تمايز معايير الرياضيات للطلاب الموهوبين

الفصل
15

د. سوزان جونسن، ود.غيل رايسر

في عام 2010م، نشرت رابطة الحكام الوطنية[1] ومجلس كبار مديري مدارس الولاية[2] the National Governors Association– NGA & the Council of Chief State School Officers – CCSSO المعايير الرسمية الأساسية المشتركة للرياضيات the Common Core State Standards in Mathematics. تهدف هذه المعايير، التي أعدَّها المعلمون والمديرون وخبراء المحتوى، إلى دمج المعرفة والمهارات المطلوبة لتهيئة طلاب التعليم العام (من مرحلة الروضة حتى نهاية المرحلة الثانوية) للجامعة وسوق العمل.

روعي في إعداد المعايير مناسبتها لمختلف أنحاء الولايات المتحدة الأمريكية؛ نظرًا إلى تباين المعايير على مستوى الولايات، وضعف أداء الطلاب الأميركيين في القياسات العالمية، مثل برنامج القياس العالمي للطلاب the Program for International Student Assessment – (PISA)؛ إذ إن تقرير البرنامج الأخير (2014م) أشار إلى أن ما نسبته 9% فقط من طلاب الولايات المتحدة في سن الخامسة عشرة حقَّقوا مستوى

(1) تأسست هذه الرابطة عام 1908م، وتضم حكام 25 ولاية ومنطقة في الولايات المتحدة الأمريكية، وتُقدِّم خدمات للحكام وكبار مساعديهم بتمثيل الولايات أمام الكونغرس والإدارة في قضايا اتحادية رئيسة؛ ما أدى إلى إيجاد حلول إبداعية لمشكلات السياسة العامة عن طريق مركز أفضل الممارسات التابع للرابطة. المترجم.

(2) منظمة غير حزبية، وغير ربحية، تضم مسؤولين عامين يرأسون دوائر التربية الابتدائية والثانوية في الولايات والمناطق التعليمية الأمريكية. تُقدِّم هذه المنظمة مساعدة في قضايا القيادة وحملات الدعم والأمور التقنية الخاصة بالمسائل التربوية، وتُركِّز على زخم العمل في الميدان التربوي، ونظم المعلومات والبحوث، وطلاب الجيل الثاني، والمعايير، والقياس، والمساءلة. المترجم.

الطلاقة، وهي نسبة أدنى من المعدل للدول كلها. ولهذا، جاءت هذه المعايير لتُركِّز على العمق والوضوح والتماسك، مسترشدةً بالدراسات المحلية والعالمية المتعلقة بهذا المجال. اعتمدت هذه المعايير 43 ولاية، إضافةً إلى بعض المناطق التعليمية.

قد يقول بعض المعلمين إن هذه المعايير عالية المستوى ما يجعلها غير قابلة للتمايز لمعظم الطلاب الموهوبين أو النابغين في الرياضيات. صحيح أن هذه المعايير تتصف بالقوة، بيد أن معلمي الرياضيات يُؤكِّدون ضرورة إجراء تعديلات خاصة للطلاب الذين قد يتخطون هذه المعايير قبل نهاية المرحلة الثانوية، وكذلك الطلاب الذين يحتاجون إلى المزيد من الإثراء والفرص المفتوحة النهايات Johnsen & Sheffield, 2013؛ لذا، يهدف هذا الفصل إلى شرح كيفية تمايز هذه المعايير بالنسبة إلى الطلاب الموهوبين والنابغين في الرياضيات.

معايير (CCSM)

بحسب مبادرة المعايير الرسمية الأساسية المشتركة، فإن معايير (CCSSM) تختلف عن المعايير السابقة من حيث: التركيز، والترابط، والصرامة؛ إذ يُطلَب إلى المعلمين التركيز على موضوعات قليلة ليتمكَّن الطلاب من تعميق معرفتهم، وبناء أساس متين. يضاف إلى ذلك أن المعايير مرتبة وَفق تدرُّج مترابط من صف إلى آخر على اختلاف الموضوعات.

لا يُقصَد بالصرامة جعل الرياضيات أكثر تعقيدًا، وإنما تعزيز اكتساب الطلاب فهمًا راسخًا للمفاهيم، والإتقان الفائق للمهارة، والطلاقة الإجرائية، وإتقان المهارات اللازمة لحلِّ المسائل التي يُمكِن تطبيقها داخل الصف وخارجه. لتحقيق ذلك كله، فقد أُعِدَّت مجموعتان من المعايير، هما: معايير محتوى الرياضيات Standards for Mathematical Content –CCSSM–C، ومعايير ممارسة الرياضيات Standards for Mathematical Practice –(CCSSM–P).

معايير محتوى الرياضيات

رُتِّبت هذه المعايير تبعًا للصف، ومستويات المرحلة الثانوية، والمعايير، والمجموعات العنقودية، والمجالات. وهي تُحدِّد ما يجب على الطالب أن يفهمه ليتمكَّن من حلِّ

المسائل وتنفيذ الأنشطة ضمن مستويات مُحدَّدة، في حين تُلخِّص العناقيد مجموعات المعايير ذات الصلة، علمًا بأن مجموعات المعايير هي أكثر اتساعًا من المجالات. فمثلًا، يتوقع من الطالب في مستوى الصف الرابع، ضمن مجال الأعداد والعمليات - الكسور (NF.4)، أن يثري فهمه لمكافئ الكسر وترتيبه (عنوان العنقود)، وذلك ببيان سبب معادلة الكسر a /b الكسر (n×b)/(n×a) باستخدام نماذج الكسر البصرية، ومقارنة كسرين بسطين ومقامين مختلفين.

ترتبط المعايير والعناقيد والمجالات بعضها ببعض ضمن مستويات صفوف مختلفة ومستوى الصف نفسه، ممثلةً تدرُّجًا تعليميًّا وروابطَ بينيةً مشتركةً للمفاهيم Johnsen, Ryser, & Assouline, 2014. فمثلًا، قد يطور الطلاب بالكسور فهمًا لمعادلات الكسور، وجمع الكسور وطرحها، وضرب الكسور في الأعداد الصحيحة. وبينما يعمل طلاب المرحلة الابتدائية على قسمة الكسور على الكسور، واستخدام الكسور السالبة في تكوين الأرقام النسبية، يعمل طلاب المرحلة المتوسطة على جمع الأعداد النسبية مع الأعداد غير النسبية لتكوين أعداد حقيقية، في حين يعمل طلاب المرحلة الثانوية على زيادة الأرقام الحقيقية بالأرقام المُتخيَّلة لتكوين أرقام مركَّبة. أمَّا على مستوى الصف الرابع فلا تكون الكسور فقط ضمن مجال الأرقام والعمليات بحسب الكسور وإثراء فهم مكافئ الكسر وترتيبه، وبناء الكسور من وحدات الكسور، وفهم الترقيم العشري للكسور، وإنما تكون ضمن مجال القياس والبيانات، بحيث تشمل استخدام العمليات الأربع في حلِّ المسائل الرياضية الكلامية التي تتضمَّن المسافات، والمُدد الزمنية، وحجوم السوائل، وكتل الأشياء، والنقود، بما في ذلك المسائل المتعلقة بالكسور البسيطة والكسور العشرية. أخيرًا، يتعيَّن على المعلمين الانتباه إلى التكامل الجانبي والرأسي عند تدريس هذه المعايير.

