# مقدمة الناشر

أخي القارىء الكريم

كثر في الآونة الأخيرة وفي أصقاع الأرض المختلفة الحديث عن الثورة في الرياضيات وعن التطورات التي طرأت على هذه المادة ، كما أن مكتبات العالم أصبحت تضم عدداً كبيراً من المؤلفات في الرياضيات المعاصرة في حين لا تزال المكتبة العربية فقيرة جداً بل تكاد لا تحوي أي كتاب في هذا الموضوع .

ولم يقتصر أثر هذا التطور الذي طرأ على الرياضيات على مناهج التدريس في الجامعات ، بل أخذ طريقه إلى المدارس الثانوية ، وقد لا يكون بعيداً ذلك اليوم الذي يأخذ فيه طريقه إلى المدارس الابتدائية أيضاً .

لذلك ولتيسير السبيل على المهتمين في البلاد العربية رأت « مؤسسة الرسالة» أن تتجه إلى بعض أساتذة التعليم الجامعي ممن يهتمون بمثل هذه المواضيع راجية المشاركة في اصدار سلسلة من الكتب غايتها :

(١) أن تساعد الطالب الجامعي الذي لم يتيسر له الاطلاع على الرياضيات المعاصرة من قبل .

(٢) أن تكون مرجعاً للاستاذ في التعليم الثانوي الذي يقوم بتدريس هذه المواد في تلك الأقطار التي أدخلت في مناهجها الرياضيات المعاصرة .

(٣) أن تفيد الطالب الثانوي وتمكنه من الفهم الصحيح بما تقدمه من دراسة نظرية ومسائل .

ولا يسع هذه المؤسسة إلا أن تقدم شكرها العميق لهؤلاء الأساتذة لتجاوبهم مع هذا المشروع ولاهتمامهم به .

وأخيراً فان مؤسستنا ، وهي تفخر بمبادرتها هذه التي تخدم أول ما تخدم المستوى الثقافي لأبناء أمتنا ، ترجو ان تكون بعملها هذا قد سدت ثغرة من الثغرات والله الموفق .

بيروت ١٣٩١ — ١٩٧١

# مُقَـدِمَة

يكثر الحديث في هذه الأيام عن **الرياضيات المعاصرة** وتكاد تكون هذه الرياضيات موضع اهتمام جميع العاملين في ميادين العلم والتربية في جميع أنحاء العالم . وليس العالم العربي بمعزل عن الجهود العالمية التي تبذل لدعم الاتجاه المعاصر لدراسة الرياضيات ، فالتعليم الجامعي في أكثر البلاد العربية احتضن هذا الاتجاه منذ سنوات ، والتعليم الثانوي في طريقه – بالتعاون مع اليونسكو – إلى وضع برامج جديدة للرياضيات على مستوى العصر الذي نعيشه وتطبيق هذه البرامج بعد تجريبها وتقويم نتائج التجربة . ويُذكر بهذه المناسبة الجهد الطيب المبذول في الجمهورية العربية السورية حيث بدأ طلاب الصف الثاني الثانوي العلمي منذ مطلع العام الدراسي ١٩٧٠ – ١٩٧١ بدراسة مبادىء نظرية المجموعات إحدى دعامات الرياضيات المعاصرة وذلك ضمن مناهج جديدة للرياضيات تعمل على استخدام هذه النظرية على أوسع نطاق ممكن .

ودعماً لجميع الجهود المبذولة على المستويين الجامعي والثانوي رأينا أن نضع بين يدي القارىء العربي سلسلة كتب عن الرياضيات المعاصرة . وسنحاول تقديم هذه السلسلة بأسلوب ينتفع منه المبتدئون في دراسة هذه الرياضيات وبطريقة يستفيد منها المطلعون عليها والراغبون في المزيد من الاطلاع . ولا نشترط في قارئنا معرفة رياضية واسعة ولكن يهمنا أن

يكون لديه قدرة على التجريد وهـذا مـا نعتقده موفوراً لدى طلاب الحلقة الثانوية وما بعدها .

