وما تجدر الإشارة إليه هو أن تعريف "إقليدس" للخط المستقيم جاء ليثبت **فكرة تجريبية** الأصل ذات علاقة وثيقة بالعالم الخارجي، كما أن أفكاره و بديهياته ومسلماته استعان بها المهندسون المعماريون في فن البناء والتشييد[1]. أضف إلى ذلك اتساقها- الهندسة الإقليدية- مع الاعتقاد في طبيعة المكان الثلاثي الأبعاد وانطباقها عليه[2].

ومن هذا الأساس اعتبر "ريشنباخ":"بديهيات نسق "إقليدس" طبيعية وواضحة إلى حد بدت معه حقيقتها أمرا لا يتطرق إليه شك، وفي هذا الصدد كان نسق "إقليدس" مؤيدا لمفاهيم سابقة ظهرت قبل أن تتخذ مبادئ الهندسة صورة **نسق منظم**"[3].

خلاصة

نخلص من خلال عرضنا لمجمل الأفكار والمبادئ التي شكلت ما يسمى بالنسق الهندسي الإقليدي إلى ما يلي:

أن هندسة اقليدس تجريبية حسية، جاءت تعبيرا عن الواقع الخارجي، ومطابقة له، فهي إذا هندسة مستوحاة من الوسط الطبيعي مباشرة، ولكنها صيغت بفعل التنظيم، في شكل نسق، يمكن على أساسه البرهنة على أية نظرية هندسية إقليدية، وهي أيضا هندسة بيئتنا الفيزيائية، ثم إنها هندسة تتميز عن غيرها بكونها من السهل تصورها بصريا، هندسة شكلت أرضية معرفية لفلاسفة الطبيعة من بعد اقليدس، وعلى رأسهم الفيزيائيين، الذين وجدوا فيها **تطابقا** كبيرا بين هندستهم الرياضية وهندستهم الفيزيائية.

([1]).د. ماهر عبد القادر محمد علي: فلسفة العلوم، المشكلات المعرفية، ص ١٤٧.

([2]).المرجع نفسه: ص١٤٧.

([3]).هانز ريشنباخ: نشأة الفلسفة العلمية، ص١١٧.

المطلب الثاني: الهندسات اللاإقليدية

الحديث عن الهندسات اللاإقليدية يرجعه الرياضيون إلى إمكانية الاستغناء عن بديهيات إقليدس، خاصة إذا علمنا بأن قبولهم لبديهيات إقليدس يعني بالضرورة، أن الهندسة المبنية عليها تسمى بالهندسة الإقليدية، وإذا أعرضنا عن بديهيات إقليدس يعني ذلك أن نضع محلها بديلا تسمى الهندسة المبنية عليه بالهندسة غير الإقليدية، هذا من جهة[1].

ومن جهة أخرى فإن مبرر الحديث عن الهندسة اللاإقليدية، هو ذلك السؤال الذي حير العلماء والفلاسفة على حد سواء، منذ مولد الهندسة اللاإقليدية وهو: هل "فضاؤنا الحقيقي" إقليدي أم غير إقليدي؟.

ضف إلى ذلك، السؤال الثاني الذي طرحه الرياضيون مفاده: هل الهندسة غير الإقليدية يمكن تصورها ذهنيا أو حدسيا مثل الهندسة الإقليدية أم لا؟ وذهب العلماء إلى أبعد من ذلك في حديثهم عن مسألة الفضاء، إذ من ضمن الأسئلة التي تناولوها بالبحث والدراسة: هل يمكن وجود أجسام مادية تحقق بديهيات الهندسة الإقليدية أم لا؟[2].

و الإجابة على هذه الأسئلة لا تحمل بالضرورة طابع اليقين، كما ألفه العلماء في كثير من المسائل، لأن الأمر يتعلق هنا بمسائل جمعت في طياتها بين الهندسة والفيزياء، والذي يذهب فيه كثير من العلماء والفلاسفة إلى التوحيد بينهما، مثلما فعل "أينشتاين"، اعتقادا منه، أن الأمر كان ضروريا حقا لاشتقاق الظواهر التي تمت مشاهدتها فعلا[3].

([1]).فليب فرانك: فلسفة العلم، الصلة بين العلم والفلسفة، ت: د. علي علي ناصف، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، ط١، بيروت، ١٩٨٣، ص٩٥.

([2]).المرجع نفسه: ص١١٩.

([3]).المرجع نفسه: ص ١٢٠.

1- وإذا جئنا للحديث عن بوادر الهندسة اللاإقليدية كان لزاما علينا الرجوع إلى ذلك المجهود الذي قام به الرياضي المجري "جون بولياي" G. BOLYAI،(1802-1860)، عندما وجد حلا لمشكلة التوازي، والتي ظلت تشغل اهتمام الرياضيين حوالي ألفي عام. لقد ذهب"بولياي" BOLYAI إلى القول، أن بديهية التوازي ليست عنصرا ضروريا في الهندسة، وراح يشيد هندسة تخلى فيها عن بديهية التوازي، ووضع مكانها مسلمة جديدة مفادها أن هناك أكثر من موازواحد لمستقيم معين من نقطة معينة[1].

