نموذجان من المنطق الرياضي عند العرب

للدكتور احمد سليمان
عضو المجمع

أقدّم في هذه الصفحات ، للرياضيين المهتمين بدراسة الفكر الرياضي الاسلامي ، نصاً محققاً ، لرسالتين في المنطق الرياضي ، لقيناهما في المجموعة: عربي ــ ٢٤٥٧ ، في المكتبة الاهلية في باريس .

اولاهما عنوانها : **في المقادير المنطقة والصم** ، وهي الرسالة الاربعون في المجموعة ، وتقع في الصفحات ١٩٩ ظ الى ٢٠٣ظ ، ومؤلفها يوحنا بن يوسف بن الحارث بن البطريق ، المعروف بيوحنا القس .

ولا تذكر المصادر العربية عن يوحنا هذا سوى أنه كان يقوم بشرح كتاب اقليدس ، وانه نقل عن اليونانية .

وقد وصلت الينا رسالة في الهندسة ، من ترجمته ، وهو ينسبها الى أرخميدس ، ويبدو ان البيروني يرجح انها لسارينوس الثيبائي . وقد قدمناها للنشر في مجلة معهد المخطوطات في الكويت .

وصاحب الفهرست يترك فراغا أمام تاريخ وفاة يوحنا القس ، الا ان يوحنا نفسه يذكر انه وضع رسالة لسيف الدولة « أيّده الله »، فيكون قد عاش في ايام سيف الدولة ، اي في القرن الرابع الهجري .

والرسالة الثانية التي نقدمها هنا عنوانها : **القول في ان كل متصل فانه ينقسم الى اشياء تنقسم دائما بغير نهاية** . وهي الرسالة ٣٢ في مجموعة باريس المذكورة ، وتقع في الصفحات ١٨٧و الى ١٨٨و . ولا يذكر اسم

مؤلفها ، وهي تقع بين رسالة للماهاني ورسالة لثابت بن قرة . ومن مقارنة اسلوبها باسلوب رسالة الماهاني نجزم بانها ليست له .ومن الجدير بالذكر ان رسائل مجموعة باريس الفها ، او نقلها الى العربية ، رياضيون من القرنين الثالث والرابع الهجريين (التاسع والعاشر الميلاديين) .

والرسالة الاولى لا تتحدث عن شرح القواعد المتعلقة بالمقادير المنطقة والصم ، ولكنها تتكلم عن منطق اقليدس بصدد هذه المقادير ، وما أثير حوله من اعتراض . ويبدو انها كتبت رداً على اعتراض لفيلسوف العرب : يعقوب بن اسحق الكندي ، على الرياضيين : اولاً لقولهم ان القَطْع الزائد يقارب خطين مستقيمين ولا يلاقيهما ، وفي ظنه ان كل خطين يتقاربان يلتقيان . وثانياً لانهم يقولون بإمكانية تنصيف الخطوط وفي ظنه ان الخط اذا كان يتكون من عدد فردي من النقاط فانه لا ينتصف لأنّ تنصيفه يقتضي تنصيف نقطة الوسط .

ويبدو ان هذا الاعتراض بالذات هو الدافع لكتابة الرسالة الثانية . وهي رسالة طريفة وهامة ينحو كاتبها منحى شبه حديث اذ يبدأ بوضع مصطلحات خاصة يحددها ، ثم يمضي في شرح فكرة الاتصال بلغة لاينقصها سوى رمزية العصر الحاضر لنقول ان ديدكند اتى بات بجديد .

وفي الرسالتين أمور أخرى تسترعي انتباهنا . منها ادب الرجلين في إبطال آراء الكندي ، دون تجريح ، على خلاف ما يجري في هذه الايام. فبوحنا يشير اليه اولاً بأنه فاضلٌ يشرح كتب ارسطو ، ثم يذكره بكنيته: الكندي . وصاحب الرسالة الثانية يشير الى الرأي الذي هو قيد البحث، ويستنكره دون أيّ اشارة الى صاحبه . هذا مع ان الرجلين قد يكونان كتبا رسالتيهما بعد قرابة قرن من وفاة الكندي (حوالي ٢٦٠ هـ .

وتكشف لنا الرسالتان جانبا من عقلية الكندي النقّادة ، فهو ،وان اخطأ فهمَ الفكرة الرياضية ، في كلا الاعتراضين يبدو انه ذو اصالة في تفكيـــره ، لا يسلم بسهولة .