معايير ممارسة الرياضيات

تُحدِّد هذه المعايير مهارات التفكير التي يتعيَّن على المعلمين تطويرها لدى الطلاب. وفيما يأتي ثمانية معايير تصلح للطلاب جميعًا من مرحلة الروضة حتى المرحلة الثانوية:

1. فهم المسائل وحلُّها.
2. الاستدلال نظريًّا وكميًّا.
3. بناء حُجج مقبولة، وانتقاد استنتاجات الآخرين.
4. نمذجة مسائل الرياضيات.
5. استخدام الأدوات المناسبة إستراتيجيًّا.
6. الاهتمام بالدقة.
7. البحث عن التراكيب واستخداماتها.
8. البحث عن الانتظام في السياق، والتعبير عنه في الاستدلالات المتكررة.

اقترح شيفلد Sheffield, 2006 معيارًا تاسعًا لتطوير الرياضيات بصورة أكثر ابتكارًا وإبداعًا، هي: حلُّ المسائل بطرائق جديدة، وطرح أسئلة رياضية جديدة تُشجِّع الاستقصاء. وهنا يتعيَّن على الطلاب فهم علماء الرياضيات حال طرحهم أسئلة جديدة للمسائل الرياضية، وإضافة أفكار جديدة لحلِّها، ووضع حلول مناسبة لها. يُمكِن للمعلمين تعزيز هذا النوع من التفكير الإبداعي بحفز طلابهم إلى المخاطرة، وطرح أسئلة مفتوحة النهايات تُشجِّع الاستقصاء، والتركيز على الطلاقة، والمرونة، والأصالة، والتفاصيل، والتعاميم، والإضافات. وبالمثل، يتعيَّن عليهم تطوير اهتمامات الطلاب بإشراكهم في حلقات الرياضيات، والنوادي، والمسابقات، والألعاب، والأنشطة الإلكترونية، والألغاز، والمسائل المعقدة جدًّا، وفرص البحث والتلمذة، وبرامج ما بعد المدرسة، حيث يُمكِنهم التفاعل مع خبراء الرياضيات وأصحاب الاهتمامات والقدرا ت المتماثلة. فبهذه الطريقة، تتطور الاتجاهات الإيجابية نحو الرياضيات جنبًا إلى جنب مع تطور القدرات الرياضية.

يُمكِن تطوير معايير ممارسة الرياضيات للطلاب الموهوبين والنابغين عن طريق حلِّ المشكلات المُبيَّنة في الجدول (15–1).

بدايةً، اطرح أسئلة يُمكِن حلُّها اعتمادًا على البيانات، ثم اطلب إلى الطلاب وضع خطة بحث لها، واستخدامها في جمع البيانات ذات الصلة.

الجدول (15-1): التكامل الرأسي لمجالات الرياضيات

<table>
<tr><th>المدرسة الثانوية</th><th>8</th><th>7</th><th>6</th><th>5</th><th>4</th><th>3</th><th>2</th><th>1</th><th>K</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>العد وعدد العناصر في المجموعة</td></tr>
<tr><td rowspan="2">الرقم والكمية</td><td></td><td colspan="2">النسب والعلاقات التناسبية</td><td colspan="5">العدد والعمليات على الأساس</td></tr>
<tr><td colspan="3">النظام العددي</td><td colspan="3">الرقم والكمية</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>الجبر</td><td colspan="3">التعبير والمعادلات</td><td colspan="5">العمليات والتفكير الجبري</td></tr>
<tr><td colspan="2">الدوال</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="9">الهندسة</td></tr>
<tr><td colspan="4">الإحصائية والاحتمال</td><td colspan="5">القياس والبيانات</td></tr>
</table>

بعد جمع البيانات، وجِّه الطلاب إلى تحليلها باستخدام طرائق ذات صلة بالأسئلة. أخيرًا، اطلب إليهم تفسير النتائج، وتلخيص الاستنتاجات، وطرح أسئلة أخرى لمزيد من البحث.

تحظى هذه الممارسات والتمارين كلها بأهمية كبيرة في تدريس الرياضيات. وقد ضمَّن المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات معايير العملية الآتية في مبادئه ومعاييره للرياضيات المدرسية: حلُّ المسائل، والاستدلال، والبرهان، والتعبير، والربط، والتمثيل.

وبالمثل، فقد اقترح مجلس البحوث الوطني العناقيد الآتية للطلاقة الرياضية: الاستدلال المرن، والكفاءة الإستراتيجية، والفهم التخيُّلي، والطلاقة الإجرائية، والاستنتاج الإنتاجي. وهذه العناقيد مهمة لمعلمي الرياضيات الذين لا يرغبون فقط في تطوير هذه المهارات لدى طلابهم، وإنما نمذجتها أيضًا.

تمايز معايير (CCSSM)

بالرغم من أن معلمي الطلاب الموهوبين يستخدمون معايير (CCSSM)، وأيَّ منهاج أساسي مطابق للمعايير المحلية والوطنية، فإنهم يظلون بحاجة إلى استعمال أسلوب التدريس المتمايز للطلاب الموهوبين والنابغين. ونظرًا إلى الفروق الفردية بين الطلاب من حيث الخبرات، والقدرات، والاستجابة لأنشطة التعلُّم؛ فإنه يتعيَّن على المعلمين تعديل بنية المنهاج وخطوطه العريضة (الأهداف، والنتاجات، والأنشطة) لتلبية حاجة كل طالب إلى التعلُّم الأمثل.

أوصى الباحثون والخبراء التربويون بطرائق عدَّة لتمايز هذه المعايير للطلاب الموهوبين والنابغين في الرياضيات، تشمل الإستراتيجيات الآتية:

1. تسريع المعايير والمعايير العنقودية ضمن مستويات الصفوف والمقرَّرات. فعند دراسة التكامل الرأسي للمجموعات والمعايير الفردية، يُمكِن للمعلمين تحديد معايير فوق المستوى، وتضمينها في مفاهيم فوق المستوى للتقويم القبلي والتقويم المستمر. عندئذٍ، يُمكِنهم دمج هذه المفاهيم التي تُعَدُّ أكثر تطورًا في مسائل الرياضيات، أو السماح للطلاب بحلِّ مسائل بديلة باستخدام ضغط المنهاج، أو أيِّ إستراتيجيات أخرى. فلو أخذنا مثلًا كسور (NF.3)، فقد يحلُّ الطالب المسائل باستخدام الكسور ببسط ومقام مختلفين (معيار الصف الرابع). وفي بعض الحالات التي يتعلَّم فيها الطالب المفاهيم من مستويين صفيين أو أكثر مقارنةً بالطالب العادي، يُفضِّل صنَّاع القرار التفكير في خيارات تسريع أخرى، مثل: الموضوع الواحد، وتخطي الصف، والدراسة المبكرة لمقرَّرات المرحلة الثانوية أو الجامعية. وفيما يخص مستوى المرحلة الثانوية، فقد ورد في الملحق (أ) من معايير (CCSSM) أربعة مسارات تتيح للطلاب -بحسب النسخة المضغوطة لأكثر مسار تقليدي- دراسة مادة الجبر للصفين السابع والثامن في الصف السابع، ودراسة مادة الجبر 1 للمرحلة الثانوية في الصف الثامن؛ ليتمكَّنوا من دراسة مادة التفاضل والتكامل أو أيِّ مواد جامعية أخرى وهم في الصف الأول الثانوي أو الثاني الثانوي. وبالطريقة نفسها، يجمع المسار المضغوط مواد الصفين السابع والثامن في مادة واحدة مضغوطة في الصف السابع؛ ليتمكَّن الطلاب من دراسة الرياضيات 1 للصف الثامن، انظر الملحق رقم (1) المتعلق بمعايير (CCSSM) للاطلاع على كل مسار من هذه المسارات، وعلى خيارات التسريع الأخرى للمرحلة الثانوية. يُذكَر أن الطلاب الذين يدرسون مواد متقدِّمة في المدرسة الثانوية، مثل: التفاضل، وما قبل التفاضل، يميل أداؤهم إلى أن يكون أفضل في موضوعات ستيم

