجاوز

مفارقـات اللـزوم المادي. وكذلك تعامل جودل مع مفارقة القضية التي تشـير إلى نفسـها وذلك بقوله أن النسق إذا كان متسق فأنه غير مكتمل.

وهنـا أيضاً وجدنا أن معالجة المفارقة بردها إلى الاكتمال ليسـت معالجة سـلبية لها، لأن رد المفارقة إلى الاكتمال يعني أن المفارقة هي نقص في المسـلمات سـواءً كان نقصاً عددياً أو نقصاً نوعيـاً للنسـق ككل بحيث يحتاج النسـق إلى تغيير ثـوري وتكون معالجـة المفارقة من خلال معالجة هذا النقص الذي هو في نفس الوقت تطوير للنسق ذاته.

وهذا ما رأيناه بالنسبة لمفارقات اللزوم المادي حيث إن التخلص من هذه المفارقات كان من خلال إضافة مسـلمة تعرف علاقة نوعية جديدة في منطـق القضايا هي علاقة الإمكان وهذه المسـلمة اقتضت بدورها تغيراً ثورياً في النسـق من تحويله من نسق ثنائي القيم إلى نسق متعدد القيم بحيث يصبح النسق الثنائي القيم في هذه الحالة، حالة جزئية من النسق المتعدد القيم.

رابعاً: لقد تسـاءل برتراند راسل في أول سطور كتابه (مشكلات الفلسفة) سنة 1912 قائلاً «هل يمكن أن تكون هناك معرفة يقينية لا يمكن لأي عاقل أن يشـك فيها» هذا التساؤل الذي ينطوي على كثير من الشكل قد يدفعنا إلى محاولة الإجابة عليه من خلال ما توصلنا إليه في هذا البحث.

وهنا نحاول أولاً تعريف آلية لتطور المعرفة الإنسانية في كل المجالات نستطيع أن نرصدها من خلال مفهوم النسق الأكسيوماتيكي ومبدأ الاكتمال لهذا النسق.

فالمعرفة في مجال ما يتم صياغتها بشـكل نسـق أكسـيوماتيكي هذا النسق الذي يمثل الإطار النظـري المتاح أمام كل التفسـيرات السـيمانتكية المتاحة في هذا العلم ويكـون اكتمال هذا النسق هو مقدره الإطار النظري والسينتاكس على اشتقاق كل المعطيات السيمانتكية الصادقة في هذا النموذج التفسيري حتى تظهر قضية أو حالة صادقة في هذا النموذج السيمانتك لا يمكن البت فيها من خلال هذا الجهاز النظري السـينتاكس فيكون النسق في هذه الحالة غير مكتمل بالنسـبة لهذا النموذج التفسيري. كما رأينا من خلال منطق القضايا أنه إذا حاولنا أن يستوعب مفهوم الحجة كنموذج تفسـيري سـيمانتكي أو منطق المحمول من الدرجة الأولى أن يستوعب نسق الأعداد كنموذج تفسيري أو نسق الفيزياء الكلاسيكية أن يستوعب الحالة تحت الذرية

أي وصف حركة الإلكترونات داخل الذرية وهنا يتم توسيع النسق الأكسيوماتيك بمسلمات نوعية جديدة تستوعب هذا النموذج التفسيري من جهة وتحول النسق الذي نشأت فيه هذه القضية التي لا يمكن البت فيها إلى حالة جزئية من النسق الجديد.

وذلك مثل علاقة المنطق متعدد القيم بالمنطق ثنائي القيم أو علاقة الفيزياء الكلاسيكية بفيزياء الكوانتم. وإذا عدنا إلى تساؤلنا مع راسل حول يقين المعرفة الإنسانية، فعلى ضوء الآلية السابقة سنحاول فهم ما الذي نعنيه تحديداً باليقين؟

إن اليقين في هذه الحالة هو الوصول إلى نسق مكتمل بشكل مطلق أي يكون مكتملاً بالنسبة لكل النماذج التفسيرية المتاحة والممكنة، ونسق كهذا يعيدنا إلى مفهوم النسق الاستنباطي الذي كانت تتطابق فيه أوليات النسق مع أوليات الوجود أي يتطابق فيه الإبستمولوجي مع الأنطولوجي، ولعل هذا ما قصده أينشتين من قوله إن العلم سوف يتجاوز فيزياء الكوانتم إلى نسق يكون فيه العالم منضبطاً كالساعة. أي من خلال هوية العقل مع الوجود كما في نسق الفيزياء الكلاسيكية، وهذا معناه إنهاء آلية التطور السابقة بحيث تفضي إلى نسق مكتمل بالنسبة لكل النماذج التفسيرية الممكنة.

