

## مشكلات اكتشاف الموهبة الرياضية في الصفوف المبكرة وتعزيزها

منحى مواقف التحدي

فكتور فريمان Viktor Freiman

جامعة دي مونكتون، كندا Universite De Moncton, Canada



### ملخص

أظهرت الدراسات الكثيرة التي أجريت عن الموهبة في الرياضيات خلال العقدين الماضيين أهمية إيجاد بيئة تعليمية/ تعليمية ملائمة للكشف عن الطلاب النابغين في الرياضيات ورعايتهم. واستناداً إلى الطرائق النفسية والمنهجية والتعليمية التي اقترحها كروتسكي (Krutetskii, 1976) وشيدروفيتسكي (Shchedrovetskii, 1968) وبروسو (Brousseau, 1997) وسيربينسكا (Sierpinska, 1994)، طوّرنّا منحى مواقف التحدي الخاص بنا. وعلى مدار سبع سنوات من الدراسة الميدانية في صفوف المرحلة الابتدائية من الروضة - الصف 6، جمعنا كمية كافية من البيانات التي تظهر كيف تساعد هذه المواقف على اكتشاف الموهبة الرياضية لدى الأطفال الصغار وتعزيزها، آخذين في الحسبان المحافظة على اهتماماتهم نحو مناهج رياضيات أكثر تقدماً، والحفاظ عليها وزيادتها. سوف نعرض في هذه المقالة النموذج الخاص بنا، ونوضح كيف يُطبق على صف دراسي متعدد القدرات. وسناقش أيضاً الأدوار المختلفة التي قد يؤديها المعلمون والطلاب في مثل هذه البيئة، وكيف يمكن لكل طرف أن يستفيد منها.

## المقدمة

غالباً ما تشير سير حياة علماء الرياضيات المشهورين إلى الطبيعة الخاصة بموهبتهم، التي يمكن الكشف عنها في سن مبكرة جداً. وربما يتساءل بعض الناس: من أين تأتي هذه البصيرة العميقة في الرياضيات، وكيف يتمكن المعلمون من اكتشاف هذه المواهب ورعايتها؟ وبناءً على هذا الاكتشاف، أي بيئة صافية ستكون ملائمة ومفيدة لمثل هؤلاء الأطفال؟ وما الذي يستطيع المعلمون فعله لمساعدة هؤلاء الأطفال على تحقيق إمكاناتهم؟

يتصف الطلاب الموهوبون في الرياضيات منذ السنوات المبكرة جداً، قبل المدرسة وفي أثنائها، بالفاعلية والنشاط والفضول في تعلمهم، وبالمتابعة والابتكار في أعمالهم، ويتمتعون أيضاً بالمرونة والسرعة في التقاط المفاهيم الرياضية المعقدة والمجردة. وعلى هذا، فإنهم يمثلون مصدراً فكرياً بشرياً فريداً لمجتمعنا ليس من حقنا أن نهدره أو نضيعه.

قدمت لنا كثير من الدراسات التي أجريت في العقود الماضية عن الموهبة الرياضية قوائم متباينة تتعلق بسمات الطلاب النابغين وخصائصهم، واقترحت نماذج متنوعة عن اكتشافهم ورعايتهم داخل غرفة الصف وخارجها.

سمحت التجارب طويلة الأمد مع طلاب المدارس، والملاحظات التي قدمها المعلمون لعالم الرياضيات الروسي فاديم كروتسكي، ببناء قائمة سمات أنشطة عقلية أظهرها الأطفال الموهوبون في الرياضيات في سن مبكرة نسبياً، منها:

- القدرة على تعميم مادة الرياضيات (القدرة على اكتشاف العام ضمن المختلف تماماً أو المنفصل).
- المرونة في العمليات العقلية (القدرة على التحول السريع من عملية إلى أخرى، ومن مسار إلى آخر).
- السعي للتوصل إلى أكثر الطرق سهولة ووضوحاً واختصاراً لحل المسألة.
- القدرة على تذكر العلاقات المعممة ومخططات الاستدلال وطرائق حل المسائل بأنواعها.
- اختصار العمليات العقلية واختصار الروابط الفردية.

- تكوين الأشكال الأولية لتصور «رياضي» خاص بالبيئة - كما لو أن كثيراً من الحقائق قد ظهرت من خلال منظور العلاقات الرياضية.

يذكر ميلر (Miller, 1990) بعض السمات الأخرى التي قد تعطي مفاتيح مهمة لاكتشاف الموهبة الرياضية العالية، وهي:

- المعرفة والفضول المتصلان بالمعلومات العديدة.
- سرعة التعلم والفهم وتطبيق الأفكار الرياضية.
- القدرة العالية على التفكير والعمل التجريدي.
- القدرة على اكتشاف الأنماط والعلاقات الرياضية.
- القدرة على التفكير والعمل بصورة مجردة بطريقة إبداعية مرنة.
- القدرة على تحويل التعلم إلى مواقف رياضية لم يسبق تعليمها.

وقد طوّر رينزولي (Renzulli, 1977) نموذجاً آخر يركز على النبوغ بصفته ملتقى طرق لعوامل كثيرة. وعرف ريدج ورينزولي (Ridge And Renzulli, 1981) النبوغ بوساطة هذا النموذج على أنه تفاعل بين ثلاث مجموعات أساسية من السمات البشرية: القدرات فوق العادية، المستويات العالية من الالتزام بالمهمة، والمستويات العالية من الإبداع. ووفقاً لتعريفهم، فإن الأطفال النابغين، هم أولئك الأطفال الذين يمتلكون هذه المجموعة المركبة من السمات، وهم قادرون على تطويرها، ومن ثم تطبيقها في أي مجال ذي قيمة من مجالات الأداء البشري.

وعلى نحو مماثل، ركز منغوس وجراسل (Mingus And Grassl, 1977) دراستهما على الطلاب الذين يظهرون مزيجاً من الرغبة في العمل الجاد والقدرة الرياضية الطبيعية و/أو الإبداع.

وقد ناقش الباحثان القدرة الرياضية الطبيعية، التي يمكن تمثيلها بوساطة كثير من السمات التي اكتشفها كروتسكي (انظر أعلاه)، والقدرة غير الرياضية كالرغبة في العمل بجد (التي تعني أن تكون منتبهاً، مركزاً، ملتزماً، حيويّاً، مثابراً، واثقاً، وقادراً على مقاومة تشتت الانتباه والتوتر) أو الإبداع العالي (أي، القدرة على التفكير التباعدي، وربط

الخبرة والمهارات ذات المجالات المتباينة جداً لتكوين مخرجات أو أفكار جديدة). وقد أطلق الباحث على الطلاب الذين يمتلكون درجة عالية من القدرة والإبداع والرغبة في مادة الرياضيات صفة «النابعين حقاً».

وبعد التأمل ملياً في ملاحظتنا الصفيّة للطلاب من أعمار 4-5 سنوات مستخدمين البرمجيات التعليمية التي تحتوي على بعض المهام الرياضية، بتنا مهتمين بدراسة الأطفال ذوي النضج المبكر في الرياضيات دراسة معمقة، حيث لاحظنا أن بعضهم يختار دائماً أنشطة أكثر تحدياً، ويمرون بالمستويات جميعها وصولاً إلى أعلاها، ويفهمون كل نشاط دون شرح أو تفسير من المعلم، ويظهرون منحنى واضحاً جداً في حل المسألة، ويمتلكون ذاكرة اختيار حادة للحقائق المهمة والتفاصيل والطرائق، وهم أيضاً مبدعون جداً في تناولهم المسائل «مفتوحة النهاية» (مثل إيجاد الألفاظ والأنماط)، وغالباً ما يطلعون أقرانهم على مكتشفاتهم مظهرين فخراً كبيراً بأنفسهم.

فمثلاً، عند العمل في مهام العد، كما هو الحال في إيجاد قطعة دومينو عليها عدد من النقاط يماثل العدد من 6 إلى 9، يعدّ بعض الأطفال النقاط جميعها على كل قطعة تقريباً باستخدام أصابعهم، في حين يختار بعضهم في البداية، القطعة التي تحوي أكثر من خمس نقاط (مثلاً ربما يختارون ثمانية)، وبعد ذلك، يعدّ غالبيتهم النقاط، وإذا كانت النتيجة ليست جيدة، يقفزون عشوائياً إلى واحدة أخرى بالعدد نفسه من النقاط. وهناك أيضاً مجموعة صغيرة من الأطفال تحاول تحديد بطاقة عليها أقل من ثماني نقاط. وأخيراً، نجح طفل باقتناص البطاقة ذات النقاط السبع فوراً قائلاً: «أعرف أن هذه هي البطاقة، لأن خمسة واثنين يساويان سبعة».

نستطيع أن نرى، من خلال تحليل إستراتيجيات الأطفال، المناحي المختلفة التي يتبعونها مع الأعداد، إذ ينظر بعضهم إلى البطاقات على أنها صور لأشياء يمكن عدّها، ويعمدون إلى استخدام الإستراتيجية نفسها عندما يتلاعبون بالأشياء (مثل الدمى). في حين يميل أطفال آخرون إلى استخدام منحنى مختلف أكثر تعقيداً - حيث يفكرون بصورة كلية (أفهم أنها خمسة هنا، وأعرف أن سبعة أقل من ثمانية)، وتجريدياً (العدد بصفته

سمة مجردة لمجموعة من النقاط) جنباً إلى جنب مع عدد من الاختصارات التي تساعدهم على زيادة فاعلية أعمالهم الرياضية.

والمثال الآتي، هو مهمة مقارنة بطاقتين عُرضتا على الطفل: إحداهما تشتمل على عدد معيّن من النقاط مرتبة داخل نسق  $3 \times 4$  (12 نقطة كحد أقصى)، والثانية تشتمل على الأعداد المكتوبة من 1-12، وعلى الطفل أن يقرر ما إذا كانت البطاقتان متماثلتين من حيث الأعداد أم لا. تعدُّ هذه المهمة بالنسبة لغالبية الأطفال بعمر خمس سنوات سهلة نسبياً، لكن تحديد الوقت لإتمام المهمة يجعل النشاط صعباً جداً بالنسبة إلى الأطفال ذوي إستراتيجيات العد المحدودة باستخدام «أصابعهم». وقد وُجد أن أفضل إستراتيجيه لدى الأطفال الذين يستخدمون التقدير (أعرف أن لديّ عدداً من النقاط هنا أكثر من العدد ثلاثة على الجانب الآخر)، والذين يعدّون باستخدام الأعين (دون الأصابع). وقد أطلق بعض الأطفال تعليقات معقدة مدهشة مثل «أعرف أن عدد النقاط هنا هو اثنتا عشرة نقطة؛ لأنني أرى أربعة صفوف على كل واحد منها ثلاث نقاط بمجموع يساوي اثنتي عشرة نقطة»، وهذا يظهر نضجاً مبكراً في التبصر تجاه الأعداد والعلاقات فيما بينها.