(العلوم، والتقنية، والهندسة، والرياضيات)، وهم بذلك أفضل من الطلاب الذين لا يدرسون هذه المواد.

2. تنويع السرعة في أنشطة التعلُّم. فإضافةً إلى التسريع، يتعيَّن على المعلم أن يتنبه الى السرعة التي يُدرِّس فيها المادة للطلاب الموهوبين والنابغين. ونظرًا إلى قدرة هؤلاء الطلاب على إتقان الأنشطة بصورة أسرع من الطلاب العاديين؛ يجب على المعلمين استعمال التقويم المستمر لتحديد ما يأتي:

   أ. عدد الأمثلة المستخدمة في تحقيق الفهم المطلوب.

   ب. عمق المفاهيم وصعوبتها.

   ج. عدد المفاهيم المقدَّمة في كل حصة.

   د. مناحي الاهتمام للوصول إلى الاستقصاء.

   هـ. السرعة في التعلُّم المماثل، ومطابقة التدريس بقدراتهم.

   و. المزايا الأكاديمية الكبيرة للطلاب الموهوبين.

   ز. التفكير الناقد والتفكير الإبداعي.

في هذه الحالة، يتعيَّن على الطلاب دراسة المحتوى بسرعة مناسبة ليشعروا بالتحدي والإثارة، ويتجنبوا الملل من المادة.

3. إعداد مسائل مركَّبة؛ إذ يستطيع المعلمون كتابة مسائل أكثر تعقيدًا، تتضمَّن مفاهيم نظرية، وعدَّة عمليات، ومتغيرات أكثر للدراسة، ومهارات فائقة، ومصادر متعددة، ومعلومات إضافية، وحالات جديدة، وذلك بطرح مشكلات غامضة متعددة الجوانب، ومنح الطلاب الوقت المناسب للتفكير فيها تفكيرًا عميقًا وحلِّها. فقد يطرح المعلم -مثلًا- مشكلة على الطلاب الموهوبين، مثل بناء حوض أسماك باستخدام ميزانية محدودة، وإضافة

متغيـرات أكثـر (معـدات، أسـماك متنوعـة، صناديـق متعـددة الحجـوم)، بحيث تتهيأ للطلاب فرصة التفكير الناقد في الوقت الذي يضعون فيه حلولًا إبداعيةً.

4. تشـجيع الإبداع، وذلك بحلِّ المشـكلات والمسـائل مفتوحة النهايات لتعزيز الإبـداع. ربمـا يرغب المعلـم في وضع مشـكلات مفتوحة النهايـات تُعبِّرعن أوضـاع العمـل الحقيقيـة، وتهيـئ للطـلاب فرصـة طـرح أسـئلتهم، واقتراح مشكلات جديدة. وقد يستعمل الطلاب طرائق عدَّة لحلِّ المشكلات، وتمثيل بياناتهـا، ووضع أسـئلة خاصة بهم؛ إذ يتعيَّـن على الطلاب الموهوبين إتقان المهارات لكي يصبحوا مبتكرين. تشمل بعض المهارات التي حدَّدها شيفلد: الطلاقـة، والمرونـة، والأصالة، والتفصيـل، والتعميم. وبالمقابـل، لا ينبغي للمعلم تحديد حدٍّ لمسـتوى الصف في أثناء العملية الإبداعية، وإنما يراعي تطور الطالب الموهوب، ويُطبِّق منهاجًا دراسيًّا أكثر تطورًا.

5. إضافـة العمـق. وهـذا يتطلَّـب مـن المعلـم اسـتخدام مفـردات رياضيـة مُتخصِّصـة، والطلـب إلـى الطـلاب العثور علـى تفاصيل أكثـر، والبحث عن اتجاهات وأنماط للمشـكلات، أو تحديـد قاعدة رياضية جديدة. فمثلًا، قد يتوَّصـل الطـلاب إلى قاعـدة تُوضِّح تطـور النمط (مثل أنمـاط تدحرج كرة البولينغ، أو مثلث باسكال)، أو يجمعون بيانات عن أحد التجمعات السكانية (مثـل: العمر، والوضع السوسـيو- اقتصادي، والعِـرق)، وذلك لتوقع الميول المستقبلية.

6. عمل روابط، ودمج الرياضيات خلال المجالات.

7. دراسـية تتعلق بالمفاهيم أو بأكثر الأفكار الرياضية انتشارًا ضمن المجالات وخلالهـا. يُمكِـن لأنمـاط المفاهيـم وتراكيبهـا أن تُطـوِّر فهمًـا باسـتخدام المعاييـر والعناقيـد خاصتهـا ضمـن معاييـر (CCSSM)، وربـط ذلـك

بالتخصصات الأساسية الأخرى. فقد يطلب المعلم إلى طلاب الصف الثالث – مثلًا – البحث عن الأنماط في الحساب، واقتراح الأنماط وتحليلها ضمن مستوى الصف الرابع، ودراسة الأنماط المتعلقة بالبيانات المتباينة ضمن مستوى الصف الثامن، ثم ربط الأنماط بكل من: العلوم (الأنماط في أمواج الأعاصير)، واللغة الإنجليزية (عند كتابة القصص)، والفنون (في التأليف الموسيقي)، والدراسات الاجتماعية (أنماط النمو السكاني)، وهكذا.

8. استعمال التساؤلات للارتقاء بمهارات التفكير العليا والعمليات الرياضية؛ إذ يتعيَّن على المعلمين استخدام أساليب التساؤل في الارتقاء بالتفكير. وقد اقترح شيفلد وآخرون تجربة للموهوبين والنابغين في الرياضيات يُمكِن استخدامها في طرح أسئلة ذات صلة بحلِّ المسائل، وتتضمَّن ما يأتي:
   - **ربط:** كيف تبدو هذه المسألة مشابهة لمسائل أخرى رأيتها من قبل؟ لماذا هي مختلفة؟
   - **ابحث:** ما الأسئلة التي يُمكِنك طرحها عن هذه المسألة؟
   - **قيِّم:** هل يرتبط الجواب بالسؤال؟ هل له معنى؟
   - **انشُر:** كيف يُمكِنك تعريف الآخرين بحلِّك؟
   - **جِد:** هل لديك أسئلة أخرى عن هذه المسألة؟

بطرح الأسئلة، يستطيع المعلم توجيه الطلاب في أثناء حلِّ المسائل باستخدام العمليات نفسها التي يستخدمها علماء الرياضيات.