وهذا التصور لانتهاء آلية التطور السابقة يماثل في وجهة نظرنا محاولة وضع نهاية للتفسير الجدلي للتاريخ سواءً في شكله المادي عند ماركس عندما ينتهي الجدل بالمجتمع الشيوعي، أو في شكله المثالي عند هيجل حين تكون نهايته مع المجتمع الألماني في عصر هيجل. هذا التصور لنهاية الآلية هو تصور خارج عن طبيعة الآلية ذاتها التي من طبيعتها الاستمرار إلى مالا نهاية، وإذا كان بعض الحداثيين قد ردوا وضع نهاية لهذا الجدل التاريخي إلى تأثير عوامل دينية واجتماعية خارجة عن طبيعة هذا الجدل ذاته، فإننا نرد محاولة وضع نهاية لآلية المعرفة السابقة بالوصول إلى النسق المكتمل بشكل مطلق أي إلي اليقين إلى عوامل فلسفية وسيكولوجية للإنسان.

وتقوم العوامل السيكولوجية على علاقة الهوية بين مفهوم المعرفة ومفهوم اليقين بمعني أن المعرفة هي بحث عن اليقين، وقد يكون البحث عن اليقين هو المحرك السيكولوجي للمعرفة ولكن الوصول إليه يعني توقف عملية المعرفة ذاتها.

ويقوم العامل الفلسفي على ذلك التأثير الذي تحدثنا عنه للفلسفة اليونانية منذ طاليس والذي امتد عبر أرسطو إلى الفلسفات الأوربية الحديثة، بمعنى أن المعرفة هي رد الكثير إلى الواحد، هذا الواحد الذي يمثل القانون أو النسق بمجموعة مسلماته والذي يكون ابستمولجيا بقدر ما هو انطولوجي ولذلك يكون له صفة الشمول بمعني قدرته على (التفسير) بمعنى اشتقاق كل ما هو معطي.

هذه الرؤية الشمولية ذاتها قد تعرضت لانتكاسة كبرى ليست في العصور الحديثة فقط ولكن حتى في فجر الفلسفة، تلك الانتكاسة التي كما رأينا لم تعالج في تاريخ الفلسفة بوصفها تعارض مفهوم الشمولية لقدرة النسق النظري على تفسير كل ما هو معطى بل تم التعامل معها فقط على أنها مهارة في استخدام المنطق قبل ظهور القوانين المنطقية عند أرسطو، ونعني هنا مفارقات زينون التي وضحنا علاقاتها بمفهوم عدم الاكتمال على أساس عدم مقدرة سلسلة الأعداد كإطار نظري على تفسير الحركة إذا اعتبارنا أن الواقع الفيزيائي هو النموذج التفسيري، إذن فليس هناك شمولية بمعني اكتمال لنسق العدد بالنسبة للظاهرة الطبيعية وإذا عدنا إلى النسق الأكسيوماتيكي سنجد أن البحث العلمي يتقدم دائماً في اتجاه التعامل مع ظواهر جديدة يمكن لها أن تولد نماذج تفسيرية جديدة على النسق إلى أن يثبت اكتماله بالنسبة لها بمعني إمكانية البت نظرياً من حيث إمكانية اشتقاقها أو عدم اشتقاقها من النسق فطالما أن هناك نماذج تفسيرية متعددة أمام سينتاكس فهناك إمكانية دائمة لظهور عدم اكتمال لهذا النسق السينتاكس بالنسبة لأحد التفسيرات السيمانتيكية الممكنة وإذا رأينا أن هذا صالح لعلم الطبيعة ولا يمكن أن يكون ممكناً للعلوم الصورية مثل المنطق والرياضيات، فإننا نرى أن تحويل النسق من نسق استنباطي إلى نسق أكسيوماتيكي أي فهم أوليات النسق على أنها تمثل مسلمات اختيارية بدلاً من كونها بديهية (self evident)، وذلك بتجاوز مفهوم التطابق مع الواقع الأنطولوجي أو مفهوم التركيب القبلي عند «كانت» - فإننا نجعل اكتمال النسق موضع اختبار دائم أمام كل نموذج تفسيري جديد.

