الحدّ من القلق الناجم عن ارتكاب الأخطاء

«كانت لديّ مشكلات مع معلمة الرياضيات. فعندما كنت أطرح سؤالاً، وكانت لا تجيبني وتقول إنه يتعين عليّ الاستماع، ولكنني كنت أستمع، ولم يكن شرحها جيداً».

ياسمين- تلميذة في الصف السابع

غالباً ما تكون الأخطاء التي يرتكبها الطلاب أخطاء متشابهة، باستثناء الأخطاء الناتجة عن الإهمال أو النقص في الحقائق الحسابية الأساسية. وأكثر هذه الأخطاء شيوعاً هي أخطاء في تطبيق الإجراءات، أو في تعلم الخوارزميات (إجراء الحسابات) عن ظهر قلب (التذكّر الصمّي). وتحدث هذه الأخطاء عندما لا يطور الطلاب التفكير الرياضي المنطقي الذي يصاحب بناء الأنماط الذهنية للمفاهيم؛ إذ إن تعلم الإجراءات والحقائق عن طريق الحفظ عن ظهر قلب فحسب، ليس مفيداً لاستخدامها بنجاح في مواقف جديدة.

وكما هو الحال مع المواد الأخرى، تكون لدى الطلاب مفاهيم غير صحيحة عن الرياضيات. وهذه المفاهيم غير الصحيحة تعيق عملية التعلم؛ لأنها راسخة بقوة في الشبكات العصبية التي تنشط مرة تلو الأخرى. لذا، يحتاج الطلاب إلى تجارب ملموسة للتخلص من هذه المفاهيم المغلوطة.

إن التخلص من المفاهيم غير الصحيحة عن الرياضيات أمر صعب، والاكتفاء بتكرار الدرس أو إعطاء المزيد من الوقت للتمارين لن يكون مفيداً. إنّ الطريقة الفضلى هي عرض الأخطاء الشائعة للطلاب، ومساعدتهم على دراسة أمثلة لمسائل محلولة تتبين فيها هذه الأخطاء، وتمنحك هذه الطريقة أيضاً الفرصة لتعزيز مهارات تأسيسية مهمة.

ارتكاب الأخطاء الشائعة

جمع أعداد من منازل عدة: أحد الأمثلة على الخطأ الشائع هو: 811 = 37 + 54. يحدث هذا الخطأ عندما يضع الطلاب العددين 54 و37 في أعمدة (أيْ بعضهما فوق بعض)، ومن ثم يجمعون رقمي كل عمود، فـ 11 = 7 + 4، وَ 8 = 3 + 5.

طرح أعداد من منازل عدة: يحدث الخطأ الشائع، عندما يطرح الطلاب الرقم الأصغر من الأكبر أينما كان. فمثلاً، 27 = 29 − 42، لأن 7 = 2 − 9 وَ 2 = 2 − 4. ولاحقاً يتكرر هذا الخطأ مع الأعداد الصحيحة السالبة، فيكتب الطلاب 10 = 55 − 45.

تجميع الحدود المتشابهة: هناك مفهوم آخر بحاجة إلى البناء ضمن إطار التعلم التجريبي، هو أنه يمكن جمع الحدود المتشابهة وطرحها فقط (أيْ الأشياء التي تتكون من فئة واحدة، أو من وحدات القياس نفسها). وما لم يُتعلَّم هذا المفهوم ويُفهم فهماً تامّاً في المرحلة الابتدائية، سيبقى الطلاب يتعثرون فيه عندما ينتقلون إلى تعلم المقامات المشتركة وتبسيط المعادلات الجبرية. ومن الأمثلة على هذا الخطأ الشائع في هذه الفئة الإجابة الآتية: 2أ 4 = 2 +أ

جمع الكسور العشرية وطرحها: عندما يطبق الطلاب القاعدة التي حفظوها عن جمع الأعداد الكلية، فإنهم قد يضعون الأرقام بعضها فوق بعض من جهة اليمين بدلاً من وضعها بناءً على نقاط الكسور العشرية. فقد يكتبون مثلاً:

$$\begin{array}{r} 123.4 \\ -\ 4.593 \\ \hline \end{array}$$

بدلاً من:

$$\begin{array}{r} 123.4 \\ -\quad 4.593 \\ \hline \end{array}$$

الصفر بوصفه حافظ منزلة: ما لم يتعلم الطلاب القيمة المكانية مبكراً، فإنهم سيخلطون بين الصفر بوصفه حافظاً للمنزلة والصفر الذي لا يغير من قيمة العدد. ومثال على هذا الخطأ الشائع هو:

3.4 = 3.04 وَ 3.40 > 3.400. وهذا الخلط نفسه قد يؤدي إلى المفهوم غير الصحيح بأنه كـي تضرب الكسور العشرية في العدد 10 فإنك تضيف إليه الصفر فقط؛ لأن الطلاب تعلموا «إضافة الصفر» عندما تعلموا الأعداد الكلية الموجبة والسالبة، ولكن هذا الحل لا يطبق على الكسور العشرية والكسور الاعتيادية.

جمع الكسور وضربها: الخطأ الأكثر شيوعاً الذي يرتكبه الطلاب عندما يجمعون الكسور، ينجم عن جمع البسط والمقام، دون تغيير الكسور لتوحيد مقاماتها أولاً. ولا يستغرب أن نرى الطالـب $\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$ يجمع البسطين (2+4=6) والمقامين (3+5=8)، ويكتب حاصل الجمع على النحو الآتي: $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{6}{8}$.

كما يرتبك الطلاب عند إخبارهم، دون أن يكون لديهم استيعاب مفاهيمي، لماذا يتعين عليهم ضرب بسطي كسرين ومقاميهما عندما يريدون ضرب الكسرين، خاصة إذا قيل لهم إنه لا يمكنهم جمع بسطي كسرين ومقاميهما عندما يريدون جمع الكسور. وأفضل طريقة للتخلص من هذا المفهوم غير الصحيح هو جعل الطلاب يستخدمون الوسائل المحسوسة عندما يتعاملون مع الكسور أول مرة. وهذه الطريقة تسمح لهم بتصور البسط والمقام مقسّمين إلى أجزائهما الرئيسـة. وعلاوة على ذلك، سينتج عن الخلط بيـن طبيعة عمليتي الجمع والضرب الأخطاء الشائعة في تطبيق قواعد التوزيع، والتجميع، والإبدال الخاصة بعمليتي الطرح والقسمة.

«حاصل الضرب يكون دائماً عدداً أكبر». هذه العبارة صحيحة للأعداد الكلية الموجبة، ولكنها غير صحيحة للكسور الاعتيادية والأعداد السالبة. إذ يكتسب الطلاب المفهوم غير الصحيح في أنّ هذه العبارة صحيحة في الحالات كلها بسبب خبراتهم الأولى مع الأعداد الكلية الموجبة. فبـدلاً من قولك: **«نصف ضرب ثمانية»**، جـرّب أن تقول: «نصف الثمانيـة»، فاستخدامك «أل التعريـف» فـي هذه المسألة (أيّ، عندما يُضرب كسر و عدد كلـي معاً)، يوضّح لهم أنّ الناتج سيكون أقل من ثمانية.

المعدلات والنسب عندما تكتب على صورة أعداد كلية أو كسور اعتيادية. يجب أن يفهم الطلاب أن النسب أو المعدلات هي علاقة بين الأعداد وليست الأعداد نفسها. فمثلاً، قد يكتب الطلاب «2:2» أو «2 إلـى 2» يسـاوي 1. فإن فعلوا ذلك، فقد فاتهـم أن مفهوم المعدل هو المقارنة بين

عامليـن مختلفين (كالأميال مقارنـة بالساعات). لذا، فإنهم لا يفهمـون لماذا لا يمثّل العدد الفردي أو العدد الكسري المقارنة، ولا يمكن أن يكون معدلاً.

وفّر البيئة الملائمة للطلاب الصغار

إن ما نعرفه عن الدماغ يشير إلى أن بيئات التعلم التي تناسب الصغار يمكن أن تختلف في بعض الجوانب عمّا يناسب الطلاب الأكبر سنّاً. وهذا يعود إلى خاصيتين مهمتين واضحتين لدى الأطفال، هما احتمال ارتكاب الأخطاء، والفضول الفطري.

المادة الرمادية

التجربة والخطأ

كثيـراً ما تستنـد أقوالنا أو أفعالنا إلى تفسير الدماغ للمعلومات المخزونة في الذاكرة من الخبرات السابقـة. إن معظـم قراراتنا هي تخمينات مبنية في مستوى اللاوعـي وموجهة من هذه الذكريات. وتكون ذكريات القرارات مرتبطة بالمتعة أو عدمها التي نجمت عن التخمينات السابقة. ومثلما تتراكم الخبرات السابقة، فكذلك الحال مع شبكة البيانات المخزنة في الدماغ، ونتيجة لذلك، تصبح استجابتنا للمدخلات الجديدة أكثر دقة.