9. حَلُّ المسائل ذات الصلة بالقضايا العالمية (مهارات الشراكة في القرن الحادي والعشرين)؛ وذلك أن الكثير من المسائل المتعلقة بالقضايا العالمية لها جانب كمي (الأنواع المهددة بالانقراض، تغيُّر المناخ، النمو السكاني، الإنفاق العسكري). وهنا يستطيع الطلاب عمل استقصاءات

متعـددة التخصصـات، ومشـاركة جمهور من المجتمع المحلـي وخارجه في النتائج.

10. إشـراك الطـلاب فـي مسـائل تهمهـم؛ وذلك أن المسـألة المثيـرة تزيد من اسـتمتاع الطـلاب بالرياضيـات وتعلقهم بهـا، وهو ما يؤدي غالبًـا إلى زيادة التحصيـل. يُمكِـن للمعلـم الإفادة مـن حُب الطـلاب لأنشـطة التعلُّم، وذلك بالسـماح لهم باختيار مشـروعات بحوثهم الخاصة، والطرائق التي يُمكِنهم بها حلُّ المسائل، و/ أو اتخاذ قرار بخصوص المُنتَجات والأداءات التي تُمثِّل بياناتهم.

11. إشراك الطلاب في أنشطة لا صفية. فهذا النوع من الأنشطة يُنمِّي غالبًا في الطلاب الموهوبين حُب الرياضيات، وخبراتهم وإبداعاتهم، وقد تشمل هذه الأنشـطة نوادي الرياضيـات، والتلمذة، والتدريب، والبحـث العلمي، وألعاب الإنترنـت، والمقرَّرات، وبرامج العطل الأسـبوعية والصيفية، والمسـابقات، مثل: مهرجان (أولمبياد) الرياضيات العالمي. تُوفِّر هذه الأنشـطة للطلاب فرص التفاعـل مع الطـلاب الآخرين الموهوبيـن في الرياضيـات ومجالات سـيتم الأخـرى ضمن بيئـة مُحفِّـزة. ويُمكِـن للمدربين لفت انتبـاه الطلاب، وحفزهـم إلى المزيد من المشـاركة الفاعلة في الطرائـق التي تُعمِّق فهمهم للتخصص.

عملية التمايز وبعض الأمثلة عليها

سنعرض فيما يأتي مثالين على عملية التمايز، في محاولةٍ لتعرُّف كيف يستطيع المعلم أن يمايز نشاط التعلُّم للطلاب العاديين والموهوبين في الرياضيات. أمَّا المثال الأول للصف الرابع فيُركِّز على مجال العدد والعمليات/ الكسور. صحيح أن هاتين الفئتين من الطلاب مُطالَبتان بحل المسألة الأولية نفسها، بيد أن المعلم يمايز بينهما

بجعل الطلاب الموهوبين يستخدمون مهارات الصف الخامس (التسريع)، والتفكير في المزيد من المتغيرات في المسألة، مثل: السعرات الحرارية، والسكر (التعقيد)، ودراسة استهلاك المثلجات على مدار عقود متعددة (التعمق)، وحلِّ المسائل المتعلقة بالسمنة، وإعداد جداول أو رسوم بيانية خاصة بهم. وهذه المشكلة أيضًا تربط مجال الأعداد والعمليات بمجال الرياضيات والبيانات بجعل الطلاب يحلون المسائل التي تتضمن القياسات، انظر (MD.4).

وأمَّا المثال الآخر للصف الثامن فيُركِّز على مجال التعبير والمعادلات. ومثلما هو الحال في مثال الصف الرابع، فإن المعلم يطلب إلى الفئتين حلَّ المسألة الأولية نفسها، ثم يمايز بينهما بتضمين مهارات من الجبر للطلاب الموهوبين، انظر (A-CED,2 التسريع)، مضيفًا متغيرات إضافية إلى المسألة الأولية (التعقيد)، ثم يطلب إليهم حلَّ المسألة بطرائق عدَّة (الإبداع)، وطرح أسئلة مثيرة لأنماط التفكير المتقدِّم (التساؤل). وقد قدَّمنا مقترحات للمثالين تتعلق بالتقويم القبلي والتقويم المستمر لكي يتناغم نشاط التعلُّم مع حاجات الطلاب.

عند إعداد خبرات التعلُّم، من المهم اقتراح مسائل (قد تكون مفتوحة النهاية) تثير اهتمام الطلاب،؛ ليتمكن من تحديد عدد من المسائل والتواصل إلى حدود متعددة الاحتمالات. للاستزادة، انظر الموقعين الإلكترونيين الآتيين:

http://illum/notion.nctn.org

http://www.inside methematics.org

الموضوع: التدرج في عملية تعلُّم الرياضيات

المجال: العدد والعمليات/ الكسور. (الصف: 3-5)

مسألة الصف الرابع: إثراء فهم مكافئ الكسر ومنزلته. **المعيار (4.NF.2): مقارنة كسرين مع بسط ومقام مختلفين.**	- يجمع الطلاب البيانات، ويقارنون ثمن المثلجات التي تبيعها مطاعم الوجبات السريعة باستخدام نماذج الكسور البصرية. - يقارن الطلاب عدد السعرات الحرارية وكمية السكر لكل نوع من أنواع المثلجات، ويحسبون عددها كل يوم، ويُعِدُّون جداولهم لإظهارالنتائج المطلوبة.	
	الطالب غير الموهوب	**الطالب الموهوب**
	- وجِّه الطلاب إلى عمل مقارنات عدَّة لتحديد المطاعم التي تبيع المثلجات بأقل سعر، ثم اختيار كوب من المثلجات من خمسة مطاعم وجبات سريعة على الأقل. - بيِّن لهم كيف يُمكِن قياس حجم كل كوب، وحساب سعره. - املأ أحد الأكواب بالماء، ثم انقل الماء إلى كوب قياس كبير، مُبيِّنًا لهم كيف يُمكِن قياس كمية الماء إلى أقرب أُوقية (السعة)، وكيف يُحسَب سعر الأوقية (سعر الوحدة)، ثم اطلب إليهم وضع كسر يُمثِّل العدد الإجمالي للأوقيات بالنسبة إلى السعر الإجمالي، وكسر آخر يُمثِّل سعر الوحدة. - وضِّح لهم كيف يُمكِن نقل الماء من كوب القياس إلى وعاء الماء لإجراء عملية قياس أخرى.	- وجِّه الطلاب إلى عمل مقارنات عدَّة لتحديد المطاعم التي تبيع المثلجات بأقل سعر، ثم اختيار كوب من المثلجات من خمسة مطاعم وجبات سريعة على الأقل. - بيِّن لهم كيف يُمكِن قياس حجم كل كوب، وحساب سعره. - املأ أحد الأكواب بالماء، ثم انقل الماء إلى كوب قياس كبير، مُبيِّنًا لهم كيف يُمكِن قياس كمية الماء إلى أقرب أُوقية (السعة)، وكيف يُحسَب سعر الأوقية (سعر الوحدة)، ثم اطلب إليهم وضع كسر يُمثِّل العدد الإجمالي للأوقيات بالنسبة إلى السعر الإجمالي، وكسر آخر يُمثِّل سعر الوحدة. - وضِّح لهم كيف يُمكِن نقل الماء من كوب القياس إلى وعاء الماء لإجراء عملية قياس أخرى.