ومثل هذا الامر دعاه الى الاعتراض على اللغويين اذ قال انهم يكثرون من الحشو في كلامهم ، فأن قولهم : أن زيداً لقائمٌ مثل قولهم زيدٌ قائمٌ. فاجابه اللغويون بقولهم : « زيدٌ قائمٌ » جملة خبرية عادية . اما « أن زيداً قائمٌ » فتؤكد قيام زيد لمن بدا عنده شك فيه .وأما « أن زيداً لقائمٌ » فتؤكد قيام زيد لمن انكر قيامه

والكندي على كل حال لم يكن ضعيفا في اللغة ولا في المنطق الرياضي، كما تشهد كتبه التي وصلت الينا . ولا نعرف مأخذاً رياضيا عليه سوى انه حسب ، كما حسب كل الرياضيين حتى عصر نيوتن ، ان حاصـــــل قسمة الصفر على صفر هو صفر . وهذا خطأ لا ينبغي ان نقسو فـــي محاسبته عليه باكثر من قسوة يوحنا القس في محاسبته على فكرة الخطين المتقاربيـــــن .

ومهما يكن من امر ففي ظني ان الرسالتين اللتين أُقدّمهما هنا تستحقان اهتمام رجال المنطق الرياضي وقد حققتُ النص على طريقتي في تجنب أثقاله بالحواشي والشروح ، بتصحيح الأخطاء التي تبدو سهواً من الناسخ دون إشارة اليها . وما اضيفه من عندي اضعه بين الحاصرتين [ ] ، وما اراه حشوا اضعه بين الحاصرتين ( )

والله ولي التوفيـــق

د. أحمـــد سعيدان

عضو مجمع اللغة العربية الاردني

الرسالة ٤٠ من المجموعة : عربي ٢٤٥٧ ، باريس

[١٩٩ ظ]

بسم الله الرحمن الرحيم

مقالة يوحنا بن يوسف بن الحارث

في المقادير المنطقة والصم

قال : لما كان لكل صناعة مبادىء مسلّمة واصول ، يرجع في صحتها الى الفيلسوف الاول ، الذي هو الباحث عن الاوائل — ولست اريد هاهنا بقولي « الاوائل » : الاشياء التي تجري مجرى الاصول التي يقع الاتفاق عليها ، وهي الاشياء التي هي مبادىء عقلية ، فأن ما جرى امره هذا المجرى لا يحتاج الى برهان ، اذ هو مبدأ وأصل للبراهين — وكان هذا الفيلسوف هو الناظر والموفي لها حق التوفية والبحث عنها . فعلى هذا القياس يجب ان يكون لصناعة الهندسة مبادىء وأصول ليس من شأن المهندس أن يطالب بصحتها والبرهان عليها . من ذلك انه يتسلّم وجود دائرة صحيحة الاستدارة ، بما حدّ به اقليدس الدائرة ، فأنه قال ان الدائرة شكل يحيط به خط واحد ، في داخله نقطة ، كل الخطوط المستقيمة التي تخرج منها وتنتهي الى ذلك الخط مساوٍ بعضها لبعض . فقد أوجب بما ذكره من تساوي جميع الخطوط التي تخرج من المركز الى الخط المحيط ان تكون الاستدارة صحيحة ، لايشوبها شيء من الزلل . واكثر ما يمكن المهندس أن يبرهن هذا القول ويأتي فيه بقول مقنع : بأن يقول : أنا لو توهمنا خطاً مستقيماً ، فقد اثبتت احدى نهايتيه ، وادير في سطح واحد مسطوح الى ان ينتهي الى الموضع الذي منه ابتُدىء بالحركة ، فأنه

كان سيحدث من حركته شكل يحيط به خط واحد ، وهو الحادث من انتقال النقطة ، بانتقال الخط ، اذ كانت نهايته ، فتلزمها النقلة بانتقال ما هي نهاية له ، ولما كان الخط في جميع حركته غير متغير في مقداره ، لزم لهذه العلة ان تكون الابعاد التي من النقطة الثابتة الى الخط المحيط ، كلها سواء اي متساوية ، لايزيد بعضها على بعض ولا يشوبها [٢٠٠ و] اختلاف .

فهذا القول ، وان كان ظاهره مقنعا ، ففيه اشياء قد تُسلِّمت : منها ان النقطة تخرج منها خطوط كثيرة ، وانه لا جهة لها ، وان النقطة قد يقال فيها أنها ثابتة ، والشيء الثابت انما يثبت في المكان ، اذ كان للثبات ضد النقلة ، والنقلة في المكان ، فينبغي ان يكون الثابت انما يفهم من شأنه انه غير منتقل عن مكانه ، والذي يحيط به المكان فهو جسم . فعلى هذا القول تصير النقطة جسما ، وذلك غير ممكن .

وايضا قد يقال : الخط بأسره متصل ،فعلى اي سبيل يكون ، ليت شعري ، طرفه ساكنا وهو بأسره متحول ؟ فهل الطرف جزء منه، او ليس بجزء ؟ فان كان جزءاً لزمه النقلة ، بانتقال الكل ، وان كان ليس بجزء منه فقد يمكن ان يفارقه في وقت من الاوقات . او ليس هو متصلا به ، ولا هو جزء منه .

فهذه المطالب والمباحث ليس من شأن المهندس النظر فيها ، او ليست من صناعته . فهو يأخذ امر الدائرة ووجودها مسلَّماً .