ولعلنا هنا نقترب من المعنى الذي أراده جودل في تفسيره لتحويل راسل لأوليات نسق الرياضيات من بديهيات إلى مسلمات من أنه قد جعل طبيعة المسلمات في الرياضيات أقرب إلى مسلمات علم الطبيعة.

وكـما رأينا في هذا البحث فإن لا نهائية سلسـلة الأعداد كانت جزء مؤسـس لجملة جودل التي تثبت عدم اكتمال نسق الأعداد، أي أن اللانهائية جعلت عدم الاكتمال ممكناً على مستوى نسـق الأعداد الطبيعيـة، بمعنى أن اللانهائية في الرياضيات قد تخـرج نتائج جديدة لا يحكمها القانون أو مسـلمات النسـق كما تخرج لا نهائية قابلية الملاحظة في الظاهـرة الطبيعية ظاهرة لا يمكـن البـت فيهـا من خـلال القانون أو نسـق الفيزياء المطـروح والذي تـم في إطار هذه الملاحظة ذاتها.

وهنـا نتوقـف أمام عدم اكتمال نسـق الأعـداد فقد قلنا إنـه عدم اكتـمال جوهري ونعني بجوهـري أن في ظل طبيعة النسـق الحالي للأعداد فإننا مهما أضفنـا القضايا التي تدل على عدم الاكتمال كمسـلمات فإنه ستظهر قضايا جديدة تعبر عن عدم الاكتمال، ولكن هذا لا يمنع أن يتم تجاوز عدم الاكتمال السابق من خلال تغير نوعي لنسق الأعداد - ونعني بالتغير النوعي هو التغير في طبيعة النسـق ذاته مثل التغير من النسق الاسـتنباطي إلى النسق الأكسيوماتيكي وهو ما نسـميه مفهوم الثورة في المعرفة، بمعني تغير لغة النسـق وطريقة نظرته لموضوعاته وبحيث يكون النسق القديم حالة جزئية منه مثل تطور نسق الهندسة اللا إقليدية إلى إقليدية أو دخول مسـلمة تعبر عن جهـة (الإمكان) على المنطق الثنـائي والتي أدت إلى تغير نوعي على مسـتوى المنطق حيث أدت إلى أن يصبح عدد القيم في النسق متغير يعبر عنها من خلال المسلمات ذاتها.

ومـن هنـا فهناك إمكانيـة لتجاوز نوعـي (ثوري) لنسـق الأعداد يتجاوز عـدم الاكتمال السـابق ولكن مع النسـق الجديد سـيكون أيضاً هناك إمكانية لظهور جملـة جديدة تعبر عن عـدم اكتـمال آخر ومن ثم محاولة تجاوزها بعد ذلك بنفس الآلية وهكذا. حتى النسـق المتعدد القيم الذي أثبت روسـير اكتماله وأيضاً فندنا في هذا البحث محاولة أحد الباحثين رصد مفارقة داخل هذا النسـق ولكن طالما أن النماذج التفسـيرية الممكنة لا نهائية فبالتالي مع تطور العلم نفسه سـتكون هناك احتمالية لظهور جملة في أحد هذه النماذج التفسيرية لا يمكن البت فيها داخل هذا النموذج التفسـيري، وهنا تأتي محاولة إعادة إثبات الاكتمال للنسق بتطويره تطوير نوعي بالمعني السابق.

أي أن تعـدد القيـم بتحويـل القيـم إلى متغـيرات عددية ليس هـو الموقف النهـائي في هذه الأنسـاق المنطقية وليس منطـق الكوانتم - منطق الاحتمالات - هو الحالة النهائية الشـاملة في

تفسير الطبيعة وحتى لو كان هذا النسق مكتمل فهناك دائماً احتمال لظهور عدم اكتماله ما دامت النماذج التفسيرية الممكنة غير محدودة.