	الطالب غير الموهوب	الطالب الموهوب
	- أعطِ كل مجموعة (أو طالبينِ) ورقة بيضاء فارغة وخمسة أكواب من مطاعم وجبات سريعة مختلفة، ثم اطلب إليها تدوين ملاحظاتها. - بعد الانتهاء من كتابة الملاحظات، اطلب إلى كل مجموعة أن تضع نماذج كسور بصرية لمشاركة المجموعات الأخرى في الاستنتاجات.	- أعطِ كل مجموعة (أو طالبينِ) ورقة بيضاء فارغة وخمسة أكواب من مطاعم وجبات سريعة مختلفة، ثم اطلب إليها تدوين ملاحظاتها. - بعد الانتهاء من كتابة الملاحظات، وزِّع على كل مجموعة قائمة تحوي عدد السعرات الحرارية وكمية السكر لكل نوع من المثلجات، ثم اطلب إلى المجموعات تدوين عدد السعرات الحرارية وكمية السكر لكل نوع في حال استهلاك نوعين من المثلجات في اليوم الواحد مدة أسبوع. - اطلب إلى كل مجموعة رسم جدول يُوضِّح بياناتها، ثم تخمين ما سيحدث في حال استهلاك نوعين من المثلجات مدة شهر، أو سنة،... - إذا توافر المزيد من الوقت، فاطلب إلى المجموعات حلَّ المزيد من الأسئلة، أو طرح أسئلتها الخاصة لعمل بحث، انظر النشاط الإثرائي التالي. - وجِّه كل مجموعة إلى إعداد نموذج توضيحي للكسور، ثم مشاركة المجموعات الأخرى فيما تتوصَّل إليه من بيانات عن السعر، والسعرات الحرارية، وكمية السكر المُستهلَكة.

		نشاط إثرائي إضافي - وجِّه الطلاب إلى إعداد استطلاع للرأي يذكر فيه طلاب أحد الصفوف عدد المثلجات التي يستهلكونها في اليوم/ الأسبوع/ الشهر. - اطلب إليهم حساب عدد المثلجات، وحجم السوائل، والسعرات الحرارية، وكمية السكر للصف كاملًا، ثم إعداد رسم بياني. - اطلب إلى الطلاب مشاركة بعضهم بعضًا في النتائج التي يتوصَّلون إليها. - اطلب إلى الطلاب إعداد بحث عن كيفية تغيُّر المثلجات الفوَّارة بمرور الوقت، وتمثيل ذلك بيانيًّا، أو توضيح كيف يُمكِن للمشروبات المُحلَّاة أن تجعلك سمينًا، وكيف يُمكن لحظر استيراد المشروبات المُحلَّاة أن يجعلك سمينًا، وكيف يُمكِن حظر استيراد الصودا الأجنبية. - اطلب إلى الطلاب مشاركة بعضهم بعضًا في النتائج التي يتوصَّلون إليها.
	الطالب غير الموهوب	**الطالب الموهوب**
	التقويم القبلي - قبل بدء الدرس، اعمل تقويمًا قبليًّا لتحديد معرفة كل طالب ومهاراته في الكسور، مُضمِّنًا التقويم مسائل عن البسط المتشابه وغير المتشابه الذي يتطلَّب عمل مقارنات باستخدام <، =، >.	**التقويم القبلي** - قبل بدء الدرس، اعمل تقويمًا قبليًّا لتحديد معرفة كل طالب ومهاراته في الكسور، مُضمِّنًا التقويم مسائل عن البسط المتشابه وغير المتشابه الذي يتطلَّب عمل مقارنات باستخدام <، =، >.

التقويم التكويني	الطالب غير الموهوب	الطالب الموهوب
	التقويم المستمر - هل يستطيع الطلاب إجراء عملية القياس بصورة دقيقة؟ - هل دوَّنوا بيانات صحيحة في نموذج السجل؟ - هل توصَّلوا إلى استنتاجات ذات صلة بالبيانات؟ - هل تمكَّنوا من تنظيم بياناتهم باستخدام نماذج الكسور البصرية؟	**التقويم المستمر** إضافة إلى الأسئلة المطروحة على الطلاب غير الموهوبين: - هل تمكَّن الطلاب من إنشاء جدول يشتمل على السعرات الحرارية والسكر؟ - هل عبَّر الجدول عن البيانات تعبيرًا دقيقًا؟ - هل طرح الطلاب أسئلة إضافية لغرض البحث؟ - هل كانت الأسئلة ضمن مستوى مهارات التفكير العليا، وذات صلة بالمسألة؟
التطبيق المواد المطلوبة: - أكواب شراب من مطاعم الوجبات السريعة، مُدوَّن على كل منها السعر. - أكواب قياس. - وعاء ماء. - أوراق بيضاء. - قوائم من مطاعم الوجبات السريعة.	- بناءً على التقويم القبلي، وزِّع الطلاب إلى مجموعات متجانسة، أو مجموعات ثنائية. - ضع الطلاب الذين يتقنون مقارنة الكسور ذوات البسط والمقام غير المتشابهين في المجموعة المتقدِّمة، والطلاب الذين لا يتقنون المقارنة في المجموعة العادية. - أخبر أفراد المجموعات أنه يتعيَّن عليهم عمل مقارنات عن المثلجات التي تُقدِّمها مطاعم الوجبات السريعة، ثم بيِّن لهم كيفية تدوين البيانات في الجدول، واطلب إليهم العمل فرادى. - بعد إكمال الطلاب الموهوبين جدول البيانات، قدِّم لهم المعلومات المتعلقة بالسعرات الحرارية وكمية السكر الموجودة في كل نوع من المثلجات. - مع استمرار الطلاب الموهوبين في تنفيذ النشاط، اجمع الطلاب غير الموهوبين معًا ليشارك بعضهم بعضًا في استنتاجاتهم، ثم يعملوا معًا على تخطيط نماذج الكسور البصرية. - بعد إكمال الطلاب المهام المنوطة بهم، اطلب إليهم مشاركة بعضهم بعضًا في نتائجهم واستنتاجاتهم.	