تتيح بعض المهام المجال أمام الأطفال لابتداع بعض الأنماط التي تتطلب بناء شخصية على وفق نمط معين، أو ابتداع شخصيتهم الخاصة بهم. وينظر كثير من الأطفال إلى الخيار الثاني بصفته عملاً فنياً، مع أن ملاحظتنا أظهرت أن بعض الأطفال في سن أربع سنوات ابتدعوا شخصاً، باستخدام أنماط ذات طبيعة رياضية أكثر تعقيداً (مثل اللون والخلفية وجزء من الملابس). عرض بعض الأطفال أنشطة على نسق شبكة من  $6 \times 6$  منازل مع مجموعة من الألغاز المختلفة لإعادة إنتاج (أعطيت الصور على أنها نموذج)، أو ابتداع، لغزهم الخاص بهم، وعمل كثير من الأطفال الذين تتراوح أعمارهم بين (4-5 سنوات) ذلك مثلما يرسمون صورة أخرى.

ومرة أخرى، تمكّننا من ملاحظة أن عدداً قليلاً من الأطفال بينون فيسيفساء رياضية تجريدية (Abstract Tessellations) بطريقة عفوية باستخدام أشكال معقدة، وامتاثلة أحياناً، وهذه طريقة يمكن أن تكون متوقعة على نحو أكبر من الأطفال الكبار ممن يمتلكون

المعرفة بالتحويلات الهندسية كالانعكاس، أو التحويل والنقل. وقدّم نشاط آخر مصنعاً لإنتاج البسكويت مطلباً برقائق الشوكولاته. يتطلب أحد أوجه هذا النشاط أن يضع الأطفال عدداً من الرقائق على قطعة بسكويت مماثلة لعدد أعطي عشوائياً (من 1 إلى 10). ويطلب نشاط آخر تكوين قطعة من البسكويت بعدد عشوائي من الرقائق. وبإعطاء الطلاب حرية الاختيار، فقد سنحت لنا الفرصة لملاحظة بعضهم بعمل البسكويت بأعداد متتالية من واحد إلى عشرة مكررة في صفين. والأكثر من هذا، فقد كان الطلاب منبهرين بالنتائج التي توصلوا إليها، لذا، فقد عاودوا تكرار النمط نفسه مرات عدة، دون أن تبدو عليهم علامات الإعياء أو التعب على الرغم من أنه كان تكراراً للإجراء نفسه. ويبدو أن لدينا هنا مثلاً للإبداع في الرياضيات من نوع خاص هو: رؤية جمال البنية الرياضية في النمط المكرر ذاته.

وهناك مهمة مماثلة، تعد معقدة للأطفال الصغار جداً. مثلاً، يظهر نشاط تغذية الأرناب بالجزر أن بعض الأرناب تنتظر الطعام، وفي الجانب الآخر، ساحة فارغة حيث يتعين على الطفل وضع الجزر، آخذاً في الحسبان أن لكل أرناب حبة جزر واحدة. وفي الواقع، يجب على الطالب أن يتحكم بشرطين اثنين في آن معاً، ليضمن أن عدد الأرناب مساوٍ لعدد حبات الجزر. أظهرت ملاحظتنا أن بعض الأطفال قرروا ترتيب حبات الجزر بنمط هندسي معيّن (صف، سلم أو نسق)، الأمر الذي يساعدهم على التحكم بالشروط، لذا، يظهرن طريقة أكثر تعقيداً في التفكير.

وأخيراً، عند الشروع في ترتيب المهام (كترتيب سبع دمي خشبية من نوع ماتريوشكا (Matreshka) الروسية تازلياً، أو تصاعدياً من حيث الحجم)، استخدم بعض الأطفال طريقة التجربة والخطأ، في حين فعل آخرون ذلك بطريقة أكثر تنظيماً (ينظرون إلى من بجانبهم، ويبدّلون عند الضرورة). ونفذهما عدد قليل منهم بطريقة أكثر انتظاماً: حيث بدؤوا بوضع الأكبر/الأصغر أولاً، ثم انتقلوا إلى الأكبر/الأصغر الذي يليه، وهلم جرا. وقد أتاحت لهم هذه الإستراتيجية تسهيل عملية حل المسألة، وفي الوقت ذاته أظهرت قدرتهم على تطبيق تفكير أكثر تعقيداً.

وبالتأمل في هذه الأمثلة، يمكن للمرء أن يتساءل: لماذا يظهر هؤلاء الأطفال مثل هذا السلوك غير العادي في سن مبكرة؟ هل مرد ذلك جاذبية ألعاب الحاسوب على الشاشة، أم أنها تظهر بنية أكثر تعقيداً لعقولهم؟ وفي هذا السياق نشير إلى أن دراستنا لإستراتيجيات هؤلاء الأطفال في حل المهام الرياضية «البحثة»، قادتنا إلى الاعتقاد أن هذا السلوك يعود إلى السبب الأخير، وبناءً عليه، فهي تستحق منا البحث عن بنية محددة للعقل ذي القدرة الرياضية.

دارت أسئلتنا الأخرى حول: كيف يمكن تحديد المكوّنات الرياضية البحثة لنشاط تعلم الأطفال؟ وأي نوع من البنية المعرفية تمكّن الطفل من التصرف بصفته عالم الرياضيات؟ وسألنا سؤالاً من وجهة نظر المعلم الممارس على النحو الآتي: كيف ننظم أنشطة الرياضيات للأطفال، كي نحفزهم على التصرف بهذه الطريقة؟

وعلى أي حال، سوف نحلل في الجزء الآتي نظريات عدة تكوّن إطارنا النظري، وهذا ما يمكّننا من تحليل المسائل التي تساعد على تعزيز الموهبة الرياضية لدى الأطفال الصغار.

### الخلفية النظرية

لاحظ كولم (Kulm, 1990) أن كثيراً من رياضيات المدارس كانت تركز في الماضي على المهارات العملية، لذا، فإن إتمام عدد كبير من التمارين في مدة زمنية محددة كان مقبولاً ليس بصفته مقياساً للإتقان فحسب، بل بصفته دليلاً على النبوغ، وإمكانية القيام بأعمال متقدمة. وفي الجانب المقابل، تتطلب مهارات التفكير العليا في الرياضيات، التي تُعدُّ بطبيعتها معقدة ومتعددة الأوجه، التأمل والتخطيط وأخذ الإستراتيجيات البديلة في الحسبان. ولعل الشيء الوحيد الذي يجعل من الاختبار الذي يهدف إلى تقويم هذا النوع من التفكير ذا معنى، هو محددات الوقت الذي يتطلبه إتمام المهمة.

وقد أوصى برجان (Burjan, 1991) باستخدام الآتي:

- الاستقصاء المفتوح والأسئلة ذات الإجابة المفتوحة بدلاً من الاختيار من متعدد.
- المسائل التي تسمح باستخدام مجالات مختلفة ومتعددة.

- مهام غير معيارية بدلاً من المهام المعيارية.
- المهام التي تركز على القدرات العالية بدلاً من المهارات متدنية المستوى.
- المهام المعقدة التي تتطلب استخدام أجزاء متعددة من المعرفة الرياضية من موضوعات مختلفة، بدلاً من المعرفة المستندة إلى حقيقة أو أسلوب محدد.
- المهام المستقلة معرفياً بدلاً من المهمة المستندة إلى المعرفة تسير في الاتجاه ذاته.

وبالأسف، فإن الجزء الأكبر من برامج الرياضيات مكرس باتجاه تطوير المهارات الحسابية، كما أشار جرينز (Greenes, 1981) إلى ذلك من قبل، ونحن نميل إلى قياس قدرات الطلاب استناداً إلى الأداء الناجح لهذه العمليات الحسابية (التي يطلق على الطلاب الذين يتقنونها منفذي التمارين الجيدين)، ولا نولي اهتماماً كبيراً لملاحظة مهارات الاستدلال العالية لدى الطلاب.

أحياناً، يمكن لمسألة عادية جداً أن توصل رسالة واضحة لتمييز الطالب الموهوب من الطالب الجيد. وفي هذا السياق، حلّ «جرينز» مسألة بسيطة جداً (عُرِضت على طلاب الصف الخامس الأساسي)، هي:

**قطعت السيدة جونسون مسافة 360 كم في 6 ساعات. فكم كيلومتراً قطعت في الساعة؟**

وقد فاجأ طالب ألمعيّ المعلم بوجود صعوبة لديه في حل هذه المسألة السهلة. وأخيراً، أدرك المعلم أن الطالب قد اكتشف عدم الإشارة إلى عدد الكيلومترات نفسها التي تقطعها هذه السيدة كل يوم. ويظهر هذا المثال قدرة الطالب على اكتشاف الغموض والالتباس في المسألة، وهذا ما يجعله ضمن الطلاب الموهوبين في الرياضيات.

لذا، أصرّ جرينز في عمله الأخير على أهمية تقديم مواقف تمكّن الطلاب من إظهار مواهبهم: «ومن هذه الوسائل التي تتحدى الطلاب وتشجعهم على إظهار مواهبهم، استخدام المسائل والمشروعات الثرية». ويرى أن مثل هذه المسائل تحقق ما يأتي:

- دمج فروع المعرفة (تطبيق المفاهيم والمهارات والإستراتيجيات من فروع الرياضيات المتعددة، أو من مجالات المحتوى الأخرى (وفيها غير الأكاديمية).
- انفتاحها على التفسيرات أو الحلول (المسائل ذات البدايات أو النهايات المفتوحة).
- صوغ التعميمات (إدراك البنى الشائعة بصفتها أساساً للاستدلال القياسي).
- استخدام طرائق الاستدلال المتعددة (الاستقراء (Inductive)، والاستنتاج (Deductive)، والاستدلال المكاني (Spatial)، والنسبي (Proportional)، والاحتمالي (Probabilistic)، والقياسي (Analogue).
- تحفّز تكوين الأسئلة الممتدة (Extension Questions)
- توفير فرص للأسئلة المباشرة (استكشاف المسائل الواقعية وإجراء تجارب وتحقيقات ومسوحات).
- لها أثر اجتماعي (رفاهية المجتمع وسلامة أفراد).
- التفاعل مع الآخرين.

أشار كثير من الباحثين إلى الدور الخاص الذي يقوم به المعلم في عملية تحديد الأطفال ذوي القدرة الرياضية، حيث أكد كينارد (Kinnard, 1998) على طبيعة الدور المهم للمعلم من حيث تسهيل استكشاف الطلاب للمادة التي تتحداهم. ومن هنا، تصبح مسألة تحديد الطلاب ذوي القدرات العالية مرتبطة ارتباطاً وثيقاً بتوفير هذه المادة، وبأشكال التفاعل بين المعلم والطالب القادرة على إظهار القدرات الرياضية الرئيسة. ويؤيد المؤلف استخدام النموذج التفاعلي المتواصل في تحديد الطلاب من خلال التحدي الذي يجمع بين الخيوط الآتية:

- الإطار التفسيري.
- اختيار المادة الرياضية ذات التحدي الملائم.