وبذلك فإننا لا نرفض وجهة نظر أينشتين حول أن نسق علم الطبيعة قد يعود إلى نسق حتمي ليتجاوز النسق الاحتمالي اللاحتمي لفيزياء الكوانتم ولكن هذا النسق الجديد هو في حد ذاته قد يكون موضوعاً لعدم اكتمال آخر يتم تجاوزه من خلال تطور نوعي آخر وهكذا.

لذلك فإننا مع الأبحاث التي تتعامل مع مفهوم الاكتمال كمتغير عددي حيث أننا لا نثبت أو ننفي هذا الاكتمال بل نتحدث عن درجة اكتمال النسق، حيث أن هذا الاكتمال هو موضوع دائم للاختبار.

أذن فآلية التطور في المعرفة الإنسانية والتي وضحناها بأنها عملية لا نهائية تتشكل في الأساس من خلال مفهوم النسق الأكسيوماتيكي ومبدأ الاكتمال لهذا النسق، فالعقل في حواره مع الظاهرة الطبيعية أو المشكلة الرياضية أو المنطقية -والتي جعلنا لها خاصية الظاهرة الطبيعية- يشكل مجموعة من المسلمات الاختيارية يستطيع من خلالها البت في مجموعة الظواهر أو الإشكاليات موضوع هذا المجال ويبدأ العقل البحث عن اكتمال هذه المسلمات في قدرتها على البت في كل الإشكاليات المتاحة، وبما أن هذه الإشكاليات المتاحة غير محدودة فهناك إمكانية لظهور نوعية جديدة من الإشكالات لا يستطيع النسق البت فيها وبالتالي يظهر النسق زيادته بعملية توسعية ثورية.

وفي ظل هذه الآلية لا يكون لليقين -والذي يعني النسق النهائي الشامل شمولية مطلقة- وجود بهذا المعني وإنما يعود إلى فكرة شمولية المبدأ وارتباط أوليات العقل بأوليات الوجود في الفلسفة اليونانية.

المراجع

المراجع العربية

1- أرسطو، منطق أرسطو، تحقيق وتقديم عبد الرحمن بدوي الدكتور ط1، وكالة المطبوعات، الكويت 1980.

2- بريهة (أميل)، تاريخ الفلسفة، ترجمة جورج طرابيشي، ط2، 7 أجزاء، دار الطليعة، بيروت 1987.

3- بوترو (أميل)، فلسفة كانت، ترجمة عثمان أمين (دكتور)، الهيئة المصرية العامة للتأليف والنشر، القاهرة، 1971.

4- بوشنيسكي، المنطق الصوري القديم، ترجمة إسماعيل عبد العزيز (دكتور)، دار الثقافة، بالقاهرة، 1996.

5- تارسكي (الفرد)، مقدمه للمنطق، ترجمة عزمي إسلام (دكتور)، الهيئة المصرية للتأليف والنشر، القاهرة، 1970.

6- جيجن (أدولف)، المشكلات الكبرى في الفلسفة اليونانية، ترجمة عزت قرني (دكتور)، جامعة عين شمس، القاهرة، 1976.

7- ديكارت، التأملات في الفلسفة الأولى، ت/ عثمان أمين (دكتور)، مكتبة القاهرة الحديثة، 1965.

8- راسل برتراند، أصول الرياضيات، ترجمة محمد موسى أحمد (دكتور)، أحمد فؤاد الأهواني (دكتور)، دار المعارف بمصر، 1965.

9- سمولين لي، ذرات المكان والزمان، مجلة العلوم، مؤسسة الكويت للتقدم العلمي، مجلد20، أغسطس سبتمبر 2004.

10- محمد عابد الجبري، مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطوير الفكر العلمي، مركز الوحدة العربية ط3، سنة 1994.

11- محمد علي المسبكاوي، رحلة العقل، دار المعرفة الجامعية، 2005.