2- وفي الوقت ذاته، قام العالم الروسي، "نيكولاي لوبتشفسكي" LOBATCHEVSKI (1779-1856)، بنفس الاكتشاف الذي جاء به "بولياي BOLYAI"، بمعنى وجود أكثر من موازواحد لمستقيم معين، ولم يقف الأمر عند هذا الحد من الاكتشاف، بل راح العالم الرياضي الألماني: "ك.ف.جاوس"K. F. Gauss(١٨٥٥-١٩١٧) يلفت أنظار الرياضيين، خصوصا بعد كشفه للهندسة اللاإقليدية، التي قام فيها بمحاولة اختبار تجريبي يتأكد بواسطته من هندسة العالم الفيزيائي، وتمثلت محاولته في قياس زوايا مثلث حدد أركانه بقمم ثلاثة جبال، وتوصل من تجربته بصياغة قياساته في عبارة دقيقة قال فيها:"أن المبدأ الإقليدي صحيح في حدود الأخطاء المحتملة للملاحظة، أي أنه إذا كان هناك انحراف لمجموع الزوايا عن ١٨٠°، فإن الأخطاء الحتمية للملاحظة تجعل من المستحيل إثبات وجوده"[2]. بمعنى إذا كان العالم الفيزيائي لا إقليديا، فإنه خاضع لنوع من الهندسة اللا إقليدية يبلغ اختلافه عن الهندسة الإقليدية حدا من الضآلة بحيث يستحيل معه التمييز بين الهندستين.

([1]).هانز ريشنباخ: نشأة الفلسفة العلمية، ص١١٩.

([2]).السابق ص١١٩ وما بعدها.

3- وما يدعم هذا الرأي، هو ما ذهب إليه الرياضي الألماني "برنارد ريمان" (1826-1866) B. RIMANT، الذي وضع نوعا أعم من الهندسة اللا إقليدية، يشمل نسقا لا توجد فيه **خطوط متوازية** على الإطلاق.

ويذهب "ريشنباخ" في التعليق على هذا بقوله:"والهندسة اللا إقليدية تناقض الهندسة الإقليدية- مثال ذلك أن مجموع زوايا المثلث في الهندسة اللاإقليدية، يختلف عن ١٨٠°، ومع ذلك فكل هندسة لا إقليدية لا تنطوي على تناقض داخلي، وإنما هي **نظام متسق** بنفس المعنى الذي تكون به هندسة إقليدس **متسقة**، وهكذا تحل كثرة من الهندسات محل النسق الإقليدي الواحد، وصحيح أن الهندسة الإقليدية تتميز عن الأخريات جميعا بأن من السهل تصورها بصريا"[1].

لكن تصور الهندسات الأخرى بصريا يبدو أمرا مستحيلا، بحيث يصعب تخيل بالبصر هندسة يكون فيها أكثر من موازواحد لمستقيم معين من نقطة معينة، غير أن الرياضيين كانوا ينظرون إلى مختلف الأنساق الرياضية على أنها متساوية في صحتها الرياضية، من دون النظر إلى إمكانية تصور هذه الهندسة في الواقع الفيزيائي، وهذا إن دل على شيء فإنما يدل على **إمكانية بناء هندسة من صنع العقل لا من صنع الواقع.**

4- ويذهب" هنري بوانكاريه" في نفس هذا الاتجاه، إلى اعتبار أن قوانين الهندسة لم تكن بشأن نصوص، بشأن حقائق، ولكنها كانت اصطلاحات اعتباطية حول كيفية استخدام مصطلحات مثل "الخط المستقيم" و"النقطة"، رغم أن هذا الكلام لم يقبل به الكثير من الرياضيين لكون: هل نصوص الهندسة عبارة عن "اصطلاحات فقط" في الوقت الذي يعتبرها البعض أنها "حقائق"؟[2].

([1]).المرجع نفسه: ص١٢٠.

([2]).فليب فرانك: فلسفة العلم، الصلة بين العلم والفلسفة، ص١١٢.

وإذا كانت نصوص الهندسة لا تعبر عن حقائق فإن هذا لا يمنعها من أن تعبر عن بنيات منطقية متماسكة لا تناقض فيها، في هذا الصّدد يقول"فليب فرانك":"وعلى هذا يمكننا أن نقول إن البنيات المنطقية مثل بنية الهندسة هي بنيات صحيحة في حد ذاتها دون أن تعتمد على ما يجري في الكون ويمكننا أن نقول أن الهندسة هي أداة **صنعناها** بهدف التعامل مع الأجسام الصلبة"[1]. وضمن هذا المعنى شرح أينشتاين هذا الأمر على النحو التالي: إن الهندسة لا تنبئنا عن أي شيء بشأن العالم المادي على نحو تأكيدي. أما بالنسبة لما تقوله عن تجاربنا المادية فهو أمر غير مؤكد[2].