ومما يتسلم المهندس ايضا ان جميع النقط بينها مسافة ، وان النقطة الواحدة يخرج منها خطوط لا نهاية لكثرتها بالقوة ، فيبني امره على هذه الاصول الموطاة له .

فاذا حصَّل هذه المبادىء ، وجعلها أصولاً له ، بنى عليها ان كل خط مستقيم يمكن فيه القسمة الى ما لانهاية له ، بخطوط ، وانه ليس ، كما

ظن بعض الناس انه مركّب من نقط ، فينتج له من الاصول التي وطاها عدم الجزء .

وانه ليكثر تعجبي من واضع تفسير المقالة العاشرة لأقليدس ، فقد يقال انه لبابوس ، ولم يصح ، لانه وقع الى يوناني عليه موقع لسلبانوس ثيباوس * ، اذ يقول ان الشكل الاول من العاشرة قد تبين بـــه عدم تناهي قسمة المقادير . واظن ان من الناس من قال بأن عدم التناهي في قسمة المقادير قد تبين في المقالة الثانية مـــن ابلونيوس ، في خواص قطـــوع المخروط ، فأنه هناك يقول ابلونيوس : ان الخطين اللذين يسميان بالخطين الغير واقعين على القَطْع الزائد [٢٠٠ ظ] اذا أخرجا من القَطْع اخراجا ، الى ما لا نهاية لـــه ، لم يلق كل واحد منهما القَطْع الزائد ، وانهما يقربان من القَطْع دائما ، ولا يلتقيانه . فيكون خطّان يقرب احدهما من الآخر ،دائما ، ولا يلتقيان .

وقد نحتاج الى هذا المعنى في الاحتراس من الخطأ الواقع على بعض الناس ،في حدّه الخطوط المتوازية بانها هي التي تكون الابعاد التي بينهـــا متساوية وفي عكسه لهذا القول بأن الخطوط التي ليست الابعاد التي بينها متساوية فهي تلتقـــي ، وكان في ظنـــه أن هـــذا القول ، من غير شرط يزاد فيه ، يكون صادقا . وهذا الرجل ، فهو رجل جليل ، مـــن معسري كتب ارسطوطاليس .

وينبغي أن نعلم اننا متى لم نزد في قولنا بأن الخطين يكونان متساويين وكان قولنا مطلقاً بأن الخطوط التي الابعاد التي بينها غير متساوية تلتقي يكون هذا القول خطأ ، بل محالا ، كما بينه ابلونيوس ، ولا يصح الا بعد اشتراط في الخطّين : أن يقال ان الخطّين المستقيمين اللذين يقرب احدهما من الاخر فأنهما يلتقيان لا محالة . ولا يطلق القول في كل خطّين .

---

* هكذا والاسم الصحيح سارينوس ثيباوس اي سارينوس الثيبائي

وقد شرحتُ هذه المعاني ولخصتها،بحسب ما يحتاج اليه في التقاء الخطين المستقيمين الخارجين من طرفي خط مستقيم على اقل من زاويتين قائمتين ، متي كانت الثلاثة خطوط في سطح واحد ، في مقالة عملتها لـ.. جناب الدولة ،أيّده الله .

وانا اقول ان عدم التناهي في المقادير قد تبين في الشكل العاشر من المقالة الاولى من كتاب اقليدس في الاصول ،على تسلّم الاصول المذكورة. الا ترى لو نازعنا منازع في وجود الدائرة لبطل علينا عمل مثلث متساوي الساقين على خط مستقيم،وكان ببطلانه تبطل قسمة الزاوية المستقيمة الخطين [٢٠١و] بنصفين ، غير عمل اقليدس ،اعني استعمال اقامة المثلث المتساوي الساقين على خط مستقيم معلوم، في قسمتها نصفين.

وانا اقول انه ليس يمكن ان يأتي انسان بمبادىء لهذه الصناعة، غير المبادىء والاوائل التي اتى بها اقليدس . اعني انه عمل اولاً مثلثاً متساوي الاضلاع على خط مستقيم ، وترقى منه الى قسمة الزاوية المستقيمة الخطين ، بنصفين ،الى قسمة الخط المستقيم بنصفين ، وتدرج من ذلك الى سائر اعماله . وما كان يمكنه ان يأتي بشيء من سائر تلك الاعمال، دون قسمة الخط المستقيم بنصفين اولاً ،فاضطر الى ان قدّم اولا قسمة الزاوية المستقيمة الخطين ، بنصفين ،

وينبغي ان يعلم انه قد تستوي قسمة الزاوية المستقيمة الخطين بنصفين من غير استعمالنا الشكل الثامن : بأن نستعمل المقدمة الثانية من الخمس مقدمات التي وقع الاقرار بها ، ثم نستعمل الاول ، ثم الخامس ثم الرابع.

