الفصل الرابع
أسلوب مراجعة وتقييم البرامج ـ بيرت

مقدمة:

ظهرت أساليب الأعمال لتلافي العيوب الخاصة بخرائط جانت، والتي كانت تستخدم في وضع البرامج الزمنية لتنفيذ المشروعات، ولكنها كانت لا توضح علاقات الترابط والتتابع بين الأنشطة المختلفة، وبالتالي لا يمكن التعرف على آثار التأخير في تنفيذ أنشطة معينة على زمن التنفيذ الكلي، وتنقسم أساليب شبكات الأعمال إلى أسلوبين هما:

١. أسلوب تقييم ومراجعة البرامج، أو ما يسمى اختصارًا بأسلوب بيرت PERT.

٢. أسلوب أو طريقة المسار الحرج.

وهذان الأسلوبان، وإن كانا يعتمدان على مبادئ واحدة؛ ولذلك دائمًا ما يشار إليهما بأساليب شبكات الأعمال، إلا أن هناك فروقًا جوهرية بينهما، ومن أهمها ما يلي:

١. إن أسلوب المسار الحرج يعتبر نموذجًا تحديديًا، يقوم على التأكد؛ حيث يعطي تقديرًا واحدًا لزمن تنفيذ كل نشاط من أنشطة المشروع، أما أسلوب بيرت فإنه نموذج احتمالي يقوم على عدم التأكد.

٢. إن التكلفة في أسلوب المسار الحرج لا تكون واضحة، بينما يتم الإفصاح عنها في أسلوب بيرت؛ ولذلك يتمكن الأسلوب الأخير من تحديد الحل الأمثل، الذي يوفق بين وقت تنفيذ المشروع من ناحية وبين التكاليف من ناحية أخرى.

ونخلص مما سبق أن الأسلوبين يتشابهان في خطوات الحل، ولكنهما يختلفان في التقديرات التي يعتمد عليها كل منهما؛ فأسلوب المسار الحرج تكون تقديراته مؤكدة، في حين أن أسلوب بيرت تكون التقديرات احتمالية، ومعنى احتمالية أنه عند تقدير الوقت والتكلفة نجد هناك ثلاثة تقديرات مختلفة، هي:

١. التقدير المتفائل: ويفترض هذا الأسلوب أن تنفيذ المشروع سيتم في أقل وقت ممكن وفي ظل أفضل ظروف للتشغيل، ويرمز لهذا التقرير بالرمز (ف).

٢. التقدير الأكثر احتمالًا: ويفترض هذا التقدير أن المشروع سيتم تنفيذه في ظل الظروف العادية، ويكون احتمال تنفيذه في هذا الوقت أكثر احتمالًا من أي وقت آخر، ويرمز له بالرمز (ح).

٣. التقدير التشاؤمي: ويفترض فيه أن العمل سوف يتم في أكبر وقت، وأن ظروف التشغيل سوف تسير على أسوأ ما يمكن، ويرمز له بالرمز (ش).

وقد وجد مكتشفو أسلوب بيرت أن هذه التقديرات تخضع لتوزيع بيتا، وأنه يمكن حساب الوقت المتوقع لزمن كل نشاط باستخدام المتوسط الحسابي لهذه التقديرات، بعد إعطاء كل تقدير أوزانًا معينة، وذلك يعطي للتقدير المتفائل (١)، والأكثر احتمالًا (٤)، والمتشائم (١)، وبالتالي فإن:

$$\text{الوقت المتوقع للنشاط} = \frac{\text{ف} + 4 \times \text{ح} + \text{ش}}{6}$$

حيث:

ف = التقدير المتفائل. ح = التقدير الأكثر احتمالًا.

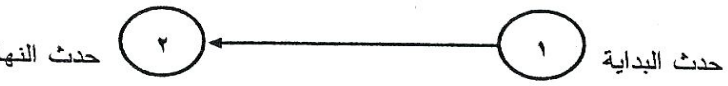
ش = التقدير المتشائم.

ويجب مراعاة الدقة في إعداد التقديرات الزمنية للانتهاء من المشروع، والتي سيتم من خلالها رسم شبكة الأعمال، والتي تبين الأحداث والأنشطة التي يجب تنفيذها لتحقيق الهدف النهائي، وبذلك تكون العناصر الرئيسة لشبكة الأعمال هي: الحدث والنشاط والمسار.

وسوف نبين مفهوم كل منها على النحو التالي:

١. **الحدث** Event: وهو يمثل لحظة بداية أو نهاية نشاط معين من أنشطة المشروع، وعادة ما يعبر عنه بأشكال هندسية، مثل الدائرة، وكل حدث يأخذ رقمًا؛ إما بالتسلسل أو بشكل عشوائي.

٢. **النشاط** Activity: وهو يعبر عن الأداء الفعلي لعمل ما، والذي كان له حدث بداية وحدث نهاية، ويحتاج إلى وقت وموارد، ويتم ربط حدث البداية وحدث النهاية بسهم يعبر عن النشاط، يتجه نحو حدث النهاية؛ ولذلك يأخذ الحدث والنشاط الشكل التالي:



ويرتبط كل نشاط بالأنشطة الأخرى من خلال أسهم ودوائر.

٣. المسار Path: ويعبر عن التتابع المستمر للأنشطة منذ حدث البداية وحتى النهاية، وقد يكون للشبكة الواحدة أكثر من مسار، ويسمى أطول مسار فيها بالمسار الحرج، وتسمى الأنشطة التي تقع عليه بالأنشطة الحرجة.

وبذلك يمكن القول إنه من خلال شبكة الأعمال نستطيع معرفة ما يلي:

١. زمن المسار الحرج، وأطول زمن لتنفيذ المشروع.
٢. الوقت الراكد، وهو الفرق بين الوقت المتأخر للحدث والوقت المبكر له.
٣. الوقت المتأخر، ويرمز له بالرمز (ق٢)، وهو الوقت الذي يجب أن لا يتأخر عنه تنفيذ النشاط؛ حيث يتم الانتهاء من المشروع بالكامل في الوقت المحدد، ويحسب عن طريق البدء من نهاية الشبكة حتى نصل إلى أولها، وذلك بجمع الزمن من نهاية المشروع وحتى الحدث، ثم طرحه من المجموع الكلي لتحقيق المشروع.
٤. الوقت المبكر للحدث، ويرمز له بالرمز (ق١)، وهو الفترة التي يجب أن تمر من حدث بداية المشروع حتى يتحقق الحدث، أو هو أطول مسار بين حدث البداية حتى الحدث المطلوب حساب الوقت المبكر له، ويتم حسابه وفقاً للخطوات التالية:

أ. تعيين المسارات المختلفة التي تصل هذا الحدث بحدث بداية الشبكة.
ب. تحديد وقت كل مسار من هذه المسارات.
ت. وقت أطول مسار من هذه المسارات هو الوقت المبكر.

يتكون المشروع عادة من مجموعة من العمليات والفعاليات، والتي يجب أن تنفذ في وقت محدد؛ لتحقيق الأهداف المطلوبة من المشروع، ولما كانت المشاريع المختلفة والمؤسسات المختلفة تتسم بكبر الحجم وارتفاع التكاليف، فإن عملية التخطيط المسبقة للمشروع، يجب أن تحظى بقدر كبير من الأهمية والاهتمام.

وسوف نتناول في هذا الباب التخطيط الشبكي لإدارة وتنفيذ العمليات بأقصر زمن ممكن، وبأقل تكلفة، وذلك من خلال تجزئة المشروع إلى عمليات بسيطة، ثم وضعها على شكل شبكة، تعكس ترتيب جميع العمليات، وتوضح العلاقة بينها وتسلسل تنفيذها.

نماذج شبكات الأعمال:

المفاهيم الأساسية:

كثير من المشاكل والمشاريع التي تتسم بالتعقيد، يمكن أن نعبر عنها على شكل شبكة أعمال، وترجع أهمية دراسة شبكات الأعمال إلى وجود العديد من المشكلات العملية المهمة التي يمكن تركيبها أو التعبير عنها في صورة شبكات أعمال؛ حيث إن حل تلك المشكلات يكون أسهل وأيسر إذا كان هناك إلمام بالقواعد التي نتعامل بها مع شبكات الأعمال.

ويجدر الذكر إلى أن هناك كثيرًا من مشاكل البرمجة الخطية التي يمكن التعبير عنها على صورة شبكات أعمال، يكون حلها أيسر، مقارنة بنماذج البرمجة الخطية.

تعريف شبكة الأعمال:

تعرف شبكة الأعمال بأنها مجموعة من النقاط، وخطوط تصل تلك النقطة ببعضها؛ حيث إن كل نقطة ترتبط بنقطة أو أكثر، من خلال مجموعة الخطوط، ويمكن تقسيم نماذج شبكات الأعمال إلى الأنواع الرئيسة التالية:

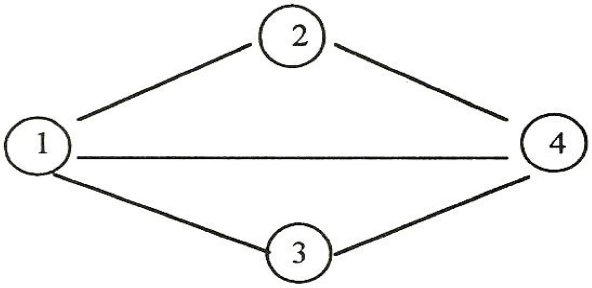
١- **نماذج أقصر الطرق:** تستخدم هذه النماذج عند الرغبة في تحديد أقصر طريق بين نقطتين، أو أقصر طريق بين نقطة معينة وجميع النقاط الأخرى في شبكة الأعمال، أو أقصر طريق بين كل نقطتين في شبكة الأعمال.