تزداد قدرة أدمغتنا على تفسير البيئة من حولنا، من خلال الفضول وممارسة التجربة والخطأ، والمتعة الناجمة عـن إطلاق الدوبامين من الاستجابات الصحيحة، والمشاعـر السلبية الناجمة عن الاستجابات غيـر الصحيحـة ؛ حيث تزداد دقة الدماغ شيئاً فشيئاً في توقع (تخمين) الفعل (الإجابة) المناسب (الذي سيجلـب المتعة). وترسل هذه التوقعـات على صورة إشارات إلى أجزاء الدماغ التـي تتحكم في أفعالنا أو كلماتنـا أو إجاباتنا عن الأسئلة. وكلما كبر الأطفـال، ومروا بالخبرات، تحسّن تفكيرهم؛ أيّ يمكن لقشرة الدماغ الأمامية الانعاكسية أن تعدل من الاستجابة (اللاإرادية، التفاعلية) العاطفية للدماغ السفلي. ويستطيع الدماغ من خلال التجربة والخطأ، وارتكاب الأخطاء والقيام بالاختيار الصائب، أن يبني المسارات العصبية للمحافظة على الفعل الذي نتجت منه المكافأة وتكراره. وهذا يعني للطلاب ولغيرهم أنه بعد تخمينهم غير الصحيح، فإنه عندما يتكرر السؤال عليهم مرة أخرى، تزداد لديهم دقة التخمين وتتحسّن؛ لأن المعلومات غير الصحيحة في الدورة العصبية قد تغيرت.

تشير البحوث إلى أن الأطفال عادة ما يكونون مرتاحين عندما يرتكبون الأخطاء؛ إذ تُظهر الأجزاء في الدماغ المسؤولة عن التحكم المعرفي عند الأطفال الذين تقل أعمارهم عن ثماني سنوات نشاطاً قويّاً بعد التغذية الراجعة الإيجابية، أما الأجزاء المتعلقة برد الفعل على التوتر فلا تنشط من التغذية الراجعة السلبية؛ (Crone, Donohue, Honomich, Wendelken & Bunge, 2006; Van Duijvenvoorde, Zanolie, Rombouts, Raijmakers & Crone, 2008). إذا كنت معلماً للصغار، فأنت الراعي لقدراتهم الإبداعية الثمينة، فالتحدي يبني المهارات لديهم، ولذلك، فإن عدم وجود تحديات كافية، لن يؤدي إلى نموّ أدمغتهم الرياضية.

لذلك، اترك الأطفال على سجيتهم لارتكاب بعض الأخطاء، حتى يكون لديهم الاستعداد لتحدي أنفسهم في السنوات القادمة.

يولد الفضول الفطري معنا، ويحتفظ الأطفال بالكثير منه. ومنذ الطفولة، تحتاج عقولهم الصغيرة إلى فهم العالم من حولهم كي يتمكنوا من العيش. وعلى الرغم من أن الفضول الفطري مهم جدّاً لتعزيز هذا الاسكتشاف، إلا أنه يقود إلى التصرف دون وعي. يستطيع الطلاب من خلال الاستكشاف، أن يبنوا تدريجيّاً شبكات عصبية للفئات (الأنماط والرسوم، مثلاً)، ومع استمرار الاستكشاف والخبرة، تتوسع الشبكات لديهم لاستيعاب المزيد من التفاصيل. وتُعدل الشبكات استجابة للأخطاء (أي التوقعات غير الصحيحة المستندة إلى المعلومات الحالية) عندما ينشئ الطلاب روابط أكثر دقة بين ما توقّعوه وما جرّبوه (أيّ مدخلات المثير للحواس). وتستمر هذه العملية من دون إدراك تام.

المادة الرمادية

التغيرات المرتبطة بالعمر

الأطفال الذين تزيد أعمارهم على ثماني سنوات أو تسع، يتفاعل مركز مكافأة تنظيم الدوبامين في نواة أكمبنس لديهم تفاعلاً قويّاً مع التغذية الراجعة الإيجابية (ينشّط قشرة الدماغ الأمامية)، ويتفاعل أقل ما يمكن مع التغذية الراجعة السلبية. أما الطلاب الأكبر سنّاً، فإن النشاط المتزايد ما زال يحدث في قشرة الدماغ الأمامية عندما يطلق الدوبامين استجابة للتغذية الراجعة الإيجابية (خاصة استجابة للإجابات/ التوقعات الصحيحة). لكن أكبر تغير مرتبط بالسن هو التفاعل الشديد لنواة

أكمبنس مع التغذية الراجعة السلبية التي يصحبها انخفاض في مستوى الدوبامين، والمتعة، وقلة وصول المدخلات من خلال مرشح اللوزة العصبية إلى قشرة الدماغ الأمامية. ويزداد نشاط نواة أكمبنس في سنوات المراهقة، ومن ثم ينخفض نشاطها في سن الرشد لتصبح نوبات انفعالية عميقة وأقل فجائية؛ (Crone et. al, 2006).

إن الاستجابة المرتفعة للتغذية الراجعة الإيجابية لدى الأطفال هي استجابة عصبية منطقية؛ لأن أدمغتهم بحاجة إلى الدافعية ليستمروا في الاستكشاف وفهم العالم. وتبدأ الأمور في التغير في المرحلة الدراسية الابتدائية العليا. ولما كانت قشرة الدماغ الأمامية تتفاعل أكثر عندما ينخفض مستوى إطلاق الدوبامين من قبل نواة أكمبنس الذي يحدث عند إدراك وجود الخطأ، فإن الطلاب من الصف السادس وحتى المرحلة الثانوية يتأثرون أكثر بالتغذية الراجعة السلبية، في حين يتأثرون بصورة أقل بالتغذية الراجعة الإيجابية. فتصبح المجازفة بارتكاب الأخطاء خبرات شديدة التوتر، خصوصاً أمام زملائهم في الصف، مما يقلّل من فرص تعلمهم.

لمّا كانت عقول الصغار تُثار نتيجة حب الاستطلاع أكثر من تأثرها بالحساسية تجاه الحرج عند ارتكاب الأخطاء، فإنه يمكنك أن تكون مباشراً، وتطلب إليهم الإجابة عن الأسئلة حتى لو لم يتطوعوا بأنفسهم. وغالباً ما تكون هذه الطريقة ضرورية للأطفال؛ لأن عقولهم لم تتطور بعد لدرجة تجعالهم يتحكمون بالانتباه. لذا، فهم بحاجة إلى إشراكهم في الدرس بطرق مباشرة، كأن تناديهم بأسمائهم وتدعوهم إلى المشاركة.

تقليل المواقف السلبية تجاه ارتكاب الأخطاء

لا تُطبق الإستراتيجيات الآتية على الأخطاء التي تُرتكب في الامتحانات، بل على الأخطاء التي تُرتكب أمام الزملاء في الصف. وسنبدأ بإستراتيجيتين عامتين لتشجيع المشاركة الواعية وزيادة التركيز باهتمام، ثم سنبحث في إستراتيجيات لتحسين ردود أفعالك تجاه أخطاء الطلاب، وإستراتيجيات لتشجيع المشاركة، وإستراتيجيات لإيجاد طرائق قليلة التوتر لاستخدام الأخطاء في التعلم.

* إستراتيجية: طبّق قاعدة وقت الانتظار

عندما تنادي الطلاب الصغار بأسمائهم، حتى أولئك الذين لا يتطوعون للمشاركة، من الضروري ترك وقت للانتظار بعد طرح السؤال؛ لمنع الطلاب المتحمسين من التلفظ بالإجابة بصوت عالٍ. واستخدام «التحدي المشترك» لتطبيق وقت الانتظار يخدم هذا الغرض. فمثلاً، أخبر طلابك أنك إذا أردت اختيار أحدهم للإجابة عن السؤال، ينبغي أن يمتنعوا عن التلفظ بالإجابة بصوت عالٍ، أو رفع أيديهم حتى تذكر رقماً معيناً (مثلاً، مضاعفات الرقم خمسة، رقم أكبر من تاريخ اليوم، وهكذا). عندما تتجاهل أصواتهم المنادية بالإجابة وأيديهم المرفوعة، لأن هذا يعدُّ خرقاً للقاعدة، سيدرك الطلاب عندئذٍ أنك لن تعيرهم اهتمامك حتى يستمعوا بانتباه ويلتزموا بالقواعد جميعها، وأن عليهم الانتظار حتى سماع الكلمة المتفق عليها قبل أن يتلفظوا بالإجابة.

* إستراتيجية: اسأل مجموعة من الطلاب في وقت واحد

ستزيد من مستوى تركيز الانتباه لدى الطلاب الصغار حين تنادي مجموعة منهم بأسمائهم للإجابة عن السؤال نفسه دون أن تخبرهم ما إذا كانت إجاباتهم صحيحة. فالشخص الذي يفكر هو وحده الذي يتعلم.