- أشكال التفاعل بين المعلمين والطلاب التي تقدم فرصاً لتعرّف السمات الرياضية وتطويرها.
- توفير الفرص على نحو مستمر للأطفال ذوي القدرة الرياضية للتفاعل مع المادة التي تتحدى قدراتهم.

جرت عملية الكشف عن المواهب في دراسة حالة كينارد المستندة إلى هذا النموذج، وفي فئات كروتسكي بوساطة ما يطلق عليه اسم «المعلم الباحث» في بيئة غرفة الصف، حيث يتعلم الطلاب، ويلاحظون في آنٍ معاً. وقد استُخدم منحى طرح الأسئلة في كشف جوانب فهم الطلاب الرياضيات ومناحيهم في حل مسائلها ومواهبهم الرياضية.

اقترح ريدج ورينزولي ثلاثة أنواع من الأنشطة المهمة لرعاية المواهب الرياضية وتميئتها، هي:

- الأنشطة الاستكشافية العامة لتحفيز الاهتمام في موضوعات محددة: كالتجارب التي تظهر إجراءات متعددة في العالم المهني أو العلمي (عن طريق متاحف الطلاب ومراكز العلوم)، حيث تتاح الفرصة للطلاب ليختار ويستكشف ويجرب دونما حاجة إلى إعداد تقارير، أو تقديم أي نوع من الملخصات الرسمية.
- أنشطة تدريب جماعي لتطوير عمليات ذات صلة بمجالات الاهتمام التي طوّرت من خلال الأنشطة العامة. ويتمثل هدف هذه الأنشطة في تمكين الطلاب من التعامل مع المحتوى على نحو أكثر فاعلية من خلال قوة العقل. ومن الأمور المألوفة لمثل عمليات التفكير والشعور هذه: التفكير الناقد، وحل المشكلات، والتفكير التأملي، والتدريب الاستقصائي (Inquiry Training)، والتفكير التباعدي، وتدريب الحساسية (Sensitivity Training)، وتطوير المعرفة، والتفكير الإنتاجي أو الإبداعي. وينطبق حل المشكلات على:

1. تطبيق الرياضيات على حلول مشكلات في حقول أخرى.
2. حل الألغاز أو المسائل المنطقية البحتة.
3. حل المسائل التي تتطلب محتوى وعمليات رياضية محددة.

- استقصاء للمسائل الحقيقية إما فردياً أو ضمن مجموعة صغيرة. وعندما تصبح الموهبة واضحة نتيجة رغبة الطالب في الانتظام والمشاركة في أنشطة أكثر تعقيداً، ومبتكرة من الشخص ذاته، فإن جوهر هذا النوع من الأنشطة يكمن في أن الطلاب يصبحون مبتكرين للمسائل وحلولها، ويستقصون أيضاً المسائل الحقيقية مستخدمين طرائق الاستفسار التي تلائم طبيعة المسألة (ص. 231).

طوّر كروتسكي في دراسته مجموعات كثيرة من المسائل الرياضية التي تتحدى الطلاب، وأجرى أيضاً مقابلات مع كل واحد من الطلاب الذين وقع عليهم الاختيار، مقدّماً طريقة أصيلة لدراسة القدرات الرياضية، ضمن نشاط رياضي ملائم يشتمل على حل أنواع كثيرة من المسائل بالمعنى الواسع للكلمة في إطار التعليم المدرسي، وفيها مسائل تتعلق بالبرهان والحساب والتحويل والبناء. وحلّ الباحث سبعة مبادئ تتعلق بكيفية اختيار المسائل الرياضية الملائمة لاكتشاف الطلاب ذوي القدرة الرياضية، هي:

1. تمثل المسألة الأجزاء المختلفة للرياضيات المدرسية على نحوٍ متساوٍ تقريباً، وهي الحساب والجبر والهندسة.
2. يجب أن تكون المسائل التجريبية بدرجات متفاوتة الصعوبة.
3. يجب أن تحقق المسائل هدفها المباشر، بحيث يساعد حلها على توضيح بنى القدرات الرياضية.
4. يجب ألا تكون المسائل موجهة بصورة كبيرة نحو التعبير الكمي للظاهرة التي دُرست تماماً كإظهار السمات النوعية لها (العملية مقارنة بالنتائج).
5. ينبغي لنا أن نحاول اختيار المسألة التي يكون حلها مستنداً إلى القدرات على نحوٍ أساسي، وليس إلى المعرفة أو العادات أو المهارات.
6. يجب أن تحدد المسائل سرعة تقدم الطالب نحو حل مسائل من نوع معيّن، ومدى التقدم في تحقيق المهارات المتصلة بحلها، ومدى الإمكانيات القصوى لديه في هذا الصدد (التعليم مقارنة بالتشخيص).
7. يفترض أن تسمح المسائل ببعض التحليلات الكمية والنوعية.

بعد تحليل المناحي المختلفة التي يستخدمها الأطفال في حل المسائل، قدّم إلينا كروتسكي كثيراً من العناصر الرئيسة للقدرة الرياضية تبين كيف تساعدنا هذه المسائل التي تتسم بالصعوبة والتحدي على تعرّف مواهب الأطفال المختلفة في الرياضيات. ونحن غالباً ما ندرّس الطلاب في غرفة الصف العادية طرائق مباشرة لحل المسائل الرياضية، وبعدياً نعطّهم النوع نفسه من المسائل بهدف اختبار معرفتهم، ونتوقع منهم أن يعطوا الحلول ذاتها.

وربما يقود هذا إلى بعض المفارقات، كتلك التي قدمها بروسو وأطلق عليها اسم مفارقات انتقال المواقف (Devolution of Situations)، حيث يخبر المعلم الطلاب بكيفية حل المسألة المعطاة أو الجواب الذي سيقدمونه، وبذلك ليس عليهم اختيار أو تجريب أي طريقة، أو تعديل معارفهم أو معتقداتهم، وعندئذٍ لن يتمكن الطالب من إعطاء الأدلة المرجوة. لذا، يدّعي بروسو أن كل شيء يقوم به المعلم بهدف جعل الطالب ينتج السلوك الذي نتوقعه، يميل إلى حرمان الطالب من الظروف والشروط الضرورية لفهم الفكرة المستهدفة وتعلمها.

ومع ذلك، تشير كثير من الدراسات إلى الحقيقة القائلة أنه كي يتمكن المرء من الوصول إلى مستوى عالٍ من المعرفة أو الفهم، عليه أن يكون قادراً على الشروع فوراً بدمج المعرفة السابقة وإعادة تنظيمها. ويرى سيربنسكا أن الحاجة إلى إعادة التنظيم (Reorganization) واحدة من أكثر المشكلات خطورة في التعليم. ولكننا لا نستطيع أن نخبر الطلاب كيف سيعيدون تنظيم فهمهم السابق، ولا نستطيع إخبارهم ما يتعين عليهم تغييره، أو كيف يحولون تركيزهم أو يعمّموا؛ لأننا سنفعل ذلك بموجب معرفة لم يكتسبوها بعد.

قدم شيدروفيتسكي أمثلة مذهشة لمفارقات أخرى في معرض بحثه عن طرائق منهجية جديدة في التعليم والتعلم عندما نريد بصفتنا مربين، أن يتقن طلابنا عملاً ما عن طريق تعليمه على نحوٍ مباشر من خلال إعطاء الطلاب مهام تماثل هذه الأعمال. لكن الممارسات

الصفية تظهر أن الطلاب لا يتعلمون الخطوات التي تتجاوز المهمة، ولا يتعلمون أيضاً الخطوات التي نعلمهم إياها ضمن هذه المهام.

يقترح المؤلف في نموذج موقف التحدي الخاص به، استخداماً يومياً فاعلاً للأنشطة الرياضية المفتوحة التي تشرك الأطفال في عملية استكشاف واستجوابٍ وتقصٍ واتصالٍ وتأمّلٍ ذات معنى فيما يتصل بالبنى والعلاقات الرياضية. ويمثل هذا النموذج رؤية واسعة للتفوق الرياضي ترتبط بفكرة شيفيلد للوعد الرياضي (Sheffield, 1999)، وبذلك، تهدف إلى منح السعادة لمزيد من الأطفال من خلال التفكير والتصرف بطريقة رياضية ذات معنى.

### السياق العام للدراسة

تظهر تجربتنا سبع سنوات من الأنشطة والملاحظات الصفية لطلاب الروضة حتى الصف السادس (K-6) في أثناء تدريس موضوعات رياضية صعبة. وقد أجرينا هذه التجربة في مدرسة ابتدائية خاصة ثنائية اللغة (الإنجليزية والفرنسية)، في مدينة مونتريال بكندا. وقد أصرت المدرسة على أن تقدم إلى طلابها كافة، بغض النظر عن قدراتهم وأدائهم الأكاديمي، برامج إثرائية في المواد جميعها وفيها الرياضيات، وذلك جنباً إلى جنب مع برنامج لغوي قوي (لغة ثالثة إضافية: الأسبانية أو الإيطالية).

وبذلك تعزز المدرسة التعليم، بصفته قيمة أساسية، بغرس الرغبة في التعلم، في حين تطور وتنمي القدرات المعرفية الآتية:

- القدرة على التحليل والتركيب
- التفكير الناقد
- فن التعلم

يتألف المنهاج الرياضي من مساق أساسي قوي متقدم المستوى بنحو سنة مقارنة ببرنامج وزارة التربية والتعليم في مقاطعة كويبيك (Programme de Formation de l'école Québécoise, 2001)، ومن الإثراء الذي يتضمن استكشافاً معمقاً للمفاهيم

والموضوعات الصعبة: المنطق والكسور والهندسة والأعداد، إضافة إلى التركيز على إستراتيجيات حل المسألة. ويساعدنا الاستخدام الفعال المكثف لكتب الرياضيات الصعبة (Lyons & Lyons)، إضافة إلى الاختيار الموفق الدقيق للمواد الإضافية، على إيجاد بيئة تعليمية، يشارك فيها الطلاب باتخاذ قرارات تتصل بتعلمهم؛ كي ينموا ويتقدموا بالسرعة التي تناسبهم، حيث يتنافس كل طفل مع ذاته، ويُشجّع على النبوغ عليها.