٢- **نماذج أقصى تدفق:** تستخدم هذه النماذج لتحديد أقصى تدفق من الأرباح يمكن أن تحققه شبكة الأعمال.

٣- **نماذج شبكة أعمال الأنشطة:** وهذه النماذج تهدف إلى تحديد الأنشطة المتتابعة والمتوازية، وتحديد الوقت لكل نشاط، والتعرف على المسار (المسارات) الحرجة، ومن أهم نماذج شبكات أعمال الأنشطة:

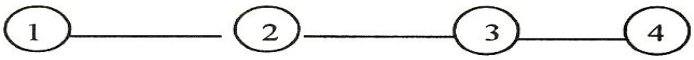
أ. نموذج المسار الحرج. ب - نموذج بيرت.

الأشكال التالية توضح بعض نماذج شبكات الأعمال.

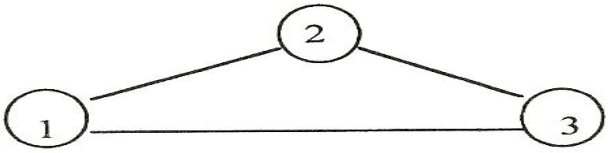


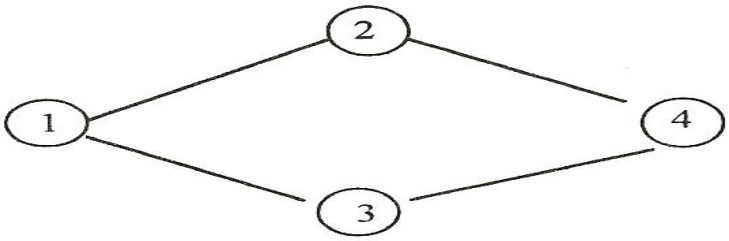
الدوائر ذات الأرقام في الشكل تعبر عن النقطة Verticies, Nodes ، وقد تشير هذه النقطة إلى موقع معين أو مدينة معينة أو مرحلة معينة، كما أن كل خط يصل بين دائرتين يسمى Event, Arc؛ حيث يمكن أن يشير هذا الخط إلى المسافة بين النقطتين، أو إلى عدد الوحدات، أو إلى التكلفة بين نقطتين. وتسمى مجموعة الخطوط المتتابعة التي تربط بين أي نقطتين باسم السلسلة، ومن الأمثلة عليها:

1-

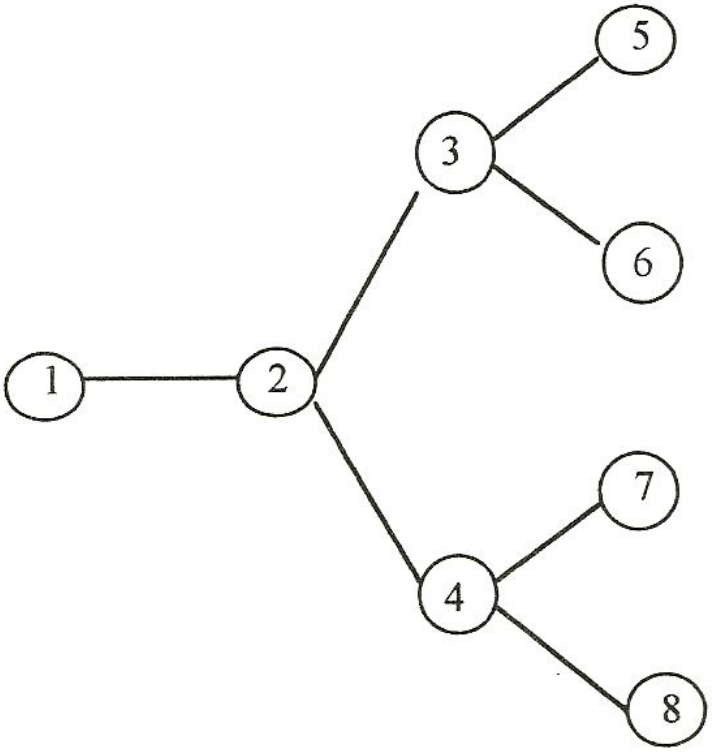
2- 

يطلق على سلسلة الخطوط التي تصل نقطة تقاطع بنفسها تكرار Loop، والشكل التالي يوضح ذلك:





وكما يطلق على شبكة الأعمال التي لا تحتوي على أية خطوط تؤدي إلى إيصال نقطة بنفسها، والتي تتفرع خطوطها عند كل نقطة، لفظ شجرة Tree، والشكل يوضح ذلك:



في جميع النماذج السابقة على الشبكات، لاحظنا أنه لا يوجد أية إشارة لاتجاه سير الخط بين أي نقطتين، وفي هذه الحالة نطلق على هذه الخطوط خطوطًا غير موجهة Undirected Arc، ولكن إذا تم رسم أي خط في الشبكة على صورة سهم للإشارة للاتجاه، فإن ذلك الخط يعتبر خطأ موجهًا Directed Arc، والشكل التالي يوضح هذا المفهوم.

ويبين أن الخط ٢ ← ١ عبارة عن خط موجه، ويختلف عن الخط، بالرغم من أن كلا الخطين يربطان بين النقطة ٢، ١.

وبما أننا بصدد الحديث عن الخطوط Arcs بين النقطتين، إذن يمكننا التعبير عن أي خط (حدث) بين النقطتين على شكل زوج مرتب (I, J)؛ حيث يمثل (I) نقطة بداية الخط (الحدث)، وتمثل (J) نقطة نهاية ذلك الخط، أي أنه يمكننا أن نعبر عن أي شبكة أعمال بمصفوفة.

$$A = (a_{ij})$$

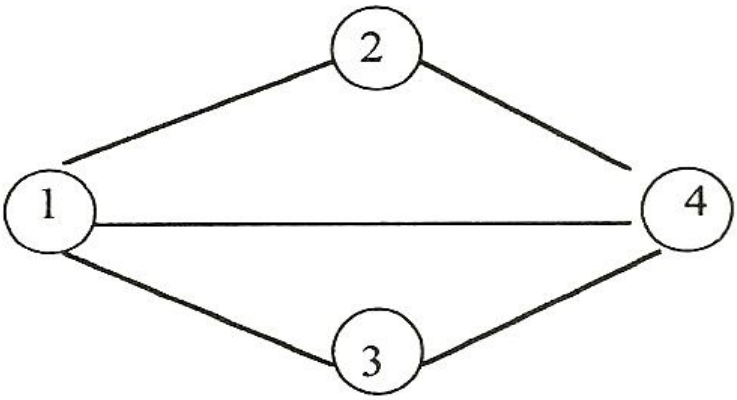
حيث إنه:

إذا وجد خط بين النقطتين I, J 1 aij =

إذا لم يوجد خط ٠ aij =

ويجدر بنا أن نلاحظ أن هذه المصفوفة هي مصفوفة متماثلة، وهذا في حالة كون الخطوط (الأحداث) التي تربط بين النقط أحداثًا غير موجهة.

مثل:

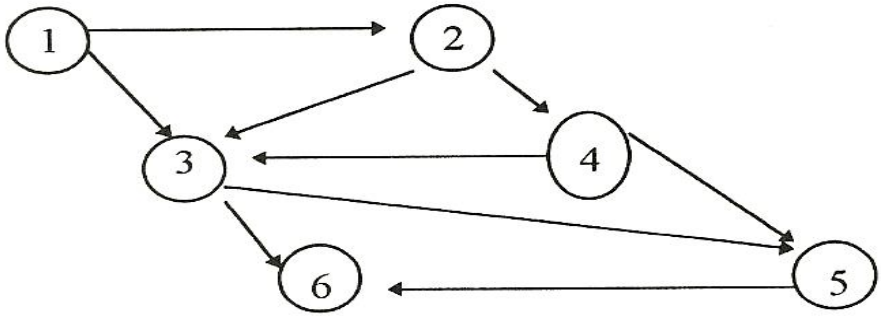


المصفوفة التي تمثل هذه الشبكة هي:

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

وأيضًا يمكننا تمثيل أية شبكة أعمال خطوطها (أحداثها) موجهة ضمن مصفوفة مربعة، ولكن غير متماثلة.

مثال:



المصفوفة التي تمثل هذه الشبكة هي:

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	1	0	0	0
2	0	0	1	1	0	0
3	0	0	0	0	1	1
4	0	0	1	0	1	0
5	0	0	0	0	0	1
6	0	0	0	0	0	0

نلاحظ أن المصفوفة مربعة غير متماثلة، وأن الصف السادس في المصفوفة كله أصفار؛ وذلك لأنه لا يوجد أي خط متجه يخرج من النقطة ٦ إلى أي نقطة أخرى، وكذلك لا يوجد أي خط متجه يدخل إلى النقطة ١ من أية نقطة أخرى.

إلا أنه لو كانت هذه الخطوط الموجهة لها أطوال (قيم) معينة، فإننا نقدر على تمثيل هذه القيم ضمن مصفوفة تسمى مصفوفة السعة، وتجدر ملاحظة أن أي خط موجه (×) بين أي نقطتين ((I، J))، ويجب أن تتبع القاعدة التالية:

$$0 \leq X_{ij} \leq C_{ij}$$

حيث يمثل Cij السعة، وتوضع مساوية لأكبر رقم في المصفوفة A.