وسنبدأ كتابنا الأول هذا بتمهيد يعرّف بطبيعة الرياضيات المعاصرة وأهميتها وسنتبعه بعرض موجز لمبادىء المنطق الرياضي وبتعريف المجموعة والعمليات على المجموعات . ننتقل بعد ذلك الى دراسة العلاقات والتوابع . ونختم الكتاب في البحث في قدرة المجموعة .

ويجد القارىء في كل فصل عرضاً نظريـاً وعدداً وافراً من المسائل والتمارين المحلولة يتبعه عدد آخر من المسائل والتمارين غير المحلولة مع أجوبتها.

وإنا إذ نقدم هذه المواضيع نأمل أن نكون قد أخذنا بيد أبناء أمتنا لتزويدهم بثقافة عصرية ضرورية . والله نسأل أن يلهم الجميع سبيل الرشاد ويوفقهم لما فيه خيرهم وفلاحهم والله ولي التوفيق .

المؤلفون

# تمهيد

الرياضيات قديمة جداً ، ونشأت مع الانسان القديم وحاجاته الأولى . ولقد ساهمت الحضارات الانسانية المختلفة في إغنائها ، فالهنود والمصريون واليونان والعرب أصحاب فضل كبير في تطوير فروع شتى من الرياضيات مثل الحساب والجبر والفلك وغيرها ..

وشهدت الرياضيات في القرن التاسع عشر وبداية هذا القرن دفعاً كبيراً وتعديلات أساسية ، الأمر الذي جعل البعض يميل إلى الاعتقاد أن ما حدث في الرياضيات من تطور خلال المئة سنة الأخيرة قد يفوق ما حدث منذ نشأة الرياضيات إلى ذلك الحين .

وكانت الرياضيات بادىء الأمر أداة في يد علماء الفيزياء غير أنها غزت بعد ذلك جميع فروع العلوم من كيمياء وجيولوجيا وطبيعة ، ثم تعدت الأمر بعد ذلك إلى العلوم الاجتماعية والاقتصادية والتربوية والنفسية . وقد يأتي اليوم الذي لا يمكن فيه لأي علم أن يستغني عن الرياضيات وعن طريقتها في البحث .

ويمكن اعتبار الرياضيات قد مرت بمراحل ثلاث :

١ – **مرحلة الرياضيات التقليدية** : وتمتد حتى منتصف القرن التاسع عشر ، وكان الاهتمام في هذه الفترة منصباً على علوم أساسية أربعة هي : الحساب والهندسة والجبر والتحليل .

٢ – **مرحلة الرياضيات الحديثة** : وتمتد منذ منتصف القرن التاسع

عشر إلى فترة قريبة . وتطورت في هذه المرحلة مواضيع الرياضيات التقليدية وأضيفت مواضيع جديدة ( المصفوفات ، أسس الجبر المجرد ، الجبر الخطي ... )

٣ – **مرحلة الرياضيات المعاصرة** : وهي المرحلة التي نعيشها الآن وتمتاز هذه المرحلة بما يلي :

(١) لقد أصبح للرياضيات لغة خاصة بها ، فهي تستعمل حشداً كبيراً من الرموز يصعب على غير الرياضيين فهمها ، ولكنها بالوقت نفسه ذات أهمية كبيرة وبدونها يصعب متابعة العمل . ولم تستعمل الرموز في الرياضيات المعاصرة فقط بل كانت تستعمل ، ولو بنسبة أقل ، منذ القديم ، فلولا الرموز لما تقدم علم الجبر مثلاً ولما أخذت العمليات الحسابية شكلاً مبسطاً.

وللتعرف على مدى الفائدة من استعمال الرموز نذكر بأن عملية القسمة التي كانت في العصور الوسطى تدرس في المعاهد العليا بسبب من تعقيدها أصبحت الآن تدرس في المراحل الابتدائية .

