# الفصل السادس

# تدريس الرياضيات في المرحلة الأساسية

**د. سكوت تشامبرلين و د. إيريك مان**

**Scott A. Chamberlin, Ph.D., & Eric L. Mann, Ph.D.**

جـرت العادة في السـنوات الماضية أن يـدرج معلمو الرياضيات في المرحلة الأساسـية على إعداد الطلاب لاكتسـاب المعرفة في الرياضيات مع تركيز قليل على كيفية اسـتخدام الرياضيات فعليًّـا، لكـن الوضـع تغير الآن في ضـوء التركيز الأخير على موضوعات (سـتيم)؛ حيـث أخذ تعلم الرياضيـات وتدريسـها يحظـى باهتمـام كبيـر؛ لهـذا يمكـن القـول إن المسـاءلة قـد تكون شـرطًا لضمـان تمكـن الطلاب من اسـتخدام المفاهيـم الرياضية لحل المشـكلات في العلوم والهندسـة والتكنولوجيـا والرياضيـات، بـدلاً من التركيز على الرياضيات فقـط، ويوجد عوامل عدة مهمة في معادلة تعلم موضوعات (ستيم) قبل عقود مضت، واتفق خبراء علم النفس التربوي على مجموعة من العوامل التي تؤثر في التعلم (Good & Brophy, 1986)، وبالتأكيد فإن بعض هذه العوامل تشمل فاعلية المعلم وأسلوبه، وسمات الطالب وخلفيته الاجتماعية والاقتصادية، والمؤثرات الأخرى مثل مستوى الوالدين الأكاديمي.

وضمـن هـذه المعادلـة، يمكننا القـول إن من أكثـر العوامل التـي تؤثر في معادلـة التعلم هي المنهـج المعتمـد، وكلمـا أُخـذت العوامـل الأخرى كلهـا فـي الحسـبان، كان المنهج أفضـل وكانت مخرجات التعلم أكبر.

يتألـف هـذا الفصل من جزأين: أولًا، مناقشــة الخصائص المرغوبـة للمنهج النموذجي في تدريس الرياضيات، ومن ثم مناقشة أربعة مناهج تلبي هذه الخصائص. ويختتم الفصل بتوصية عن منهج الرياضيات المثالي للطلاب الموهوبين في موضوعات (ستيم).

## منهج الرياضيات للمرحلة الأساسية لتطوير الموهبة في خطة (ستيم) متسلسلة

علـى الرغـم مـن أن موضوع المنهج المطلـوب في الرياضيات التي تـؤدي إلى تعلم ذي معنى في تخصصات (ستيم) لم تتأكد بعد في دراسة تجريبية واحدة، إلا أن مكونات منهج الرياضيات تحظـى باهتمـام كبيـر، فمثـلًا حظيـت فكـرة أن التعلـم المفاهيمـي فـي الرياضيـات شـرط لفهم الرياضيات باتفاق الخبراء، وقد ثبت بالتجربة أنها فاعلة في تعزيز التعلم المفاهيمي (Richland, Stigler, & Holyoak, 2012).

### التعلم المفاهيمي

إذا كان التعلـم المفاهيمـي هو الهدف الأسـاس في تعلم الرياضيـات، وأن المنهج يحدد إلى حـد كبيـر ما الذي يُدرَّس في غرفة الصف، فمـن المنطقي أن يكون منهـج الرياضيات مبنيًّا على المفاهيم. وفي الحقيقة إن تطوير التعلم المفاهيمي في الرياضيات يعد جزءًا لا يتجزأ من تطوير التعلـم المـرن، وغالبًـا ما ينظر إلى هـذه الخصائص بأنها لازمة لفهم الرياضيات ذات المسـتوى الأعلى، ولتوليد نتاجات إبداعية؛ لأنه بلا هذه الخصائص فإن الطلاب الصغار قد يفقدون كثيرًا من القدرات في حل المشكلات.

ونظـرًا إلـى حقيقة أن حل المشـكلات يعدّ جوهـر الرياضيات، فإن غيـاب الفهم المفاهيمي والمرونـة فـي التفكير قد يعيق تقدم الطلاب الصغـار. إن المنهج الذي يعتمد على المعلمين وعلى إجراءات الحفظ إلى حد كبير أصبح من الماضي بالنسبة إلى كثير من معلمي الرياضيات، نتيجة لذلـك، فغالبًا ما يكون السـؤال المتردد بيـن معلمي الرياضيات للطلاب الموهوبين: «إذًا، ما الذي عليّ فعله لترسيخ التعلم المفاهيمي في الرياضيات؟ أم يحدث هذا تلقائيًّا؟» من المؤكد أن التعلم

المفاهيمي لا يحدث تلقائيًّا، لذلك على المعلمين وميسّري التعلم أن يفكروا جيدًا عند اختيار المنهج وأساليب التدريس.

## حل المسائل رياضيًا

من الخصائص التي يتعين أخذها بالحسبان في أي منهج هي حل المسائل بدرجة عالية، وعندما يسعى المعلمون تحديدًا إلى حل واجبات حل المسائل، فإنهم يعدون متعلمي الرياضيات والعلوم للمسؤوليات التي تحدث عند إجراء العمليات الرياضية عادة، وقال ليش وآخرون (Lesh et al. 2000) في أنشطة استخراج النموذج Model-Eliciting Activities (MEAs): إن الرياضيين الطموحين، مثل الموهوبين والنابغين في الرياضيات، يمارسون التفكير بمستوى ما قبل الجامعة؛ لذلك من المنطقي الافتراض بأنه لا يتوقع من الطلاب، حتى ينجحوا في عالم مليء بالمشكلات المعقدة، بحفظ الخوارزميات والخطوات عن ظهر قلب؛ ولهذا يحتاج الطلاب إلى المشاركة في واجبات حل المسائل المنطقية حتى يستطيعوا التوصل إلى فهمهم الخاص للرياضيات.