واظن اقليدس لا يستعمل الطريق الذي أتى به ليفيد ايضا عكس الشكل الرابع بالقرب . وكان من الصواب ان لايؤخره، اذ كان هذا المذهب

اليق بطريق التحليل . فاضطر ، لهذه العلة ، الى ان اورد السابع . والا فقد كان يمكن أن يأتي اولا بالشكل الرابع، فيجعله اولا ، ثم الخامس ، ويجعله ثانيا ، ويستعمل فيه المعنى الثاني من المعاني التي وقع الاقرار بها ، ثم يأتي بقسمة الزاوية المستقيمة الخطين بنصفين ، وبعد ذلك يأتي بقسمة الخط المستقيم بنصفين ، فيكون هو الشكل الرابع .

فلما عدم التناهي في القسمة ، انما يصح للمهندس ، على حسب أصوله الموطاة المسلّمة له ، اذ كان ما ظهر الى وقتنا لاحد من المهندسين، قسمة الخط بنصفين ، من غير استعمال هذه الاوائل ، كان من الواجب الا يطالب المهندس بالبرهان على عدم الجزء .

ومما يزداد عجبي منه : امر الكندي ،مع فضله :عمل مقالة في عدم الجزء، قد اخذ في أن يبين عدمه ، بتسلم هذه الاصول . الله المستعان ! اذا سلّم لنا هذه الاصول،ما حاجتنا الى غير ما ذكره اقليدس ، من قسمة الخط المستقيم بنصفين ، في صحة عدم الجزء !

فلما كانت المقادير تمر الى ما لانهاية له ، بالقوة [٢٠١ظ] في القسمة، بمقادير من جنسها ، اعني : الخط ينقسم دائما ، الى ما لانهاية له ، بالقوة بخطوط.والسطح ينقسم الى ما لا نهاية له ،ايضا بالقوة،بسطوح.والجسم ينقسم الى ما لا نهاية له ، من طريق الامكان والقوة ، الى اجسام ، لم يكن سبيلها كسبيل الأعداد ، اذ كان للأعداد شيء يقدرها كلها ، وتكال به، وهو الواحد . والمقادير ليست كذلك . اعني ان ليس لها شيء واحد ، يقدرها كلها ، وتمسح به : لانه ان قال ان للمقادير شيئاً واحداً يمسحها ويقدرها ، وجب ان يكون ذلك الشيء هو اقل القليل منها ، ولايمكن ان يكون اقل منه.ولهذا نقض

الاصل . فالهندسي لما تأمل أمر المقادير ، فوجدها ، على حسب اصولها ، يلزمها ان لا يكون لها شيء تمسح به ، هو اقل القليل منها ، جعلها في حيز غير حيز الأعداد ، فكانت الأعداد كلها في حيز الاشتراك ، والمقادير كلها في حيز عدم الاشتراك .. فلما تصفح أمر جزئيات المقادير ، وجد منها ما له اشتراك ومنها ما لا اشتراك فيه ، فماكان منها مشتركا : قال ان نسبة بعضها الى بعض ، كنسبة عدد الى عدد ، وما كان لاشتراك فيها : سماها متباينة ، وهي الصم .

فالتباين اذن انما وقع في المقادير ، على هذه الجهة ، اعني لعدم وجود مقدار هو اصغر المقادير ، وانه لايمكن ان يوجد مقدار منزلته بين سائر المقادير كسبيل الواحد في الأعداد .

فعلى هذا القياس ، متى فرض لنا مقدار من المقادير ، فقيل فيه أنه كذا وكذا ذراع ، او قدم ، او شبر ، اي لفظ لمساحته ، ثم اضيف قدره الى قدر آخر من جنسه ، فلم يكن قدره ، اذا اضيف اليه ، انه مثله ، او جزء او اجزاء ، او اضعافه ، او هو اضعافه وجزء ، او اضعافه واجزاء ، او هو مثله وجزء او مثله واجزاء ، فان هذه هي احوال كل عددين يضاف قدر احدهما الى نظيره ، فان لم تكن واحدة من هذه الاضافات ، اي النسب ، لذينك المقدارين ، قيل حينئذ ان ذلك المقدار الاخر يكون أصم ؛ وكانا متباينين ، لعدم الاشتراك فيهما .

فقد صار المنطق انما هو بأن يقال في المقدار انه كذا وكذا بعددها ، اعني بأعداد يكون الواحد منها محصلاً له الى الواحد نسبة عددية .

وينبغي [٢٠٢و] أن يعلم ان سبيل المقدار المبتدأ به ، اي الذي يفرض اولا ، ويقال انه منطق ، منزلته ، من سائر المقادير التي من جنسه ، المنطقة منها كسبيل الواحد من الأعداد .

واما المقدار الواحد الذي لايضاف قدره الى قدر آخر من جنسه، معلوم المساحة ، اي يلفظ بمساحته ، فيقال فيها : كذا وكذا ذراع، او شبر مثلا ، أو يفرض مقدار كذا وكذا من العدد ، فلا يقال عنه انه يكون منطقا او هـو اصم .