(٢) يلعب مفهوما **المجموعة والعلاقة** دوراً هاماً في الرياضيات المعاصرة. وتقدم نظرية المجموعات التي تتناول بسط هذين المفهومين وما يتصل بهما من مفاهيم وقضايا متنوعة ، أدوات فعالة وأساليب ناجعة لدراسة أي موضوع من الموضوعات الرياضية .

(٣) تدمج الرياضيات المعاصرة بين عدة مواضيع رياضية مختلفة ، كانت في الماضي وحدات مستقلة ، لتجعل منها كلاً متماسكاً . فالمفاهيم الجديدة أكثر شمولاً من القديمة . والدراسة الجديدة هي دراسة **لـ بنى رياضية عامة** قد تكون عناصرها كميات جبرية شعاعية ، قد تكون نقطاً أو مستقيمات أو تحويلات . والعمليات التي تؤثر على هذه العناصر قد تكون عمليات الحساب المعروفة وقد تكون عمليات جديدة . والنتائج التي نحصل

عليهـا من دراسة هذه البنى تكون صحيحة مهما كانت العناصر ومهـما كانت العمليات .

فالرياضيات المعاصرة تعمل على التقريب بين المواضيع الأربعة الرئيسية للرياضيات التقليدية ( الحساب والهندسة والجبر والتحليل ) والتي ما زالت تدرس في مراحل الدراسة المختلفة على أنها مواضيع مستقلة .

(٤) تتجه الرياضيات المعاصرة نحو التجريد مبتعدة عن المحسوسات. وهي بخاصتي **التعميم والتجريد** تتمكن من تلبية حاجة الكثير من الفروع الرياضية والفيزيائية وغيرها ..

وقد يتبادر إلى الذهن أن اتجـــاه الرياضيات نحو التجريد يجعلها بعيدة عن التطبيقات العملية ويعزلها عن التأثير في تطور العلوم الأخرى. ولكن الأمر يبدو أنه في غير ذلك ؛ فالتجريد وسع مدى شمول استخدام المفاهيم الرياضية الجديدة ، فالفراغ الشعاعي ( أحد موضوعات الجبر المجرد) يفيد في الميكانيك والفيزياء والتحليـل ... والقليـل من القوانين المجردة يساعدنا على التحكم في كثير من المسائل التطبيقية .

(٥) وتعتمد الرياضيات المعاصرة على الاسلوب الافتراضي فهي تبدأ بطرح عدد من المبادىء ( المسلمات ) ثم تستخرج منها النظريات بالطرق الاستنتاجيه . فالرياضيات اذن ليست علماً مطلقاً بل هي علم نسبي يرتبط كلياً بالمبادىء التي انطلق منها .

(٦) تعتمد الرياضيات المعاصرة في عرض قضاياها على قواعد المنطق الصوري بشكـل رئيسي ، حتى أن الفيلسوف راسل **Russel** يبين في كتابه « أسس الرياضيات » أن المنطق والرياضيات شيء واحد . واعتماد الرياضيات المعاصرة على المنطق أكسبهـا وضوح الفكرة ودقـة التعبير وزودها بأسلوب موجز لعرض القضايا الرياضية .

وبالرغم من كل ما سبق فانـه لا يمكن اعتبار الرياضيات المعاصرة شيئاً منفصلاً عن الرياضيات التقليدية وهي لا تحل محلها . بل تعمل ، كما رأينا ، على وضع الرياضيات التقليدية في كيان واحد . كما انها تعمق فهمنا لها . فالرياضيات في تطور مستمر وشهدت عبر القرون في مسيرها انعطافات جليلة كان لها الأثر الكبير على العلوم الأخرى . وهي بالمرحلة المعاصرة تشهد أحد هذه المنعطفات قد يبالغ في تقدير قيمتها بادىء الأمر ولكنها لا تلبث بعد فترة من أن تأخذ مكانها الطبيعي .

* * *