فإن على مكونات منهج الرياضيات المذكورة سابقًا تسهيل التعليم المفاهيمي والمرونة في التفكير عن طريق حل لمسائل الرياضية، وهي مكونات تصلح للطلاب من مختلف القدرات.

وعليه فإن على مكونات منهج الرياضيات المذكورة سابقًا تسهيل التعليم المفاهيمي والمرونة في التفكير عن طريق حل المسائل الرياضية، وهي مكونات تصلح للطلاب من مختلف القدرات، وقد أوضحنا أن استخدام واجبات حل المسائل بسياقات واقعية قد توجد اهتمامًا عاليًا بين الطلاب الموهوبين في رياضيات.

## المداخل المتعددة

يجب التماس معايير متعددة عند تحديد أي واجبات المسائل الرياضية التي تستخدم مع الطلاب الدارسين لتخصصات (ستيم) الطموحين في الصفوف الأساسية، وقد شرح تشامبرلين (Chamberlin, 2008) عددًا منها. إن أحد المكونات التي تستدعي الاهتمام هي أن على مهمات

حـل المسـائل أن تشـمل طريقـة المداخـل متعـددة (Multiple entry points)، وذلـك مـن أجل أن تنجح في خدمة مجموعات مختلفة (مثل طلاب تخصصات (ستيم) الموهوبين في برامج الدمج والسحب أو المدارس الجاذبة)، هذا المصطلح المربك بالنسبة إلى كثيرين في الميدان التربوي يعني ببساطة في ما يتعلق بالرياضيات أن الطلاب ذوي القدرات المتباينة قد يستفيدون أكثر من المسـائل التي يمكن حلها عن طريق مسـتويات الرياضيات المختلفة، ومن الأمثلة على ذلك مسألة تتعلق بالفنادق التاريخية التي يمكن العثور عليها في هذا الرابط:

http://www.region11mathandscience.org/archives/files/problem%20solving/Teachers/Historic%20HotersMEAtchrmaterials.pbf.

وهي إحدى المسائل التي يطلب فيها إلى الطلاب أن يحسبوا القيم الدنيا/ القصوى،

أما نص المسألة فهو ما يأتي:

**فرانك غراهام، من مدينة إلخارت بولاية أنديانا، ورث للتو فندقًا تاريخيًا، وكان يريد الاحتفاظ بالفندق الذي يتكون الفندق من 80 غرفة، لكنه لا يملك الخبرة الكافية في إدارة الفنادق، وقد أخبـره المالـك السـابق بـأن الغـرف كلهـا كانـت محجـوزة عندمـا كانـت أجـرة الغرفـة 120 دولارًا يوميًا، وأخبـره أيضًـا أن أي زيـادة علـى هذا السـعر سـتجعل عـدد الغرف المسـتأجرة أقل بغرفة واحدة؛ ولذلك فلو أنه تقاضي 121 دولارًا للغرفة مثلًا، فإن عدد الغرف المستأجرة سيكون 79 غرفة ويترتب على كل غرفة تكلفة إضافية بمقدار 4 دولارات مقابل الخدمة والصيانة، إضافة إلى الأجهزة اليومية.**

**يريد فرانك أن يعرف ما الأجرة التي عليه أن يتقاضاها للغرفة الواحدة من أجل زيادة الربح، وكم سيكون ربحه بهذه الأجرة.**

وزيـادة على ذلـك، فإنه يرغب في امتلاك طريقة لمعرفة الأجرة اليومية التي سـترفع دخله في المستقبل، حتى إن تغيرت تكلفة الأجرة والصيانة.

اكتب رسـالة إلى السـيد فرانك تقول له فيها: ما السـعر الذي عليه أن يتقاضاه لزيادة دخله، وارفق مع ذلك طريقتك التي سوف يستخدمها في المستقبل.

يوجد للمسائل المتعلقة بالتجارة حلول عدة، وقد حلها طلاب من الصف السادس باستخدام الحس العددي والعمليات، وحلها طلاب خريجو رياضيات باستخدام خطوات تفاضل وتكامل أكثر تعقيدًا. إن هذا النوع من المسائل له مداخل متعددة؛ لأن الذين يحلونه يتمتعون بمستويات معرفة مختلفة في مجال الرياضيات، ويستطيعون حل المسألة ذاتها بطرائق معقدة أو أقل تعقيدًا.

وبالنسبة إلى أي معلم يرغب في خدمة طلاب من قدرات متعددة، مثل شمول الطلاب العاديين والطلاب الموهوبين في آن واحد، فقد تكون واجبات حل المسائل ذات المداخل المتعددة طريقة ذات قيمة كبيرة.

## الإبداع والابتكار

إحدى سمات الرياضيين الطموحين التي غالبًا ما تُتجاهل، هو مفهوم الإبداع والابتكار، وهو مفهوم أساسي في تطوير منتجات جديدة وأجسام واختراعات، ومن غير وجود وسائل للإبداع، فإن عالم (ستيم) سوف يتوقف. وقد ذكر أشخاص عديدون من عالم (ستيم) إنهم لا يحتاجون إلى حاسبات بشرية، بل إلى بشر قادرين على التفكير، وقال كوهلر (Köhler, 1997): «إن التجارة في عصرنا ليست بحاجة إلى طلاب يتخرجون في المدرسة تدربوا على حل المسائل آليًّا بطريقة واحدة، كما يفعل الميكانيكي» (p.89). يضاف إلى ذلك أن دراسات عديدة دلت على أن الطلاب ينهون دراستهم من الروضة – 12 بمهارات كافية لحل المسائل، ولكن بمهارات أقل في عرضها.