مثال:

C =

	1	2	3	4	5	6
1	0	7	5	0	0	0
2	0	0	2	3	0	0
3	0	0	0	0	4	8
4	0	0	8	0	2	0
5	0	0	0	0	0	6
6	0	0	0	0	0	0

أولًا: طريقة المسار الحرج:

يعرف المسار الحرج على أنه أطول المسارات وقتًا على شبكة المشروع، ويعتبر المسار الأكثر أهمية وخطورة في شبكة المشروع، وتعتمد طريقة المسار الحرج على تحديد مجموعة الأنشطة التي يجب أن تعطى اهتمامًا خاصًا في تخطيط المشروع، وتسمى هذا الأنشطة (الوظائف) بالوظائف الحساسة (الحرجة).

أي أن مجموع أزمان أنشطة المسار الحرج يعبر عن أطول وقت يمكن أن يستغرقه المشروع؛ بحيث لا يمكن أن يتأخر المشروع عن ذلك الوقت، ومن أجل تحديد المسار الحرج على شبكة المشروع نتبع الخطوات التالية:

١. تحديد أنشطة المشروع، وتحديد العلاقات بين هذه الأنشطة، بالإضافة إلى تحديد الوقت اللازم لتنفيذ كل نشاط.
٢. رسم شبكة المشروع، مع مراعاة تسلسل تنفيذ الأنشطة تبعًا للعلاقات بينها.
٣. تحديد الزمن المبكر للبدء (وقت البداية) لكل نشاط، ويساوي مجموع الأزمنة التي تسبق النشاط، دائمًا يكون يساوي صفرًا لأول نشاط (أنشطة) في بداية المشروع.
٤. تحديد الزمن المبكر للإنجاز (الإنهاء المبكر) لكل نشاط، ويساوي مجموع الأزمنة التي تسبق النشاط + مدة إنجاز النشاط نفسه.
٥. تحديد البداية المتأخرة لكل نشاط، ويساوي أقصى تأخير (تأجيل) في الأزمان المبكرة للأنشطة، بحيث لا يؤثر ذلك التأخير على إنجاز المشروع.
٦. تحديد النهاية المتأخرة للإنجاز لكل نشاط، ويساوي زمن البداية المتأخرة للنشاط + مدة إنجاز النشاط نفسه.
٧. تحديد الوقت الفائض = زمن البداية المتأخرة – الزمن المبكر للبدء = زمن النهاية المتأخرة للإنجاز – الزمن المبكر للإنجاز.

ويمثل الوقت الفائض الفترة الزمنية التي يمكننا بمقدارها تأخير البدء بتنفيذ وظيفة أو مجموعة من الوظائف، دون أن يؤدي هذا التأخير إلى تأخير في إنجاز المشروع.

مثال: في دراسة أولية وجدت إدارة إحدى المؤسسات انخفاضًا مستمرًا في حجم المبيعات للأشهر الماضية لسلعة رئيسة من السلع التي تقوم بإنتاجها، وقد وضعت إدارة المؤسسة خطة كاملة لمعالجة أسباب الانخفاض في حجم المبيعات، وتمثلت الخطة بالتفصيلات الآتية، والمطلوب حساب الزمن المبكر للبدء، والزمن المبكر للإنجاز، وتحديد المسار الحرج.

	(الوظيفة) النشاط	الزمن - بالأسبوع
١	جمع البيانات الإحصائية	٢
٢	جمع المعلومات الميدانية	٥
٣	جمع البيانات والمعلومات	٣
٤	إعداد خطة للدعاية والإعلان	٦
٥	إعداد خطة لتطوير السلع	٤
٦	تنفيذ خطة تطوير السلع	١٠
٧	تنفيذ خطة الدعاية والإعلان	٤
٨	إنتاج وتسويق السلعة	١٠

الحل: من المعلومات السابقة يمكننا تكوين الجدول التالي:

	تفصيل النشاط (الوظيفة)	النشاط	النشاطات السابقة	الزمن بالأسابيع
١	جمع البيانات الإحصائية	A	-	٢
٢	جمع المعلومات الميدانية	B	-	٥
٣	جمع البيانات والمعلومات	C	A.C	٣
٤	إعداد خطة للدعاية والإعلان	D	C	٦
٥	إعداد خطة لتطوير السلع	E	C	٤
٦	تنفيذ خطة تطوير السلع	F	D	١٠
٧	تنفيذ خطة الدعاية والإعلان	G	E	٤
٨	إنتاج وتسويق السلعة	H	F.G	١٠

من المعلومات الواردة في هذا الجدول، يمكننا رسم شبكة الأعمال للمشروع، وحساب الزمن المبكر للبدء، والزمن المبكر للإنجاز لكل نشاط

(وظيفة) للمشروع كما يلي: يمكن حساب الزمن المبكر للبدء، والزمن المبكر للإنجاز من المعلومات المبنية بالجدول السابق.

النشاط	الزمن - أسبوع	الزمن المبكر للبدء	الزمن المبكر للإنجاز
A	٢	٠	٢
B	٥	٠	٥
C	٣	٥	٨
D	٦	٨	١٤
E	٤	٨	١٢
F	٧	١٤	٢١
G	٤	١٢	١٦
H	١٠	٢١	٣١

الزمن المبكر لبدء النشاط = مجموعة الأزمنة التي تسبق النشاط.

الزمن المبكر لبدء النشاط (A) = 0

الزمن المبكر لبدء النشاط (B) = 0

الزمن المبكر لبدء النشاط (C) = 5

الزمن المبكر لبدء النشاط (D) = الزمن المبكر لبدء النشاط (C) + الزمن المبكر لبدء النشاط (C) = 8 = 3 + 5.

الزمن المبكر لبدء النشاط (F) = الزمن المبكر لبدء النشاط (D) + الزمن المبكر لبدء النشاط (D) = 14 = 8 + 6.

وهكذا نحسب الزمن المبكر لبدء بقية الأنشطة.

الزمن المبكر للإنجاز للنشاط = مجموع الأزمنة التي تسبق النشاط + مدة إنجاز النشاط نفسه.

الزمن المبكر للإنجاز للنشاط (A) = 2 = 2 + 0.

ويمكن أن نجد الزمن المبكر للإنجاز للنشاط على الشكل التالي:

الزمن المبكر للإنجاز للنشاط = الزمن المبكر لبدء النشاط نفسه + زمن النشاط نفسه.

مثال:

الزمن المبكر للإنجاز للنشاط (E) = 12 = 4 + 8.

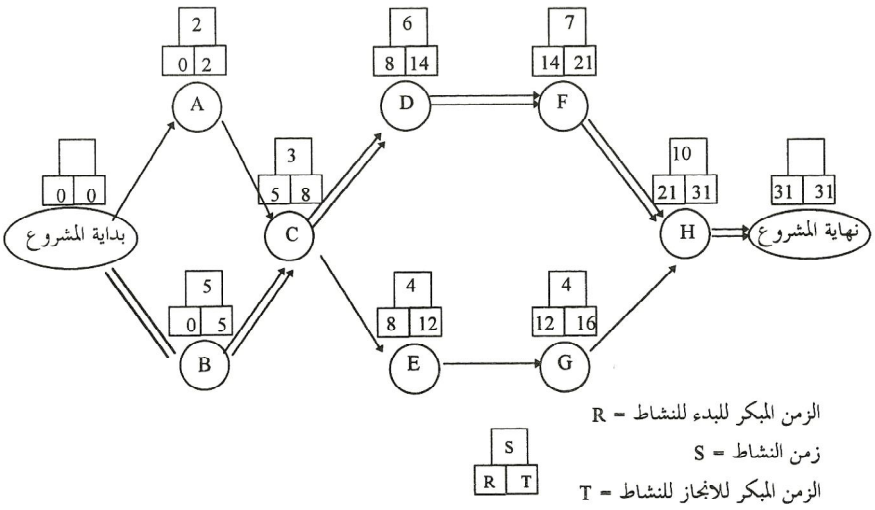
الزمن المبكر للإنجاز للنشاط (F) = 21 = 17 + 4.

وهكذا لبقية الأنشطة.

ومن الجدول السابق نلاحظ بأن أطول زمن مبكر للإنجاز تحت الدراسة يساوي (٣١) أسبوعًا، وهذه هي المدة الزمنية للمسار الحرج في الشبكة، أي أن الأنشطة (الوظائف) B, C, D, E, H تعتبر أنشطة (وظائف) حرجة (حساسة)، أي أن أي تأخير في إنجاز أي منها يؤدي إلى تأخير في إنجاز المشروع. ونلاحظ كذلك أن الزمن المبكر للبدء للنشاطين A, B يساوي صفرًا؛ وذلك لأنه لا يسبقها أي نشاط.

ملاحظة: إن الزمن المبكر للبدء لنشاط (وظيفة) ما يكون أكبر من أزمنة البدء المبكرة لجميع الأنشطة السابقة للنشاط المعني، وهذا لاحظناه عند حساب الزمن المبكر للبدء للنشاط (C)

= ٠ + ٢ = ٢. = ٠ + ٥ = ٥. نأخذ أكبر زمن ويساوي (٥).