فعلى هـذه الجهة يجب ان نتصفح امـر المقادير ، ولا نطلق القول فيه بالتخريف، كأن يقال أن مقدار كذا يكون منطقا ، أو هو أصم. فقد تبين أن عدم النطق في المقادير انما سببه التباين ، وعدم الاشتراك .

وليس عكس هذا القول بحق، اي انه ليس جميع المشتركة تكـون منطقة ، وذلك لأنّا قد نجد مقادير صُمَّ تشترك مثل جذر عشرة ، عند جذر اثنين ونصف ، ومثل جذر خمسة عشر عند جذر واحد وثلثين: فان جذر واحد وثلثين هو ثلث جذر خمسة عشر .

ألا ترى أنا لوفرضنا سطحاً يحيط به خطّان ، وأنزلنا ان أحد الخطين ثلاثة ، والاخر ستة ، لكان تكسير ذلك السطح ثمانية عشر . ثم انا لو عملنا مربعا مثل ذلك السطح لكان ضلع ذلك المربع جذر ثمانية عشر . وليس لنا عدد من الأعداد يضرب في مثله ، فيكون ثمانية عشر . فأن ادّعى مدّعٍ فقال : قد يكون لثمانية عشر جذر ، هو عدد معه كسر من الواحد، هو جزء او اجزاء ، قلنا في جواب ذلك : ان كل عدد معه جزء او اجـزاء من الواحـد ، يضـرب في مثله ، فـأن الكائـن يكـون عدداً معه كسر من الواحد . وقد تبين ذلك بالبرهان ، فقد صار الخط الذي هو ضلع مربع ، تكسيره ثمانية عشر ، عددا معه كسر من واحد من تلك المقادير التي بها اضلاع ذلك السطح منطقة . ليس هو جزء ، ولا اجزاء منه، وليس يوجد في العدد كسر من واحـد ، ليس هو جـزءا ولا اجزاء منه . فقد صـار هذا الخـط غير منطـق ، لما تسـاه الى خـط قد جعل بمقدار ما ، اي قسم باقسام عددها كذا وكذا .

وقد يمكن ان نقيسه الى خط آخر فيكون [٢٠٢ظ] منطقاً ، الى ذلك الخط بعينه ، بان نجعل الاقسام التي كانت مثلا ، ثلاثة : اربعة ،ونجعل اقسام الخط الآخر التي كانت ستة : ستة عشر ، فيكون حينئذ الخط الذي كان جذر ثمانية عشر : جذر اربعة وستين ، فيكون منطقاً ، بتلك الاقسام، فقد صار منطقاً .

وليس ينبغي ان نتشكك في هذا الموضع ، فنقول : انا متى برهنا على خط كذا انه منطق ،فأن غيرنا قد يمكن ان يبرهن عليه انه أصم ، فيكون خط واحد ، بعينه ، منطقاً وغير منطق . وذلك غير ممكن . فينحلّ هذا الشك بأن يقال : ان الطريق الذي [به] برهنا عليه انه منطق ، مثلا،انما صح لانا اضفناه الى خط كذا ، وصار غير منطق لما اضفناه الى خط آخر او الى ذلك الخط بعينه ، الا انا غيّرنا اقسام ذلك الخط ، كانه مثلا كان اولاً خمسة اقسام ، وفي الدفعة الثانية عشرة اقسام . فقد يغلط بهذا المعنى قوم كثير . فالخط،ان لم يضف الى غيره ، ويسمى به مقدار ما، أو يحصل له مقدار مفروض ، فيقال : هو كذا وكذا، لايقال فيه انه منطق او اصم .

فقد صحّ مما قلنا ان المنطق انما هو على حسب قياسه الى خط آخر، متى اتفق ان تكون نسبتهما نسبة عددية ، بعد أن يكون احدهما قد فرض، فقيل فيه : انه عشرة مثلاً، وتكون تلك العشرة معلومة المقدار ، لا مجهولة ، اي يوجد في الأعداد مثلها . وذلك انه قد يمكننا ان نقسم جذر مسطح تكسيره عشرة ، بعشرة اقسام ، فتلك العشرة مجهولة لايوجد مثلها في الأعداد ، اي واحد منها، ليس له نسبة الى الواحد الذي هو مبدا الأعداد .