عندما يستمع الطلاب إلى زميلهم وهو يجيب والمعلم يخبره صحة إجابته، فإنهم في هذه الحالة لا تتوافر لديهم الفرصة لمحاولة تقييم المعلومات بأنفسهم. ولكن إذا كانت ثقافة الصف تجعل الطلاب يعلمون أنهم مسؤولون جميعاً عن الإجابة عن الأسئلة جميعها (لأنك ستسأل مجموعة من الطلاب عن إجاباتهم قبل أن تدلي بالإجابة الصحيحة)، لذا، فإنهم سيستمرون في التفكير في السؤال ذهنيّاً أو على الورق؛ لأنهم لم «يعطوا» الإجابة من الشخص الذي حلّ المسألة أولاً.

بعد أن تختار عدداً من المتطوعين ليعرضوا حلولهم، اطلب إلى الطلاب جميعهم التصويت على الإجابة. فإذا عرف سائر الطلاب أنهم ما زالوا مسؤولين عن إجاباتهم فسيظلون مهتمين؛

لأنهـم بذلـوا محاولة فعالة فـي الحل، وسيرغبون فـي معرفة إن كانوا مصيبيـن أم لا. وهذا سيحفزهم على إيجاد الطريقة الصحيحة للحل في المستقبل.

ويمكنـك أيضـاً أن تسأل أسئلة تقديرية على أن يختـار كل طلاب خياراً أعلى أو أقل من خيار زميله السابق له، وبذلك لا يكرر الطلاب إجابات زملائهم، ويستمرون في المتابعة حتى عندما تأتي أدوار غيرهم للإجابة.

* إستراتيجية: تدخّل فوراً

من المهم تخفيف التوتر فوراً لدى الطلاب عندما يدلون بإجابة غير صحيحة، لا سيما الذين لا يشاركون عادة في الصف، والذين تحاول استمالتهم للإجابة. ويتعين عليك أن تكون مستعدّاً حتى تتمكن من التدخل الفوري. وحين يجيب الطلاب عن السؤال أمام أقرانهم، فإنهم يعرّضون أنفسهم لمواقف محرجة. لذا، اشكرهم على أي إجابة يتطوعون بها. فقل مثلاً، «لقد أجبـت عن سـؤال صعب، فمرحى لك». وإن كانت الإجابة غيـر صحيحة، فحاول أن تعثر على جزء صحيح منها، ومن ثمّ أعد صياغة السؤال كي يتلاءم مع الجزء الصحيح، قبل أن تطرح السؤال الأصلي للصف بطريقة أخرى.

يمكنك أيضاً أن تقول إن إجابة الطالب قريبة من الإجابة الصحيحة، وتريد منه الاستماع إلى أفكار طلاب آخرين والتفكير في مراجعة الإجابة، ومن ثم ستعود إليه. عُد إلى هذا الطالب بسرعة واسأل سؤالاً آخر، أو سؤالاً سهلاً يستطيع حله، أو السؤال الأصلي إذا شعرت أن هناك وقتاً كافياً لديه، أو أنه قادر على استخلاص الإجابة الصحيحة من إجابات زملائه.

علـى الأرجح، ستتعرف من الإجابة غير الصحيحة إن كان الخطأ حسابيّاً (مثلاً، عملية جمع غير صحيحة) أو إجرائيّاً (مثلاً، جمع الطالب في حين كان السؤال عن الطرح). ستدّلك معرفتـك بالأساس الرياضي العام للطلاب إن كان يعرف كيفيـة الجمع والطرح ولكنه أخطأ لأنـه لم يعرف أي عملية يستخـدم. ويعتمد ما سيحدث لاحقاً على الطالب وأسباب وقوعه في الخطـأ. فإذا كان اختيـار العملية الصحيحة يُعد مشكلة لدى الطـلاب الآخرين، فإن البحث الفوري عن أسباب الأخطاء سيكون أمراً ذا قيمة للجميع.

يمكنـك أن ترد على إجابة الطالب بنبرة صوت وتعبير وجه إيجابيين قائلاً: «أنا مسرور لأنـك أعطيت هذه الإجابة، فهي تذكّرني أنني لـم أقدم شرحاً كافياً، فالكلمات المختلفة هي تلميحـات تخبرنـا أن نطرح. في السؤال الذي سألته قلت: «**ما الفرق بين** 15 و5؟»، وأنت أجبت 20 لأنك جمعت العددين، وهذه الإجابة أعطت رقماً مختلفاً عن 15 و5. دعونا نراجع (أو نضيف إلـى) قائمة المفردات التي تدلنا على الطرح». ثم أعط تمارين مشابهة، واطلب إلى الطلاب أن يجيبوا عن ذلك باستخدام سبوراتهم الخاصة أو بوسائل أخرى.

إذا كانت إجابة الطالب تدل على وجود مستوى إتقان منخفض لحقائق حُفظت عن طريق الحفـظ عن ظهر قلب (الحفظ الأعمـى)، فعندئذ لا توجد قيمة كبيرة في استخدام الأخطاء لأغراض تعليمية. لتقليل التوتر الناجم عن ارتكاب الأخطاء، أعط الإجابة الصحيحة، واسأل فوراً سؤالاً مختلفاً على أن تكون إجابة الطالب السابقة هي الإجابة الصحيحة. قل مثلاً: «قلت إن 5 ضرب 7 يساوي 30. والحقيقة أن 5 ضرب 7 يساوي 35، ولكنك مصيب في أن 5 مضروبة في عدد قريب من 7 يساوي 30. هل تعرف ما هذا العدد؟ أو: هل ترغب في أن أسأل زميلاً آخر؟»

إن كان الخطـأ خطأً مفاهيميّاً أو إجرائيّاً لموضوع أتقنـه الطلاب، فبإمكانك أن تقول: «تعجبني هذه الإجابة؛ لأنها تجيب عن سؤال آخر أنوي أن أسأله لاحقاً في هذه الوحدة». اكتب إجابة الطالب بطريقتك، ولكن أضف إليها شيئاً ما يجعلها «نقطة انطلاق» لموضوع سيُدرس في الأيام اللاحقة. قل مثلاً: «لقد قلت إن $\frac{1}{5}$ أكبر من $\frac{1}{3}$، وهذا يناسب موضوع قسمة الكسور. وسأكتـب «قسمـة الكسور»، وسأستخدم مثالك الرائع في درسنـا عن قسمة الكسور لاحقاً في هذا الأسبوع».

فـي الأيام القليلـة المقبلة، يمكنك أن تعطـي هذا الطالب تمارين وتدريبـاً إضافيّاً عن المقامات في الكسور لرفع مستواه إلى مستوى سائر أفراد الصف.

حين تنتقل إلى موضوع قسمة الكسور الاعتيادية، تذكّر أن تعود إلى هذه النقطة بالسؤال الآتي: «هل يمكن أن تعطيك القسمة رقماً أكبر من الرقم الذي بدأت به؟» وهذا يوفر قليلاً من التنافـر المعرفي (cognitive dissonance) لتعزيـز الفضول لمتابعة الدرس. بعد المناقشة، اعرض على الطلاب الكسور التي كتبتها عندما ارتكب الطالب خطأه السابق.

اكتب واسأل: «ما حاصل قسمة $\frac{1}{5}$ على $\frac{1}{3}$؟»، ثم اكتب الإجابة $\frac{3}{5}$، وضع دائرة حول المقامات. عُـد إلى الطالب، وقل له: «نعرف الآن أن للأرقـام الكبيرة معاني أخرى عندما تكون مقامات فـي الكسور. وهـذا يعود بنا إلى السؤال الذي سألته سابقاً. دعونا نكتب قائمة بما تعلّمناه عن ذلك السؤال الذي كتبته على السبورة، وهو: عندما تقسم كسراً على كسر آخر، فلماذا تحصل على ناتج أكبر من كلا الكسرين؟»

* **إستراتيجية: استخدم التقدير والتخمين لزيادة المشاركة**

لمّـا كان لدى الطلاب الكبار مشاعر سلبية تجاه الأخطاء، فإن الطريقة الجيدة لتعزيز المشاركة هـو أن تسأل أسئلة «مقاوِمة للأخطاء»، وهذه الأسئلةُ فرصٌ لإظهار التمايز بينهم؛ لأنها تتضمن خيارات للطلاب الذين يعرفون الإجراءات أو الحقائق للاستجابة ضمن مستوى فهمهم المفاهيمي المتنافي. يمكنك أيضاً أن تسأل أسئلة مفتوحة عن كيفية حل المسائل (بدلاً مـن حسـاب الناتج فعليّاً)، أو أسئلة تتطلب التخمين أو التوقـع فقط. أضف إلى ذلك أن عمل الطلاب في أزواج أو مجموعات يقلّل من السلبية تجاه الأخطاء.

إن استهـلال النقاش بجمل متنوعة، مثـل: «كيف يمكن أن نجـد ...» هي طريقة جيدة لإشراك الطلاب من خلال نقاط قوتهم، وتسمح لهم أيضاً بالاستماع إلى طرائق عدة، واختيار الطريقـة التي يفهمونها بصورة أفضل. مثلاً، اسـأل: «إذا أردنا إعطاء كل طالب يجلس على طاولتك مقداراً متساوياً من الزبيب الذي في الكيس، فكيف يمكن أن نقوم بذلك؟» ارفع كيساً شفافاً فيه مقدار كبير من الزبيب يصعب عدّه حتى يعرف الطلاب أنهم غير مطالبين بمعرفة إجابة محددة.