ولمّا كانت المدرسة لا تنتقي الطلاب لمساقات الرياضيات الإثرائية، فقد شارك طلابها جميعهم والبالغ عددهم (238 طالباً) في التجربة. وبصفتي معلم حاسوب، بدأ الباحث في العمل مع بعض هؤلاء الأطفال الذين تراوحت أعمارهم بين 3 - 5 سنوات. وهناك كثير من الطلاب الذين بوسعنا ملاحظتهم مدة طويلة من الوقت (مثلاً، بعض طلاب الصف السادس للعام الدراسي 2002-2003 كانوا من طلاب المدرسة منذ الصف الأول الأساسي، وبعضهم منذ أن كانت أعمارهم تتراوح بين 3-5 سنوات). وفي أثناء هذه المدة، ترك بعض الطلاب المدرسة، في حين التحق بعضهم الآخر بالصف في وقت لاحق (وكان هناك طالبان في الصف السادس نفسه، بدأ الدراسة لدينا من الصف السادس). أما من حيث القدرات، فيمكننا تصنيف طلاب الصف على أنهم خليط من القدرات، مع وجود تباين كبير في مستوى التحصيل.

هدف المساق الإثرائي في هذه الدراسة إلى تعزيز الاستدلال المنطقي، ومهارات حل المسائل لدى الأطفال جميعاً، وقد استند إلى مواقف التحدي الموجودة في مجموعة كتب مدرسية يُطلق عليها اسم «الرياضيات المتحدية» (Challenging Mathematics)، إلى جانب مصادر حاسوبية، ومطبوعة متنوعة مثل (اللوجو Logo، والكابري Cabri، ولعبة الحياة، وشبكة الاتصالات، وهلم جرا)، إضافة إلى مواقف من أفكار الباحث نفسه، تشتمل على كثير من الموضوعات المتقدمة على المنهاج العادي. وقد قُدّمت بعض الموضوعات على نحوٍ أكثر عمقاً من المنهاج العادي، وكثير من الموضوعات غير المضمنة في المنهاج العادي. وهكذا، فإن مثل هذا المنهاج يتطلب حشد المصادر الداخلية جميعها للطفل: الدافعية والعمل العقلي الجاد والفضول والمثابرة والقدرة على التفكير. ولمّا كان هذا المنهاج الإثرائي يشمل طلابنا جميعاً، فإن الفروق بينهم تتضح بصورة أكبر.

سنوضح في تحليلنا اللاحق المفصل، دور موقف التحدي نفسه، مبيّن أنه من دون مجال التحدي هذا، سوف يؤدي ذلك إلى ضياع مثل هذه الفرصة على الطلاب والمعلمين.

## مهام التحدي بصفاتها أدوات تعليم وتعلم قوية تساعد على اكتشاف الموهبة الرياضية وتعزيزها

تعد قصة غاوس (Gauss) في حل مسألة تتسم بالرتابة لإيجاد مجموع المئة الأولى من الأعداد الطبيعية، واحدة من أكثر الأمثلة المشهورة على هذا النوع من مهام التحدي. فبينما كان الأطفال الآخرون جميعاً، يحاولون يائسين إضافة الأعداد واحداً تلو الآخر، أدهش غاوس المعلم بحل السؤال بطريقة سريعة سهلة (See, For Example, Dunham, 1990).<sup>(1)</sup>

وتجعلنا هذه القصة نتساءل: ما خصائص الموقف الصفي التي سنحت للطلاب المتفوق إظهار موهبته في الرياضيات؟

تقول القصة نفسها: إن المعلم عمد إلى اختيار المهمة التي يسهل على الطلاب جميعهم الوصول إليها (مهمة متكررة)، وربما عمد أيضاً إلى اختيار الوقت الطويل الذي يستغرقه الطلاب للتوصل إلى الحل. لذا، فقد كان يأمل في إبقائهم مدة طويلة هادئين منشغلين بالحل. أما الأمر الذي لم يكن متوقعاً، فهو مبادرة أحد الطلاب بحل سريع سهل، الأمر الذي حوّل المهمة المتكررة إلى مهمة للتحدي، بالتوصل إلى حل سهل سريع على غير ما هو متوقع لتمرين شاق يتطلب حسابات طويلة. ولم تكن خطة الموقف إظهار موهبة رياضية، ومع هذا فقد كان الأمر كذلك، ولكن على نحوٍ «عفوي»، وأصبح الموقف من مواقف التحدي الصعبة بمحض المصادفة.

(1) يوهان كارل فريدريك غاوس، عالم الرياضيات الألماني (1777-1855)، لقب بأمير الرياضيات، ويعد واحداً من العلماء الثلاثة الأهم في تاريخ الرياضيات. ويعرف بنظريته عن الأرقام العقدية، وقد استنبط حلاً للمعادلات الرياضية ذات الحدين. ومن المواقف الطريفة في الرياضيات ما حصل له عندما كان في سن العاشرة من عمره، عندما طلب المعلم إلى طلاب الصف جمع الأعداد من 1 إلى 100. وبعد وقت قصير جداً، فوجئ المعلم أن غاوس حل المسألة قبل الآخرين وبطريقة أدهشت المعلم - المراجع

تجدد الإشارة إلى أنه لا يمكن تحديد الموهبة الرياضية في كثير من الحالات المماثلة. ويمكننا القول أن استخدام مهام تدريب متكررة تشتمل على كثير من الخوارزميات المعيارية لا تقدم بصورة عامة فرصة جيدة لتحديد الموهبة الرياضية وتغذيتها ورعايتها.

وصفت ليندا شيفيلد (Sheffield, 1999) مثل هذه المهام المتكررة بأحادية الجوانب. مثلاً، دعت طلاباً من الصفين الثالث والرابع لمراجعة جمع أعداد من منزلتين بإعادة تنظيمها من جديد. وطلبت إلى الأطفال إتمام صفحة تمارين، مثل:  $57+45$ ,  $48+68$ ,  $59+37$ . وكما هي العادة، فإن الطلاب الأذكى المتوقدين يهون التمارين جميعها قبل زملائهم في الصف. لذا، على المعلم أن «يتحداهم» بجمع أعداد من ثلاث إلى أربع منازل. وعلى الرغم من أن عملية الحساب تصبح أطول وتحتاج إلى وقت، فإن المهام نفسها لم تكن أكثر صعوبة أو أكثر إثارة للاهتمام الرياضي.

ارتأت شيفيلد استخدام مهام ذات معنى؛ بصفة ذلك حلاً تعليمياً أفضل لمثل هؤلاء الأطفال، مثل: أوجد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية يكون مجموعها 162:

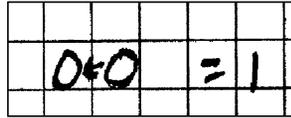
«يواصل الطلاب ممارسة التمرّن على جمع أعداد من منزلتين من خلال إعادة التجميع، ولكن ستتوافر لديهم فرصة التوصل إلى اكتشافات مثيرة. أما الطلاب الذين يُطلب إليهم التوصل إلى إجابة بالطرق الممكنة كلها، وطرح أسئلة ذات صلة وتقصي أنماط مهمة، وبوضع فرضيات حول ملاحظاتهم وتقويمها، ومشاركة أقرانهم ومعلميهم والآخرين فيما توصلوا إليه من نتائج، فسيحصلون على قدر كبير من الممارسة بجمع عددين من منزلتين، ولكنهم أيضاً سيحصلون على فرصة للعمل الحقيقي في الرياضيات» (Sheffield, 1999; 47).

نتوقع من الطلاب عند إعطائهم مهمة صعبة أن يبذلوا جهوداً لفهم المسألة، والبحث عن إستراتيجية فاعلة تعينهم على حلها، والتوصل إلى الحل الملائم والتعميمات الضرورية. توضح الأمثلة الآتية ثلاثة أساليب مختلفة تماماً، استخدمها أطفال موهوبون رياضياً في حل المسألة التي تتطلب إيجاد عدد المصافحات التي نحصل عليها عندما يصفح عدد «ن» من الأشخاص بعضهم بعضاً.

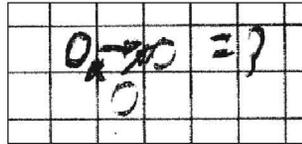
نظّم الطالب مارك (10 سنوات) تجربة مع زملاء صفه، مراعيًا انتظام حالات:

$N=2, N=3$ ، وهكذا. وعندئذٍ عمل التعميمات اللازمة. وإليك نسخة من تقريره الذي يتضمن خطوات عدة:

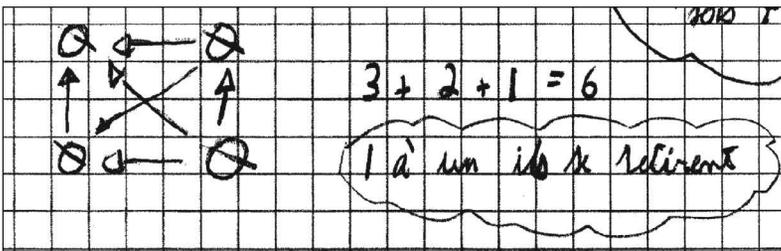
الخطوة الأولى: دائرتان موصولتان بسهم تشيران إلى شخصين ومصافحة واحدة. كتب إلى جوار الصورة « $1 =$ ».



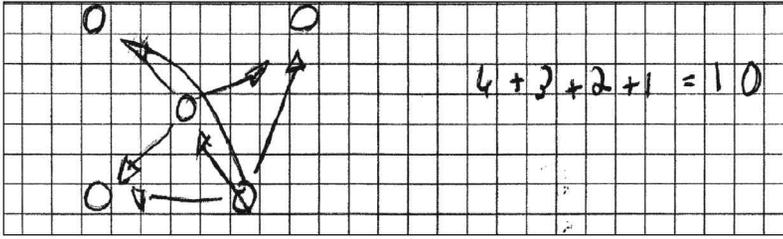
الخطوة الثانية: ثلاث دوائر على صورة مثلث متصلة بثلاثة أسهم، تمثل ثلاثة أشخاص - ثلاث مصافحات. كتب إلى جوار الصورة « $3 =$ ».



الخطوة الثالثة: أربع دوائر على صورة مربع موصولة بستة أسهم، تشير إلى أربعة أشخاص - ست مصافحات. كتب إلى جوار الصورة « $6 = 3+2+1$ »، معلقاً بقوله: «يفادرون واحداً تلو الآخر».



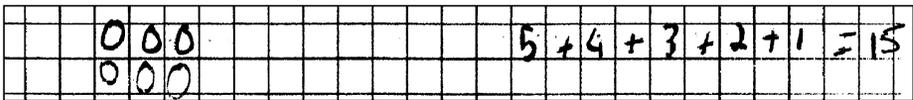
الخطوة الرابعة: خمس دوائر تكوّن «ترتيب حجر الدومينو ذي النقاط الخمس» موصولة بستة أسهم فقط (بعض الأسهم مفقودة). ومع ذلك، كتب قائلاً: « $10 = 4+3+2+1$ » مواصلاً النمط نفسه.



الخطوة الخامسة: ست دوائر منظمة في صفين (ثلاثة في كل صف) ، ولا يوجد أسهم.