ويتضح ايضا ما قلنا بهذا المعنى : قد تبيّن ان ضلع المربع غير مشارك للقطر ، بطرق احدها هذا ، وهو اقصرها واقرب مما حكاه جالينوس في كتابه في البرهان :

لما كان مربع القطر ضعف مربع الضلع ، ولم يكن في الاعداد المربعة ما يمكن فيه اذا اضعف ان يكون لضعفه جذر . الا انه ان قال قائل : أن ذلك ممكن ،لزم قوله ان يكون بين الاثنين والواحد عدد ، وذلك محال فلما لم يوجد ، في الاعداد المربعة ما اذا اضعف كان لضعفه جذر، وجب لهذا السبب [٢٠٣و] ان لا تكون نسبة القطر الى الضلع ، كنسبة عدد الى عدد ، محصلا ، في عدم الاشتراك في الطول. فان فرض احدهما باعداد ما ، أي قيل فيه : انه خمسة مثلا ، لم يكن الآخر منطقا بتلك الاقسام او ليست نسبة احدهما الى الآخر كنسبة عددية . وكان الآخر لا يوجد له عدد بتلك المقادير ،او لايعده واحد من تلك المقادير التي فرضنا انها تمسح الآخر . فان غيرت تلك المقادير الى مقادير اخر ، جاز ان يكون الذي كان غير منطق في الطول في الدفعة الاولى ، منطقا في الطول في الدفعة الثانية .فقد صار المنطق والاصم انما يوجد في المقادير على حسب ما يفرض . فيلزم منه أن يوجد مثله ، على نسبة عددية، أو لايوجد .

وينبغي ان يشترط ايضا في هذا المعنى فيقال ، بعد أن يكون المفروض يلفظ بما فيه ، بالقياس الى الواحد ، والى الذراع مثلا . لانا متى لم نشترط هذه الشريطة ، لزم ان تكون جميع المقادير المشتركة منطقة وليست كذلك لانا قد نجد مقدارين ، نسبة احدهما الى الآخر كنسبة عدد الى عدد ، وكل واحد منهما اصم . وذلك انا لو قسمنا جذر عشرة بعشرين قسما مثلا ثم أخذنا ثمانية اقسام من هذه الاقسام ، كانت نسبة احد القسمين الى الآخر كنسبة ثمانية الى عشرين ، وكل واحد منهما غير منطق .

فالمنطق والاصم انما هو بحسب ما يلزم المقادير من الاحوال النسبية. فالاحوال العددية،في الجذور وعدم الجذور أو وجود النسب التي يوجد مثلها في

الاعداد ، او عدمها . الا ترى لو قيل لنا : دائرة قطرها عشرة اذرع، كم ضلع المخمس المعمول فيها ؟ لما كان لنا سبيل الى أن نلفظ بقدره ، بقياسه الى اقسام القطر ، لانه ليس يوجد في الاعداد تلك النسبة . وان كان قد يوجد في الصم نسبة عددية ، الا انها ليس تصير منطقة من اجل ذلك لان الواحد فيها مقداره غير محصل لان ليست نسبته الى الواحد الذي منه تتركب الاعداد ،نسبة جزء او اجزاء .

ولو بدل السؤال فقيل : فرضنا ضلع المخمس للدائرة المعمولة [٢٠٣ظ] عشرة اذرع ، مثلا بغير الذراع الاول الذي كان به الضلع معلوما ، كم قطرها ؟ لما كان سبيل الى ان نقول ان قطرها تكون مساحته ، بتلك الاذرع الثابتة : كذا وكذا . فقد تبين وظهر ، بحسب ما يليق بهذا الموضع ما معنى قول المهندس في المقادير : انها منطقة او صم.

وقد كنت احب ان يتسع لي الزمان فاحضر في هذا الباب معاني دقيقة لطيفة تليق بلطيف فهم الامير السيد ، اطال الله بقاه . ولكن ضيق الزمان علي عاق عن استيفاء جميع ما يحتاج اليه في هذا المعنى . ففيما دونه في هذا الوقت مقنع ، الى ان يسهل الله لي الفراغ ، فاسارع الى ما اسعد به من امر الامير السيد ادام الله تأييده .

تمت والحمد الله بما استحقه

عورض باصل يوحنا بن يوسف وصحح . ولله الحمد والمنة .

[١٨٧و] بسم الله الرحمن الرحيم

القول في ان كل متصل فانه ينقسم الى اشياء تنقسم دائما بغير نهاية.

الاشياء المتتالية ، هي التي لايوجد فيما بينها شيء ، مما يدخل في نوعها ، وذلك انه ليس مانع يمنع من ان يكون فيما بين المتتالية شيء آخر. فأما من نوعها فلا يمكن أن يوجد . مثال ذلك ان البيوت يقال فيها انها متتالية اذا لم يكن فيما بينها بيت . ويقال في الخطوط انها متتالة ، اذا لم يكن فيما بينها خط . ويتلو [شيئا] شيء ثان ابداً وبعد شيء غيره .

والاشياء المتماسة هي التي نهاياتها متلاقية . واعنى بالتلاقية هاهنا ما ليس فيما بين نهاياتها شيء اصلا ، من نوعها ، ولا من غير نوعها .

والاشياء المتصلة هي التي أواخرها واحدة .

وكل شيئين تماسّا فقد امتنعا من حيث تماسّا ، ان يماسّهما ، او احدهما ، منه شيء ثالث ، ما داما متماسين .