ورغم أن أينشتاين قد تساءل عن "الفراغ الحقيقي" المحيط بنا هل هو إقليدي أم غير إقليدي فإن البعض من الرياضيين والفيزيائيين راح يثبت أن هذا "الفراغ الحقيقي" إقليدي حقا وأن الفراغ غير الإقليدي شيء **خيالي** فقط، إنه من صنع **خيالنا**[3].

إن هذه المسألة تضاربت حولها آراء العلماء والفلاسفة، وأدّت بهم في آخر المطاف إلى ضرورة التفرقة بين الهندسة الرياضية والهندسة الفيزيائية، على اعتبار أن تناول بنية الهندسة من وجهة نظر رياضية، يؤول إلى وجود كثرة من الأنساق الهندسية. وأن كل نسق هندسي متسق منطقيا، وهذا هو ما يؤكد عليه الرياضي ويطلبه. فهو(الرياضي) على حد تعبير "ريشنباخ"، لا تهمه حقيقة البديهيات بقدر ما تهمه **علاقات اللزوم بين البديهية والنظرية**. إذ أن القضايا الهندسية بالنسبة للرياضي تتخذ صورة "إذا كانت البديهيات صحيحة، كانت النظريات صحيحة". وهذا إن دلّ على شيء، فإنما يدل على

---

(1). المرجع نفسه، ص١١٢، ١١٣

(2). القول لأينشتاين: نقلا عن فليب فرانك: فلسفة العلم، ص١١٣.

(3). المرجع نفسه: ص١١٣.

أن صحّة هذه النظريات تتحقق بواسطة المنطق **الاستنباطي**، وعليه فهندسة الرياضي ذات **طبيعة تحليلية**.

بينما عندما يتعلق الأمر بالحديث عن الهندسة الفيزيائية فإن الأمر يختلف، وتفسير البديهيات والنظريات يأخذ معنى آخر لأن قضايا الهندسة هنا تعبر عن موضوعات فيزيائية، وهذا يوحي بفكر أن الهندسة هنا تعبر عن العالم الفيزيائي وبالتاي فهي ذات **طبيعة تجريبية**[1].

إننا نستطيع أن نختم الكلام عن الهندسة اللاإقليدية بذلك التساؤل الذي طرحه العالم ألبرت أينشتاين "وهنا يبرز اللغز الذي أعيى العلماء في كل عصر، كيف أمكن للرياضات وهي إنتاج الفكر البشري المستقل عن التجربة أن تتلاءم تلاؤما ممتازا مع غايات الحقيقة المادية؟ هل يمكن للعقل البشري في غيبة التجربة أن يكتشف صفات الأشياء الحقيقة من خلال التفكير البحت؟[2].

خلاصة

يمكننا أن نستشف من عرضنا لمختلف الأفكار المتعلقة بالهندسة اللاإقليدية مايلي:

-إمكانية الحديث عن فضاءات للهندسة بعيدة عن فضاء الهندسة الإقليدية بمبادئها الثلاثة.

-إمكانية تجاوز البديهيات الإقليدية المستوحاة من الواقع الفيزيائي، والحديث عن بديهيات ليست مرتبطة كل الارتباط بالتجربة، مثلما هو الأمر مع هندسة ريمان، وفكرة اللا توازي.

([1]).هانز ريشنباخ: نشأة الفلسفة العلمية، ص ١٢٨ وما بعدها.

([2]).ألبرت أينشتاين Geometry And Experience- موضوع قدم إلى الأكاديمية البروسية (برلين) عام ١٩٢١- نقلا عن فليب فرانك: فلسفة العلم، ص ١١٦.

-استحالة تصور الهندسات اللاإقليدية بصريا، رغم كونها تعبر عن أنساق رياضية متساوية في صحتها الرياضية، وهو ما أشار إليه البعض من العلماء من أن هناك فضاء يمكن من خلاله بناء هندسة من صنع العقل لا من صنع الواقع.

- وصل العلماء وخصوصا في الهندسة، إلى أنه يمكن بناء هندسات شكلية منطقية، تستطيع استبعاد بعض العمليات المادية مادام الهدف الأولي والرئيسي للرياضي هو الهدف المنطقي، الذي يعبر عن اتساق البديهيات مع النظريات، و المبادئ مع النتائج.

- الهندسات اللاإقليدية فرقت بوضوح بين الشكل المنطقي والمضمون الواقعي، فتحدثت عن هندسة رياضية وهندسة فيزيائية. وبالتالي فهي هندسات صارت تبحث عن الحقيقة الصورية من جهة العلاقات لا من جهة الحقائق المادية، كعلاقة اللزوم بين البديهية والنظرية.

- إن الهندسات اللاإقليدية كما يعبر عنها بوانكاريه -عندما استلهم أعمال ريمان ولوباتشفسكي- تنشأ فقط من اتفاق غير معلن بين جميع العقول.

- يظهر مما سبق كله أن وجود الهندسات اللاإقلدية يدل دلالة قاطعة على وجود تصور جديد للمكان، يختلف عما قدمته هندسة إقليدس، مع العلم بأن هندسة إقليدس ما يميزها عن غيرها هو انطباقها على عالم الإنسان الأرضي.

❁❁❁❁❁❁