الموضوع: التدرج في عملية تعلُّم الرياضيات

المجال: التعابير والمعادلات. (الصف: 6-8)

مسألة الصف الثامن: - فهم العلاقة بين الارتباط النسبي. - شرح معدل الوحدة بحسب انحدار الرسم. - مقارنة علاقتين طرديتين مختلفتين مُمثَّلتين بطرائق مختلفة.	- يرسم الطلاب جميعًا (الموهوبون، وغير الموهوبين) جدولًا يُمثِّل العلاقات الطردية. - يشرح الطلاب جميعًا العلاقة المُمثَّلة في ربع الدائرة. - يكتب الطلاب جميعًا معادلة للعلاقة. - يكتب الطلاب جميعًا النتائج على ملصق، ثم يشاركون بعضهم بعضًا فيها. - يرسم الطلاب الموهوبون رسمًا بيانيًّا. - يكتب الطلاب الموهوبون معادلة لعلاقة أخرى، ثم يُحلِّلون مسألة معقدة باستخدام التمثيل البياني والمعادلتين. - يكتب الطلاب الموهوبون النتائج على ملصق، ثم يشاركون بعضهم بعضًا فيها.	
	الطالب غير الموهوب	**الطالب الموهوب**
	- يحل الطلاب مسألة تتناول شخصًا يسير بسرعة منتظمة. - أخبر الطلاب أن طالب الصف الثامن العادي يستطيع أن يمشي 90 قدمًا في 30 ثانيةً. - بيِّن لهم كيف يرسمون جدولًا، مستخدمين العلاقة: y x، حيث: x : الوقت بالدقائق. y : المسافة بالقدم. - وزِّع الطلاب إلى مجموعات. - يضع أفراد كل مجموعة 30 تحت متغير x، و 90 تحت متغير y. - اطلب إلى أفراد المجموعات كتابة أربعة أزواج إضافية مرتبة وحدهم.	- يحل الطلاب مسألة عن شخص يسير بسرعة منتظمة. - أخبر الطلاب أن طالب الصف الثامن العادي يستطيع أن يمشي 90 قدمًا في 30 ثانيةً. - بيِّن لهم كيف يرسمون جدولًا، مستخدمين العلاقة: y x، حيث: x : الوقت بالدقائق. y : المسافة بالقدم. - وزِّع الطلاب إلى مجموعات. - يضع أفراد كل مجموعة 30 تحت متغير x، و 90 تحت متغير y. - اطلب إلى أفراد المجموعات كتابة أربعة أزواج إضافية مرتبة وحدهم.

	الطالب غير الموهوب	الطالب الموهوب
	- بعد الانتهاء من ذلك، بيِّن لهم كيف يرسمون رسمًا بيانيًّا، مستفيدين من النتائج التي توصَّلوا إليها. - بعد الانتهاء من ذلك، بيِّن لهم كيف يرسمون رسمًا بيانيًّا، مستفيدين من النتائج التي توصَّلوا إليها. - اطلب إليهم كتابة معادلة العلاقة على ملصق. - بعد إكمال الملصقات، ناقِشهم فيها بطرح الأسئلة الآتية: - هل أدخلتم أيَّ نتائج سلبية؟ لماذا؟ - إذا كان الطالب يستطيع أن يمشي على نحوٍ أبطأ أو أسرع، فكيف سيبدو الرسم البياني؟ - ما انحدار الخط؟ - كيف يُمكِن استخدام الرسم في معرفة المسافة التي يستطيع الطالب أن يقطعها في وقت مُحدَّد؟ - كيف يُمكِنك استخدام المعادلة في معرفة المسافة التي قد يقطعها الطالب في زمن مُحدَّد؟	- بعد الانتهاء من ذلك، اطلب إليهم رسم النتائج، وكتابة معادلة العلاقة. - اطلب إلى أفراد المجموعات حلَّ المسألة الإضافية الآتية: - يدرس خالد وعائشة في صفين منفصلين يقعان على طرفي ممر المدرسة. يبعد كل صف عن الآخر مسافة 60 قدمًا. فإذا كان خالد يمشي 90 قدمًا كل 30 ثانيةً، وتمشي عائشة خطوتين كل ثانية، وسار الطالبان نحو بعضهما بعضًا بسرعة ثابتة، فكم ستكون المسافة من صف خالد عندما يلتقيان؟ اكتب المعادلة الخاصة بعائشة. - ملحوظة: تُحسَب المسافة من صف خالد؛ لأن مسافة عائشة ستقل بمرور الوقت، وسيكون المنحى سالبًا. - المعادلة هي: $y=60-2x$. - ارسم علاقة عائشة في الرسم البياني نفسه مقارنةً بخالد. - استخدم الرسم البياني والمعادلة في معرفة حلِّ المسألة. - وجِّه الطلاب إلى عمل ملصق لنتائجهم، ثم ناقِشهم فيها بطرح الأسئلة الآتية: - لماذا كان المنحى بالنسبة إلى عائشة سالبًا؟

التقويم التكويني	الطالب غير الموهوب	الطالب الموهوب
		- إذا كان الاثنان يسيران بالسرعة نفسها، فكيف سيبدو منحنى خط كل منهما؟ - لماذا كان تقاطع y بالنسبة إلى مخطط عائشة ومعادلتها $(0، 60)$؟ - هل كان سهلًا معرفة جواب هذه المسألة من الرسمين أم المعادلتين؟
	التقويم القبلي - قبل بدء الدرس، اعمل تقويمًا قبليًّا لتحديد معرفة الطلاب بالنسب، ورسم العلاقات الطولية والطردية، ومهاراتهم فيها، مُضمِّنًا التقويم أسئلة عن المنحنى. **التقويم المستمر** - هل تمكَّن الطلاب من تحديد الأزواج المرتبة ذات المعنى؟ - هل دوَّنوا بيانات صحيحة في الجدول؟ - هل استنتجوا أن المنحنى هو معدل وحدة السرعة؟ - هل تمكَّنوا من كتابة معادلة للعلاقة؟ - هل استطاعوا تنظيم المعلومات باستخدام ملصق؟	**التقويم القبلي** - قبل بدء الدرس، اعمل تقويمًا قبليًّا لتحديد معرفة كل طالب ومهاراته في الكسور، مُضمِّنًا التقويم مسائل عن البسط المتشابه وغير المتشابه الذي يتطلَّب عمل مقارنات باستخدام $<$، $=$، $>$. **التقويم المستمر** إضافة إلى الأسئلة المطروحة على الطلاب غير الموهوبين: - هل تمكَّن الطلاب من رسم مخطط بياني لعائشة؟ - هل استطاعوا حلَّ المسألة باستخدام الرسم التمثيلي والمعادلات؟

التطبيق المواد المطلوبة: - ورقة رسم. - أقلام رصاص ملونة. - ملصقات. - أوراق بيضاء	- بناءً على التقويم القبلي، وزِّع الطلاب إلى مجموعات متجانسة، أو مجموعات ثنائية. - لاحِظ أن بعض الطلاب في المجموعة المتقدِّمة سيعرفون كيف يرسمون علاقة طولية أو تناسبية، وكيف يجدون منحنى الخط، وأن الذين لا يعرفون ذلك هم طلاب المجموعة العادية. - أخبر طلاب الصف جميعًا أنهم سيرسمون علاقات تناسبية. - بيِّن لهم كيف نرسم جدولًا يحوي زوجين منتظمين، ثم اطلب إلى كل منهم إكمال الجدول وحده. - وضِّح للطلاب غير الموهوبين كيف نرسم علاقة تناسبية برسم زوجين مرتبين، ثم اطلب إليهم إكمال الرسم البياني وحدهم. - بينما يُكمِل الطلاب الموهوبون رسمهم ومعادلتهم الأولى، قدِّم لهم المسألة. وفي أثناء استمرارهم في تنفيذ النشاط، اجمع الطلاب غير الموهوبين معًا لتبادل نتائجهم شفهيًّا، ثم اطلب إليهم المشاركة في إعداد ملصقاتهم. - بعد الانتهاء من ذلك، اطلب إليهم مشاركة بعضهم بعضًا في نتائجهم واستنتاجاتهم.

تطبيقات البحوث

اقترح معلمو الرياضيات والجميعات المهنية والعاملون في ميدان تربية الموهوبين مجالات كثيرة لبحوث المستقبل تتعلق بمحتوى المعايير، وتسلسلها، والمنهاج الدراسي، والتقويم، والتسريع، وثقافة المدرسة.