كتب قائلاً:

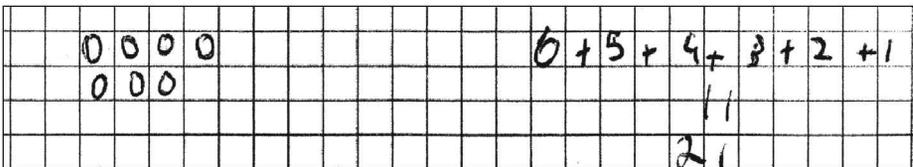
$$«5+4+3+2+1=15»$$



الخطوة السادسة: سبع دوائر منظمة في صفين (ثلاثة + أربعة) ، لا يوجد أسهم.

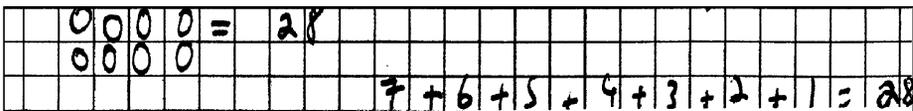
قائلاً:

$$«6+5+4+3+2+1=21»$$



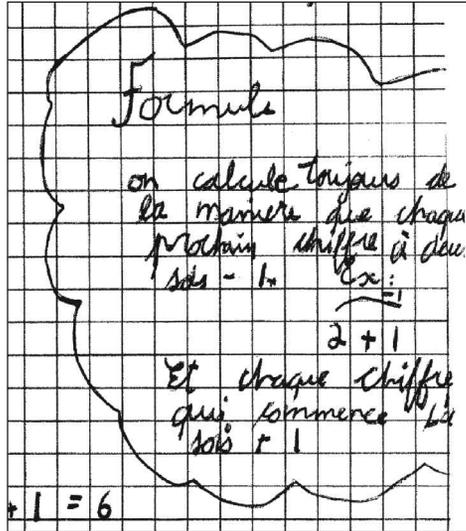
الخطوة السابعة: ثماني دوائر منظمة في صفين (أربع دوائر في كل صف) ، لا يوجد

أسهم. كتب قائلاً: «7=6+5+4+3+2+1=28».

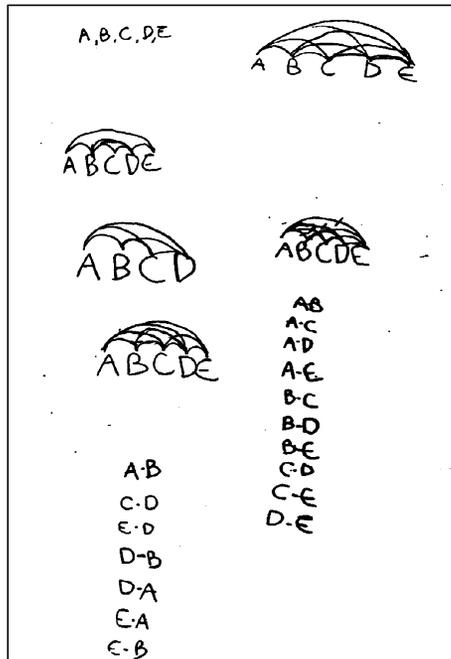


اختتم تعميمه بالجملة الآتية التي أطلق عليها اسم:

الصيغة الرياضية: (نحسب دائماً بالطريقة نفسها من أجل أن يكون كل عدد تالٍ في حاصل الجمع أقل بواحد.  $2+1$  وكل عدد سابق سيكون  $+1$ ).



واستخدمت شارلوت (10 سنوات) حالة خاصة لخمسة أشخاص يرسمون أشكالاً، ويبحثون بصورة منظمة عن جميع الروابط الممكنة.



أما كريستوفر (10 سنوات) فكان مقتضياً جداً في تقديمه، حيث كتب جملة واحدة فقط:

$$1+2+3+4+5+6+7+8=36$$

وأرفق ذلك بتفسير شفهي قائلاً: إنه إذا كان لدينا مجموعة من الأشخاص، بحيث يضاف كل شخص الأشخاص جميعهم الذين سبقوه، وعلى هذا، سيكون لشخصين مصافحة واحدة، ولثلاثة أشخاص مصافحتان أخريان (1+2)، وهلم جرا.

نستطيع أن نرى أن البحث في الموقف الأول «للمصافحة» سمح للأطفال باستكشاف المسألة، والبحث عن أنماط، ومن ثم عمل تعميمات رياضية مهمة. وإضافة إلى ذلك، فإنه بسؤال بسيط على النحو الآتي: ماذا سيكون عدد المصافحات لمئة شخص وواحد (101)؟ توصل الصف إلى المسألة نفسها التي كان على غاوس أن يعالجها، لكنها افترضت بطريقة مختلفة تتسم بالتحدي والصعوبة. وهكذا، قد يمكن استثارة مزيد من الاستقصاء هنا بطريقة طبيعية.

ومن وجهة نظر المعلم الممارس، نستطيع أن نفهم على نحو أفضل كيفية تنظيم أنشطة الأطفال الرياضية، بحيث نحفزهم إلى العمل على هذا النحو.

## من مهام التحدي إلى مناهج التحدي: مثال من مساق

### إثرائي في الروضة

هناك منحيان أساسيان لتصميم مناهج الرياضيات للأطفال في سن 5-6 سنوات: أحدهما، يدعى المنحى التقليدي، أما الآخر، فيدعى المنحى الابتكاري أو الإبداعي. ويستند الأول منهما إلى العدّ، والترتيب، والتصنيف، والتعريف بالأعداد الأساسية والعمليات (الجمع والطرح) والعلاقات (أكثر من، أقل من، أكبر من، أصغر من، أعظم من)، إضافة إلى الأشكال. في حين يركز الآخر على التعلم بصورة أكبر في الوقت الذي يتيح فيه للأطفال اللعب، باستخدام الأشياء والألوان والفن والحرف والألعاب بالأعداد والأشكال. حاول كثير

من المعلمين المبدعين في الماضي استخدام أفضل الأفكار في كلا المنحيين، وأضافوا أيضاً أنشطة الاستدلال إلى منهاج الرياضيات.

استخدمنا في مدرستنا المنحى التقليدي المستند إلى كتاب جواز السفر الرياضي (Passeport Mathématique) الخاص بالصف الأول، إلى جانب مجموعة فرنسية جديدة تدعى الحلزونية (Spirale Maths CP2) التي تمثل المنحى الحديث الثاني. ومع ذلك، فإن هذا المزيج لا يزود أطفالنا بالمواد اللازمة لتطورهم الرياضي، إذ لا تزال هناك فجوة بين مستوى قدراتهم، ومتطلبات منهاج التحدي الذي نستخدمه ابتداءً من الصف الأول (مجمع الرياضيات)، الذي يستند إلى الاكتشاف والاستدلال والفهم.

ولجسر الهوة، طوّرننا مساقاً إثرائياً قُدِّمَ إلى طلاب الروضة جميعهم (لدينا من 30 إلى 35 طفلاً كل عام). وكان المساق يُعطى أسبوعياً (ساعة في الأسبوع)، حيث كنا نبني مواقف التعليم على أساس منحى مواقف التحدي، ونضع أنشطة تحفز على التساؤل الرياضي والاستقصاء إضافة إلى التفكير التأملي.

تبدأ كل حصة بأسئلة، مثل: ماذا فعلنا في الحصة السابقة؟ ما المسألة التي يجب علينا حلها؟ ما الطريقة التي اتبعناها في حل المسألة؟ ما الإستراتيجيات التي استخدمناها؟... إلخ. تهدف هذه التساؤلات إلى استثارة التأمل في المسائل التي حلها الطلاب والطرائق التي استخدموها. ولن يحدث الانقطاع في هذا الموقف أبداً، من دون هذا التأمل من وجهة نظر شيدروفيتسكي عن الخبرات السابقة؛ لأن هذا الانقطاع يعد تحطيماً للمعرفة السابقة، ودعوة إلى البحث عن وسائل وآليات جديدة.

ومن شأن هذا التأمل أن يبقينا على تواصل مع المعرفة السابقة التي نحتاج إلى تذكرها واستدعائها.

وفي الوقت ذاته، سوف نطرح أسئلة تشير إلى فهم الأطفال للمفاهيم الرياضية الأساسية، والطرائق التي نهدف إلى تقديمها (باستخدام المفردات المناسبة و/أو الرمزية).

نحاول من خلال هذه المناقشة الأولية إيجاد جانب جديد يزود الأطفال بفرصة طرح أسئلة جديدة، والنظر إلى المسألة بطريقة مختلفة. وقد نسألهم أحياناً بكل بساطة: ماذا تتوقع أن نفضل هذا اليوم؟

وهكذا نستطيع الوصول إلى الموقف الجديد/ المسألة الجديدة، أو جانب جديد من مسألة قديمة. وقد نتوصل إلى ذلك عن طريق إثارة الأسئلة، أو القصص المثيرة، أو الألعاب التمهيدية. وبحسب ما يرى شيدروفيتسكي وبروسو، نحاول أن نتفادى من تعليم المفارقات من خلال عدم إعطاء الأطفال وصفاً مباشراً للمهام أو طرائق الحل، كما نحاول لفت انتباههم وتحفيزهم.

وبعد هذه المرحلة التمهيدية، يبدأ الأطفال باستقصاء المسألة مستخدمين معالجات مختلفة، مثل: المكعبات والأشكال الهندسية والعدّادات، إلخ. ويعملون فرادى أو ضمن مجموعات. ويصبح دور المعلم في أثناء مرحلة الاستقصاء أكثر تواضعاً، حيث يمنح الأطفال استقلالاً معيناً لتعرّف المسألة، واختيار المواد الضرورية اللازمة، وتنظيم بيئة عملهم، واختيار الإستراتيجية المناسبة.

ومع ذلك، يتعين على المعلم أن يقوم ببعض الأشياء لتوجيه الأطفال من خلال أعمالهم، إذ يجب تحقق فهم الطفل للمسألة، والشروط المعطاة (قوانين ولعبة)، وكذلك الهدف من النشاط. ومع تقدم الطفل في عمله، يجب تحقق سيطرته على الموقف: ما الذي تفعله الآن؟ وما هدف العمل؟ (تنشيط الفعل التأملي). ويجب الإدراك أن الاستكشاف لا يستعمل وسيلة لدفع الطفل نحو القيام ببعض الأعمال فحسب، بل يستعمل أيضاً، وقبل كل شيء، مَدْخَلاً للمفاهيم أو الطرائق الرياضية.

وبناءً عليه، يجب أن يكون المعلم مستعداً للتعريف بالمفردات الرياضية الضرورية إلى جانب معانيها الرياضية، إضافة إلى طرائق الاستدلال الرياضية المتصلة بالمفاهيم والاستدلال. وقد حاولنا أن نختر في تجربتنا الجوانب الرياضية التي تعدُّ صعبة، ولا تكون عادة متضمنة في منهاج الروضة.