زمن البدء المتأخر وزمن الإنجاز المتأخر:

يمكننا أن نحسب زمن البدء المتأخر وزمن الإنجاز المتأخر للأنشطة (الوظائف) المختلفة، من خلال طريقة المسار الحرج.

زمن البدء المتأخر، هو آخر موعد مسموح به للبدء بنشاط (بوظيفة) معينة أو مجموعة من الأنشطة، دون أن يؤدي هذا الموعد إلى تأخير في إنجاز المشروع.

زمن الإنجاز المتأخر: هو آخر موعد مسموح به لإكمال إنجاز نشاط (وظيفة) أو مجموعة من الأنشطة، دون أن يؤدي هذا الموعد إلى تأخير إنجاز المشروع.

حساب زمن البدء المتأخر وزمن الإنجاز المتأخر:

زمن الإنجاز المبكر لآخر نشاط في شبكة الأعمال =

زمن الإنجاز المبكر للمشروع ككل =

زمن الإنجاز المتأخر للمشروع.

ففي مثالنا السابق زمن الإنجاز المبكر لآخر نشاط = (٣١) أسبوعًا. ومن الإنجاز المتأخر للمشروع (أي نبدأ من آخر الشبكة إلى بدايتها في عملية الحساب).

بعد أن نحدد زمن الإنجاز المتأخر لآخر وظيفة، نحسب زمن البدء المتأخر للنشاط المعني كما يلي:

زمن البدء المتأخر للنشاط =

زمن الإنجاز المتأخر للنشاط – المدة الزمنية اللازمة لإنجاز النشاط نفسه.

ويجدر ملاحظة أن زمن الإنجاز لنشاط (وظيفة) ما، أقل زمن من أزمنة البدء المتأخرة لجميع الأنشطة (الوظائف) اللاحقة للنشاط المعني.

الجدول التالي يشير إلى حساب الأزمنة المختلفة للمشروع.

النشاط	الزمن بالأسبوع	البدء المبكر	الإنجاز المبكر	البدء المتأخر	الإنجاز المتأخر
A	٢	٠	٢	٣	٥
B	٥	٠	٥	٠	٥
C	٣	٥	٨	٥	٨
D	٦	٨	١٤	٨	١٤
E	٤	٨	١٢	١٣	١٧
F	٧	١٤	٢١	١٤	٢١
G	٤	١٢	١٦	١٧	٢١
H	١٠	٢١	٣١	٢١	٣١

من الجدول نلاحظ أن:

زمن النشاط (H) – زمن الإنجاز المتأخر للنشاط (H) = زمن البدء المتأخر للنشاط (H) = 21 = 10 – 31.

زمن الإنجاز المتأخر لنشاط (G) = 21.

زمن الإنجاز المتأخر للنشاط (F) = 21.

وذلك لأن النشاطين (G, F) هي أنشطة سابقة للنشاط (H)، وهو آخر موعد مسموح به لإنجاز النشاط إذا أريد أن ينجز المشروع في موعده المحدد.

زمن النشاط (G) – زمن الإنجاز المتأخر للنشاط (G) = زمن البدء المتأخر للنشاط (G) = 21 – 4 = 17).

زمن النشاط (F) – زمن الإنجاز المتأخر للنشاط (F) = زمن البدء المتأخر للنشاط (F) = 14 = 7 – 21.

كذلك نلاحظ بأن النشاطين (E, D) لاحقان للنشاط (C)، وعليه فإن زمن الإنجاز المتأخر للنشاط (C) هو زمن البدء المتأخر للنشاط (D)، وهو آخر موعد مسموح به للبدء المتأخر للنشاط (D) أيضًا إذا أريد للمشروع الإنجاز في موعده المحدد.

الزمن الفائض:

هو عبارة عن المدة الزمنية التي يمكن بمقدارها تأخير البدء بتنفيذ نشاط أو مجموعة من الأنشطة دون أن يؤدي ذلك إلى تأخير في إنجاز المشروع، وترجع أهميته في عملية تحليل الشبكات لأن الموارد المادية والبشرية المخصصة للأنشطة التي تتضمن زمنًا فائضًا، بالإمكان تخصيصها إلى الأنشطة الحساسة (الحرجة)، التي لا تتضمن زمنًا فائضًا، لمدة زمنية تتحدد بالزمن الفائض للأنشطة غير الحساسة التي تتضمن زمنًا فائضًا؛ بهدف تحصيل تنفيذ المشروع ككل.

حساب الزمن الفائض:

الزمن الفائض لأي نشاط = زمن البد المتأخر للنشاط – الزمن المبكر للبدء للنشاط (نفسه).

أو = زمن الإنجاز المتأخر – زمن الإنجاز المبكر للنشاط نفسه.

الجدول التالي يبين حساب الزمن الفائض للأنشطة في المثال السابق:

النشاط (١)	الزمن بالأسبوع (٢)	البدء المبكر (٣)	الإنجاز المبكر (٤)	البدء المتأخر (٥)	الإنجاز المتأخر (٦)	الزمن الفائض (٣- ٥) أو (٤- ٦)
A	٢	٠	٢	٣	٥	٣
B	٥	٠	٥	٠	٥	٠
C	٣	٥	٨	٥	٨	٠
D	٦	٨	١٤	٨	١٤	٠
E	٤	٨	١٢	١٣	١٧	٥
F	٧	١٤	٢١	١٤	٢١	٠
G	٤	١٢	١٦	١٧	٢١	٥
H	١٠	٢١	٣١	٢١	٣١	٠

نلاحظ من الجدول أنه يوجد عندنا ثلاثة أنشطة (وظائف) لها زمن فائض؛ حيث نجد أن النشاط (A) له زمن فائض ثلاثة أسابيع، والنشاطان (E, G) لكل منهما زمن فائض خمسة أسابيع.

أي أن هذه الأنشطة (A, E, G) هي أنشطة يمكن للإدارة أن تؤخر تنفيذها كل بمقدار الزمن الفائض له، ولا يؤثر ذلك على تأخير إنجاز

المشروع، وكذلك نلاحظ بأن الأنشطة (B, C, D, F, H) الزمن الفائض لكل منها يساوي صفرًا، أي ليس لها أزمان فائضة؛ وذلك لأنها أنشطة حرجة (تقع على المسار الحرج)، أي أنها لا تحتمل أي تأخير في إنجازها؛ لأن ذلك سيؤدي إلى تأخير إنجاز المشروع في موعده المقرر.

ونلاحظ بأن هذه الأنشطة الحرجة (الواقعة على المسار الحرج) الزمن المبكر للبدء = زمن البدء المتأخر.

وكذلك زمن الإنجاز المبكر = زمن الإنجاز المتأخر.

ويمكننا إيجاد المسار الحرج باستخدام الشبكة، وذلك باختيار أطول مسار من المسارات المختلفة بعد إيجاد أطوال هذه المسارات.

وفي مثالنا السابق نجد المسارات:

(1) (A, C, D, F, H).
$2 + 3 + 6 + 7 + 10 = 28$

(2) (A, C, E, G, H)
$2 + 3 + 4 + 4 + 10 = 23$

(3) (B, C, E, G, H)
$5 + 3 + 6 + 7 + 10 = 31$

(4) (B, C, E, G, H)
$5 + 3 + 4 + 4 + 10 = 26$

المسار الثالث (H, F, D, C, B) هو أطول المسارات، وعليه فإنه يمثل المسار الحرج، وجميع الأنشطة الواقعة على هذا المسار تمثل الأنشطة الحرجة.

مثال:

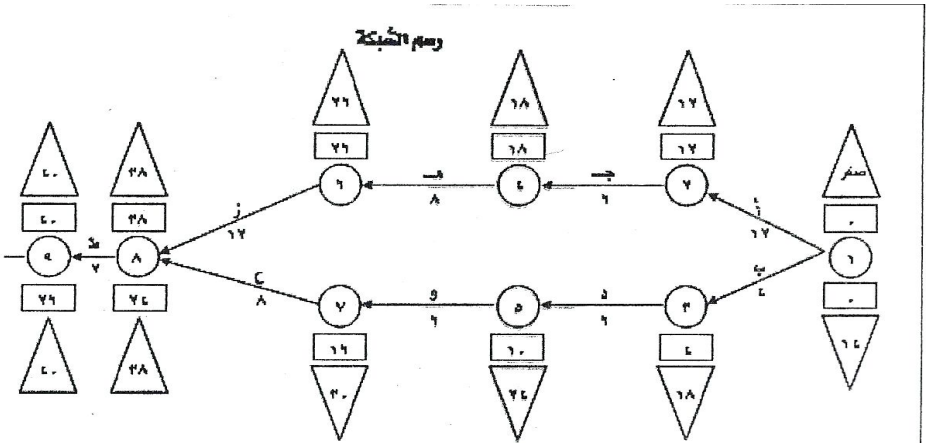
تنوي إحدى شركات المقاولات تنفيذ مشروع معين، وفيما يلي الأنشطة المطلوبة والوقت المطلوب لإنجاز كل منها.

رمز النشاط	وقت النشاط	الأنشطة السابقة له	الزمن بالشهر
أ	الأساسات والقواعد	-	١٢
ب	الأعمدة والأسقف	-	٤
ج	بناء الجدران	أ	٦
د	أعمال السباكة والصرف	ب	٦
هـ	الحوائط	ج	٨

و	النجارة	د	٦
ز	البلاط	هـ	١٢
ح	الدهان	و	٨
ط	تركيب الأدوات الكهربائية	ز، ح	٢
ى	تركيب الأدوات الصحية	ط	٤

المطلوب:

١. رسم الشبكة.
٢. تحديد الوقت اللازم لتنفيذ هذا المشروع.
٣. تحديد الأوقات الراكدة للأحداث.