هذا يعني ببساطة أن البشر لا يستطيعون التفوق على الحواسيب والبرمجيات، لكنهم يستطيعون تحديد الاحتياجات في صناعة (ستيم)، والبدء في استخدام

إحدى سمات الرياضيين الطموحين التي غالبًا ما يتم تجاهلها، هي مفهوم الإبداع والابتكار... هذا يعني ببساطة أن البشر لا يستطيعون التفوق على الحواسيب والبرمجيات، لكنهم يستطيعون تحديد الاحتياجات في صناعة (ستيم) والبدء في استخدام الوسائل الكفيلة بتلبية هذه الاحتياجات وهذا يحدث عن طريق الإبداع والابتكار، فالأفراد الذين يستطيعون تنفيذ مهارات حل المشكلات، كما قال ماير وهيغارتي (Mayer & Hegarty, 1996)، وبطريقة ميكانيكية، كما قال كوهلر، لن تتاح لهم فرص كثيرة لتطبيق الرياضيات على مشكلات (ستيم) بمستوى من التعقيد لن الأجوبة مثلما يفكر خبراء (ستيم) في مهنهم، فعليهم أن يفكروا مثلهم (أي بإبداع) في أثناء مراحل التعلم.

الوسائل الكفيلة بتلبية هذه الاحتياجات، وهذا يحدث عن طريق الإبداع والابتكار، فالأفراد الذين يستطيعون تنفيذ مهارات حل المشكلات، كما قال ماير وهيغارتي (Mayer & Hegarty, 1996)، وبطريقة ميكانيكية، كما قال كوهلر، لن تتاح لهم فرص كثيرة لتطبيق الرياضيات على مشكلات (ستيم) بمستوى من التعقيد لن الأجوبة مثلما يفكر خبراء (ستيم) في مهنهم، فعليهم أن يفكروا مثلهم (أي بإبداع) في أثناء مراحل التعلم.

## التفكير الناقد

توجد أيضًا خصائص إضافية أخرى متضمنة في منهج الرياضيات الأمثل؛ فمثلًا يشمل منهج الرياضيات النموذجي عادة بعض جوانب التفكير الناقد، ويتألف هذا التفكير من مهارات تنظيمية مثل التفسير والتحليل والتقييم والاستنتاج والشرح؛ لهذا قد يبدو إيجاد منهج يدعم مهارات التفكير الناقد بأنه إنجاز تبسيطي نظرًا إلى الاهتمام الذي حظي به مؤخرًا، وهذا يتضح من حقيقة أن معايير الرياضيات الثلاثة السابقة قد دعت، بطريقة أو بأخرى، إلى تشجيع مهارات التفكير الناقد في غرفة الصف، ومع ذلك فإن ما يعلن عنه في المنهج، وما يقدم في غرفة لا يتطابقان دائمًا، ويمكن القول إن أفضل طريقة لتعزيز التفكير الناقد في الرياضيات هو أن نجعل الطلاب يحلون المسائل بطريقتهم، ثم تحديد الحلول الأكثر تعقيدًا وروعة، وهي العملية التي يشار إليها بتذوق جماليات الرياضيات.

## نمذجة الرياضيات

أكد المدافعون عن النمذجة الرياضية أهميتها منذ سبعينيات القرن الماضي، وفي عام 2010، أدرجها واضعو المعايير الرسمية الجوهرية المشتركة في الرياضيات ضمن الممارسات الرياضية الثمانية، ويبدو أيضًا أن صانعي القرار في تدريس الرياضيات قد أدركوا قيمة النمذجة الرياضية، ولهذه النمذجة صور مختلفة، ربما يكون أبسطها صور التماثل وهو وضع معادلات أو خوارزميات في الرياضيات، وعلى الرغم من أن هذا التشابه غير كامل (النمذجة الرياضية ليست مجرد وضع معادلات أو خوارزميات)، إلا أن الأنشطة تضم متوازيات، بمعنى أن كل عملية تترك رابطًا بين من يحلون المسائل؛ لأنها توجد تمثيلًا للرياضيات يمكن أن يستخدم في أوضاع

لاحقة مشابهة، وقد وصف بعض الباحثين النمذجة الرياضية بأنها نظام عناصر، وعلاقات (بين العناصر)، وعمليات وأنماط أو قوانين.

وفي الحالات المثالية، فإن هذه الأنظمة تفسر أو تصف نظامًا آخر.

إن أنشطة النمذجة الرياضية، مثل أنشطة استخراج النموذج، هي مجموعة فرعية من واجبات حل المسائل التي لها مجموعة محددة من ستة مبادئ، وهي أنشطة مفتوحة النهايات وتترك مجالًا للحلول المتعددة، وهذه الأنشطة يحلها الطلاب عادة في مجموعات ثلاثية، ويتوقع منهم أن يبلغوا زملاءهم بالحل، ويفرض إبلاغ الحل للزملاء ضرورة أن يتوصل الطلاب إلى نموذج قد لا يكون بسيطًا، ولكنه سهل التفسير. وقد وصف ليش وزملاؤه عملية النمذجة الرياضية بأنها اكتساب بعض أقوى الأفكار في مستوى رياضيات وعلوم ما قبل الجامعة (وهذا يتضمن تخصصات (ستيم)، وهذا هو السبب الذي يجعل أنشطة استخراج النموذج مناسبة جدًّا للطلاب الطامحين في متابعة تخصصات (ستيم).