إن سؤالك هذا يركز على المفهوم والعملية. لذا، ذكّر الطلاب باستمرار ألّا يعطوا أرقاماً محـدّدة، لأنـك تبحث عن طرائق أو وسائل لبدء تخميـن موقف ما. وكما هو الحال في معظم نقاشـات مادة الرياضيات، اسأل الطـلاب لماذا يعتقدون أن اقتراحهـم قد ينجح، ثم اكتب ثلاثة اقتراحات، واطلب إليهم أن يخمّنوا أيها سينجح، حيث يمكنهم الانتقال إلى زوايا الغرفة الصفيـة التي تمثـل الاقتراحات الثلاثة إضافة إلـى الزاوية الرابعة التي لا تمثـل «أيّاً منها».

ويمكنهم العمل مع داعمين آخرين لهذه الطريقة لإيجاد الأدلة والأمثلة، أو ربط هذه الطريقة التي يدعمونها بعمليات أخرى مشابهة.

التخمين. عـادةً، لا يستغرق الطلاب وقتاً في التخمين أو التحقق من إجاباتهم، وعندما يُطلب إليهم التخمين فقد يحلون المسألة أولاً، ومن ثم يكتبون أقرب عدد يخمّنونه. ويقومون بذلك على الأرجح؛ لأنهم لم يجربوا قيمة «أنا هنا الآن» للتخمين.

شجـع التخمينات من خـلال تقييمها من جوانب عدة في الرياضيـات، وأعط تقديرات جزئيـة للتخمينات المنطقية على دفاتر الواجبـات المنزلية أو الامتحانات القصيرة. واطلب إليهـم أن يبـدؤوا بحل الواجبات المنزلية في الصف بالتخمين فقط. ومن ثمّ كتابة مجموعة مـن الإجابات مع إعطاء السبب الذي يجعلها منطقية حتـى وإن عرفوا الإجابة دون حسابها. ويمكـن مشاركة الصف فـي هذه الإجابات حيـن مراجعة التخمينات قبـل أن يغادر الطلاب المدرسة ليحلوا الواجب المنزلي وحدهم. وستصبح لدى الطلاب تخمينات دقيقة قد وافقتَ عليها، ثم اطلب إليهم أن يقارنوا بين إجابات الواجب المنزلي ليتأكدوا من أنهم على المسار الصحيح، أو أن عليهم إعادة التفكير في المسألة.

التوقع. القيام بالتوقع، هو كالتخمين، نوع آمن من «السلوك القائم على المجازفة» الذي يمكن أن يحفز استجابة الدوبامين الجالب للمتعة، ويشجع الطلاب الخائفين أو أولئك الذين ينشدون الكمال للقيام بمحاولة حدوث قلق (توتر اللوزة العصبية) من جراء ارتكاب الأخطاء. لـذا، أكد علـى أن التوقعات لا تتطلـب بالضرورة أن تكـون صحيحة، وأن أذكـى الطلاب في الرياضيات قد يدلون بتوقعات غير صحيحة.

هنـاك مثال يوضـح أن الجميع يتوقعون توقعات (وتخمينات) غيـر صحيحة. لذا، أخبر الطـلاب أنك سترمي قطعة نقدية فـي الهواء، وأن عليهم كتابة مـا يتوقعونه: ما الوجه الذي ستكـون عليه القطعة النقدية عند سقوطها على الأرض: الكتابة أم الصورة؟ ثم ارم القطعة النقدية، واطلب إليهم عدم الإفصاح عن توقعاتهم إن كانوا مخطئين. عندئذٍ، سيرون أنّ حتى «الطلاب الأذكياء» يخطئون في توقعاتهم أيضاً.

تساعد الخبرات المشابهة الطلاب المتردّدين على الإدراك تدريجيّاً أنّ التوقعات غير الصحيحة ليست علامات على الجهل، فيصبحون أكثر ثقة عندما توضح لهم أن التوقعات هي فرص للدماغ كي يجرب أمراً ما، ومن ثم يحصل على النتيجة الحقيقية، ويستخدم هذه المعلومات ليقوم بتوقعات أكثر دقة في المستقبل.

يستمتع الطلاب في الصفوف العليا، ولا سيّما المستكشفين، باكتساب مهارات التخمين في مواقف الحياة الحقيقية. وسيستمتع الطلاب الذين يتمتعون بهذه المهارات عندما تتاح لهم الفرصة في مشاهدة الهدف والخطوات المتسلسلة التي ستقودهم إلى النجاح.

اعرض أكبر قدر ممكن من الخيارات حتى يستطيع الطلاب المشاركة من خلال نقاط قوتهم، حيث يمكن عرض تعليمات مكتوبة أو شفهية في البداية لاسيّما من يملكون مهارات التخمين. ويمكن أن يكتب المستكشفون الملاحظات حول الخطوات المتبعة في الاستنتاج ليصفوا ما قاموا به. ويمكن للطلاب كافة اختيار الطريقة التي يعرضون فيها اكتشافاتهم النهائية، لتقويمها ومشاركة سائر أفراد الصف فيها.

يمكن أن يساعد استخدامُ الأحداث الجديدة المفاجئة والمتعارضة في توضيح أهمية التخمينات الدقيقة، الطلابَ على تذكّر المفاهيم. وفيما يأتي أمثلة على ذلك:

- اسكب ماءً في الكأس حتى يفيض الماء على الأرض. بعد انتهاء الطلاب من الضحك، اسألهم: ما الخطأ الذي ارتكبته؟ (**إنك لم تخطط، ولم تخمّن أو تتوقع الكمية التي يمكن للكأس أن تسعها لتتوقف عن السكب**).
- احضر إلى الصف متأخراً دقيقة، وأخبر الطلاب أنك لم تخمّن الوقت الذي سيستغرقك للمجيء إلى الصف ماشياً من المكان الجديد الذي أوقفت فيه سيارتك (أو أي مكان آخر).
- أحضر إلى الصف كيساً فيه 10 قطع حلوى صغيرة غير قابلة للتقسيم، وارفعها عالياً. وقل لهم مبتسماً: سأعطي قطعة واحدة لكل طالب.إنهم سيلاحظون بالتأكيد أنك لم تحضر ما يكفي من الحلوى، وسيصرّحون بهذا الشعور. يمكنك أن تقول: «حسناً، لم أعدّها؛ فكيف لي أن أعرف؟ ماذا يمكنني أن أفعل لإحضار كمية معقولة أكثر؟»

أرشدهـم إلى أن يقولـوا أنك خمّنت عدد الحلوى تخمينـاً تقريبيّاً لعدد الطلاب في الصف، ولكن تأكد من إحضار بقية الحلوى في كيس آخر!

* **إستراتيجية: أنشئ مركزاً للتخمين**

الكمية. جهّـز مكاناً في غرفة الصف تحفظ فيه أوعية لها الحجم نفسه، مملوءة بأشياء ذات حجـوم مختلفة. أما نشاط المركز الممتد، فيمكن للطـلاب تدوين تخميناتهم عن عدد الأشيـاء التي تحتويها هذه الأوعية. شجع الطلاب على تدقيـق تخميناتهم ومراجعتها دوريّاً، واطلـب إلى متطوعين قراءة بعض تخميناتهم إذا تطلّب الأمر ذلك. عندما تكشف عن الرقم الحقيقـي، اطلب إلى الطلاب تدوين ملاحظة في دفاترهـم إن كانت تخميناتهم أعلى أو أقل (وبكم مرة) من هذا العدد، ولماذا؟ ثم املأ الأوعية بأشياء مختلفة، واطلب إلى الطلاب القيام بالنشاط مرة أخرى، أي القيام بالتخمينات ومراجعتها خلال أيام عدة.

الوزن. لإكسـاب الطلاب مهارتي الحسـاب والتخمين، يمكن أن تضع في مركز التخمين ميزانـاً وأشياء لقياس وزنها، كأن تكون هذه الأشياء وسائل محسوسة للرياضيات لها الحجم والوزن أنفسهما، أو أشياء أخرى، مثل كرات الجولف القديمة. يحمل كل طالب أولاً ثقلاً وزنه كيلوجـرام، ومن ثم يضعه على الميـزان ليتأكد من الوزن. ثم يخمّن الطلاب أي الأشياء تزن كيلوجراماً واحداً. ويمكنهم فعل ذلك من خـلال وضع الشيء في كيس واستخدام أي طريقة يختارونهـا، مثـل حمل الشيء (الثقل) فـي اليد، أو محاولة تذكّر ثقـل الكيلو الذي حملوه، ثم يضعون الكيس على الميزان، ويضيفون الأشياء أو يخرجونها حتى يحصلوا على وزن كيلوجرام واحد. ويتعين عليهم الاحتفاظ بملاحظاتهم، وتكرار النشاط باستخدام أشياء أخرى. ولتوسيع هذا النشاط، يمكنهم استخدام أوزان تزن كيلوجرامين أو 3 كيلوجرامات، أو استخدام أشياء متنوعة، مثل كرات التنس والجولف.

