بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة

شهدت الرياضيات في أوائل هذا القرن انقلاباً جذرياً في واحد من أقدم فروعها ألا وهو علم الجبر . فحتى أواخر القرن التاسع عشر اعتبر الجبر علم الحساب الرمزي : ففي حين يستعمل الحساب الأعداد المألوفة، يستخدم علم الجبر رموزاً تدل على الأعداد . لكن الرياضيين ما لبثوا أن لاحظوا بأن بعض العلاقات التي ترد فيها هذه الرموز ، والتي كانت صحيحة عند استبدال الرموز بالأعداد ، تبقى صحيحة عند استبدال « أشياء » أخرى بهذه الرموز ، مثل الأشعة (المتجهات) والتوابع والمصفوفات وغيرها . وهكذا تحول الجبر من علم يقتصر على دراسة الدساتير وتنمية المهارات لحل مسائل من أنماط متقاربة، إلى علم هدفه دراسة العمليات الجبرية على مجموعات عناصرها ذات طبيعة مجردة عامة . ولهذا السبب يفضل أكثر الباحثين تسمية هذا الجبر « جبراً مجرداً » ؛ كما يسميه بعضهم « جبراً عاماً » أو « جبراً حديثاً » ؛ إلا أننا سنتمسك باسم « الجبر المجرد » للسبب الذي أوردناه .

ويرجع الفضل للعلامة الالماني فان در فاردن Van der Vaerden الذي كان أول من عرّف العاملين في حقل الرياضيات على الأفكار والنتائج والطرائق الرئيسية لهذا الجبر « الجديد » ، وذلك في كتابه ذائع الصيت « الجبر الحديث » والذي نشره في أوائل العقد الرابع من هذا القرن .

وقد كان لتطور الجبر المجرد أثر بعيد في تطوير فروع أخرى من الرياضيات ، ونخص منها بالذكر التوبولوجيا والتحليل التابعي . وأكثر من ذلك ، فإن الاهتمام المطرد بهذا الجبر في الآونة الأخيرة أدى إلى اكتشاف صلات جديدة بين الجبر المجرد والفروع العلمية الأخرى ، خاصة الفيزياء والكيمياء .

وهـــذا الكتاب من سلسلة « الرياضيات المعاصرة » محاولة لتعريف القارىء العربي على بعض النواحي التي نعتبرها أساسية في الجبر المجرد . وقد بذلنا قصارى جهدنا لتيسير إدراك هذا العلم الجديد ، وذلك بتبسيط أسلوب العرض ، وبإيراد العديد من الأمثلة والتمارين المحلولة . ونحن نعتقد بأنه ما أن يألف الطالب هذا الموضوع ، حتى يؤخذ بجماله الداخلي ، ويعجب ممن يرى في الجبر المجرد مادة معقدة .

لقد حرصنا على أن يستفيد من هذا الكتاب كل راغب بالاطلاع على الجبر المجرد بشيء من التعمق ، فلم نجعله مقتصراً على منهاج سنة جامعية معينة ، فهو يغطي حاجة طالب السنة الجامعية الأولى في العلوم الرياضية والعلوم الفيزيائية أو الهندسية ، كما يلبي رغبـــة من يريد التعرف على هـذا العلم ممن لم يتيسر لهم الإطلاع عليه خلال دراستهم الجامعية .

ولقد أشرنا إلى بعض بنود هذا الكتاب التي قد تتجاوز حاجة بعض

قرائه بـ * ، قاصـــدين بذلك تركها في القراءة الأولى والعودة إليها بعد أن يلم القارىء بأسس هذا العلم ويعتاد مفاهيمه ومصطلحاته .

يقسم الكتاب إلى قسمين أساسيين : البنى الجبرية الرئيسية ، ومبادىء الجـــبر الخطي . ففي القسم الأول تعالج العمليات الجبرية (قوانين التشكيل) بشيء من التفصيل ، كما تدرس مجموعة الأعداد الطبيعية و مجموعة الأعداد الصحيحة والزمرة والحلقة والحقل . أما القسم الثاني فيدرس الملامح الرئيسية لنظريتي الفراغ الشعاعي والتطبيقات الخطية من فراغ شعاعي إلى آخر . وعلينا أن نعترف بهذا الصدد أنه كان من المفضل اتمام دراسة المجموعات العددية بالتفصيل حتى نصل إلى مجموعة الأعداد الحقيقية ، إلا أننا اضطررنا للعزوف عن ذلك لسببين : أولهما يفرضه علينا حجم الكتاب ، وثانيهما عدم رغبتنا في الخروج عن الاطار العام للجبر المجرد ، ذلك أن المعالجة التامة لمجموعـة الأعـداد الحقيقية تضطرنا للتعرض لبعض مفاهيم عـــلم التوبولوجيا .

وتجدر بنا الإشارة إلى بعض المصطلحات الترقيمية المستعملة في الكتاب . فان ورود [٥ – ٢] مثلاً في سياق إحدى الجمل يعني أنه يجب الرجوع إلى البند الخامس من الفصل الثاني ، أي أن الرقم الأيمن يدل على البند ، والرقم الأيسر يدل على الفصل . كذلك فإن الرقم الروماني I يدل على الجزء الأول من الرياضيات المعاصرة . هذا ، وبغية مساعدة القارىء عند الرجوع إلى المصادر الأجنبية ، أوردنا في القسم الأخير من الكتاب قائمة بالمصطلحات العربية الواردة مع مقابل كل منها باللغتين الانجليزية والفرنسية .

وإننا لنأمل من هذا المرجع ، الذي يشكل إسهاماً متواضعاً في اغناء المكتبة الرياضية العربية ، التي تفتقر الى كتب في الجبر ، أن يكون حافزاً للجيل العربي الصاعد على الاستزادة من العلم والمعرفة ، اللذين بدونهما لن يكون بمقدورنا الصمود أمام التحديات التي تتعرض لها أمتنا في هـــذا الظرف الدقيق .
والله من وراء القصد .

دمشق في ٢٠ رجب ١٣٩١
١٠ ايلول ١٩٧١

المؤلفون