## التسريع والإثراء

لا يزال الخلاف دائرًا حول ما الذي يخدم الطلاب الموهوبين في تخصصات (ستيم)، هل التسريع أم الإثراء. وسبب استمرار هذا الخلاف بلا حل هو أن الطلاب يتمتعون بسمات فردية كثيرة؛ ما يجعل المعلمين يتفادون التعميم المبالغ فيه، مثل التسريع فقط أو الإثراء فقط، وباختصار يتمتع الإثراء ببعض الخصائص التي تساعد الطلاب على زيادة تطورهم، وفي حالات أخرى يكون التسريع أو التسكين الخيار الأفضل، وربما تكون الفكرة التي يجمع عليها معظم خبراء المناهج أن حلقات التعلم التي يمكن أن يطبق فيها التسريع والإثراء تعد مثالية، وهذا هو السبب في أن القليل من طرائق المنهاج المختارة، مثل أنشطة استخراج النموذج، تلائم الطلاب الذين يحتاجون إلى التسريع والإثراء.

ربما تكون الفكرة التي يجمع عليها معظم خبراء المناهج أن حلقات التعلم التي يمكن أن يطبق فيها التسريع والإثراء تعد مثالية، وهذا هو السبب في أن القليل من طرائق المنهاج المختارة، مثل أنشطة استخراج النموذج، تلائم الطلاب الذين يحتاجون إلى التسريع والإثراء.

## منهج المستقبل لتطوير موهبة الرياضيات في تخصصات (ستيم)

السؤال الذي يظل بلا جواب: «ما الذي يشكل المنهج المثالي لتطوير الرياضيات في تخصصات (ستيم)؟» يمكن لأحدنا أن يجادل بالقول إن مثل هذا المنهج المثالي لا وجود له، لكن آخرين قد يقولون أنه توجد بعض الخصائص العامة التي يجب أن توجد في معظم المناهج الدراسية، هذه المناهج المثالية الغنية بأنشطة حل المسائل مفتوحة النهايات، التي تعزز الإثراء والتسريع والنمذجة الرياضية والتفكيرين الناقد والإبداعي والتعلم المفاهيمي، والمناهج ذات المداخل المتعددة. ولا شك أن مصطلح مثالي يوحي بشيء يصعب تحقيقه.

وبالنتيجة، على معلمي الرياضيات في المرحلة الأساسية لطلاب تخصصات (ستيم) أن يبحثوا عن أكبر عدد ممكن من هذه الخصائص، وأن يتوقعوا وجودها في المناهج الدراسية. ولزيادة الأمر غموضًا، فإن على المنهج المثالي أن يلبي أكبر عدد من المعايير المحلية والوطنية، بما في ذلك المعايير الرسمية الجوهرية المشتركة في الرياضيات، ومنها معياران وطنيان هما: المحتوى والعملية اللذان يجعلان المعيار شموليًّا.

> المناهج المثالية تلك الغنية بأنشطة حل المسائل مفتوحة النهايات التي تعزز الإثراء والتسريع والنمذجة الرياضية والتفكيرين الناقد والإبداعي والتعلم المفاهيمي، والمناهج ذات المداخل المتعددة.

وفي العامين 1989 و 2000، قسم مؤلفو مبادئ الرياضيات المدرسية ومعاييرها الرياضيات إلى خمسة مجالات: الحس العددي والعمليات، والهندسة التي قسمها مؤلفو مبادئ الرياضيات ومعاييرها إلى 11 مجالًا تشمل: العد، وعدد عناصر المجموعة، والعمليات والتفكير الجبري، والعدد والعمليات من 10، والعدد والعمليات والكسور، والقياسات والبيانات، والهندسة، والنسب وعلاقات النسبة، ونظم العدد، والمعادلات، والاحصائيات والإحتمالات، وبهذا فإن على المنهج المثالي أن يأخذ بالحسبان نطاقات المحتوى الخمسة، والمجالات الأحد عشر، مع أن كثيرًا من التداخل سوف يحدث بين المفهومين الرياضيين.

وكذلك تشمل مبادئ الرياضيات المدرسية ومعاييرها خمسة معايير للعملية (التي على الطلاب أن يقوموا بها)، وهي: التعبير، والارتباطات، وحل المسائل، والاستنتاج والبرهنة، والتمثيل. وقد غيرت مبادئ الرياضيات المدرسية ومعاييرها خمسة معايير عمليات لتعكس ثماني ممارسات رياضية، تشمل: فهم المسائل والمثابرة على حلها، والاستنتاج التجريدي والكمي، ووضع استدلالات قوية، ونقد استنتاج الآخرين، والنمذجة مع الرياضيات، واستخدام الأدوات إستراتيجيًّا، والاهتمام بالدقة والتفاصيل، والبحث عن التراكيب والاستفادة منها، والحفاظ على الترتيب في الاستنتاج المتكرر، لذلك على أي منهج شامل أن يأخذ بالحسبان معايير المحتوى والعملية، مع إدراك أن كثيرًا من المعايير المذكورة سابقًا تتكرر في نص المعيارين.

## منهاج الأربع عيّنات

يتراوح منهاج الأربع عينات الموضح في الجزء اللاحق من منهاج تكميلي إلى منهج عملي ومستقبل بالكامل، وقد ناقشنا كل واحد منها مع تعليق مختصر عن فوائدها ومآخذها. وعند تحليل المناهج لهذا الفصل، فإن مكونات المنهاج التي نوقشت سابقًا قد استخدمت مقياسًا للتضمين.