تحديد زمن الأنشطة:

رمز النشاط	النشاط	الزمن بالشهر
أ	١- ٢	١٢
ب	١- ٣	٤
ج	٢- ٤	٦
د	٣- ٥	٦
هـ	٤- ٦	٨
و	٥- ٧	٦
ز	٦- ٨	١٢
ح	٧- ٨	٨
ط	٨- ٩	٢
ى	٩- ١٠	٤

٣- تحديد وقت الانتهاء من المشروع (نوع المسارات):

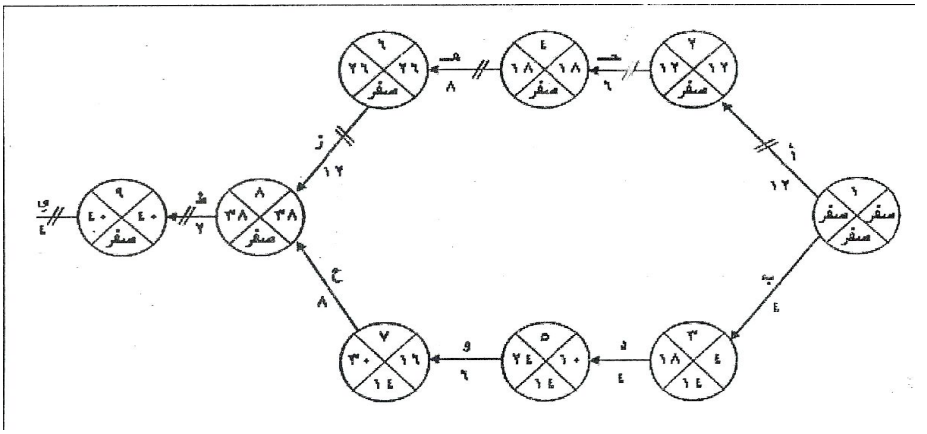
المسار	الزمن بالشهور	نوع المسار
١- ٢- ٤- ٦- ٨- ٩- ١٠	٤٤	حرج
١- ٣- ٥- ٧- ٨- ٩- ١٠	٣٠	غير حرج

٤- تحديد الوقت الراكد للأحداث، وذلك من خلال الجدول التالي:

رقم الحدث	الوقت المتأخر (ق٢)	الوقت المبكر (ق١)	الوقت الراكد (ر)
١	صفر	صفر	صفر
٢	١٢	١٢	صفر
٣	١٨	٤	١٤
٤	١٨	١٨	صفر
٥	٢٤	١٠	١٤
٦	٢٦	٢٦	صفر
٧	٣٠	١٦	١٤
٨	٣٨	٣٦	صفر
٩	٤٠	٤٠	صفر
١٠	٤٤	٤٤	صفر

ولزيادة الإفصاح، فإنه أحيانًا يتم التعبير عن كل ما يخص النشاط من رقم الحدث والوقت المتأخر والوقت المبكر له والوقت الراكد، وذلك في الدوائر التي تعبر عن رقم الحدث، وفي هذه الحالة توضع - - على أنشطة المسار الحرج، وتأخذ الدوائر الشكل التالي:

وبالتطبيق على المثال السابق، نجد أن الشبكة تأخذ الشكل التالي:



ثانيًا: تقييم ومراجعة المشروعات (أسلوب بيرت):

في عام ١٩٥٧ كانت كثير من المشاريع في البرنامج الأمريكي شبه مخفقة في تقديم المعلومات، التي كانت ضرورية للرقابة الفعلية واتخاذ القرارات؛ لذا قام فريق متخصص بوضع نظام لتقييم التقدم في هذه المشاريع، وأطلق على هذا النظام اسم بيرت Pert، ويرمز إلى Program Evaluation and Review Technique، وأول تطبيق لهذا النظام كان في وزارة الدفاع الأمريكية وإدارة أبحاث الفضاء NASA.

ويعتبر أسلوب PERT أحد الأساليب التي تستخدمها الإدارة في عمليات الرقابة والتخطيط في المشروعات الكبيرة والمعقدة؛ حيث إن عمليات التخطيط والتنظيم والرقابة ضرورية لأي مشروع، بغض النظر عن نوعيته وهدفه وتعقد عملياته، ويمكن أن نبين هنا أن العمليات يمكن أن تكون:

١. عمليات تكرر مرة بعد مرة وفترة بعد أخرى، بتغير بسيط أو بدون أي تغير، وفي هذه العمليات تكون الحاجة إلى PERT ضئيلة؛ لأن الإدارة تملك الخبرة والبيانات الكافية.

٢. عمليات غير متكررة، لم تحدث من قبل بالطريقة نفسها.

فمثلًا تصميم سيارة جديدة هو أساسًا عملية تحدث مرة واحدة، أما عند إنتاجنا للسيارات في خط التجميع فهو يمثل العمل المتكرر.

تعريف شبكة بيرت PERT:

هي عبارة عن طريقة للتقليل من التأخير والإعاقة والتضارب الذي يصاحب عملية الإنتاج، وللتنسيق بين الأجزاء المختلفة للعمل، ويساعد الإدارة في مجالات التخطيط والرقابة، وخاصة في المشروعات الكبيرة والمعقدة، وفي تقليل الأعطال التي تحدث في الإنتاج، والتنسيق والإسراع في إنجاز المشروعات خلال فترة زمنية محددة، وعند ذكر أسلوب PERT فإننا نتحدث حول تعريفين (تصويرين):

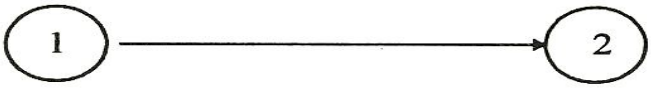
١- **الأحداث** Events:

يشير الحدث إلى إنجاز مرحلة معينة من المشروع عند نقطة محددة (معروفة) من الزمن.

٢- **الأنشطة** Activities:

النشاط هو العمل اللازم لإتمام حدث معين.

وعند رسم شبكة بيرت، نرمز إلى الحدث بدائرة وللنشاط بسهم متجه يصل بين دائرتين، وعند إعداد هذه الشبكة فإننا نقوم أولًا بتحليل المشروع إلى أعمال (Tasks)؛ حيث إن الشبكة تمثل المشروع بأكمله كسلسلة من الأحداث مربوطة بأنشطة، وترقم الأحداث، بحيث تسير الأسهم من الرقم الأقل (الحدث الأول) إلى الرقم الأعلى (الحدث التالي).



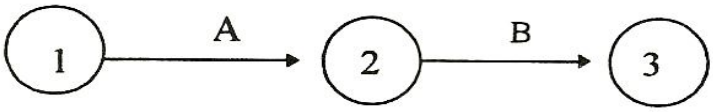
النشاط 1 ⟶ 2

يجب الملاحظة أن النشاط لا يبدأ إلا بعد وقوع الحدث الذي يسبقه، أي أن النشاط لا يبدأ بعد إتمام جميع الأنشطة التي تنتهي عند الحدث الذي يبدأ منه (الحدث السابق له)، ويمكن أن نقسم الأنشطة إلى مجموعتين رئيستين:

١- **أنشطة متعاقبة** Sequence Activities:

وهي الأنشطة التي تحدث في ترتيب متعاقب.

مثال:

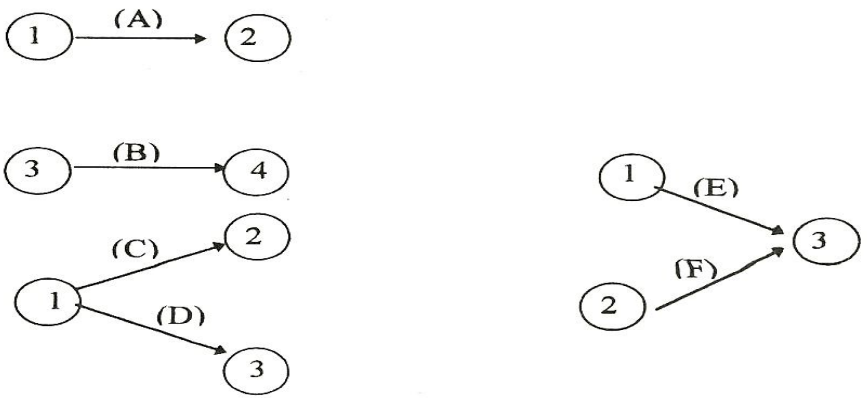


النشاط (B) يعقب النشاط (A)، أي لا يمكن تنفيذ النشاط (B) إلا بعد تنفيذ النشاط (A).

٢- **أنشطة متوازية** Parallel Activities:

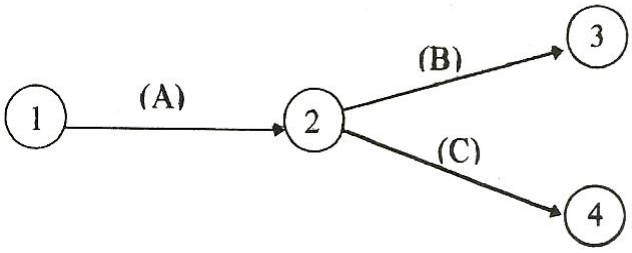
وهي الأنشطة التي يتم تنفيذها في الوقت نفسه؛ بحيث يتم نشاطان أو أكثر في وقت واحد.