وسوف نناقش هذه الخيارات بالتفصيل:

### المسائل والاستقصاءات ذات النهايات المفتوحة

يمكننا أن نلاحظ ونحن نشاهد «فيلم الفيديو» الذي يعرض مقابلات مع أطفال تتراوح أعمارهم بين 4-6 سنوات، أجراها برنارد وبورييه (Bednarz And Poirier 1987) ضمن دراستهما عن اكتساب الأطفال الصغار الأعداد، وكيف يصبح الدليل على تباين تنظيم الأطفال الصغار جداً للعمل الرياضي واضح المعالم في المهام المفتوحة.

يظهر «الفيديو» عمل الأطفال في مهام مختلفة ذات صلة بمفهوم الأعداد، مثل: العد وتكوين المجموعات، والترتيب، والاحتفاظ، والمقارنة. وقد عرض الباحثان كل مهمة قد يُنظر إليها في الصف العادي بصفقتها مهمة عادية، بطريقة صعبة جداً ديناميكية مفتوحة النهاية.

حيث كان يطلب إلى إحدى الطفلات باستمرار أن تفكر على الفور في العملية المتصلة بعملها (كيف عملت ذلك؟)، وأن تطوّر إستراتيجية فاعلة، وتعيد تنظيم عملياتها إذا تطلب الأمر ذلك، وتتسق أعمالها. وهكذا، تحولت المهمة المتكررة إلى مهمة مفتوحة النهاية، وأعطيت الطفلة فرصة أن تكون المنظّمة لعملها الرياضي.

وحاولنا أيضاً في تجربتنا أن نجعل المسائل أكثر انفتاحاً، بخلاف الطريقة التي تُقدّم فيها للطلاب في العادة. مثلاً، يمكننا اقتباس مسألة من إحدى المسابقات الرياضية:

—>	1	2	3
	4	5	6
	7	8	9 —>

في الجدول أعلاه، ندخل بالعدد 1 ونخرج بالعدد 9.

يستطيع الطالب أن يتحرك عمودياً أو أفقياً، ومن المستحيل أن يسير خطوتين في المربع نفسه، مثلاً، بالانتقال بين المربعات 1-2-5-8-9، نحصل على مجموع مقداره 25. ولكن لا تقودنا المسارات جميعها إلى العدد 25. لذا، أعطى المربعات الباقية جميعها تسعة أعداد.

عُرِضت هذه المسألة على المشاركين في نهائي البطولة الدولية لألعاب الرياضيات والمنطق، (International Des Jeux Mathematiques Et Logiques) عام 2000 لأطفال الصغين الرابع والخامس الذين تتراوح أعمارهم بين (10-11 عاماً) [Http://Cijm.Org/Cijm.Html](http://Cijm.Org/Cijm.Html)، وتبين لنا أن هذه المسألة يمكن أن تصبح أكثر صعوبة بالنسبة إلى الأطفال إذا وضعت بطريقة مختلفة (مفتوحة النهاية):

يريد شخص زيارة متحف يتألف من تسع قاعات عرض مرتبة في مربع  $3 \times 3$ . وعدد اللوحات في كل قاعة مكتوب في المربع. فما عدد اللوحات التي قد يستطيع هذا الزائر رؤيتها، علماً أنه لا يرغب في أن يوجد مرتين في القاعة الواحدة ؟

في هذه التجربة، لم نُخفِ عدد الطرق المختلفة التي جعلت هذه المسألة مفتوحة فحسب، بل عرضناها أيضاً على طلاب الصف الأول الأساسي الذين تتراوح أعمارهم بين (6-7 سنوات). وأعطى كل طالب/طالبة مهمة بحسب مستواه/مستواها (سيتمكن جميعهم من التوصل إلى حلين على الأقل).

يوضح المثال الآتي عمل شانتال (Chantal 6)



قال طلاب الصف الثالث الأساسي على الفور: إن هذا الجدول سهل بسبب وجود انتظام واضح (نكتب المنازل الأولى من الناتج بالترتيب من 0 إلى 9، في حين نكتب الأعداد الأخرى من 9 إلى 0، وبذلك نحصل على جميع مضاعفات العدد 9: 09، 18، 27، وهكذا). ومن هذه الإجابات نجد أن  $6 \times 9 = 54$ .

وهكذا، يكتب المعلم على السبورة  $6 \times 9 = 56$ ، مخبراً الأطفال بقصته عندما كان صغيراً، حيث كان عليه حفظ الإجابات جميعها عن ظهر قلب، ليس مجرد «خدعة»، ولكنه متيقن أن  $6 \times 9 = 56$ . وهنا يصاب الطلاب بالحيرة والإرباك، ويبدأ بعضهم بالتفكير في كيفية إثبات أن إجاباتهم (54 هي الإجابة الصحيحة).

ذهب كثير منهم إلى السبورة ليشاركوا الآخرين في أفكارهم عن الطرق الأخرى للحصول على جدول ال 9. ونتيجة لهذا الدرس، ظهر جدول ال 9 مرتين على السبورة، قرأه الطلاب بصوت جهوريّ مرات عدة، وبذلك تمكّنوا من حفظه غيباً، وفي الوقت ذاته، عملوه بطريقة ذات معنى من خلال استطلاع طرائقهم في الاستدلال وإثباتها.

### تحويل الطالب العمل الروتيني إلى موقف تحدّي

عندما يطلب إلى طلاب الصف الرابع الأساسي أن يمثلوا  $8/1$  المستطيل، فإنهم يجدون هذه المهمة اعتيادية سهلة. لذا، دُهِشْنَا من طريقة كريستوفر في تقسيم المستطيل إلى أربعة وستين مربعاً (8 صفوف  $\times$  8 أعمدة)، وتلوين ثمانية مربعات عشوائياً. وتبيّن له أن المهمة لم تكن صعبة بدرجة كافية، لذا، أراد زيادة صعوبتها.

### تحويل التحدي ضمن موقف واحد

تجدر الإشارة إلى أن طرق إيجاد مواقف التحدي الثلاثة جميعها غير منعزلة بعضها عن بعض، إذ يمكن أن يتحول أحدها باتجاه الآخر. مثلاً، يحل طلاب صف الروضة (الذين تتراوح أعمارهم بين 5 - 6 سنوات) مسألة مفتوحة على النحو الآتي:

تريد إميلي أن تبني بيوتاً جديدة في حظيرة حيواناتها. عندما ينظر المرء إلى البيت من السماء، يرى أن هذه البيوت جميعها لها سطح على صورة «أعداد». وهي تريد حالياً بناء بيت لبقراتها، فأى «عدد» تقترح عليها أن تستخدم لسطح هذا البيت الجديد؟

استخدم الأطفال مكعبات على صورة مواد صلبة مختلفة. ويهدف النشاط إلى جعلهم يستكشفون المواد الصلبة ليستخدموها في عمل مباني مختلفة. هناك طريقتان لعمل المباني: إما ثلاثية الأبعاد، وإما ثنائية الأبعاد. وبذلك، تتكوّن علاقات مكانية مختلفة. مثلاً، تعلم الأطفال تحقق الأشكال المتماثلة بهدف استعادة شكل سطح معيّن. ولم يهدف النشاط الذي قدمناه لأطفالنا إلى تعليم أي طريقة بناء؛ لأنهم يتعلمون ذلك من الكتب المدرسية التي تحتوي على تمارين كثيرة لبناء الأشكال. لقد صمّمنا هذه الحالة لمساعدة الطلاب على الحصول على «شعور مكاني» من نوع معيّن، بمحاولتهم استخدام طرق متعددة في وضع المكعبات. تكمن الصعوبة والتحدي الرئيسان في هذا التمرين في تنظيم استقصاء رياضي ذي معنى في مسألة غير معرّفة جيّداً أو غير واضحة.

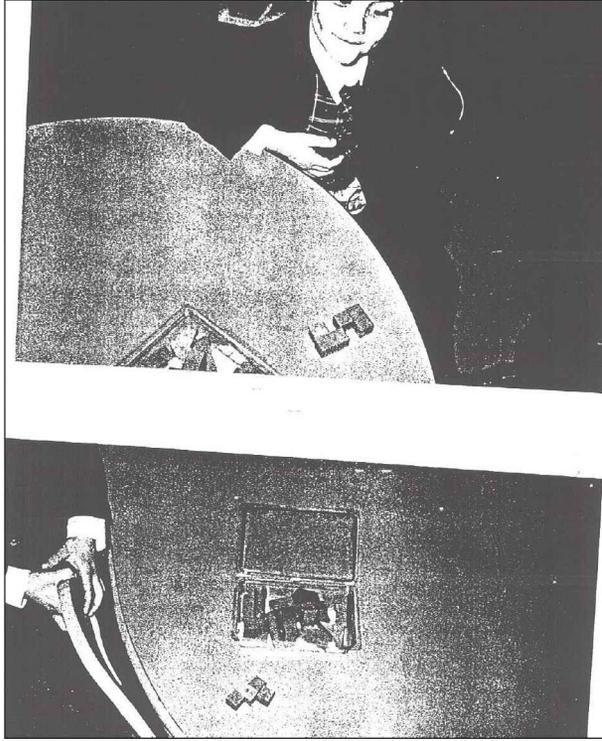
اختار بعضهم تقليد أشكال الأعداد بالطريقة التي نكتبها، في حين بحث آخرون عن طرق مختلفة لإيجاد بنى اقتصادية أكبر مع الاهتمام بالخصائص الهندسية (مثل رؤية هل تتناسب المكعبات فيما بينها). وأخيراً، انتقلت مجموعة من الأطفال من الموقف الذي أُعطي لهم في البداية لبناء بيت جديد، وبدؤوا ببناء كثير من الأعداد وكتابتها (حتى العدد 1000).

وتحوّل النشاط الذي كنا نعهده في الأساس صعباً وإبداعياً إلى نشاط متكرر لدى كثير من الأطفال. لذا، قررنا وضع بعض القيود (بصفتها متغيرات جديدة) بهدف إشراك الأطفال في استقصاء مسألة مختلفة نرغب من خلالها في بناء بيت على صورة العدد «5» بأقل عدد ممكن من المكعبات. وهكذا، فقد تحولت المسألة المتكررة بفضل تدخل المعلم إلى مسألة صعبة مرة أخرى.

تُعدُّ طريقة التحول المفاجئ للمتغير التعليمي هذا (Brousseau, 1997) مهمة في دراستنا العلاقة بين تنظيم الطفل حل المسألة والنبوغ الرياضي، حيث إنها تشير التفكير

التأملي (ما الجديد؟) وإعادة تنظيم عملية التفكير والعمل برمتها (ما الذي أحتاج إلى تعديله؟)، ومن ثم تمنح الطلاب فرصة إظهار إمكاناتهم.