### بناء المكعبات ©Building Blocks

المنهج الأول هو الذي طرحه دو كلمينتز وجولي ساراما (Doug Clements & Julie Sarama, 2013) وحمل اسم بناء المكعبات، وقد تكرر ذكر هذا المنهج في معظم دراسات المناهج الحديثة الخاصة بالتعلم المسماة مسارات التعلم.

وجاء تطوير هذا المنهج بمنحة من مؤسسة العلوم الوطنية، وهو خدمة وسائل تعليم إلكتروني لخدمة الطلاب فرديًّا، وهذا المنهج يكيف الأنشطة بناء على آخر رد من الطالب، بمعنى إذا كان لدى الطالب سوء فهم أو يظهر طلاقة، فإن البرمجية تستجيب وفقًا لذلك.

وما يؤمل من هذه البرمجية والمنهج المطبوع هو عزل مجالات احتياج الطلاب، والمساعدة على تهذيب هذه المجالات لتحقيق الطلاقة، ويُزوَّد المعلمون ببيانات القياس ليستطيعوا توجيه

الطلاب، والميزة التعويضية لهذه البرمجية هي أنها متاحة للاستخدام الفردي، وتوجد أيضًا نسخ مطبوعة من المنهاج، ومعها مسؤولية على عاتق المعلم لتقديم تدريس متمايز، ولهذا السبب فإن منهج بناء المكعبات يبشر بتطوير معرفة رياضية، ويمكن استخدامه في المنزل بسهولة، ويمكن شراء حق استخدام المعلم والمنطقة التعليمية لهذا المنهج، يضاف إلى ذلك أن هذه البرمجية تبدو تفاعلية، وتدمج الاستخدام الحر للرسومات من أجل تسلية الطلاب في الصفوف الأساسية، وتحديهم في وقت واحد، وفي ما يتعلق بمجالات المحتوى، فإن هذا المنهج يتضمن أنشطة في مجالات المحتوى الخمسة لمبادئ مجلس معلمي الرياضيات (NCTM).

وهو متفق مع المعايير الرسمية الأساسية المشتركة لممارسة الرياضيات (common core state standards for mathematical practice)، ويشدد أيضًا على التفكير المفاهيمي من مناهج الرياضيات المبنية على البحوث التي تخدم الطلاب في المراحل الدراسية المبكرة، لذلك فإن هذا المنهج مثير، ويسد هذه الفجوة. ويوشك منهج الصف الأول على الانتهاء، وتُعدُّ الخطط لإعداد منهج رياضيات للصفوف من 2 – 5. لمعرفة المزيد عن هذا، زر الموقع:
https://www.mheonline.com/programMHID/view/0076BB2012

## أنشطة استخراج النموذج

لقد تطرقنا إلى هذه الأنشطة في بداية هذا الفصل، وهي، -مثل بناء المكعبات- لم توضع لتكون منهجًا مستقلًا، بل بهدف استكمال المنهاج عن طريق تحدي الطلاب لصنع نماذج رياضيات. إن الهدف من تصميم النماذج الرياضية هو مساعدة الطلاب على فهم الرياضيات. وتملك أنشطة استخراج النموذج القدرة على تحديد الإبداع وتسهيله، ومع أن هذه الأنشطة لم توضع في الأصل من أجل استخدام الطلاب الموهوبين في الرياضيات، إلا أن باحثين عديدين بذلوا جهودًا كبيرة لضمان صياغتها بحيث تخاطب الطلاب الموهوبين، وهذه الأنشطة واجبات مفتوحة النهايات، وصممت باستخدام ستة مبادئ:

- **مبدأ بناء النموذج:** النموذج المتشكل يجب أن يصف توقعًا، ويشرحه و/أو يبرره.
- **مبدأ الحقيقة:** على النموذج أن يوجد معنى عن طريق تمكين الطلاب من فهم الظاهرة الرياضية موضوع الاستقصاء.

- **مبدأ القياس الذاتي:** على النموذج أن يكون قادرًا على توعية الطلاب في المجموعة بفائدة الحل الذي توصلوا إليه.
- **مبدأ التوثيق المفهوم:** على النموذج مساعدة المعلمين على تفسير الطريقة التي يستجيب بها من يحلون المسألة عن طريق خطوات موثقة.
- **مبدأ قابلية المفهوم للتشاركية:** وإعادة الاستخدام: يتعين أن يكون النموذج من النوع الذي يمكن استخدامه في حالات مماثلة مختلفة، ثم تعميمه بعد ذلك.
- **مبدأ النموذج الأولي الفاعل:** يتعين أن يكون النموذج من النوع البسيط لدرجة تكفي للإجابة عن السؤال المطروح (في المسألة)، لكنه صعب لدرجة تكفي لاستخدامه في حالات رياضية إضافية.

وفي ما يتعلق بتطوير أنشطة استخراج النموذج والبحوث، قضى تشامبرلين أطول وقت ممكن على تنفيذ هذه الأنشطة مع الطلاب الموهوبين، ووضع أنشطة ذات علاقة بالإحصائيات وبالاحتمالات، وقد وضعت هذه الأنشطة مع أخذ الطلاب الموهوبين بالحسبان، وقد استخدمت غالبًا مع طلاب الرياضيات في المرحلة الابتدائية والمتوسطة، ويضاف إلى ذلك أن كتبه تتضمن نصائح من المعلمين، بما في ذلك نقاشات عن القياس، بهدف مساعدة المبتدئين في نشاط استخراج النموذج. إن للاحتمالات والإحصاءات تطبيقات متعددة في مجالات (ستيم)، بما في ذلك الرياضيات والفيزياء والكيمياء والهندسة وتخصصات أخرى كثيرة، ومن المكونات الإيجابية لأنشطة استخراج النموذج أن كثيرًا منها يمكن العثور عليها من الإنترنت، وتحمل بعض هذه الأنشطة تحذيرًا بأنها لم تكن معدة للطلاب الموهوبين، وتوجد أكبر قاعدة بيانات لهذه الأنشطة في جامعة مينيسوتا، انظر: http://cehdvision2020.umn.edu/cehd-blog/stem-meas-in-action/ وفي جامعة بوردو.