اذا كان ثلاثة اجزاء ، وكان الاول يماسّ الثاني ، والثاني يماسّ الثالث ، ولم يماسّ الاول الثالث ، فأن الثاني **محتمل الانقسام** : بيان ذلك ان الثاني لقي الاول بجهة غير الجهة التي لقي بها الثالث . واذا كان ذلك كذلك فيمكن تفريق ما بين الجهتين ، بالانقسام ، في الفكر ، أن فات الحس .

وان ماسّ الاول الثاني والثاني الاول : هذا كله ، لهذا كله ، ولم تكن لواحد منهما جهة خالية ، غير مماسّة احدهما الآخر ، فليس يمكن ان يماسّ الثالث ، لا الاول ، ولا الثاني :

بيان ذلك انه ان ماسّ الثاني الثالثُ ، فليس يخلو من ان يكون تماسّه بكلّه او بجهة من جهاته ، ان كان ذا جهات . فأن ماسّه بجهة من جهاته ، فقد لقي الثالث من الثاني ، ما لقي الاول من الثاني ، وما لقي الاول من الثالث

هو ما لقي الاول من الثاني . والثلاث الجهات متساوية . فقد شغل [١٨٧ظ] الاول والثالث من الثاني ، بجهتين متساويتيـــن : جهة واحدة من الثالث مساوية لاحدهما ،لم يفصلا عنه . هذا خلف ، لا يمكن .

وان لقي الثالث الثاني ،كلّه بكلّه ، وكل الثاني مشغول بكل الاول ، فان القول في تخليف هذا القول ، كالقول في الجهة الواحدة لان الثاني قد لقي بكله ، كل الاول ، وكل الثالث،ولم يفصلا . وقد شغل الثالث من الثانـــي مـــا شغله الاول من الثاني . هذا خلف .

شيئـــان غيـــر متجزئيـــن ، لا يتماسّـــان ، فـــان امكـــن ذلـــك فليتماسّ ا ، ب ـــــــ أ ـــــــ ب ـــــــ والاشياء المتماسّة هي التي نهاياتهـــا متلاقيـــة . فنهايتـــا ا ، ب متلاقيتان . والاشيـــاء ذوات النهاية متجزئة . فاذن ا،ب متجزئان . وقد كانا فرضا غير متجزئين . هـــذا خلف . فاذن ليس ا ، ب متماسّيْن .

شيئان غير متجزئين ، لايمكن ان يكون منهماشيء واحد متصل . فان امكن ذلك ، فليكن من ا ومن ب شيء واحد متصل ، والاشياء المتصلة هي اولا متماسة ، لانه لا يكون شيء متصل من اشياء لايمكن ان تكون متماسة فاذن ا،ب الغير متجزئين متماسّان . وقد تبين ان شيئين غير متجزئين لا يتماسّان . هذا خلف .

شيئان غير متجزئين لا بد من أن يكون بينهما شيء متصل . مثال ذلك أن نفرض ا،ب غير متجزئين . فاقول ان بينهما شيئاً متصلاً . برهان ذلك انه اذا لم يكن بينهما شيء متصل ، يكون ا،ب متماسين . وقد بينا ان الاشياء الغير متجزئة لا يمكن ان تكون متماسّة . فاذن بين ا،ب شيء متصل.

شيئان غير متجزئين لا يمكن ان يكونا متتاليين . مثال ذلك ان نفرض شيئين غير متجزئين ، وهما ا،ب،فاقول أن ا،ب ليسا متتالين . برهان ذلك أن قد تبيّن ان كل شيئين غير متجزئين ، فلا بـــد من ان يكون بينهما شيء

فمن قبل أن ا،ب غير متجزئين ، ففيهما لا محالة شيء متصل . فليكن بينهما ج ، د ، فيكون ج د متصلا ، ولنقسم ج د المتصل ، على نقطة هـ فنقطة هـ غير متجزئة ، فقد صار بين ا ، ب الغير متجزئتين ، شيء غير متجزىء ، وهو هـ . والاشياء المتتالية هي التي ليس بينها شيء مجانس لها . فاذن ا ، ب غير متتاليين . لانهما لو كانا متتاليين لم يكن بينهما شيء من جنسهما .

واذ قد وطّنا هذه الاشياء ، فينبغي ان نذكر الشيء الذي من أجله وطناها فنقول : كل متصل فانه يتجزأ الى اجزاء متجزئة ، وذلك الى غير نهاية . مثال ذلك ان نفرض شيئا متصلا عليه ا ب : ا ـــــ هـ ـــــ ب فاقول : ان ا ب يتجزأ دائما بغير نهاية .