المقارنات. اختـر علبتي طعام تزنان 240 جراماً و 480 جراماً على التوالي، واطلب إليهم حمل كلٍّ منهما، وأخبرهم بوزنيهما، أو أن يقرؤوا هم ذلك. ثم أعط الطلاب علبة أخفي وزنها، واطلـب إليهم مقارنة وزنهـا بالعلبتين اللتين تزنان 240 جراماً و 480 جراماً، ثم يمكنهم أن يخمنوا ما إذا كان وزن الشيء الجديد أقرب إلى 240 جراماً أو 480 جراماً. قد يرغب الطلاب

في تخمين الوزن بدقة أكثر عندما يصبحون أكثر نجاحاً. ثم اطلب إليهم أن يبرروا إجاباتهم، كأن تسألهم: لماذا تزن العلبة الجديدة 300 جرام؟ وشجعهم على الإجابة بالطريقة الآتية: «إنها أثقل قليلاً من العلبة التي تزن 240 جراماً»، أو «إنها أخفّ بكثير من العلبة التي تزن 480 جراماً، ولكن ليس بخفة العلبة التي تزن 240 جراماً».

باستخدام هذا النشاط الذي يشجع على التخمين (الذي قد يكون بكل سهولة نشاطاً فرديّاً)، يمكنهم أيضاً بناء الإحساس لدى الطلاب بالأعداد من خلال اختبار العلاقة بين الأعداد والأوزان الحقيقية، ومن خلال بناء مفهومي: **أكثر من**، و **أقل من**.

لمزيد من تطوير هذه المفاهيم، أو القيام بعمل أكثر صعوبة في مركز التخمين، يمكنك أن تسأل الطلاب: توقعهم عن ثمن شيء ما؟ إن الهدف من هذا ليس معرفة الأسعار، ولكن لبناء المفهوم الذي مفاده أن الأشياء الكبيرة لا تعني بالضرورة أنها أثقل وزناً أو أغلى ثمناً. فإذا توقع الطالب أن سعر علبة حبوب الإفطار دولار واحد (في حين أن ثمنها الحقيقي 3 دولارات)، وقلت له: «أكثر»، فقد يقول: دولاران. قل له «أكثر» مرة أخرى، وسيستمر الطالب في إعطاء الإجابات التي توجهها أنت بـ «أكثر» أو «أقل» حتى يستطيع تخمين المبلغ الحقيقي. استمر في إجراء هذا النشاط مستخدماً علبة صغيرة فيها مادة ثمينة، كالكافيار.

يمكن أن يكتب الطلاب الذين ينفذون هذا النشاط الإضافي ملاحظاتهم عن حجم الشيء وثمنه، وقد يعيدون النشاط باستخدام أشياء يختارونها، بناءً على معرفتهم بثمنها أنه أكثر أو أقل. عندما يظن الطلاب أنهم يدركون مفهوم أن الثمن له علاقة بحجم الشيء وقيمته، يمكنهم عندئذٍ تدوين اكتشافاتهم في دفاترهم. لذا، ساعد الطلاب على معرفة أن اكتشافهم للمفهوم أكثر أهمية من حصولهم على الإجابة الصحيحة؛ لأنه المفتاح الذي سيساعدهم على حل كثير من المشكلات في المستقبل.

الحجم. وزّع على الطلاب أكياس تخزين بلاستيكية لها الحجم نفسه، واطلب إليهم ملأها بأشياء يختارونها من بيوتهم (مثل، حبات فاصولياء أو كرات زجاجية، أو حبات ليمون) وبكميات يستطيعون عدّها. ثم يزن كل طالب كيسه في الصف، وقد يُخرِج منه بعض الأشياء أو يُضيفها إليه حتى تتساوى أوزان الأكياس، ثم يعدّ كل الطلاب عدد الأشياء التي يحتاجون

إليها في الكيس كي تساوي هذا الوزن الثابت، ولنفرض أنه كيلوجرام واحد. اطلب إليهم بعد ذلك إضافة البيانات التي جمعوها (وتعليق أكياسهم) إلى لوحة الصف، وغطِّ الأرقام بالأوراق اللاصقة، واطلب إليهم أن يلعبوا لعبة يخمّنوا فيها عدد الأشياء التي تزن كيلوجراماً واحداً. وقد تصبح هذه اللعبة فيما بعد نشاطاً مستقلّاً خلال وقت التمرين في المركز. لذا، يبني الطلاب مفهوماً مهمّاً لديهم ويوسّعونه، وهو أنه لا توجد دائماً علاقة مباشرة بين الحجم والوزن من جهة والكمية من جهة أخرى.

وحتى تلائم هذا النشاط للمستويات العليا من التحدي القابل للتحقيق، اطلب إليهم أن يعملوا في مجموعات ثنائية أو مجموعات صغيرة، وأعطهم ميزاناً وأشياء متنوعة ليضعوها في الأكياس. تتضمن الخيارات توقع (تخمين) عدد الأشياء التي تساوي وزناً معلوماً، وعدد الأشياء التي يتعين إخراجها أو إضافتها بعد قياس وزن كل كيس، كي يكون وزنه أقرب ما يكون إلى الوزن المعروف.

يمكن توسيع هذا النشاط عندما يبني الطلاب المفهوم الأولي للمضاعفات، وقد يتوقعون توقعات جديدة ليصلوا إلى وزن جديد، مثل كيلوجرامين أو ثلاثة أو أربعة أو خمسة. ثم وسّع النشاط أكثر، واطلب إليهم تخمين وزن كل شيء من الأشياء بمفردها. ويمكن إجراء هذا النشاط قبل أن يدرسوا الكسور بصورة رسمية، ولكن يمكنهم أن يعبروا بكلماتهم الخاصة عن تخميناتهم حين يرون، مثلاً، أن أربعة أشياء تزن كيلوجراماً واحداً.

* إستراتيجية: خمّن الوزن باستخدام أشياء مألوفة

هذا نشاط جيد من أنشطة «أنا هنا الآن». نحن نعرف أن حقائب الطلاب تزداد ثقلاً مع الوقت. ولدى الطلاب معرفة مسبقة، من خلال حواسهم المختلفة، أن حقائبهم وحقائب زملائهم تتغير مع تقدم أعمارهم، وذلك عندما يرفعون حقائب زملائهم للوصول إلى حقائبهم، أو يناولون هذه الحقائب لأصحابها، وكذلك عندما يحملون حقائبهم سواء كانت خفيفة أو ثقيلة. والحقيبة المدرسية هي شيء ليس له علاقة باللغة والثقافة في كل صف مدرسي. لذا،

فإن نشاط التخمين هذا مريح للطلاب لأنه مألوف لديهم، إضافة إلى وجود الاهتمام الشخصي لأنه يتعلق بالطلاب أنفسهم وبزملائهم في الصف.

اختـر حقائب عدد من الطـلاب المتطوعين الذين يعتقـدون أن حقائبهم إما خفيفة أو متوسطـة أو ثقيلة. واطلب إليهم أن يزنوا حقائبهـم باستخدام الميزان، ويقرؤوا الرقم الذي يشيـر إليه (بمساعدتـك إذا تطلب الأمر ذلك)، ثم يكتبوا الوزن علـى السبورة تحت فئة من الفئات الثلاث الآتية: **ثقيل، متوسط، خفيف**. بعد أن ينتهي الجميع من وزن الحقائب والإعلان عن الوزن وتسجيله (وهذه مشاركة سمعية وبصرية على حدٍّ سواء)، مرّر الحقائب على الجميع حتى يجرّب كل طالب حمل الحقيبة التي تزن «س» من الكيلوجرامات، ويستخدم حاسة اللمس ليشعر بثقلها.

بعد تجربة الأمثلة الثلاثة الأولى (حقيبة من كل فئة)، اطلب إلى طالب متطوع أن يتوقع إن كانـت حقيبته ثقيلة أو متوسطة أو خفيفة، ثم تُمرّر الحقيبة على الجميع، ويكتب كل طالب تخمينـاً لوزنها سرّاً قبل أن يزنها صاحبها، ويلصـق وزن الحقيبة على القائمة. يمكنك كتابة وزن كل حقيبة باستخدام ورقة لاصقة. بعد ذلك، يمكن للطلاب العودة إلى الحقائب وحملها لتعزيـز إحساسهم بثقل الحقائب التي تزن 3 أو 5 أو 7 كيلوجرامات. وهذه الخطوة مهمة على نحوٍ خاص عندما يخمّن الطلاب تخمينات غير صحيحة بصورة متكررة.