يتألف كل نشاط من أنشطة استخراج النموذج من أربعة أجزاء: مقالة صحفية، ومجموعة من أسئلة الاستعداد، ونص مسألة، ومعلومات رياضية تستخدم لحل المسألة (مثل جدول بيانات وخريطة... إلخ)، وبعد قراءة المقالة الصحفية، يجيب الطلاب عن الأسئلة، وفي معظم الأحيان، يكون هدف الأسئلة تحديد الأفكار الغامضة الواردة في المسألة، وبالنتيجة يقضي الطلاب ما بين

45 دقيقة إلى ساعة كاملة في حل المسألة أو وضع نموذجهم الرياضي. الشكل 6.1 يظهر عينة نص مسألة، وليس نشاط استخراج نموذج كامل، مع جدول بيانات مرافق.

## مشروع $M^2$ و $M^3$

يتألف هذان المنهجان المستقلان من منهجين منفصلين، ولكن متداخلين (Project $M^2$ اختصار لتدريب الرياضيين الصغار Project Young Minds بينما Project $M^3$ Mentoring Mthematical Minds اختصار لتدريب العقول الرياضية Mentoring Mathematical Minds)، ومثل المناهج كلها التي ذكرناها في هذا الفصل، فإن هذين المنهجين قائمان على البحث، وقد أثبتا فاعلية مع الطلاب الموهوبين والنابغين، والفلسفة من وراء كلا المنهجين هي تحدي الطلاب الصغار بشدة حتى يرتقوا إلى مستويات أعلى، بحيث يمكن إلحاقهم ببرامج تسريع وإثراء في السنوات اللاحقة.

ومثل منهجي (Building Blocks) و (MEAs)، فإن منهاجي ($M^2$) و ($M^3$) يعتمدان التدريس المتمايز، وعلاوة على ذلك فإن الهدف من كل منهج جعل الطلاب الصغار يقلدون ما يفعله خبراء الرياضيات في العالم الواقعي (شبيه بفلسفة MEAs)، وباختصار يتوقع من دارسي الرياضيات الصغار أن يفهموا الرياضيات (Hiebert et al., 2000).

ويرتبط (Project $M^2$) بالهندسة والقياس، ويجعل الطلاب الموهوبين من الروضة – صف 2 يجيبون عن أسئلة رياضيات مفتوحة النهايات، ومبنية على حل المسائل، وقد دمج هذا المنهج أفضل الممارسات من تدريس الرياضيات وتربية الموهوبين وتعليم الطفولة المبكرة، وبني على فكرة أن الأطفال الصغار يعرفون أكثر من العلامات التي يحصلون عليها، وقادرون على قبول التحدي للارتقاء إلى مستويات أعلى.

أما (Project $M^3$) فهو مثل نظيره السابق صمم لخدمة الطلاب الموهوبين والنابغين في الأغلب، ويضاف إلى ذلك أن هذا المنتج وهو الذي صمم أولًا قد طور باستخدام أفضل الممارسات من ميدان تدريس الرياضيات، وتربية الموهوبين. يتألف هذا المنهج من 12 وحدة (4 منها للصفوف 3، 4، و5). وعلى العكس من (Project $M^2$)، الذي يركز على الهندسة والقياسات، فإنProject)

($M^3$ ذو تخصصات عديدة؛ بمعنى أنه يدمج الأفكار المهمة من مجالات محتوى الرياضيات كلها (مثل الجبر، وتحليل البيانات، والاحتمالات، والهندسة والقياسات والعدد والعمليات)، والجانب المهم الآخر هو اقتراحات المعلمين للتعامل مع بيئة غرفة الصف، وحقيقة إن المنهج طبق تجريبيًّا مع الطلاب الموهوبين المحرومين، ويضاف إلى ذلك أن الجمعية الوطنية للأطفال الموهوبين قد اعترفت بأن وحدات كثيرة في (Project $M^3$) تعدُّ مثالية.

وينصح المعلمون وأصحاب المصلحة في ميدان تربية الموهوبين باستخدام هذين النموذجين بصفتهما منهجين مستقلين؛ حيث إنهما يتكونان من أنشطة صعبة تهدف تحديدًا إلى تطوير الطلاب الموهوبين في الرياضيات.

وهما قد يبشران بسد الفجوة بين التعلم الإجرائي والتعلم المفاهيمي، وتبدو هذه الفجوة هي التي تفصل أداء كثير من الدول الغربية عن نظرائها في جنوب شرق آسيا في مسابقات الاتجاهات العالمية في دراسة الرياضيات والعلوم-تيمز (Trends in International Mathematics and Science Study–TIMMS; 2008).