برهان ذلك ان نجزى ا ب المتصل بجزأين يكونان ا هـ ، هـ ب فليس يخلو ا هـ ، هـ ب من ان يكونا متجزئين أو غير متجزئين . فان كانا غير متجزئين ، كان ا ب المتصل من شيئين غير متجزئين . وقد تبيّن ان شيئين غير متجزئين لا يكون منهما شيء متصل . وان كانا متجزئين ، بحثنا عن أجزائهما هذا البحث بعينه . وكذلك أجزاء اجزائهما ، وأجزاء أجزاء أجزائهما وذلك بغير نهاية . ونقول ايضا ان كل متصل فانه منقسم الى اشياء تنقسم دائما بغير نهاية .

برهان ذلك ان كل عِظَم متصل : اما ان يكون منقسماً واما ان يكون غير منقسم . ولكنه ليس يمكن ان يكون غير منقسم [١٨٨و] والا لم يكن عظماً متصلا . فهو اذن منقسم ، وكل منقسم اما ان يكون منقسما الى ما ينقسم دائما ، او الى مالاينقسم . ولكنه ليس ينقسم الى ما لاينقسم ، والا صار مركبا من اشياء لا تنقسم . وقد بينا ان ذلك محال . فهو اذن ينقسم الى ما ينقسم دائما .

وايضا ان كان العظم من اشياء لا تنقسم ، فقد يمكن ان يكون خط اطول من خط بنقطة ، وان كان هذا ممكناً فقد تنقسم النقطة بنصفين . وذلك انه اذا كان كل خط فهو ينقسم بنصفين كما تبين في المقالة الاولى من كتاب اقليدس . فالخط الذي هو اطول بنقطة ، او اقصر بنقطة ، ينقسم ايضا بنصفين ، فاذا انقسم الاطول بنصفين . فان النقطة ايضا تنقسم بنصفين . وبالجملة اذا كان الخط مركبا من نقط عددها فرد، ثم قسم بنصفين ، فان النقطة تنقسم بنصفين . وقد يمكن ان تكون دائرة مركبة من نقط عددها فرد. واذا وجدت هذه لم يمكن ان تنقسم بنصفين ، فيبطل ان يكون القطر يقسم الدائرة بنصفين .

وما كان من هذا النحو لا يمكن ان يكون له نصف ولا ربع ولا ثمن ، وبالجملة لا ينقسم باقسام متساوية عددها زوج البتة . واذا كان هذا هكذا ، فكيف استعمل الناس على قسمة الاشياء على قدر ما ارادوا ؟ كيف استعمل الحُسَّاب القسمة ، فيما يحسبون ، الى غير نهاية ؟ وباي شيء ليت شعري ، يتزيف قول اقليدس ان الخط ينقسم بنصفين وباي الاقسام اراد الذي يقسم .

ونقول ايضا : اذا كانت ستة اجزاء وامكن ان يتركب من كل ثلاثة منها مثلث ، ومن المثلثين جرم، بنصب احدهما على الآخر ، فانه يمكن ان يتركب من اربعة منها جرم مخروط .

بيان ذلك : انا اذا عملنا مثلثا وجعلنا الجزء الرابع وسطا بين زوايا المثلث الثلاث ، فيكون علوه على المثلث كعلو السطح اذا ركب على السطح اذا تركب من اربعة اجزاء مخروط فان اجزاء المثلث الثلاثة تتجزأ.

برهان ذلك انا اذا توهمنا جزءاً موضوعاً على السطح ذي الثلاثة الاجزاء ، فانه يماسّ بعض الاجزاء الثلاثة ، من حيث تماسّت . وقد فضل من جميع الاجزاء الثلاثة عنه فضلات ، بتوهم التفريق بينها وبين ما ماسّ الرابع منها . فهي اذن منقسمة بالفكر اذا فاتت الحس .

وان ماسّ الرابع الثلاثة اجمع ، ولم ينفصل عنه شيء . فالواحد مساوٍ للثلاثة . وقد كنا قلنا ان الاربعة الاجزاء مساوٍ بعضها لبعض . والمثلث ينقسم لثلاثة اجزاء . فالجزء اذن ينقسم لثلاثة اجزاء والجزء لا ينقسم لا بالقوة ولا بالفعل . هذا خلف .

الاشياء المتصلة هي التي اواخرها واحدة والاشياء المتماسّة ليست اواخرها واحدة	فاذن الاشياء المتماسة ليست متصلة
والاشياء المتماسة هي التي نهاياتها متلاقية والنقط وما يجري مجراها لانهايات لها ولا يمكن ان تكون متلاقية	فاذن النقط وما جرى مجراها لا يمكن ان تكون متماسة

والاشياء التي من شانها ان يكون منها شيء متصل هي التي يتهيا فيها ان تكون متماسة . والنقط وما جرى مجراها لا يمكن فيها ان تكون متماسة . فاذن النقط وما جرى مجراها ليس يمكن ان يكون منها شيء متصل ، فهو منقسم دائما الى اشياء تنقسم . وذلك ما اردنا ان نبين .

تمّ بحمد الله ومنّه