12- محمد محمد قاسم، البحث في أسس الرياضيات والمنطق عند هايتنج، دار المعرفة الجامعية، 1996.

13- محمد مهران، في فلسفة الرياضيات، دار الثقافة، 1977.

14- يوسف كرم، تاريخ الفلسفة الحديثة، دار المعارف، 1986.

15- زكريا إبراهيم، كانت والفلسفة النقدية، مكتبة مصر، القاهرة، بدون سنة للنشر.

16- ولتر ستيس، فلسفة هيجل، ت د/ أمام عبد الفتاح إمام (دكتور)، 1980، دار الثقافة للطباعة والنشر، 1980.

17- وليم جيمس، بعض مشكلات الفلسفة، ت/ محمد فتحي شنيطي (دكتور)، مراجعة زكي نجيب محمود، المؤسسة المصرية العامة للتأليف والترجمة والطباعة والنشر، بدون سنة النشر.

18- لوكاتشفتش بان، نظرية المعرفة الأرسطية، ترجمة عبد الحميد صبرة (دكتور)، منشأة المعارف، الإسكندرية، 1961.

المراجع الأجنبية

1- Akermann Robert, An Introduction to Many - Valued Logics, Routledge & Kegan paul Ltd, London, 1967.

2- Aristotle, Metaphysics, Works of Aristotle, Ed/W.D Ross Oxford, second edition, vol. 8, 1928.

3- Physics, t/R.P Hardie, works of Aristotle, Ed/W.D Ross, Oxford, second edition, vol. 2, 1928.

4- Bachlard, Gaston, the new Scientific spirit, t/Arthur Goldhammer, Beacon press, Boston, 1984.

5- Bergeron H, from Classical to Quantum Mechanics “how to Translate Physical Ideas into Mathematical Language Journal of Mathematical Physics, 20, Dec, 2000

6- Blanche Robert, La Logique et Son histoire, Armand Colin, Paris, 1970.

7- Axiomatic, T/G.B Keene, Routledge & Kegan Paul Ltd, free press of Glencoe,1962.

8- Badesa, J, mancous p, Zach R. the development of mathematic logic from Russell to Tarski 1900 - 1930, Leila Haapranta ed, Oxford university press, 2004.

9- Bochenski, M, Ancient Formal logic, North- Holland Publishing Co. Amsterdam, 1957.

10- Bronstein, D the meaning of implication, mind45 vol, x 1v, 1936.

11- Carnap, Rudolf, Introduction to Symbolic Logic and its Application. T/ William. H. Mayer, John Wilkinson, Dover Publication, New York, 1958.

12 -Church Alonzon, introduction to Mathematical logic Princeton, new Jersey, 1956.

13- Clautio Garola،a Semantic Approach to the Completeness Problem in Quantum Mechanics.

14- http://arxiv.org/ps-coche/quant-ph/pdf/0309/0309221.pdf

15- Dumitriy, Anton, History of logic, abacus press, Tunbridge wells, kent, 4. Vol., England, 1977.

16- Einstein, A, Podolsky, Rosen N, can Quantum Mechanical Desertion of Physical Reality be Considered Complete, Physics Reev, 1935

17- Fairbanks, (ed and trans), Pythagoras and the Pythagoreans Fragments and Commentary, London, K Paul, Trubenr, 1898.

18- http//history,honover.edu//texts/presoc/pythagor.html

19- Gnegory J. chaitn, Gödel theorem and information, international Journal of theoretical physics, 22, 1982.

20- Gödel, Kurt, collect works, ed/Solomon fetermann, Oxford University Press, New York, 1980.

21- on formally undecidable proposition of principa mathematica and Related systems, T/B. Meltzer Dover Publications, 1992.

22- Hofstader D.R Godel, Escher, Bach, an enternal Golden Braid, Vintage, New York, 1979.

23- Heyting A, intuitionism an introduction, north Holland publications company, 1976.

24- Hilbert, David, Mathematical problems, t / Maby Winton Bulletin Of the American Mathematical Society, 8, 1902

25- http//alepho.clark.edu/~ dgoyce/Hilbert/problems.Html

26- Foundation of Geometry, T/E J Towsend, The Open Cort Publishing Company, 1950.