حصلنا في عملنا التجريبي مع الأطفال الصغار على تأكيد راسخ بجدوى مثل هذا المنحى، لا سيما إذا أراد المرء تحديد الأطفال النابغين ورعايتهم. كان ديفيد ابن الخمسة أعوام يؤدي مهمة الحد الأدنى (انظر الشكل 7: 1)، وكان سعيداً بحله (4 مكعبات)، ولكنه كان لا يزال يبدو في «حالة تأهب». وفي هذه الأثناء، بدأنا مناقشة حلول الأطفال. وقدمت إحدى المجموعات حلاً بثلاثة مكعبات. وفجأة، بدأ ديفيد بعمل تغييرات على الترتيب الذي لديه، حيث اختفى شكل (التخميس)، في حين كان يركز على تقليص المهمة إلى حدودها الدنيا. ولكن اللافت للنظر في هذا، هو ردود فعل هذا الطفل وتجاوبه مع الشروط المتغيرة (هناك من توصل إلى حل أفضل). تُعدُّ حالة التأهب المستمرة هذه سمة مهمة من سمات الموهوبين، التي يمكن تفعيلها على نحو أفضل في مواقف التحدي مقارنة بالموقف العادي.



شكل 7 : 1

تقودهم حالة «التأهب» هذه إلى التحقق دائماً من الشروط جميعها، ومراجعة الموقف باستمرار. وإليكم ملاحظة أخرى: يجيب طالب في الصف الرابع الأساسي في أحد اختباره عن السؤال الآتي: «هل صحيح أنه إذا كان مجموع  $a + c = 8$ ، فإن أ و ب عدنان مختلفان؟» تردد كريستوفر كثيراً بالقول أن العددين يجب أن يكونا مختلفين. ومع التقدم في حل أسئلة الاختبار، كان عليه أن يحل مسائل من معادلتين بمتغيرين:  $a + b = 8$ ،  $ab = 16$ ، فتوصل بسهولة إلى أن  $a = 4$  و  $b = 4$ ، ومن ثم عاد إلى مهمته السابقة، وصحّح إجابته.

ويمكننا أيضاً ملاحظة ظاهرة أخرى مثيرة، وهي أن ابتكار المعلم لموقف صعب قد يجعل الطلاب الموهوبين يحاولون استكشافه أكثر.

مثلاً، نستطيع القول أننا عندما نفضّل النشاط ذاته مع طلاب الصف الأول الذين تتراوح أعمارهم بين (6-7 سنوات)، نظر كثير منهم إلى المسألة على أنها اعتيادية، وفقد

بعض الطلاب الاهتمام بها. ومع ذلك، فقد لاحظنا إحدى الطالبات تبحث عن طرق متعددة مختلفة لبناء شكل «5» باستخدام 4 مكعبات.

لم تبق هذه الطالبة نفسها منشغلة بهذه المسألة فحسب، بل أوجدت مسألة جديدة عندما بدأت البحث عن إمكانات بناء العدد «4» بأقل عدد ممكن من المكعبات. وهنا، حوّلت الطالبة المسألة إلى مسألة صعبة.

### دور المعلم

يصبح دور المعلم حاسماً في بيئة التحدي الصعبة في المراحل جميعها:

- اختيار المسألة
- طريقة عرضها على الطلاب
- تنظيم عمل الطلاب
- تفسير النتائج
- المتابعة

يُعدُّ موقف المعلم وسلوكه من أهم شروط نجاح منحى مواقف التحدي. ولكن، كيف يستطيع المعلمون ضبط عمل الطالب؟ بالإشارة إلى مفارقات التعلم (التي شرحناها في الفصل السابق)، لا يزال الغموض يكتنف طريقة التوصل إلى حل لهذه المشكلة. فمن جهة، إن كل كلمة أو إيحاء تصدر عن المعلم يكون لها أثرها الإيجابي أو السلبي إزاء موقف التحدي. ومن جهة أخرى، يجب على المعلم أن يسيطر سيطرة تامة على الموقف (وبخلاف ذلك، فقد يصبح نشاط التعلم الرياضي نوعاً من أنواع الفنون والحرف تحت غطاء رياضي).

لم تهدنا تجربتنا إلى طريقة إجرائية واضحة، لكنها زودتنا بأمثلة يمكن أن تخضع لمزيد من الاستقصاء والبحث. وقد أتاحت لنا هذه الأمثلة صياغة مناحي المعلمين المفضلة في مواقف التحدي، وهي:

- منح الطفل فرصة التفكير: أن تكون معلماً مرناً.
- دعم رغبة الأطفال في تعلم المزيد عن الرياضيات.

- تحدّي الطلاب بمواقف غير رسمية: روح الدعابة.
- دعم رغبة الأطفال في الانتقال إلى ما هو أبعد من المواقف المخطط لها مسبقاً.
- إعطاء تلميحات عن الإجابة، لكن ليس الإجابة نفسها.
- إدارة الحالات الخاصة بالنبوغ الرياضي.
- استخدام خدع بسيطة على النحو الآتي:
  - في أثناء توزيع مواد تُعالج يدوياً (Manipulative Materials) (قوالب، مكعبات إلخ) نسمح للأطفال بلمسها واللعب بها والإحساس بها إذ إن ذلك يزودنا أحياناً بأدلة مهمة على كيفية تنظيم الأطفال الأشياء (كيف يضعون المادة ويرتبونها، وينظّمونها، ويصنّفونها، ويبنون أشكالاً مختلفة.. إلخ).
  - عندما ينتهي الأطفال من اللعب بالمجسّمات المواد، نطلب إليهم كتابة تقرير؛ لأنه من المفيد في بعض الأحيان منحهم بعض الوقت لتفكيك ما بنوه. وهذا يفتح الباب أمام مجموعة متنوعة من العروض التوضيحية (هل سيعيد الطفل البناء مضيفاً إليه تفاصيل جديدة، أم سيرسم صوراً مختلفة تماماً).
  - عندما يُطلب إلى الأطفال أن يُطلعوا الآخرين على نتائجهُم، من المهم أن نحفزهم إلى تقديم إيضاحات مفصلة، إذ غالباً ما نطلب إليهم أن يؤدوا دور المعلم الصغير، حيث يشرحون لشخص ما لم يفهم المسألة.
  - غالباً ما يطلب إلينا الطلاب أن نعلمهم أشياء معقدة. وأحياناً يكون الأثر التعليمي أكبر بكثير إذا تركهم المعلم ينتظرون. وعندئذٍ، قد يصبح الأطفال أكثر تحفيزاً عند البدء بتعليمهم ويقولون: لقد فهمناها، أخيراً!

### دور الطالب

- يختلف دور الطلاب في موقف التحدي اختلافاً كبيراً عن دورهم في نشاط التعلم العادي، إذ يتعين عليهم التكيف مع بيئة جديدة منفتحة، حيث لا يوجد لديهم أعمال حسابية محددة، أو تعليمات بما يجب عمله. وبناءً عليه، فإن أمامهم فرصة لـ:
- إظهار مناحٍ مختلفة إزاء المسألة.

- التصرف على نحوٍ مختلف في المواقف المختلفة.
- التغلب على العوائق، وبناء وسائل متنوعة، واكتشاف علاقات جديدة.
- حل المسألة الرياضية استناداً إلى التراكيب والنظم مستخدمين الخصائص والتعريفات والتخمينات والبراهين.
- استخدام الاستدلال المنطقي بطلاقة وسيطرة ودقة.
- دمج المنطق والإبداع في حل المسائل.
- اختراع رموز وإشارات جديدة، واستخدام المخططات والرسوم التجريدية.
- استخدام التفكير التأملي.
- طرح أسئلة رياضية، ابتداءً مسائل جديدة، استقصاء، استخدام الرياضيات في المواقف غير الرياضية، النظر إلى ما حوله «بعين الرياضيات الثاقبة».

### النتائج والتوصيات

هناك عدد من الدراسات التربوية المتصلة بالموهبة الرياضية، وقد طوّر الباحثون مجموعة متنوعة من نماذج الموهبة، وطبقوها استناداً إلى سمات وخصائص متنوعة للطلاب الموهوبين في الرياضيات. ويوفّر المختصون المؤهلون تأهيلاً عالياً للطلاب الموهوبين مجموعة مختلفة من برامج الإسناد مع مناهج متقدمة ومبادئ توجيهية. وتساعد كثير من المسابقات والمباريات والمنافسات الرياضية على البحث عن الأطفال الموهوبين في الرياضيات، ومن ثم العناية بتطويرهم.

ومع ذلك، لا تزال مشكلات تحديد الموهبة الرياضية ورعايتها بعيدة عن الحل، إذ يصاب كثير من الأطفال بملل منذ سن مبكرة بسبب المنهاج المبسط، الأمر الذي يترتب عليه فقدانهم الاهتمام بالرياضيات، وهذا ما يبدد قدراتهم العقلية. وعلى الرغم من نظام الاختبار الإبداعي، فإنه لا يسمح أبداً لبعض الأطفال بدخول البرامج الخاصة بالطلاب الموهوبين، إضافة إلى أن نظام التدريس العادي غير معد لتقديم المساعدة لهم بهذا الخصوص.

تهدف هذه الدراسة إلى جسر هذه الهوة، وتزويد معلمي المرحلة الابتدائية (K-6) بطرائق تعين على تحديد الأطفال الموهوبين في الرياضيات ورعايتهم داخل صفوف الطلاب ذوي القدرات المتعددة. وقد أطلقنا على هذا المنحى اسم «مواقف التحدي». ويرتكز هذا المنحى نظرياً على مفهوم كروتسكي للقدرة الرياضية، ونموذج شيدر وفتسكي التطوري للأعمال التأملية، ومفهوم باشلارد (Bachelard, 1938) للعقبة المعرفية، وتمييز سيربنسكا بين التفكير النظري والتفكير العملي في الرياضيات، إضافة إلى نظرية بروسو للمواقف التعليمية.

استناداً إلى وجهة نظر كروتسكي (Kruitiski, 1976)، فقد عرّفنا القدرة الرياضية بصفتها «السيكة الرياضية للعقل» (Mathematical Cast Of Mind) التي تمثل مزيجاً فريداً للسمات النفسية التي تمكّن الأطفال الصغار من التفكير في البنى المختلفة، وفي تكوين العلاقات بين المفاهيم والبنى والبيانات والنماذج المختلفة وتعميمها وفهمها، وهذا ما يمكنهم من حل المسائل الرياضية بنجاح أكبر مقارنة بالطلاب العاديين أو ذوي القدرات المتدنية.

يظهر هؤلاء الطلاب إمكانات تفكير عالية في الاستدلال على المفاهيم الرياضية ونظم المفاهيم في سن مبكرة جداً، وذلك إلى جانب القدرة على تحليل البراهين التي يقدمونها. ويكونون أيضاً مستعدين منذ البداية للتفكير النظري بطريقة أفضل من غيرهم من الأطفال، الأمر الذي يكون أساساً متيناً للتفكير الرياضي البحث.