يتعين الحفاظ على سرية تخمينات الطلاب لزيادة مشاركتهم وتقليل خوفهم من ارتكاب الأخطاء، إذ إن الهدف هو أن يحسّن كل طالب مهارات التوقع لديه في مستوى التحدي القابل للتحقيـق المناسب له. وعليه، فإن الاحتفـاظ بسرّيّة الإجابات يعزز الفكرة التي تشير إلى أن الطلاب يعملون على تحسين مهاراتهم ليكونوا أفضل من زملائهم.

بعـد الانتهاء من وزن الحقائب جميعها وتوقّـع أوزانها، يعدّون جداول أو رسوماً لمقارنة الأوزان الحقيقية بتوقعاتهم لها بالترتيب نفسه الذي وُزنت فيه حقائبهم. ويوفر هذا النشاط خيـارات عدة فـي مستويات إتقان مختلفة؛ فالطلاب ذوو المستـوى المتدني يزوّدون بجداول مناسبـة للمقارنـة، في حين يمكن للطلاب ذوي المستويات العليـا اختيار شكل الجدول الذي يريدونه. ويتعين أن يتوافر في الجداول فراغات كي يكتب فيها الطلاب وزن كل حقيبة، وفراغات

بجانب الرقم الذي يمثل الوزن الحقيقي لكتابة توقعاتهم. وعندما يمثّل الطلاب بياناتهم على رسم بياني عمودي، يتعين عليهم مشاهدة أن أطوال الأعمدة تكون قريبة بعضها من بعض كلما زاد عدد الحقائب التي يزنونها.

ويمكن للطلاب المتفوقين استخدام عملية الطرح لإيجاد الفرق بين توقعاتهم والأوزان الحقيقية، ومن ثم تمثيل هذه الأرقام على رسم بياني خطّي (للحقائب جميعها) بكتابة رقم الحقيبة على المحور السيني، والفرق بين تخميناتهم والوزن الحقيقي على المحور الصادي، حيث يوضح المنحنى أنماط الدقة.

وعندما يقوّم الطلاب رسومهم البيانية المختلفة، يمكنهم مناقشة الأنماط الناتجة، وكيف مُثّلت في الرسوم البيانية المختلفة. لماذا تصبح ارتفاعات الأعمدة على الرسم البياني العمودي قريبة بعضها من بعض كلما أضفنا مزيداً من التوقعات؟ ولماذا يتجه الخط على الرسم البياني الخطّي إلى أسفل كلما أضفنا مزيداً من التوقعات؟ يمكن للطلاب متابعة النشاط، ومناقشة ما الذي يتوقعونه عند إضافة ثلاثة تخمينات على رسومهم، وأن يبينوا كيف استفادوا من النمط في توقع هذه النتائج.

أما تمرين الواجب المنزلي، فيمكن للطلاب أن يختاروا أشياء من البيت يمكنهم حملها ووضعها على الميزان، ثم إعادة تجربة وزن الحقائب باستخدام 5 إلى 10 أشياء، وتمثيل توقعاتهم والأوزان الحقيقية على الرسوم البيانية، ووصف ما يلاحظونه عن دقة توقعاتهم لأنهم اكتسبوا الخبرة بذلك. (ملاحظة: تأكد من وجود ميزان في منزل كل طالب قبل تعيين هذا الواجب المنزلي).

يتيح هذا النشاط فرصة للطلاب أن يحظوا بخبرة إيجابية وممتعة تولد لديهم الثقة في قدراتهم على التخمين. لذا، ستزداد رغبتهم مستقبلاً في استخدام التخمين في دروس الرياضيات وأنشطتها، وسيكونون أكثر راحة في المشاركة في الصف؛ لأنهم سيرون أن تخميناتهم «صحيحة» عندما تكون ضمن نطاق معين من الإجابات (فليس شرطاً أن تكون رقماً صحيحاً بعينه)، وهذا يولد لديهم شعور أنّ التخمين وسيلة آمنة للمشاركة. وإضافة إلى زيادة الراحة في المشاركة من خلال إدراك أن الجميع يرتكبون الأخطاء (أي أن تخميناتهم

ليست صحيحة دائماً)، سيرى الطلاب أنهم كلما تمرنوا أكثر تحسّنت مهاراتهم في التخمين. والهـدف الآخر، هو أن يدرك الطـلاب قيمة التخمين لأنه يساعدهم على اختبار ما إذا كانت إجاباتهـم منطقية أم لا. إن لحظـة « آها! أو وجدتها» يمكن أن تشجع على استخدام التخمين في كثير من الواجبات المنزلية والامتحانات في مبحث الرياضيات.

* إستراتيجية: تخمين محيط الدائرة

اختر مجموعة من الأشياء دائرية الشكل في الصف لتخمين محيطها ووضعها في ترتيب عشوائي،حيث سيرتب الطلاب فرديّاً أو في مجموعات صغيرة الأشياء حسب كبر محيطها من الأصغر إلى الأكبر بناءً على توقعاتهم. ومن ثم يختارون شيئاً (دائري الشكل) صغيراً ومتوسطاً وكبيـراً، ويستخدمون خيطاً أو يرسمون خطّـاً من نقطة المركز لتحديد المحيط. إذ يستطيع الطـلاب من خلال هذه الملاحظات أن يخمّنوا، ومن ثم يقيسوا بقية الأشياء، مقتفين بذلك تخميناتهم والقيم الحقيقية. لذا، ذكّرهم بتسجيل البيانات بالترتيب نفسه الذي يخمّنون فيه القياسات حتى يتمكنوا من رؤية نمط دقة تخميناتهم.

ويمكـن للطلاب أيضاً على نحو مـا ورد في الأنشطة السابقة، استخـدام الطريقة التي يفضلونها فـي مقارنة تخميناتهم بقياسات المحيط الحقيقية، ثم يرسموا رسماً بيانيّاً خطيّاً أو بالأعمـدة لإيجاد نمط ما. وعندما تجد أن الطلاب بدؤوا يتحسنون، اقترح على المتفوقين منهم استخدام الطريقة الأكثر تحديّاً، وهي أن يرسموا رسماً بيانيّاً أو جدولاً بعد جمع بيانات لنصـف الأشياء فقـط. ومن ثم يفكر كل طالب في كيفية استخـدام البيانات التي جمعها في تخمين قياسات النصف الباقي من الأشياء تخميناً ناجحاً. واقترح عليهم أن يسألوا أنفسهم الأسئلة الآتية:

- هل تخميناتي مبالغ فيها، أم أنها أقل من القيمة الحقيقية؟
- كيف يمكنني تعديل تخميناتي الآتية لتصبح أكثر دقة؟
- كيف اختلف النصف الثاني من الرسم البياني أو الجدول عن النصف الأول؟

- هل يمكنني استخدام الطريقة نفسها وتطبيقها على بقية الأشياء في الصف للحصول على تخمينات إضافية؟

يمكن استخدام هذا النشاط في تخمين محيط المربعات والمستطيلات وحتى الأشكال التي لها أكثر من أربعة أضلاع. وبدلاً من ذلك، يمكن للطلاب أن يتطوروا في مستوى التخمين لتخمين المساحات أيضاً، وذلك للحفاظ على إشراك الطلاب في تحديات ملائمة لهم. وسوف ترى النجاح في أنشطة التخمين هذه، فكلما أظهر الطلاب ثقة أكبر في المجازفة والمشاركة في مناقشات التحدي على نحو متزايد زادت مستويات راحتهم وتحصيلهم. وسيساعد تشجيعك الطلاب والتغذية الراجعة المستمرّة لهم على الشعور بالدعم والأمان والطمأنينة وإشراكهم في العمل، وسيدركون أن التغذية الراجعة التي قمت بها تعد أداة قيمة، وليست نقداً، وسيقدّرون أهمية استخدام المعلومات حول أخطائهم لتحسين تخميناتهم (إجاباتهم) في المستقبل.

سيجد الطلاب أن الأخطاء هي أدوات تعلم بصورة متزايدة، وهذا سيساعدهم على اتخاذ موقف أكثر ثقة وإيجابية تجاه الرياضيات والحياة. فالمجازفة (التخمين) وتحليل الأخطاء (نتائج الرسوم البيانية) والمثابرة في استخدام تحليل الأخطاء لمراجعة التخمينات، ستكافئ الطلاب في اكتساب مهارات عليا وتحقيق النجاح.

* إستراتيجية: الحدّ من الأخطار من خلال العمل في مجموعات صغيرة

حتى تحافظ على مشاركة الطلاب جميعهم في حل المسائل، قد ترغب في الطلب إلى مجموعة طلاب عرض إجابتهم قبل إخبارهم بالإجابة الصحيحة إذا كان ذلك ممكناً. ادعُ الطلاب الذين لا يتطوعون عادة للمشاركة؛ حيث إن العمل مع الأقران أو في المجموعات الصغيرة، يقدم دعماً قيّماً لهم لبناء ثقتهم بأنفسهم، ويتسنى لهم جميعاً المشاركة الفعالة، للتخفيف من التوتر. وعليه، تكون المشاركة التطوعية مريحة أكثر عند العمل مع الأقران لاكتساب الثقة حول دقة الإجابات التي يقدمونها.