مثال:



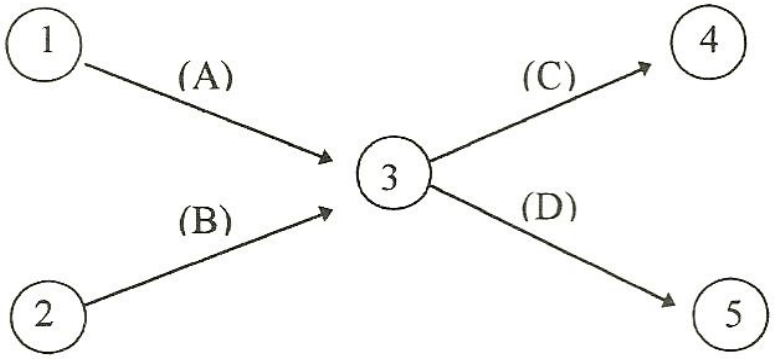
ويمكن أن تجمع شبكة بيرت PERT بين الأنشطة المتعاقبة والأنشطة المتوازية في الوقت نفسه.

مثال:



النشاطان (B, C) لاحقان للنشاط (A)، ولا يمكن بدء أي منهما إلا إذا تم النشاط (A)، وبالوقت نفسه هما نشاطان متوازيان.

مثال:



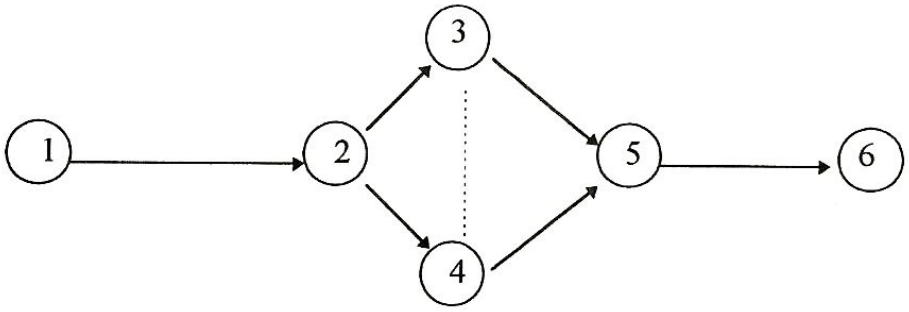
النشاطان (A, B) متوازيان، وكذلك الأنشطة (C, D) متوازيان، ولكن لا يمكن أن يبدأ النشاطان (C, D) إلا إذا تم النشاطان (A, B).

أحيانًا نحتاج إلى بعض الأنشطة؛ وذلك لتوضيح بعض العلاقات التتابعية، مثلًا أن نشير إلى حدث معين لا يمكن أن يحدث قبل حدث آخر، ونرسم سهمًا يربط بين الحدثين، رغم علمنا بأنه لا يوجد نشاط حقيقي بين هذين الحدثين؛ حيث إن هذا السهم يعبر عن نشاط وهمي Dummy Activity، ويعرف النشاط الوهمي على أنه النشاط الذي لا يستغرق وقتًا، ولا يحتاج إلى موارد (وقته = صفر)، ويرسم بخطوط متقطعة؛ لنميزه عن النشاط الحقيقي.

ويمكن أن نستخدم الأنشطة الوهمية في الحالات التالية:

١. للتعبير عن علاقات منطقية متتابعة بين الأنشطة المختلفة؛ حيث لا يمكننا أن نعبر عنها بطريقة أفضل.
٢. من أجل تفادي الربط بين حدثين بأكثر من نشاط؛ حيث إنه يمكن أن يكون عندنا نشاطان متوازيان، ولكن يجب أن لا يربطا بحدثين.
٣. تستخدم الأنشطة الوهمية أحيانًا للإيضاح؛ حيث يجب أن يكون للشبكة نقطة بداية واحدة ونقطة نهاية واحدة أيضًا.

مثال:



النشاط الوهمي من (٣) (٤)

اعتبارات رسم شبكة بيرت PERT:

١. يمكن أخذ الاعتبارات التالية عند رسم الشبكة:

أ. ما هو العمل الذي يجب أن يسبقه؟

ب. ما هو العمل الذي يمكن أن يستمر في الوقت نفسه؟

ج. ما هو العمل الذي يليه؟

٢. يمكن وضع التساؤلات التالية عند التعبير عن أي نشاط:

أ. ما هو النشاط الذي يسبق ذلك النشاط؟

ب. ما هي الأنشطة المتزامنة مع ذلك النشاط (تحدث في الوقت نفسه)؟

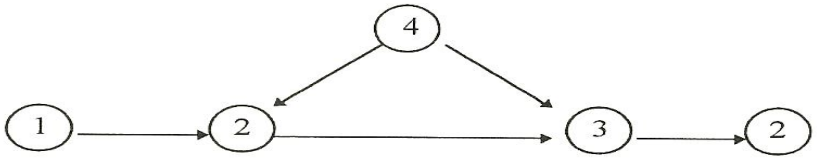
ج. ما هي الأنشطة اللاحقة للنشاط؟

د. ماذا يحكم بداية النشاط؟

هـ. ماذا يحكم نهاية النشاط؟

٣. يجب مراعاة أن يربط كل نشاط بين حدثين، يكون رقم الحدث الذي يمثل بداية النشاط أقل من رقم الحدث الذي يمثل نهاية النشاط.

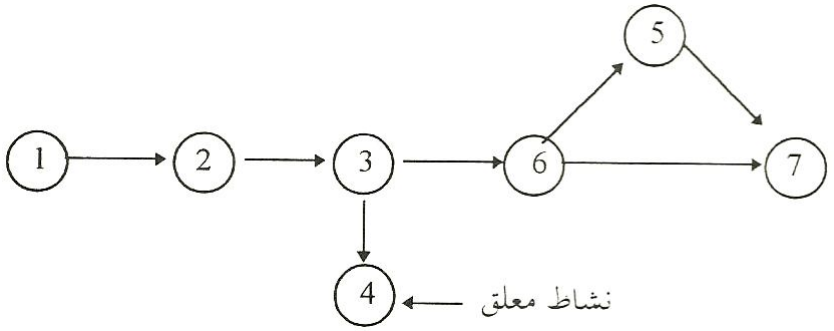
مثال:



النشاط (٤) ← (٢) نشاط غير منطقي؛ ولذلك فإن النشاط (٢) ← (٣) لا يتم.

٤. يجب التأكد من عدم وجود أنشطة معلقة Dangling Activities عن رسم الشبكة.

مثال:



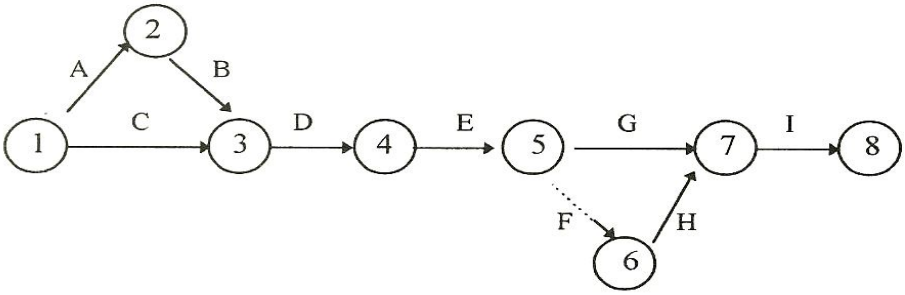
٥. يجب التأكد من أن رقم الحدث لم يتكرر أكثر من مرة.

مثال:

استخدم المعلومات الواردة في الجدول التالي لرسم شبكة بيرت PERT.

وصف النشاط	مساره	النشاط	رقم
استلام الموقع وتطهيره	١ ← ٢	A	١
الحفر	٢ ← ٣	B	٢
تحضير الأسمنت والرمل	١ ← ٣	C	٣
وضع الأساسات	٣ ← ٤	D	٤
إقامة المبنى	٤ ← ٥	E	٥
نشاط وهمي	٥ ← ٦	F	٦
توصيل الكهرباء	٥ ← ٧	G	٧
أعمال النجارة	٥ ← ٧	H	٨
الدهان	٧ ← ٨	I	٩

بناء على الجدول السابق يمكننا رسم شبكة بيرت PERT كالآتي:



يمكننا ملاحظة أن النشاط (A) "استلام الموقع وتطهيره"، والنشاط (C) "تحضير الأسمنت والرمل"، هما نشاطان متوازيان، وكذلك النشاطان (G) "توصيل الكهرباء"، و(H) "أعمال النجارة" متوازيان، بينما النشاط (B) "الحفر" لا يمكن أن يتم إلا بعد انتهاء النشاط (A) "استلام الموقع وتطهيره".

تقدير الوقت المتوقع للنشاط:

نعلم أن تنفيذ أي نشاط يستغرق وقتًا، ويحتاج إلى موارد، وتواجهنا في أسلوب بيرت PERT مشكلة تقدير الوقت لكل نشاط؛ خاصة وأن تقدير أي وقت فيه ظاهرة (حالة) عدم التأكد؛ ولذلك يمكن التعبير عن هذا الوقت المقدر على صورة توزيع احتمالي، ويتصف هذا التوزيع الاحتمالي بالصفات التالية:

١. احتمال صغير للوصول إلى أفضل تقدير متفائل (أقصر وقت) Optimistic Time.