تسلسل المعايير

أصبحت الحاجة مُلِحَّة لإجراء المزيد من البحوث عن معايير التسكين الصفي، والتدرج التعليمي. وقد ذكرت الرابطة الوطنية للموهوبين (NGA) ومجلس كبار

مديري المدارس الرسمية (CCSSO) أن التدرج التعليمي في المعايير الرسمية المشتركة للرياضيات يقوم على المقارنات المحلية والعالمية، لا على البحوث بالضرورة.

أثر التدخلات التربوية

تزداد الحاجة إلى عمل البحوث يومًا بعد يوم، ليس لتحديد التدرج المهم للمعارف والمهارات فحسب، بل لمسارات التعلُّم أيضًا. فكيف يتغير تقدُّم كل طالب نتيجة التدخلات التربوية العلاجية؟ ما التدخلات الرئيسة التي تؤدي إلى التغيير وتسريع مسارات الطلاب الموهوبين والنابغين؟ هل تشبه عملية التطوير التقليدية للطلاب؟ ما المنهاج الدراسي الذي يناسب الطلاب الموهوبين والنابغين، والذي قد يُؤثِّر إيجابًا في تقدُّمهم رياضيًّا؟ كيف يُؤثِّر دمج الرياضيات في المجالات الأخرى في تحصيل الطلاب في مادة الرياضيات؟

أسهم مشروع تدريب العقول الرياضية Mentoring Mathematical Mind: M^3، الذي يدمج معايير التسريع والممارسة الرياضية، إسهامًا فاعلًا في اكتساب مفاهيم الرياضيات في المرحلة الابتدائية. ولكن، ما الذي حدث للطلاب في المرحلة الثانوية؟ ما أكثر التدخلات التربوية نجاحًا لطلاب المرحلة الثانوية؟

التقييم

المجال الآخر الذي يصلح أن يكون ميدانًا لكتابة البحوث يتمثَّل في معرفة كيف تُؤثِّر نماذج التقييم في الاستجابة للمعايير، ويشمل ذلك المعلمين على اختلاف مستوياتهم.

ولكن، إذا طُلب إلى المعلمين تدريس المنهاج الدراسي المرتبط بالاختبارات الرسمية، فكيف يُمكِن تصميم نماذج التقييم بحيث تُركِّز على مهارات التفكير العليا؟ كيف يُمكِن تصميم نماذج التقييم غير التقليدية التي تميل إلى قياس حلِّ المشكلات الأكثر صعوبة، لتتمكَّن من تلبية المعيار السيكومتري الصحيح؟ ما أنواع

التقويم غير الرسمية المستمرة التي تفضي إلى نتائج مفيدة في التصميم والتنفيذ لأنشطة التعلُّم التي تستجيب لمواطن القوة والضعف لدى الطلاب؟

التسريع

أظهرت مقالات كثيرة مستقاة من نتائج البحوث فوائد التسريع أكاديميًّا ووجدانيًّا، مشيرةً إلى إقبال الكثير من الطلاب على الدروس المتقدِّمة في المرحلتين المتوسطة والثانوية. ولكن، بالرغم من زيادة أعداد الطلاب الذين ينجحون في اختبارات المقرَّرات المتقدِّمة، فقد تراجع عدد الطلاب الذين يدرسون مقرَّر الجبر الثاني أو الثالث. يقول الباحثون في ذلك: عند مشاركة الطلاب النابغين في الرياضيات في المقرَّرات المتقدِّمة التي يُدرِّسها معلمون ذوو خبرة يعرفون حاجات هؤلاء الطلاب، فمن المحتمل أن هؤلاء الطلاب سوف يدرسون مقرَّرات جامعية صعبة، ويُكمِلون دراستهم العليا، ويشعرون بالتحدي الأكاديمي والتقبُّل الاجتماعي، فبمَ يمتاز المعلمون الذي يغرسون هذا الاهتمام والشغف بالرياضيات في أذهان طلابهم؟

كيف يُمكِننا اختيار هؤلاء المعلمين لحفز الطلاب إلى الاستمرار في تعلُّم مقرَّرات الرياضيات المتقدِّمة، ودراسة موضوعات برنامج ستيم في الجامعات؟

ثقافة المدرسة

بالرغم من براهين البحوث الثريَّة، فإن المدارس وأولياء الأمور والمعلمين لم يتقبلوا بعدُ فكرة التسريع. فما العوامل التي قد تُسهِم في هذا الرفض لممارسة مبنية على البحوث؟ ما نوع الممارسات التي تُشجِّع تطوير موهبة الرياضيات وتُعزِّزها؟ ما أكثر الممارسات الصفية نجاحًا التي تدعم التسريع؟ كيف يستطيع معلم ما أن يدير إستراتيجيات متعددة لتلبية حاجات الطلاب المختلفة في غرفة الصف؟

الخلاصة

تحمل معايير (CCSSM) أولًا كبيرًا في توفير خدمات للطلاب الموهوبين والنابغين في الرياضيات، فهي تشتمل على توجيهات للمعلمين تتعلق بتنظيم المفاهيم والمهارات الرئيسة ضمن مستويات الصف، وتحديد مهارات التفكير المطلوب تطويرها لدى الطلاب. بالرغم من ذلك، فإن هذه المعايير تحتاج إلى تمايز بالنسبة إلى معظم الطلاب الموهوبين والنابغين في الرياضيات.

عرض هذا الفصل أمثلة مُحدَّدة وطرائق متنوعة لضرورة تمايز المعايير عن طريق التسريع، والتدريس المتسارع، والتعمق، والتعقيد الإبداعي، والربط بين التخصصات والمفاهيم والأفكار الرئيسة، والتفكير المتقدِّم، والاهتمام، والأنشطة غير الصفية. صحيح أن ما كُتِب في هذا الموضوع يوصي باعتماد هذه الإستراتيجيات، غير أننا لا نزال بحاجة إلى المزيد من البحوث لتحديد أكثر هذه الإستراتيجيات نجاحًا في تطوير الجيل الثاني من المحترفين في تخصصات ستيم.

أسئلة المناقشة

1. إذا ارتأت مدرسة ما ربط منهاجها الدراسي بالسنة المدرسية، وبتقديم الموضوعات الدراسية كل أسبوع، فكيف يستطيع المعلم تطبيق التدريس المتمايز على الطلاب الموهوبين والنابغين؟
2. بأيِّ الطرائق يُمكِن لنماذج التقويم أن تكون ضارة ومفيدة في تصميم دروس رياضيات متمايزة للطلاب الموهوبين والنابغين؟ فكِّر في القياسات القبلية، وأنواع التقويم المستمرة أو المرحلية، وقياسات المناطق التعليمية، والاختبارات الرسمية.

3. إذا كان لديك يوم واحد فقط لتطوير قدرات المعلمين المهنية في التدريس المتمايز لمادة الرياضيات، فما الموضوعات التي تقترح تضمينها هذا التطوير المهني؟

4. يعتقد بعض المعلمين أنه يتعيَّن تطبيق الحد الأدنى من التسريع. ما رأيك في التسريع والإثراء؟ ما الذي تراه مناسبًا؟ لماذا؟

5. إذا أردت تصميم برنامج مثالي للطلاب الموهوبين والنابغين في الرياضيات، فما المُكوِّنات التي ستضيفها إليه؟ لماذا؟

المراجع

Assouline, S. G., & Lupkowski-Shoplik, A. E. (2011). *Developing math talent: A comprehensive guide to math education for gifted students in elementary and middle school* (2nd ed.). Waco, TX: Prufrock Press.