27- J, Hjelmsev, Eudoxus Axiom and Archimedes Lema, International Magazine of History of Science, vol, 1950

28- J. Slupeki, L.Borkwski elements of mathematical logic and set theory, T/O. Wotasiewicz, pwn polish, scientific publish, 1st English edition 1967.

29- Kant Immanuel, critique of pure reason, t/ Werner pluhar, Indian polis Hacrett, 1996.

30- Kneale William, Kneale Martha, the Development of logic clarendon, oxford university press, 1962.

31- Lewis, I, Langford. C.H, symbolic logic, 2nded, New York, 1959.

32- Lukasiewicz, Ja, selected works, Ed/Slupecki. J, north Holland Publishing company, Amsterdam, 1970.

33- Mates, stoic Logic, university of California Press, Los Angles, 1957.

34- Moh Shaw Kowi, Logical, Paradoxes, for Many Valued, Systems, the Journal of Symbolic Logic, Volume 19, Number1, March, 1954

35- Niegos Nicic, Gödel in completeness theorem.

36- www.cs.ucf.edu/courses/cot4810/Fall04/presentation/Gödel -theorem.ppt

37- Paul Teller, A modern Formal logic, predicate logic and metatheory, volume II , Prentice - Hall Inc, New Gersy 1989.

38- Plato, Parmenides, t/AE, Taylor, Oxford, clerendon, 1934.

39- Quine, w. v. Mathematical Logic, Cambridge, Harvard University Press, 1958

40- Redei, M Von Newmann's View on Mathematical and Axiomatic Physics:

http://hps.elte.hu/~redei/talks/Losinjtlk.pdf#search

41- Jon Von Neumann's selected letters, American, mathematical society, 2005

42- Reichen Bach, H, philosophical Foundations of Quantum mechanics, Dover publication, New York, 1998.

43- Robert Brandon, Semantic Paradox of Material Implication Notre Dame J. Formal Logic 22, no2, 1981.

44- Rosse, J. Barkley, Turquette, Atwellr, many valued logic, north Holland company Publishing, Amsterdam, 1952.

45- Rosser. J., Logic for Mathematicians, New York Mc Gaw - Hillboo R Company, 1953.

46- An Informal Exposition of Proofs of Gödel's Theorems and Church Theorem. The Journal of Symbolic Logic, V4, Number 2 June 1939

47- Russell Bertrand, whitehead, A. principia mthematica 3 vols, (1910- 1913) 2nd edition Cambridge. 1950.

48- Russell Bertrand, our Knowledge of the external world, Gorge allen, unwin LTD. London.

49- Sainsbury R.M, paradox, Cambridge, university press, second edition, 1995.

50- Simplicius, On Aristotle Physics, (1012.22), in Reading in Ancient Greek Philosophy From Tales to Aristotle, S.M Chohen. Curd and C.D.C Reeve (ed) Indianapolis / Cambridge. Hackett Publishing. CO. Inc, 1995.

51- Steve Awodey, Erich H. Reck, Completeness and Categoricity, Part I 19th Century Axiomatic to 20th Metalogic, 2002, p13.

http://philsci-archirve.pitt.edu/archirve/0000544

52- Tarski, Alfred, Logic, Semantic, maetamathematics, t/J.H Wooder. Oxford, 1956.

53- Von Neumann, Mathematical Foundation of Quantum Mechanics, H Robert, B, Princeton University, press Princeton, 1955.

54- Von Neumann J, Hilbert, D, Nordheim J, uber die Grund logen der Qunatenmechanik 1926, T/ Redeim. Von Newmann collected works, Vol 1 Taub AH, (ed), pregamon press, Oxford, 1963,

55- Wang Hao, un decidable sentence garneted by Symantec paradox, Journal of symbolic logic, Vol. 19, Number 1,march, 1955.

56- survey of mathematical logic, science press Peking, 1985.

57- Windel Band, History of ancient philosophy, t/Herbert Ernstuchman, Dover Publication London, 1967.

58- Zach, Richard, completeness Before post Bernays Hilbert and development of proposition logic the Bulletien of symbolic logic, Volume 5, number 3, 1999.