٢. احتمال صغير للوصول إلى أسوء تقدير متشائم (أطول وقت) Pessimistic Time.

٣. أفضل وقت متوقع Most Likely (أكثر احتمالًا) يتراوح بين الوقت المتفائل والوقت المتشائم (أطول وقت).

٤. القدرة على قيام عدم التأكد في التقدير.

ويمكن حساب الوقت المتوقع لكل نشاط حسب المعادلة التالية:

$$\text{ت.م} = \frac{\text{ت.ف} + 4\text{ت.ح} + \text{ت.ش}}{6}$$

حيث إن:

ت م: الوقت المتوقع للنشاط.

ت ف: الوقت المتفائل للنشاط.

ت ح: الوقت الأكثر احتمالاً للنشاط.

ت ث: الوقت المتشائم للنشاط.

وبعد تقدير هذه الأوقات يجب وضعها في نظام زمن موحد ويمكن تطبيقه، ويمكن الوصول إلى ذلك جبريًا بواسطة استخدام المتوسط الحسابي المرجح، ويجب أن يكون الترجيح المعطى للوقت المتوقع أكبر من الترجيح المعطى للوقت المتفائل والوقت المتشائم، الترجيح للوقت المتفائل والوقت المتشائم يعطي حساب الدالة التالية:

$$\text{ق} = \frac{\text{أ} + 4\text{م} + \text{ب}}{6}$$

حيث إن:

ق: الوقت المتوقع لإتمام النشاط.

أ: الوقت المتفائل.

م: الوقت المتوقع الأكثر احتمالا.

ب: الوقت المتشائم.

مثال:

نفرض أن تقديرنا لثلاثة أوقات في مشروع ما كالآتي:

أ = ٢، م = ١٠، ب = ١٣.

فإذا استخدمنا قانون المتوسط الحسابي المرجح نجد أن:

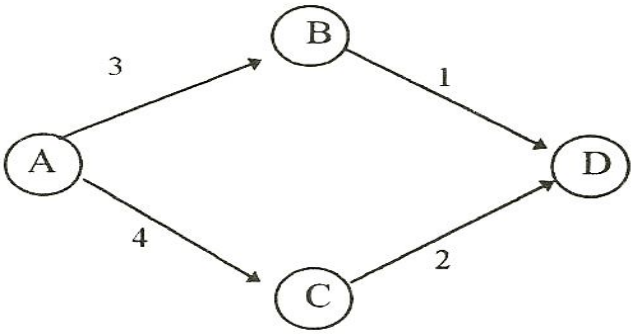
$$\frac{2 + (4.10) + 13}{2} = \text{٩.٢ أسبوع}$$

١- أقرب وقت متوقع ق١ (الزمن المبكر للبدء).

يتمثل هذا الوقت بالوقت اللازم لإتمام عمل معين.

مثال:

ق١ = ٦



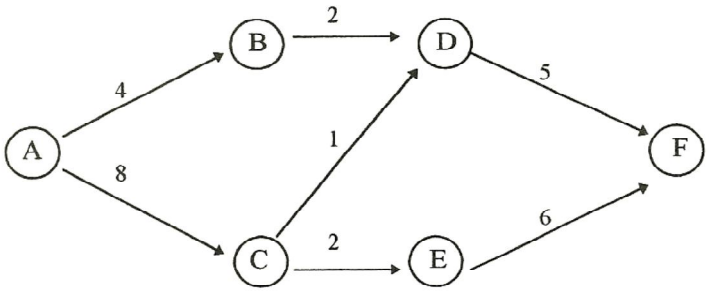
في الشكل السابق نجد مسارين يؤديان إلى الموقع (D)، الوقت المستغرق في المسار (١) هو (٤) أسابيع، بينما الوقت المستغرق في المسار (٢) هو (٦) أسابيع، وفي هذه الحالة نأخذ أطول وقت للمسار؛ حيث يمثل هذا الوقت أقرب وقت متوقع.

وفي مثالنا يكون أقرب وقت متوقع ق١ = ٦ أسابيع (المسار الحرج).

٢- آخر وقت مسموح به ق٢: (الزمن المبكر للإنجاز):

وهو آخر وقت يمكن لحدث أن يتم خلاله، ومع هذا فإنه لا يتدخل في أول حدث في الشبكة وأي حدث آخر يكون موضع استفسار، دون أن يؤثر ذلك على إتمام المشروع.

مثال:



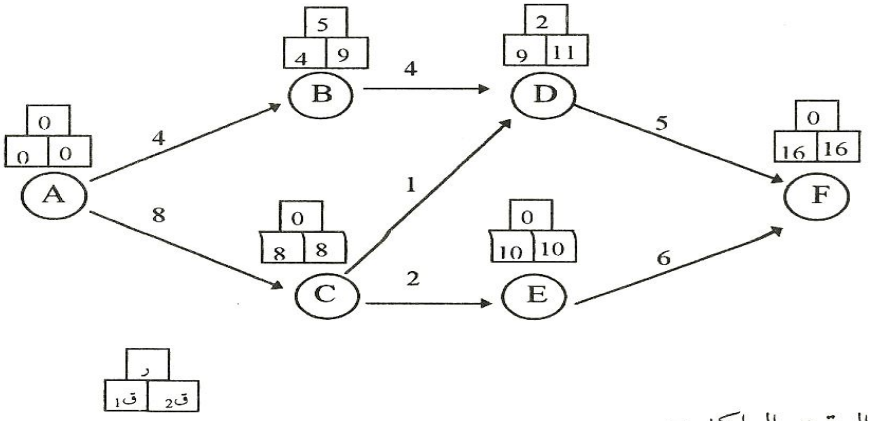
في هذا المثال (الشبكة) أقرب وقت متوقع ق١ لآخر حدث (F) يساوي (١٦) أسبوعًا، والمسار الذي يمثل أطول مسار هو المسار A-C-E-F، وهو المسار الحرج نفسه (افحص بقية المسارات في الشبكة).

ويمكن حساب (الزمن المبكر للإنجاز) آخر وقت مسموح به ق٢ تمامًا بطريقة المسار الحرج (المرور التراجعي).

٣- الوقت الراكد Slack Time (الوقت الفائض):

يحسب بالطريقة نفسها التي اتبعت في طريقة المسار الحرج:

الوقت الراكد (ر) = ق٢ - ق١.



الوقت الراكد = ر

اقرب وقت متوقع = ق1

آخر وقت مسموح به = ق2

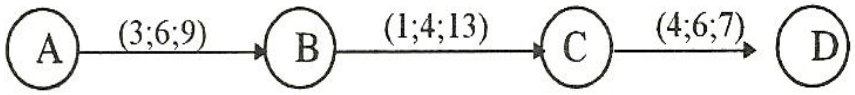
استخدام الاحتمالات في PERT:

نظرًا إلى أنه لدينا ثلاثة تقديرات للوقت لكل نشاط، فإنه يمكننا حساب الانحراف المعياري لهذا النشاط؛ فالفرق بين الوقت المتفائل (أ) والوقت المتشائم (ب) يتمثل في المسافة بين أقصى اليسار وأقصى اليمين لتوزيع أوقات النشاط الممكنة، وهذه المسافة تمثل ∓ ٣ انحراف معياري.

(ب) – (أ) = ٦ انحراف معياري.

أي أن الانحراف المعياري لأي نشاط = $\frac{\text{ب – أ الوقت المتشائم – الوقت المتفائل}}{6}$ $\frac{}{6}$

مثال:



لحساب الانحراف المعياري لكل نشاط نشكل الجدول التالي:

النشاط	أ	ب	ب - أ	الانحراف المعياري
A ⟶ B	٣	٩	٦	١
B ⟶ C	١	١٣	١٢	٢
C ⟶ D	٤	٧	٣	٠,٥

نلاحظ أن لدينا مقاييس تشتت للأنشطة حول الأوقات المتوقعة، وسوف يتضح فيما بعد كيف يؤدي الانحراف المعياري لمجموعة من الأنشطة المتصلة.

الخطة التالية: نحسب الوقت المتوقع لإتمام كل نشاط (ق) وأقرب وقت متوقع (ق١) لحدث نهاية الشبكة (D) كما هو مبين في الجدول الآتي:

النشاط	الأوقات			الانحراف المعياري
	أ	ب	م	
A ⟶ B	٣	٩	٦	٦
B ⟶ C	١	١٣	٤	٥
C ⟶ D	٤	٧	٦	٥,٨

ق١: أقرب وقت متوقع للحدث (D) = مجموع الأوقات المتوقعة للأحداث السابقة ٦ + ٥ + ٥,٨ = ١٦,٨ أسبوعًا.