## نص المسألة

باستخدام البيانات عن رياضيي قاعة المدرب (Coach Hall)، أوجد طريقة لمنح بعثات للرياضيين المهتمين بالانضمام إلى فريق ألعاب القوى، ومن المنطقي منح ما بين لاعبين إلى ثلاثة لاعبين منحًا في السنة، ومن الممكن توزيع أقل من منحة كاملة. تذكَّر أنك لو منحت الجزء الأقل من المنحة، فقد تخسر أحد اللاعبين لصالح فريق آخر، لذلك ربما تفكر في منح مستويات مختلفة من المنحة (مثل 25%، 50%، 70%، 100%) ومهمتك أن تعطي تبريرًا لمنح المنحة. اكتب رسالة مفصلة لمدير القاعة تبين فيها مبرر قرارك وتشرحه.

## جدول البيانات

| اسم الرياضي | المرحلة الثانوية مسابقة 5 آلاف متر (أسرع وقت) | المرحلة الثانوية مسابقة 10 آلاف متر (أسرع وقت) | سنة أولى جامعة (أسرع وقت) | سنة ثانية جامعة (أسرع وقت) | سنة ثالثة جامعة (أسرع وقت) | سنة رابعة جامعة (أسرع وقت) | أسرع وقت مسجل |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| محمد | 14:32 | 30:06 | 30:38 | 29:27 | 29:36 | 30:14 | 29:27 |
| أحمد | 15:15 | 31:53 | 30:42 | 29:38 | 30:07 | 29:40 | 29:38 |
| سليمان | 16:14 | 33:15 | 32:43 | 32:21 | 31:59 | 31:30 | 31:30 |
| داود | 14:18 | 29:45 | 30:03 | 29:58 | 29:03 | 29:12 | 29:03 |
| سلطان | 16:02 | 32:12 | 31:47 | 31:53 | 31:17 | 30:12 | 30:12 |
| سلمان | 16:21 | 33:15 | 33:08 | 31:42 | 31:42 | 31:17 | 31:17 |
| خالد | 14:47 | 30:08 | 29:31 | 29:38 | 29:12 | 28:58 | 28:58 |
| سيف | 15:37 | 32:29 | 31:12 | DNR | 31:20 | DNR | 31:12 |
| نايف | 16:17 | DNR | 32:28 | 32:17 | 32:23 | 31:38 | 31:38 |
| متعب | 15:40 | 32:10 | 32:28 | 31:55 | 31:17 | 31:23 | 31:17 |
| عبدالله | 15:03 | 32:00 | 31:37 | 31:23 | DNR | 30:10 | 30:10 |
| وليد | 14:32 | 30:04 | 29:36 | 29:03 | 28:51 | 28:58 | 28:51 |
| علي | 15:21 | 31:54 | 31:54 | 31:37 | 31:43 | 31:10 | 31:10 |
| طلال | 15:28 | 31:58 | 31:47 | 31:53 | 31:22 | 30:36 | 30:36 |
| مشعل | 14:58 | 30:45 | 30:30 | 30:27 | 29:57 | 29:32 | 29:32 |
| سعود | 14:54 | 30:03 | 30:00 | 29:43 | 29:12 | DNR | 29:12 |
| علاء | 15:08 | 31:55 | 32:10 | 31:08 | 31:11 | 31:09 | 31:08 |

**الشكل 6.1** عينة نص مسألة مأخوذ من Sample problem statement. From Statistics for Kids (pp. 25–26), by S. Chamberlin, 2013, Waco, TX: Prufrock Press. Copyright 2013 by Prufrock Press. Reprinted with permission.

## المنهج المثالي

ربما بعد كل هذا بات القراء يتساءلون: «ما المنهج الأفضل الذي استخدمه لخدمة الطلاب الموهوبين؟» وبصراحة، لا يوجد جواب واحد عن هذا السؤال؛ لأن كل طريقة تسد فجوة تختلف عن الطرائق الأخرى، وليست غرف الصفوف كلها متشابهة، ومع ذلك فإن دمج المناهج الأربعة التي ناقشناها سابقًا ربما سيوفر الطريقة الأكثر شمولًا لتطوير الطلاب الموهوبين رياضيًّا ليتقدموا نظراءهم في تخصصات (ستيم) مثلًا، ويمكن للطلاب الموهوبين الصغار أن يبدؤوا بمنهج بناء المكعبات الذي يتبع طريقة متمايزة تتناسب مع احتياجاتهم النمائية المبكرة، ويستطيع الرياضيون الصغار استخدام هذا المنهج الذي سوف يساعدهم على تطوير التعليم المفاهيمي في عمر مبكر (من الروضة - الصف الأول). ومع تقدمهم في الروضة، يستطيع هؤلاء الطلاب الانتقال إلى ($Project\ M^2$)، واستخدام بناء المكعبات منهجًا مكملًا، وفي الصف الثالث، يستطيع الطلاب الانتقال إلى منهج ($M^3$) لاكتساب نظرة أكثر شمولية للرياضيات، وفي سنوات المرحلة الابتدائية العليا (مثل الصفين الرابع والخامس)، ويمكن للطلاب الصغار البدء بقضاء وقت أطول في حل أنشطة استخراج النموذج، وفي النتيجة تبدو هذه الطريقة الوحيدة والأمثل والأكثر شمولية؛ لأن المناهج الأربعة كلها توفر أفضل الممارسات في تدريس الرياضيات وتربية الموهوبين، بالإضافة إلى أن كلًّا من ($Project\ m^2$& Building Blocks) أخذا بالحسبان أفضل الممارسات المعتمدة من الجمعية الوطنية الأمريكية لتربية الأطفال الصغار، ويضاف إلى هذا كله أن الطبيعة الشمولية للمناهج الأربعة تبشر باحتمالات كبيرة لإعداد طلاب الرياضيات لتوقعات متعددة التخصصات، مثل تلك التي سنتوقعها في تخصصات (ستيم).