وقد تمثلت النقطة الحاسمة في دراستنا هذه في إدراك عدم إمكانية اكتشاف التفكير النظري ورعايته، إذا ظل الأطفال يتعاملون مع مسائل رياضية اعتيادية، ويطبّقون العمليات الحسابية التي يعطيهم إياها المعلم، ويقول لهم ما الذي يتعين عليهم أن يفعلوه، وكيف يفعلونه.

لقد شرح بروسو مفارقات المواقف الصفية في نظريته المسماة نظرية المواقف التعليمية (Theory of Didactical Situations). ووفقاً لهذه النظرية، فقد ضمّنا

نموذجنا للتفوق الرياضي مفهوم «موقف تحدٍ»، مفترضين أن الطفل سوف يظهر موهبته في الرياضيات في مواقف محددة فقط عند طرح سؤال حقيقي، وافترض مسألة حقيقية.

تستخدم «مواقف التحدي» المسائل مفتوحة النهايات والاستقصاء الرياضي. يفتح الموقف الصعب عمل الطالب في البدء ببناء المسألة، والبحث عن روابط بين البيانات وخبراته السابقة. ولما كان التحدي الحقيقي ممكناً عندما يكون الموقف جديداً بالنسبة إلى الطالب، فإن موقف التحدي يجب أن يحتوي على قطع للعلاقات مع ما تعلمه الطالب في السابق، حاثاً إياه على التفكير ملياً في عدم كفاية المعرفة السابقة، بحيث يبني وسائل وأليات عمل جديدة تتوافق والشروط الجديدة، مفعلاً بذلك إمكاناته الفكرية كلها.

يعطي موقف التحدي، بطبيعته، كثيراً من الفرص المتنامية للموهبة الرياضية من خلال:

- تزويد الطالب بفرصة مواجهة عائق ذي طبيعة رياضية بحتة يطلق عليه اسم «العقبة المعرفية». ولكي يتغلب على هذا العائق، ينبغي للطالب أن يعيد تنظيم معرفته الرياضية، وإيجاد روابط وبنى جديدة تتبع قوانين الاستدلال المنطقي. ونحن نرى أن المواقف التي تتوافر فيها هذه الشروط، تمكن المعلم من الكشف عن الموهبة الرياضية بين طلابه ورعايتها.
- تقديم مسألة ذات مستوى صعوبة يفوق قدرات الطلاب العاديين، حيث يطلب إلى الطالب تخطي ما هو متوقع طبيعياً من الأطفال في مثل سنّه، وإظهار النضج المبكر الذي يُعدُّ علامة على الموهبة الرياضية.
- المساعدة على إيجاد بيئة صديقة حيث يتنافس الطالب مع نفسه، ويُطلع الأطفال الآخرين على مكتشفاته، ويتعلم من الآخرين. وبذلك، تتاح الفرصة للطلاب الموهوبين في الرياضيات من غير ذوي التحصيل العالي، المشاركة على نحوٍ فاعل في الصف، وتحقيق النجاح.

لا يمكن إيجاد مواقف التحدي بصفاتها مهمة تُعلّم بمعزل عن غيرها، حيث يمكن تحقيق إمكاناتها التطورية بصورتها الكاملة فقط ضمن نظام تعليمي متكامل يستند إلى

منهاج صعب شامل. وهذا يفسح المجال لإيجاد بيئة تُعلّم تتيح لكل طفل إظهار الحد الأقصى لقدراته.

لذا، فإننا باستخدام نموذج مواقف التحدي لن نكون قادرين على إشراك الأطفال الموهوبين في النشاط الرياضي الحقيقي فحسب، بل مساعدتهم على زيادة قدراتهم العقلية.

وأخيراً، تتيح مواقف التحدي فرصة أخرى للطلاب النابغين: إذ بوسعهم التقدم أكثر على الدوام، والذهاب إلى أبعد من المواقف، وطرح أسئلة جديدة، والبدء باستقصائهم الخاص بهم، إضافة إلى أنهم يصبحون أكثر إبداعاً في أعمالهم الرياضية، وهذا ما يجعل ردة الفعل الرياضية العفوية هذه تظهر في بيئة التعلم بطريقة إيجابية.

ونحن نرى أن هذه السمة من سمات هذا المنحى مهمة من منظور تعليم الرياضيات للأطفال جميعهم. وفي الحقيقة، فإن دراستنا هذه تشجع على اتباع إستراتيجيات تعليمية مختلفة في الرياضيات، إذ لم يعد دور المعلم مقتصرًا على إعادة ترجمة المعرفة أو تدريس طرائق حل المسائل، بل أصبح دوره، في مواقف التحدي، وسيطاً بين النقاشات، ومستمعاً إلى أفكار الطلاب، وموجهاً لهم نحو الاكتشاف.

ونحن بمساعدتنا الطلاب على تخطي العوائق المتنوعة، يتعين علينا تشجيعهم على:

- تنظيم عملهم الرياضي
- الاستدلال الرياضي
- ضبط شروط متعددة (التحقق، التعديل، التغيير، إعادة التنظيم، معرفة المتناقضات، تحقق الصحة).
- اختيار إستراتيجيات فاعلة وأدوات لحل المسائل وتطويرها.
- التفكير ملياً في طرائق العمل الرياضي.
- إيصال نتائجهم بطريقة «رياضية» (شفهي/خطي، استخدام الرموز، تقديم تفسيرات صحيحة).

وهكذا يكون بوسعنا تحديد الأطفال النابغين الذين:

- يطرحون أسئلة عفوية تتجاوز المهمة المعطاة.
- يبحثون عن الأنماط والعلاقات.
- يبنون الروابط والبنى الرياضية.
- يبحثون عن مفتاح للمشكلة.
- ينتجون أفكاراً جديدة عميقة.
- يسيطرون على موقف حل المسألة.
- يولون اهتماماً بالتفاصيل.
- يطورون إستراتيجيات فاعلة.
- يتحولون بسهولة من إستراتيجية إلى أخرى، ومن بنية إلى أخرى.
- يفكرون تفكيراً ناقداً.
- يثابرون على الوصول إلى الأهداف.

وفي الوقت ذاته، يمكننا رعاية وإشباع فضولهم ورغبتهم في تعلم المزيد من الرياضيات، وتزويدهم بفرصة التقدم في تعلم الرياضيات، وإيجاد بنى جديدة، وافترض مسائل جديدة، وبذلك نعزز تطور قدراتهم الرياضية.

وبوجه عام، يُعدُّ هذا المنحى صعباً جداً في التدريس، إذ يتعين على المعلم التفكير باستمرار في كيفية تحدي الطلاب، والبحث عن طرق مختلفة لتحفيز عملهم، ويتعين عليه أيضاً إظهار قدر كبير من المرونة، والمقدرة على التصرف بعفوية لتغيير شروط الموقف الصفي، وأن يكون مستعداً لحث الطلاب والاستجابة لهم عند طرحهم أسئلة لا يحضره حلُّها فوراً.

إن من شأن الفهم الأفضل لكيفية مساعدة الأطفال ذوي الموهبة العالية على تطوير تفكير رياضي أكثر عمقاً أن يقودنا إلى تطوير المناحي التعليمية الفاعلة للطلاب جميعاً. وفي اعتقادي، أنه ينبغي لنا أن نتفق مع الملاحظة العامة الآتية التي أوردها يونغ وتاير (Young & Tyre, 1992): «إذا ما تفحصنا عن كثر العوامل التي تؤدي إلى إيجاد النابغين

والعباقرة والموهوبين وذوي التحصيل العالي والأبطال وحاملي الأوسمة، فربما نكون أكثر قدرة على زيادة عددهم على نحوٍ كبيرٍ.»

### قائمة المراجع

- Bachelard, G. (1938). *La Formation De L'esprit Scientifique*. Paris: Presses Universitaires De France.
- Bednarz, N., & Poirier, L. (1987). *Les Mathématiques Et L'enfant* (Le Concept Du Nombre)—Bande Vidéo. Montreal: UQAM.
- Brousseau, G.(1997). *Theory Of Didactical Situations In Mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Burjan, V.(1991). *Mathematical Giftedness—Some Questions To Be Answered*. In F.Moenks, M. Katzko, & H. Van Roxel (Eds.), *Education Of The Gifted In Europe: Theoretical And Research Issues: Report Of The Educational Research Workshop Held In Nijmegen (The Netherlands) 23–26 July 1991* (Pp. 165–170). Amsterdam/Lisse: Swetz & Zeitlingen Pub. Service.
- Dunham ,W.(1990). *Journey Through Genius*. New York: Penguin Books.
- Greenes, C. (1981). *Identifying The Gifted Student In Mathematics*. *Arithmetic Teacher*, 14–17.
- Greenes, C. (1997). *Honing The Abilities Of The Mathematically Promising*. *Mathematics Teacher*, 582–586.
- Kennard, R. (1998). *Providing For Mathematically Able Children In Ordinary Classrooms*. *Gifted Education International*, 13 (1), 28–33.
- Krutetskii V. A.(1976). *The Psychology Of Mathematical Abilities In School Children*. Chicago: The University Of Chicago Press.
- Kulm, G. (1990). *New Directions For Mathematics Assessment*. In G. Kulm (Ed.) *Assessing Higher Order Thinking In Mathematics*. Washington, Dc: American Association For The Advancement Of Science.
- Lyons, M., & Lyons, R. (1989). *Défi Mathématique. Manuel De L'élève*. 3–4–5–6. Laval: Mondia Editeurs Inc.
- Lyons, M., & Lyons, R. (2001–2002). *Défi Mathématique. Cahier De L'élève*. 1–2–3–4. Montreal: Chenelière Mcgraw–Hill.
- Miller, R.(1990). *Discovering Mathematical Talent*. Eric Digest #E482.

- Mingus, T., & Grassl, R. (1999). What Constitutes A Nurturing Environment For The Growth Of Mathematically Gifted Students? *School Science And Mathematics*, 99(6), 286–293. Programme De Formation De L'école Québécoise (2001). Québec, 2001.
- Renzulli, J. (1977). *The Enrichment Triad Model*. Connecticut: Creative Learning.
- Ridge, L., & Renzulli, J. (1981). Teaching Mathematics To The Talented And Gifted. In V. Glennon (Ed.), *The Mathematical Education Of Exceptional Children And Youth: An Interdisciplinary Approach* (Pp. 191–266). Reston, VA: NCTM.
- Shchedrovitskii, G. (1968) *Pedagogika I Logika*. Unedited Version (In Russian).
- Sheffield, L.(1999) Serving The Needs Of The Mathematically Promising. In L. Sheffield (Ed.), *Developing Mathematically Promising Students* (Pp. 43–56). Reston, VA: NCTM.
- Sierpiska, A.(1994). *Understanding In Mathematics*, London: The Falmer Press.
- Young, P., & Tyre C. (1992). *Gifted Or Able?: Realising Children's Potential*. Open University Press.