ولحساب الاحتمال الذي سيساعدنا في معرفة ما هي فرصتنا لإتمام المشروع في الوقت المحدد، يمكن أن نبدأ في حساب الانحراف المعياري للحدث الأخير في هذه الشبكة (الحدث (D))، ولحساب الانحراف المعياري للحدث (D) الأخير لعدة أنشطة متتابعة، نأخذ الجذر التربيعي لمجموع مربع الانحراف المعياري لكل نشاط على حدة.

$$\sqrt{(\text{الانحراف المعياري للنشاط } A \rightarrow B)^2 + (\text{الانحراف المعياري للنشاط } B \rightarrow C)^2 + (\text{الانحراف المعياري للنشاط } C \rightarrow D)^2}$$

وفي مثالنا:

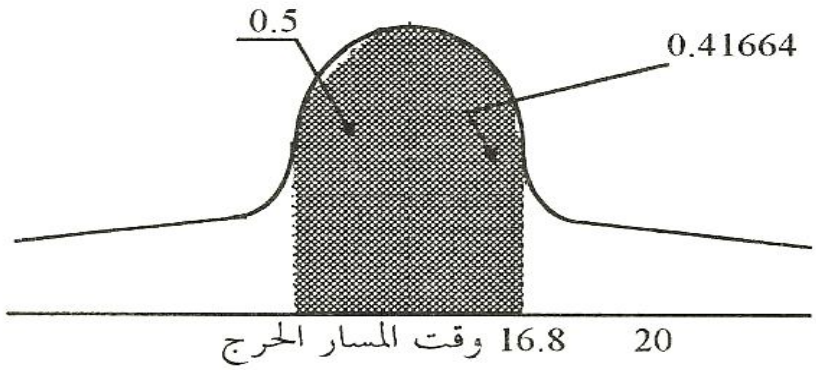
$$\sqrt{(1)^2(0.5) + (2)^2 + (1)^2} = \sqrt{5.25} = 2.3$$ أسبوع.

ويمكن أن نقيس الشبكة بمقياسات.

أ. ق١ (أقرب وقت متوقع).

ب. الانحراف المعياري (σ) لآخر حدث في الشبكة ق١، وقيمة هذين المقياسين هي (٢,٣) (١٦,٨) أسبوع على التوالي.

ويمكن أن نوزع الأوقات حول وقت آخر حدث في الشبكة موضحًا كالآتي.



ومن هنا نرى أننا إذا فرضنا أن الأوقات موزعة بالتساوي حول (١٦,٨) أسبوعًا فإنه يكون لدينا فرصة (٥٠٪) لإتمام المشروع قبل (١٦,٨) أسبوعًا، وفرصة (٥٠٪) لإتمام المشروع بعد (١٦,٨) أسبوعًا.

ولمعرفة فرصة إتمام المشروع قبل النقطة (X) 20 أسبوعًا، فإنه يمكن حساب عدد الانحرافات المعيارية من المتوسط (١٦,٨) إلى النقطة X كالتالي:

احتمال تنفيذ المشروع بـ ٢٠٠ أسبوع = $\frac{\text{الوقت المستهدف} - \text{وقت المسار الحرج}}{\text{الانحراف المعياري للمسار الحرب}} = \frac{20 - 16.68}{2.3}$

= ١.٣٩

ويمكن الرجوع إلى منحنى التوزيع المعدل لاستخراج المساحة التي تحت المنحنى من نهاية الذيل على اليسار إلى النقطة (١,٣٩) انحراف معياري على يمين المتوسط، نجد أن الجواب هو (٠,٤١٦٦١ + ٠,٥٠ = ٠,٩١٦٦٤)، وعلى ذلك فإن لدينا فرصة (٩١٪) لإتمام المشروع قبل ٢٠ أسبوعًا.

مثال:

تفكر إحدى شركات المقاولات في تنفيذ أحد المشروعات الجديدة، وفيما يلي البيانات المتعلقة بهذا المشروع.

النشاط			تقديرات الوقت بالأسبوع		
الرمز	الأحداث	وصف النشاط	تفاؤلي	أكثر احتمالًا	تشاؤمي
أ	١-٢	الأساسات والقواعد	٦	١٢	٣٠
ب	١-٣	الأعمدة	٤	١٠	٢٨
ج	٢-٤	الأسقف	١٢	٢٤	٦٠
د	٢-٥	الحوائط	٤	١٠	١٦
هـ	٤-٦	النجارة	١٠	٢٢	٣٤
و	٥-٦	البياض	٦	١٢	٣٠
ز	٣-٧	الدهان	٦	١٨	٥٤
ح	٦-٨	الأدوات الكهربائية	٢	٨	١٤
ط	٧-٨	البلاط	٨	٣٨	٥٤

المطلوب:

١. حساب الوقت المتوقع لكل نشاط وانحرافه المعياري.
٢. رسم شبكة بيرت، علمًا بأن القيمة المقابلة لـ ط = ٢ في الجدول = ٠,٨٤١٣.
٣. حساب الوقت المتوقع لإتمام المشروع والانحراف المعياري.
٤. حساب الوقت المتأخر والمبكر والوقت الراكد للأحداث.
٥. احسب احتمال أن يتم تنفيذ المشروع خلال ٨٢ أسبوعًا.

الحل:

١- يتم حساب الوقت المتوقع لكل نشاط وانحرافه المعياري بالمعادلات التالية:

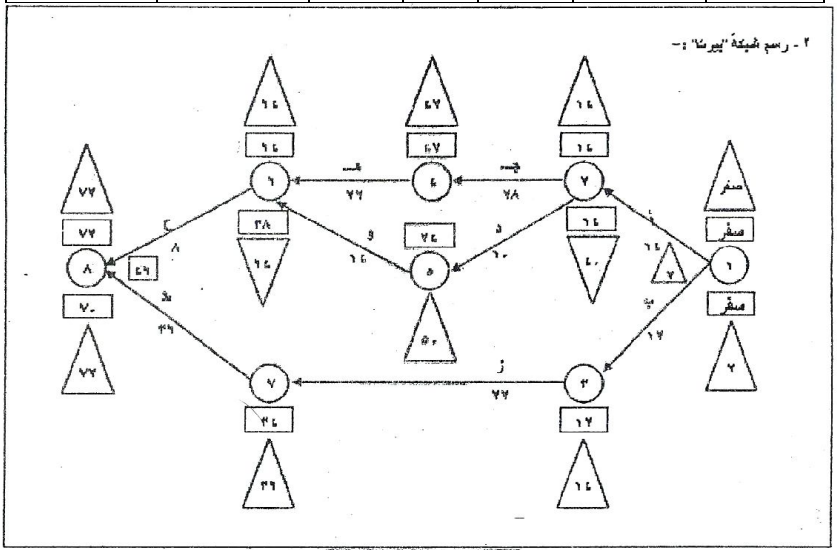
$$\text{الوقت المتوقع} = \frac{\text{ش} + 4\,\text{حـ} + \text{ف}}{6}$$

الانحراف المعياري للنشاط (σ) = $\frac{\text{ش} - \text{ف}}{6}$

وذلك في الجدول التالي:

جدول تحديد الوقت المتوقع والانحراف المعياري للأنشطة.

رمز النشاط	الأحداث	تقدير الوقت			الوقت المتوقع	الانحراف المعياري
		ف	ح	ش		
أ	١- ٢	٦	١٢	٣٠	١٤	٤
ب	١- ٣	٤	١٠	٢٨	١٢	٤
ج	٢- ٤	١٢	٢٤	٦٠	٢٨	٨
د	٢- ٥	٤	١٠	١٦	١٠	٢
هـ	٤- ٦	١٠	٢٢	٣٤	٢٢	٤
و	٥- ٦	٦	١٢	٣٠	١٤	٤
ز	٣- ٧	٦	١٨	٥٤	٢٢	٨
ح	٦- ٨	٢	٨	١٤	٨	٢
ط	٧- ٨	٨	٣٨	٥٤	٣٦	٨



يلاحظ أنه عند حساب الوقت المبكر يتم الجمع من نقطة ١ إلى النهاية، وتكتب داخل دائرة، وعند حساب الوقت المتأخر يتم البدء من النهاية، ويتم الطرح إلى أن نصل إلى ١.

٢- تحديد المسارات والوقت المتوقع:

المسار	الزمن بالشهور	نوع المسار
١- ٢- ٤- ٦- ٨	٧٢	حرج
١- ٢- ٥- ٦- ٨	٤٦	غير حرج
١- ٣- ٧- ٨	٧٠	غير حرج

الوقت المتوقع (المسار الحرج) ٧٢ أسبوعًا.

٣- الانحراف المعياري للوقت المتوقع لإتمام المشروع:

σ للمشروع = $\sqrt{\text{مربع الانحرافات المعيارية الأنشطة على المسار}}$

$= \sqrt{\sigma^2_{(1-2)} + \sigma^2_{(2-4)} + \sigma^2_{(4-6)} + \sigma^2_{(6-8)}}$

$= \sqrt{(2)^2 + (8)^2 + (4)^2 + (2)^2}$

$= \sqrt{4 + 64 + 16 + 16}$

$= \sqrt{100} = 10$ أسابيع.

٤- الوقت المبكر والوقت المتأخر والوقت الراكد، يبينها الجدول التالي:

رقم الحدث	الوقت المتأخر (ق٢)	الوقت المبكر (ق١)	الوقت الراكد (ر)
١	صفر	صفر	صفر
٢	١٤	١٤	صفر
٣	١٤	١٢	٢
٤	٤٢	٤٢	صفر
٥	٥٠	٢٤	٢٦
٦	٦٤	٦٤	صفر
٧	٣٦	٣٤	٢
٨	٧٢	٧٢	صفر

٥- احتمال إتمام المشروع خلال ٨٢ أسبوعًا يحسب كالآتي:

$$\frac{72-82}{5} = \frac{10}{5} = 2 = \text{ط}$$

هذه القيمة من الجدول = ٠,٨٤١٣

احتمال إتمام المشروع خلال ٨٢ أسبوعًا = ٨٤,١٣٪.

احتمال إتمامه بعد ٨٢ أسبوعًا = ١٥,٨٧٪.