## أسئلة للنقاش

1. في ضوء ما تعلمته في هذا الفصل، ما أفضل طريقة للتعلم بالنسبة إلى طلاب الرياضيات؟
2. قياسًا بخصائص المنهاج التي شرحناها في هذا الفصل، ما خصائص المنهج الذي تستخدمه التي تعزز التعلم في تخصصات (ستيم).
3. كيف تستطيع تغيير أسلوبك التدريسي لتسهيل التعلم المفاهيمي في الرياضيات؟

4. هل التســريع أو الإثراء هو الطريقة المفضلة لتسـهيل التعلم بين الطلاب الموهوبين في الرياضيات؟

## مصادر مقترحة

- Building Blocks©: http://gse.buffalo.edu/org/buildingblocks/
- Project M2: http://projectm2.uconn.edu/
- Project M3: http://www.gifted.uconn.edu/projectm3/
- Model-Eliciting Activities: http://c.ymcdn.com/sites/www.amatyc. org/resource/resmgr/2009_conference_proceedings/delmas1.pdf

## المراجع

Boaler, J. (2002). Mathematical modeling and new theories of learning. *Teaching Mathematics and its Applications, 3,* 121-128.

Chamberlin, S. A. (2002). Analysis of interest during and after model-eliciting activities: A comparison of gifted and general population students (Doctoral dissertation, Purdue University, 2002). *Dissertation Abstracts International, 64*, 23-79.

Chamberlin, S. A. (2008). What is problem solving in the mathematics classroom? *Philosophy of Mathematics Education, 23,* 1-25.

Chamberlin, S. A. (2013). *Statistics for kids: Model-eliciting activities to investigate concepts in statistics.* Waco, TX: Prufrock Press.

Chamberlin, S. A. (in press). *Using model-eliciting activities to investigate concepts in probability.* Waco, TX: Prufrock Press.

Clements, D. H., & Sarama, J. (2013). *Building Blocks, Volumes 1 and 2.* Columbus, OH: McGraw-Hill Education.

Colangelo, N., Assouline, S., & Gross, M. U. M. (2004). *A nation deceived: How schools hold back America's brightest students.* Iowa City: University of Iowa, The Connie

Belin and Jacqueline N. Blank International Center for Gifted Education and Talent Development.

Coxbill, E., Chamberlin, S. A., & Weatherford, J. (2013). Using Model-Eliciting Activities as a tool to identify creatively gifted elementary mathematics students. *Journal for the Education of the Gifted, 37,* 176-197.

Facione, P. A. (1990). *Critical thinking: A statement of expert consensus for purposes of educational assessment and instruction. Research findings and recommendations.* Newark, D: American Philosophical Association. (ERIC Document Reproduction Services No. ED315423).

Gavin, M. K., Casa, T. M., Adelson, J. L., Carroll, S. R., & Sheffield, L. J. (2009). The impact of advanced curriculum on the achievement of mathematically promising elementary students. *Gifted Child Quarterly, 53,* 188-202.

Gavin, M. K., Casa, T. M., Adelson, J. L., & Firmender, J. M. (2013). The impact of advanced geometry and measurement units on the achievement of grade 2 students. *Journal for Research in Mathematics Education, 44,* 478-510.

Gavin, M. K., Casa, T. M., Firmender, J. M., & Carroll, S. R. (2013). The impact of advanced geometry and measurement units on the mathematics achievement of first-grade students. *Gifted Child Quarterly, 57,* 71-84.

Good, T. E., & Brophy, J. E. (1986). *Educational Psychology: A Realistic Approach* (3rd ed.). New York, NY: Longman Publishing.

Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K. C., Wearne, D., Murray,... Human, P. (2000). *Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Kettler, T. (2014). Critical thinking skills among elementary school students: Comparing identified gifted and general education student performance. *Gifted Child Quarterly, 58,* 127-136.

Köhler, H. (1997). Acting artist-like in the classroom, *International Reviews on Mathematical Education, 29,* 88-93.

Krutetskii, V. A. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren* (translated by J. Teller). Chicago, IL: The University of Chicago Press.

Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. In A. Kelly & R. Lesh (Eds.), *The handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 591-646). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum and Associates.

Lesh, R. A., & Johnson, H. (1976). Models and applications as advanced organizers. *Journal for Research in Mathematics Education, 7,* 5-81.

Mayer, R. E., & Hegarty, M. (1996). *The process of understanding mathematical problems.* In R. J. Sternberg & T. Ben-Zeev (Eds.), *The nature of mathematical thinking* (pp. 29-54). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

National Council of Supervisors of Mathematics. (1977). Position paper on basic skills. *Arithmetic Teacher, 25,* 19-22.

National Council of Teachers of Mathematics. (1980). *An agenda for action: Recommendations for school mathematics for the 1980s.* Reston, VA: Author.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for School Mathematics.* Reston, VA: Author.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: Author.

National Governors Association Center for Best Practices, & Council of Chief State School Officers. (2010). Common Core State Standards for Mathematics. Washington, DC: Authors.

Richland, L. E., Stigler, J. W., & Holyoak, K. J. (2012). Teaching the conceptual structure of mathematics. *Educational Psychologist, 47,* 189-203.

Rickansrud, K. M. (2011). The impact of the math enrichment program on student achievement (Doctoral dissertation). (ERIC Document Reproduction Services No. ED525318).

Robelen, E. W. (2010). Obama plays cheerleader for STEM. *Education Week, 30,* 1-2.

Trends in International Mathematics and Science Study. (2008). *TIMMS 2007 Results.* Retrieved from https://nces.ed.gov/pubs2009/2009001.pdf