Barbeau, E., & Taylor, P. J. (Eds.). (2009). *Challenging mathematics in and beyond the classroom: The 16th ICMI study*. New York, NY: Springer.

Bressoud, D. M. (2009). Is the sky still falling? *Notices of the AMS, 56*, 20–25.

Chamberlin, S. (2010). Mathematical problems that optimize learning for academically advanced students in grades K–6. *Journal for Advanced Academics, 2*, 52–76.

Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2009). *Classroom discussions: Using math talk to help students learn*. Sausalito, CA: Math Solutions.

Colangelo, N., Assouline, S. G., & Gross, M. U. M. (Eds.). (2004). *A nation deceived: How schools hold back America's brightest students* (Vol. 2). Iowa City: University of Iowa, The Connie Belin and Jacqueline N. Blank International Center for Gifted Education and Talent Development.

Common Core State Standards Initiative. (n.d.a.). *Key shifts in mathematics*. Retrieved from http://www.corestandards.org/other-resources/key-shifts-in-mathematics

Common Core State Standards Initiative. (n.d.b.). *Standards in your state*. Retrieved from http://www.corestandards.org/standards-in-your-state

Gavin, M. K., Casa, T. M., Adelson, J. L., Carroll, S. R., & Sheffield, L. J. (2009). The impact of advanced curriculum on the achievement of mathematically promising elementary students. *Gifted Child Quarterly, 53,* 188–202.

Gavin, M. K., Casa, T. M., Adelson, J. L., Carroll, S. R., Sheffield, L. J., & Spinelli, A. M. (2007). Project M^3: Mentoring Mathematical Minds—A research-based curriculum for talented elementary students. *Journal of Advanced Academics, 18,* 566–585.

Gavin, M. K., & Sheffield, L. J. (2010). Using curriculum to develop mathematical promise in the middle grades. In M. Saul, S. Assouline, & L. J. Sheffield (Eds.), *The peak in the middle: Developing mathematically gifted students in the middle grades* (pp. 51–76). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Gross, M. U. M. (2006). Exceptionally gifted children: Long-term outcomes of academic acceleration and nonacceleration. *Journal for the Education of the Gifted, 29,* 404–429.

Johnsen, S. K. (2013). The Common Core State Standards: Where do gifted and advanced learners fit? *Parenting for High Potential, 3*(1), 4–7.

Johnsen, S. K. (2015). Gifted education and programming standards. In F. A. Karnes & S. M. Bean (Eds.), *Methods and materials for teaching the gifted* (4th ed., pp. 3–41). Waco, TX: Prufrock Press.

Johnsen, S. K., Ryser, G. R., Assouline, S. (2014). *A teacher's guide to using the Common Core State Standards with mathematically gifted and advanced learners.* Waco, TX: Prufrock Press.

Johnsen, S. K., & Sheffield, L. J. (Eds.). (2013). *Using the Common Core State Standards for mathematics with gifted and advanced learners.* Waco, TX: Prufrock Press.

Kaplan, S. N. (2009). Layering differentiated curricula for the gifted and talented. In F. A. Karnes & S. M. Bean (Eds.), *Methods and materials for teaching the gifted* (3rd ed., pp. 107–135). Waco, TX: Prufrock Press.

Kolitch, E. R., & Brody, L. E. (1992). Mathematics acceleration of highly talented students: An evaluation. *Gifted Child Quarterly, 36,* 78–86.

Kulik, J. A. (2004). Meta-analysis studies of acceleration. In N. Colangelo, S. G. Assouline, M. U. M. Gross (Eds.), *A nation deceived: How schools hold back America's brightest students* (Vol. II, pp. 13–22). Iowa City: University of Iowa, The Connie Belin and Jacqueline N. Blank International Center for Gifted Education and Talent Development.

Lee, S. Y., Olszewski-Kubilius, P., & Peternel, G. (2010). The efficacy of academic acceleration for gifted minority students. *Gifted Child Quarterly, 54,* 189–208. doi:10.1177/0016986210369256

National Council of Teachers of Mathematics. (n.d.a). *Process standards.* Retrieved from http://www.org/standards/content.aspx?id=322

National Council of Teachers of Mathematics. (n.d.b). *Research clips and briefs.* Retrieved from http://www.nctm.org/clipsandbriefs.aspx

National Council of Teachers of Mathematics. (n.d.c). *Welcome to the aquarium: Planning a classroom aquarium to practice decimal operations.* Retrieved from http://illuminations.nctm.org/Lesson.aspx?id=3649

National Governors Association Center for Best Practices, & Council of Chief State School Officers. (2010a). *Common Core State Standards for mathematics.* Washington, DC: Authors. Retrieved from http://www.corestandards.org/the-standards.

National Governors Association Center for Best Practices, & Council of Chief State School Officers. (2010b). *Appendix A. Common Core State Standards for mathematics.* Washington DC: Authors. Retrieved from http://www.corestandards.org/the-standards

National Research Council. (2001). *Adding + it up: Helping children learn mathematics.* Washington, DC: National Academy Press.

Neihart, M. (2007). The socioaffective impact of acceleration and ability grouping: Recommendations for best practice. *Gifted Child Quarterly, 51,* 330–341. doi:10.1177/0016986207306319

Partnership for 21st Century Skills. (n.d.). *Framework for 21st century learning.* Retrieved from http://www.p21.org/overview

Program for International Assessment. (2014). *Selected findings from PISA 2012.* Washington, DC: National Center for Education Statistics. Retrieved from http://nces.ed.gov/surveys/pisa/pisa2012/pisa2012highlights_1.asp

Rogers, K. B. (2007). Lessons learned about educating the gifted and talented: A synthesis of the research on educational practice. *Gifted Child Quarterly, 51,* 382–396.

Saul, M., Assouline, S. G., & Sheffield, L. J. (Eds.). (2010). *The peak in the middle: Developing mathematically gifted students in the middle grades.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Sheffield, L. J. (2000). Creating and developing promising young mathematicians. *Teaching Children Mathematics, 6,* 416–419, 426.

Sheffield, L. J. (2003). *Extending the challenge in mathematics: Developing mathematical promise in K–8 students.* Thousand Oaks, CA: Corwin Press.

Sheffield, L. J. (2006). Developing mathematical promise and creativity. *Journal of the Korea Society of Mathematical Education Series D: Research in Mathematical Education, 10,* 1–11.

Steenbergen-Hu, S., & Moon, S. M. (2010). The effects of acceleration on high-ability learners: A meta-analysis. *Gifted Child Quarterly, 55,* 39–53. doi:10.1177/0016986210383155

Swiatek, M. A. (1993). A decade of longitudinal research on academic acceleration through the Study of Mathematically Precocious Youth. *Roeper Review, 15,* 120–123.

VanTassel-Baska, J. (Ed.). (2004). *Curriculum for gifted and talented students.* Thousand Oaks, CA: Corwin Press.