الموسوعات

1- Stanford Encyclopaedia of Philosophy, Model Logic.

http//plato.stanford.edu

2- Dictionary of Scientific Biography New York 1970 - 1990

http//www-groubs.dsc.st-and.ac.uk/-history/Biograbhies

السيرة الذاتية

الدكتور محمد علي المسبكاوي

مواليد القاهرة 1968، حاصل على دكتوراه في المنطق وعلوم الفلسفة «The Concept of Completeness in Axiomatic Systems» من جامعة القاهرة.

قام بتدريس المنطق والتفكير العلمي وفلسفة العلوم وفلسفة القيم بكلاً من الجامعة البريطانية بالقاهرة وجامعة الفيوم بجمهورية مصر العربية منذ 2008 وحتى تاريخه. وقام بتدريس التفكير العلمي بجامعة مصر للعلوم والتكنولوجيا من 2002 إلى 2008م.

عضو الجمعيه الفلسفية الأمريكية، وعضو جمعية أمريكا الشمالية للفلسفه التحليله.

المؤتمرات والمحاضرات :

الدولة	المؤتمر	عنوان البحث	العم
الولايات المتحده الأمريكية جامعة يان فرانسيسكوا	Conference: 36TH INTERNATIONAL SOCIAL PHILOSOPHY CONFERENCE - THE NORTH AMERICAN SOCIETY FOR SOCIAL PHILOSOPHY - UNIVERSITY OF SAN-FRANCISCO	Metaphysics of Exclusion and Its Impact on Social Discrimination	
الصين	XXIV WORLD CONGRESS OF PHILOSOPY "LEARNING TO BE HUMAN	The Mythical Foundation of Logic and Its Impact on Metaphysics of Exclusion	2018
اليونان	ANNUAL INTERNATIONAL CONFERENCE ON PHILOSOPHY – ATHENS INSTITUTE FOR EDUCATION & RESEARCH	The Role of Metaphor in Axiomatic System	2017

2016	The Relationship between Science and Religion in Postmodernism Age	INTERNATIONAL INTERDISCIPLINORY CONFERENCE 2016 POSTCOLONIALISM, POSTCOMMUNISM & POSTMOERNISM	بولندا
2016	Moral Foundations of Logic & their Impact in Development of Logic	11TH ANNUAL INTERNATIONAL CONFERENCE ON PHILOSOPHY – ATHENS INSTITUTE FOR EDUCATION & RESEARCH	اليونان
2015	Anti-Scientism & Its Impact On The Relationship Between Science & Religion	ACP ACERP	اليابان
2015	Three Scientific Revaluations in the History of Arabic's Mind	THE SECOND CONFERENCE OF THE HISTORY OF SCIENCE AT THE ARABS & MUSLIMS, SHARJAH UNIVERSITY	الإمارات العربية المتحدة
2015	Anti-Scientism & Its Impact On The Relationship Between Science & Religion	SSSR/RRA ANNUAL MEETING IN INDIANAPOLIS	الولايات المتحدة الأمريكية
2015	Postmodern Religion	AUSTRSALIAN ASSOCIATION OF PHILOSOPHY – AAP	أستراليا
2007	Comprehensiveness of Scientific Systems	THE FORUM OF AUTHORITY AND AUTHORITARIAN	جمهورية مصر العربية
2006	Many Valued Logic between Modern Logic and Islamic Philosophy	THE FORUM OF LANGUAGE & LOGIC HELD IN THE HIGHER INSTITUTE OF SOCIAL STUDIES	تونس

المـراجعــات

مراجعة ونشر أبحاث عديدة ومتنوعة في المجلات العلمية المصنفة ذات عامل تأثير عالي.

التـحريـــر

تحريـر عدد خاص مـن المجلة الأمريكيـة للبحوث الإجتماعيـة بعنـوان: «Religion in Postmodernism age».

المـؤلفــات

Scientific and Critical Thinking: Compiled and Contributed (BUE), Ed.: 1
Pearson ISBN 978-1-78086-042-8.

Introduction to Philosophy (compiled textbook)
Pearson.

The Journey of the Mind
University Institution Press.

للتواصل مع المؤلف

almisbkawy@hotmail.com