نمذج عمل الأقران قبل أن تطلب إلى الطلاب العمل معاً، من خلال قيامك بالدورين بنفسك أولاً، ثم مع تلميذين آخرين تدرّبا على ذلك مسبقاً. ستظهر هذه النمذجة للطالب أن

طبيعة العمل في مجموعات ثنائية يهدف إلى حل المشكلات بصورة مستقلة، ومن ثم توضيح كل طالب في المجموعة إجابته لزميله من أجل التحقق من صحتها، أو الحصول على تغذية راجعة تصحيحية (منك أو من زميله). ويتعين على الطلاب أن يفهموا أن ليس المقصود من هذه الطريقة العمل مع الزملاء للوصول إلى الحل معاً. وعندما يكون لكل طلاب إجابته الخاصة، فعندئذٍ يمكنهم المقارنة بين إجاباتهم. فإذا كانت إجاباتهم متماثلة حتى لو كانت غير صحيحة، فسيشعر الطالب بالأمان لمعرفة أنه ليس وحده الذي ارتكب خطأً.

وإذا اختلف الطلاب في المجموعات الصغيرة أو الأقران حول إجاباتهم المستقلة، فسيتاح لكل فرد منهم توضيح فكرته، متبعين قاعدة عدم جواز مقاطعة أي شخص كلام زميله حتى ينتهي من حديثه. وفي النهاية، يمكن لهذا التمرين أن يرتقي إلى مستوى أعلى من تعليم الأقران، على ألا يخبر الطالب زميله ولا يظهر له طريقته في الوصول إلى الحل، ويسأله بدلاً من ذلك أسئلة تقوده إلى الحل الصحيح. إنّ الإعداد لعمل الأقران قبل وقت المناقشة الجماعية يزيد من الراحة والمجازفة والتعلم الفعّال من الأخطاء.

لتوسعة النشاط، اطلب إلى الطلاب أن يعملوا في مجموعات ثنائية لمراجعة الواجبات المنزلية أو الأعمال الصفية قبل أن تطلب إليهم جميعاً المشاركة، أو استخدم مراجعات الأقران بوصفها مراجعة اختبارية؛ إذ تتيح المقارنة في المجموعات الثنائية فرصة أخرى لزيادة التواصل اللفظي والثقة فيما يتعلق بالرياضيات عندما يقارن الطلاب في المجموعات الثنائية إجاباتهم بالتساوي، وكذلك عندما يحاولون إقناع بعضهم بعضاً لماذا تُعدّ إجاباتهم صحيحة من وجهة نظرهم.

يعمل الطلاب بصورة أفضل عندما يعملون في المستوى نفسه من التحدي القابل للتحقيق، الذي يقلّل من احتمالية إخبار أحد الطلاب زميله بالإجابة بدلاً من الاستماع إليه، وإرشاده للوصول إلى الإجابة الصحيحة. ولمّا كان اختيار الزميل يرفع من مستويات الدوبامين ويقلّل من التوتر، فعليك أن تسمح لهم في بعض الأحيان باختيار زملائهم. وحتى يستطيع الطلاب الذين يعملون في مجموعات ثنائية ذات مستويات مختلفة من التحدي القابل للتحقيق العمل معاً، من المفيد تعريفهم بمفهوم المسؤولية، أيْ أن كلّاً منهما مسؤول عن توضيح كيفية حل

المسألة، ويعرفان أنه يمكن أن يطلب إلى أحدهما حلها. إذا كان العمل في المجموعات الثنائية لإعدادهم للامتحان، وحقّق الطالب المتعلم دقة عالية بصورة ملحوظة في نوع المسائل التي روجعت في ذلك اليوم، فإن كلا الطالبين («المتعلم» و«المرشد») يحصل على نقاط إضافية، ممّا يبين الأهمية الحقيقية للعمل الناجح في المجموعات الثنائية، ويشجع الطلاب على حمل المهمة محمل الجدّ.

* إستراتيجية: البحث عن طرائق متعددة

تعـزّز المسائـل التي تُحل بطرائق متعـددة المجازفة والمشاركة، وتزيـد من اختيارات مستويات التحدي القابل للتحقيق، وتظهر الرياضيات على أنها عملية إبداعية. للتحقق من أن الطلاب قد اختبروا الأداة القيمة للنظر في الخيارات المتعددة، واستخدام التفكير المنطقي فـي اختيار الطريقة الفضلى (بالنسبة لنقاط قـوة تعلمهم أو نوع المسألة)؛ وضّح لهم أنك لا تريـد منهم الإجابة عن المسألة بل طرق حلها، والأسباب التي جعلتهم يعتقدون أن طريقة ما هي الأفضل.

والخطوة الأولى هي استخدام الكتابة أو من خلال الأمثلة لبيان أن هناك طريقتين للوصول إلـى الحل على الأقلّ. قد يكـون لدى الطلاب، بناءً على مستوى التحدي القابل للتحقيق، وقت أو إدراك لطريقـة واحـدة فقط. ولكن هذه الإستراتيجية ستبقى تعمل لصالحهم لأنهم – في حيـن يكتب طلاب آخرون عن طريقتين على الأقـل– لن يشعروا بالاستعجال. ثم أخبر هؤلاء الطـلاب مسبقاً وعلى انفراد أنهم لن يكونوا تحت الضغط هذه المرة ليجدوا حلولاً عدة؛ لأن هدفهم الحالي هو إتقان المفهوم أو العملية التي وضعتها لهم في خطة الأهداف الموسّعة.

قُل لطلاب الصف: «لا أريد منكم هذه المرة أن تخبروني عن الإجابة الصحيحة، بل ما الـذي يمكن أن تفعلوه لحل المسألة فقط». بعد أن يوضح الطلاب الطرائق التي استخدموها، اطلـب إليهم إيجاد طرائق أخرى دون أن تخبرهـم أيها صحيح. وكي تحافظ على مشاركتهم جميعـاً، اطلـب إليهم أن يناقشوا الطرائق التي فهموها أو اتفقـوا عليها، وعند اختبار الطرق

المختلفة للوصول إلى الدقة، يمكن أن يستمر الحوار بحيث يتحدث الطلاب عن سبب اعتقادهم أن طريقة ما أفضل من الأخرى.

مثلاً، إذا كانت المسألة هي إيجاد جواب لحاصل 6 × 8، يمكن أن يقترح الطلاب ثلاثة خيارات، هي: حفظ جدول ضرب العدد 6، أو معرفة أن حاصل 8 × 5 = 40 وإضافة 8 ليصبح الجواب 48، أو إضافة عمود من ست ثمانيات. وعند إتاحة الفرصة للطلاب أن يختاروا بأنفسهم طريقة من طرائق عدة أجمعوا على صحتها، ودعمت اختيارهم هذا، فإن ذلك سيزيد من مستوى راحتهم. وتبني هذه الطريقة أيضاً لدى الطلاب المنطق الرياضي، والحدس، ومهارات التفكير المتضمنة في مواد دراسية أخرى، وحل مشكلات الحياة الواقعية.

وهناك مثال آخر، وهو سؤال الطلاب: أيّ كسر أكبر: $\frac{2}{5}$ أم $\frac{3}{7}$؟ شجع الطلاب على رسم رسوم بيانية، أو استخدام أي أداة من الأدوات الرياضية في الصف (مثلاً، الوسائل المحسوسة، المساطر، ورق الرسم البياني). ومن المحتمل أن تتطابق إجابات الطلاب مع نقاط قوة تعلمهم. فقد يستخدم المستكشفون ثلاث وسائل يمثّل كلّ منها $\frac{1}{7}$ المجموع نفسه، ومقارنة الحجم بقطعتين تمثّلان $\frac{1}{5}$. وأما قرّاء الخريطة (الذين يجيدون قراءة المسألة ورموزها وفهمها) فقد يرسمون دائرتين أو مستطيلين متماثلين في الحجم على ورق الرسم البياني، وتقسيم إحداهما إلى خمسة أجزاء والأخرى إلى سبعة، وتلوين جزأين من الأولى وثلاثة من الأخرى، ومن ثم مقارنة الأجزاء الملونة بعضها ببعض.

قد يجد الطلاب الذين أتقنوا مستوى مفاهيميّاً عالياً بالكسور الاعتيادية المتكافئة أن مقاماتها متشابهة. والطلاب الآخرون الذين يفهمون أن الكسور تمثّل القسمة، قد يقسمون البسط على المقام في كلا الكسرين ليعرفوا أي الحاصلين أكبر. وتتضمن الخيارات الأخرى رسم خطّي أعداد حتى يستطيع الطلاب تقسيم خط الأعداد بالتساوي، وبدقة إلى سبعة أجزاء، والآخر إلى خمسة أجزاء. وقد يحسب الطلاب الذين يميلون إلى التخمين أي الكسرين الاعتياديين أقرب إلى واحد صحيح.

سيدرك الطلاب، عند وجود خيارات كثيرة ومسألة لا تتطلب إجابة بعينها، أنهم إن لم يستطيعوا تذكّر قاعدة معينة، فعندئذٍ يمكنهم ابتكار طريقة واستخدامها في المقارنة. كما

أن هـذا المنحنى يعزّز لدى الطلاب أهمية معرفة المفاهيم المساندة كي لا يتعثروا عندما لا يتذكرون الخوارزمية–وهي إجراءات حفظها الطلاب، ويمكنهم استرجاعها، وليس بالضرورة فهمهـا. والرسالـة المهمة المتعلقة بالمسائل التي تُحل بطرائق عـدّة هي أن المشاركة ليست محصـورة فقط في الطلاب الأسرع حلاً، أو الذين يكونون دائماً على صواب، لأنك تؤكد على أهميـة وجود طرائق مختلفة للتعامل مع المسألة وليس المسألة التي لها حل واحد فقط. فإذا ابتكـر الطالب طريقة صحيحة للوصول إلى الحـل، وارتكب خطأ حسابيّاً فيها، فإنه ينبغي أن يكـون محل التقدير لدقة تفكيره. ويمكنك استخـدام هذه الطريقة وتوضيح كيف أنها طريقة ناجحة إن صُحّحت عملية الجمع أو الطرح، وإثبات ذلك من خلال استخدامها في حل مسألة مشابهـة بأرقام مختلفة. وسيشعر الطالـب الذي اقترح هذه الطريقة بمكافأة الدوبامين على طريقته الصحيحة؛ لأنه أدرك أنها تنتج الكثير من الإجابات الصحيحة. إضافة إلى أن الطالب اكتشف مفهوماً أو فكرة إبداعية تخصّه، واكتشف أيضاً أداة مفيدة.

* إستراتيجية: استخدم المسائل التي لها أكثر من إجابة صحيحة

المسائل التي لها إجابات صحيحة عدة هي مسائل ممتعة للطلاب سواء عملوا على هذه المسائل منفردين أو في مجموعات ثنائية، أو في مجموعات صغيرة؛ حيث يستطيعون توضيح حلولهم المختلفة لزملائهم. ويقلّل هذا المنحنى من الشعور بالسلبية تجاه ارتكاب الأخطاء؛ لأن الطلاب يعلمون أن بإمكانهم استخدام نقاط قوة تعلمهم، والإستراتيجيات التي يستطيعون تذكّرهـا، والحقائق التي حفظوها عن ظهر قلب، ومن ثم يتأكدون من صحتها بمساعدة أحد زملائهم قبل أن يشتركوا فيها مع بقية أفراد الصف أو المجموعة. وتتيح هذه المسائل أيضاً التحدي القابل للتحقيق؛ لأن الطلاب الذين يهتدون إلى طريقة واحدة يُطلب إليهم الاستمرار فـي العثور على أكثر ما يستطيعون. لذا، يشعـر الطلاب الذين يحتاجون إلى مزيد من الوقت بالراحة؛ لأنهم يعلمون أنهم لن يكونوا آخر من ينتهي من العمل.

مثلاً، تشجع لعبة تسمى «هذه ليست ...» الحلول المتعددة، حيث تُمارس في بيئة مريحة تشجع على الإبداع. إذ يمرّر الطلاب شيئاً ما–مثل لعبة هاتف– ويقولون: «هذه ليست ...». ويسمّي الطلاب الصغار شيئاً ليس لعبة هاتف (مثلاً، «هذا ليس قلماً»).

أما الطلاب الكبار فيكملّون بقولهم: «هذه ليست لعبة هاتف، إنه ...»، ومن ثم يعبّرون بالإشارة عن الشيء الذي يدّعونه أنه لعبة هاتف، وربما يكون فأرة الحاسوب أو مجفّف الشعر. ويمكن للطلاب أخيراً تسمية الشيء الذي يخمّنونه. وتساعد الألعاب المشابهة لهذه اللعبة الطلاب على الشعور بالراحة، مع وجود نوع من الغموض، واكتساب الثقة في التحدث حين يكون ذلك مناسباً.

إن أهم نشاط تعلمي في الرياضيات أو أي مادة أخرى هو المشاركة؛ لأنها بطبيعتها تجعل المرء منفتحاً على ارتكاب الأخطاء، غير أن الدماغ يتعلم عبر إعادة بناء الشبكات العصبية التي تقوم بالتخمينات غير الصحيحة. إن ممارسة هذه اللعبة تسمح للطلاب بالمشاركة دون خوف من ارتكاب الأخطاء، وهذا بدوره يبني تدريجيّاً الثقة للمشاركة حتى لو كانت الإجابة غير صحيحة.

* إستراتيجية: التعلم من الأخطاء

من أكثر الطرائق فعالية لتخفيف الشعور بالخوف لدى الطلاب من ارتكاب الأخطاء هي نمذجة الطريقة التي تعلّمتَ بها أنت من أخطائك. وعندئذ يمكنك توضيح كيف يمكن أن يتعلم الطلاب من الأخطاء التي ترتكبها عن قصد، وعندما يكون الطلاب مستعدين للتفكير في، وليس الرد على، السلبية تجاه الأخطاء، يمكنك إرشادهم ليتعلموا من أخطائهم الخاصة.

تهدف الإستراتيجيات في هذه الفئة إلى تخفيف ردّ الفعل العاطفي المبالغ فيه الذي يتملّك الدماغ بخصوص السلبية تجاه الأخطاء، من خلال مساعدة الطلاب على استرجاع ذكريات المثابرة المحفّزة، ومن ضمنها المثابرة من خلال الأخطاء، وبناء القدرة لدى الطلاب على تحمل ارتكابها، وخفض القلق الزائد المرتبط بهذه الأخطاء. وتشجيعهم على الوصول إلى التحديات القابلة للتحقيق. وتساعد هذه الإستراتيجيات ونمذجتك لها الطلاب على فهم قيمة الأخطاء.

ابدأ النقاش بعبارة أو سؤال مثل، «هل يفضّل عازف الجيتار عمل الألحان بالأوتار فقط عندما يتقن العزف على مجموعة منها؟»، ومن ثم شجع النقاش حول الذكريات الشخصية المتعلقة بالأخطاء التي أدّت إلى النجاح والمتعة: «هل يمكن أن تصف موقفاً واصلت المحاولة فيه

على الرغم من إحساسك بالاستسلام؟» «كيف تعلمت لعب كرة القدم بهذه الطريقة الجيدة؟»، «هل ما زلت تستمتع بمسارات التزلج على الجليد المخصصة للمبتدئين مع أنك محترف، أم هل تبدو لك مملّة؟»

سيذكّر هذا النقاش طلابك فور اكتسابهم مهارات في ممارسة الرياضة، أو العزف على آلة موسيقية، أو اللعب بألعاب الفيديو، أن بقائهم في المستوى نفسه يجعلهم يشعرون بالملل. **وأنهم ارتكبوا أخطاء عندما قبلوا التحدي للارتقاء إلى مستويات أعلى.** لكن ارتكابهم للأخطاء قلَّ تدريجيّاً، واستمتعوا بممارسة الأمور بمهارة أفضل من خلال بذل الجهد والتمرينات. وعندما يربط الطلاب هذا بالتحديات في مبحث الرياضيات، فإنهم سيفهمون أن الأخطاء هي أمر طبيعي في تحسين المهارة في الرياضيات، كما هو الحال في إتقان لعبة فيديو جديدة، أو مهارة رياضية البدنية.

ستقلّل من خوف طلابك من ارتكاب الأخطاء عندما تساعدهم على إدراك أنهم عندما يشعرون بالإحباط أو الحرج من الأخطاء، **فإن أدمغتهم تعمل جيداً، وتعيد بناء المسارات العصبية مما يزيد من ذكاء الدماغ مستقبلاً في الإجابة عن الأسئلة.** فمثلاً، إذا حُدّد خطأ في الواجب المنزلي، أو في أثناء المشاركة في الحصة، فقد يصاب الطالب بالإحباط، ولكن من دون هذه الاستجابة لن يتحفز الدماغ لإعادة برمجة مسار المعلومات غير الصحيحة، مما يجعل الطالب يرتكب الخطأ نفسه مرة أخرى.

ومما لا شك فيه إن ارتكاب الأخطاء أمام الآخرين أمر يبعث على التوتر عند معظم الطلاب، إلاّ أن بناء الفهم الصحيح يتحقق من خلال إدراك الأخطاء بالقدر نفسه من إعادة تكرار حفظ الإجراءات عن ظهر قلب. إن أكثر بيئة صديقة للدماغ هي تلك التي تشجع على المشاركة، وتُصحح افتراض أن ارتكاب الأخطاء يعني أنك لست ذكيّاً. ويمكن دمج العقلية الواسعة الإيجابية في ثقافة الصف باستخدام الإستراتيجيات المذكورة في هذا الفصل، من أجل زيادة المشاركة وتقليل الشعور بالقلق تجاه ارتكاب الأخطاء، وبناء ثقة الطلاب في قوة الدماغ العظيمة ليصبحوا أكثر ذكاءً بسبب الأخطاء.