الفصل الرابع

الحدّ من القلق الناجم عن ارتكاب الأخطاء

«كانت لديّ مشكلات مع معلمة الرياضيات. فعندما كنت أطرح سؤالاً، لم تجبني وقالت إنه يتعين عليّ الاستماع، ولكنني كنت أستمع، ولم يكن شرحها جيداً».

ياسمين- تلميذة في الصف السابع

إن الأخطاء التي يرتكبها الطلاب غالباً ما تكون أخطاء متناغمة، باستثناء الأخطاء الناتجة عن الإهمال أو النقص في الحقائق الحسابية الأساسية. وأكثر هذه الأخطاء شيوعاً هي أخطاء في تطبيق الإجراءات أو في تعلم الخوارزميات (إجراء الحسابات) عن ظهر قلب (التذكّر الصمّي). وتحدث هذه الأخطاء عندما لا يطور الطلاب التفكير الرياضي المنطقي الذي يصاحب بناء الأنماط الذهنية للمفاهيم؛ إذ إن تعلم الإجراءات والحقائق عن طريق الحفظ عن ظهر قلب فحسب ليس مفيداً لاستخدامها بنجاح في مواقف جديدة.

وكما هو الحال مع المواد الأخرى، فإن لدى الطلاب مفاهيم غير صحيحة عن الرياضيات. وهذه المفاهيم غير الصحيحة تعيق عملية التعلم؛ لأنها راسخة بقوة في الشبكات العصبية التي تنشط مرة تلو الأخرى؛ لذا، يحتاج الطلاب إلى تجارب ملموسة للتخلص من هذه المفاهيم المغلوطة.

إن التخلص من المفاهيم غير الصحيحة عن الرياضيات أمر صعب، والاكتفاء بتكرار الدرس أو إعطاء المزيد من الوقت للتمارين لن يكون مفيداً. والطريقة الفضلى هي عرض الأخطاء الشائعة للطلاب، ومساعدتهم على دراسة

أمثلة لمسائل محلولة تتبين فيها هذه الأخطاء، وتمنحك هذه الطريقة أيضاً الفرصة لتعزيز المهارات النقدية التأسيسية.

ارتكاب الأخطاء الشائعة

جمع أعداد من منازل عدة أحد الأمثلة على الخطأ الشائع هو: 811 = 37 + 54. ويحدث هذا الخطأ عندما يضع الطلاب العددين 54 و37 في أعمدة (أيّ بعضهما فوق بعض)، ومن ثم يجمعون رقمي كل عمود، فـ 11 = 7 + 4، وَ 8 = 3 + 5.

طرح أعداد من منازل عدة يحدث الخطأ الشائع عندما يطرح الطلاب الرقم الأصغر من الأكبر أينما كان. فمثلاً، 27 = 29 – 42، لأن 7 = 2 – 9 وَ 2 = 2 – 4. ولاحقاً يتكرر هذا الخطأ مع الأعداد الصحيحة السالبة، فيكتب الطلاب 10 = 55 – 45.

تجميع الحدود المتشابهة هناك مفهوم آخر بحاجة إلى البناء ضمن إطار التعلم التجريبي، هو أنه يمكن **جمع الحدود المتشابهة** وطرحها فقط (أيّ الأشياء التي تتكون من فئة واحدة، أو من وحدات القياس نفسها). وما لم يُتعلَّم هذا المفهوم ويُفهم فهماً تامًّا في المرحلة الابتدائية، سيبقى الطلاب يخلطون فيه عندما ينتقلون إلى تعلم المقامات المشتركة وتبسيط المعادلات الجبرية. ومن الأمثلة على هذا الخطأ الشائع في هذه الفئة الإجابة الآتية: 2أ 4 = 2 +أ

جمع الكسور العشرية وطرحها عندما يطبق الطلاب القاعدة التي حفظوها عن جمع الأعداد الكلية، فإنهم قد يضعون الأرقام بعضها فوق بعض من جهة اليمين بدلاً من وضعها بناءً على نقاط الكسور العشرية. فقد يكتبون مثلاً:

123.4
– 4.593
بدلاً من:

–

123.4
4.593

الصفر بوصفه حافظ منزلة ما لم يتعلم الطلاب القيمة المكانية مبكراً، فإنهم سيخلطون بين الصفر بوصفه حافظاً للمنزلة والصفر الذي لا يغير من قيمة العدد. والمثال على هذا الخطأ الشائع هو على النحو التوالي:

3.4 = 3.04 وَ 3.40 < 3.400. وهذا الخلط نفسه قد يؤدي إلى المفهوم غير الصحيح بأنه كي تضرب الكسور العشرية في العدد 10 فإنك تضيف إليه الصفر فقط؛ لأن الطلاب تعلموا «إضافة الصفر» عندما تعلموا الأعداد الكلية الموجبة والسالبة، ولكن هذا الحل لا يطبق على الكسور العشرية والكسور الاعتيادية.

جمع الكسور وضربها الخطأ الأكثر شيوعاً الذي يرتكبه الطلاب عندما يجمعون الكسور، ينتج عن جمع البسط والمقام، دون تغيير الكسور لتوحيد مقاماتها أولاً. ولا يستغرب عندما يرى الطالب $\frac{4}{5} + \frac{2}{3}$ أن يجمع البسطين (2+4=6) والمقامين (3+5=8)، ويكتب حاصل الجمع على النحو الآتي: $\frac{6}{8} = \frac{4}{5} + \frac{2}{3}$.

وكذلك، يرتبك الطلاب عند إخبارهم، دون .أن يكون لديهم استيعاب مفاهيمي، لماذا يتعين عليهم **ضرب** بسطي كسرين ومقاميهما عندما يريدون ضرب الكسرين، خاصة عندما قيل لهم بأنه لا يمكنهم **جمع** بسطي كسرين ومقاميهما عندما يريدون جمع الكسور. وأفضل طريقة للتخلص من هذا المفهوم غير الصحيح هو جعل الطلاب يستخدمون الوسائل اليدوية عندما يتعاملون مع الكسور لأول مرة. وهذه الطريقة تسمح لهم بتصور البسط والمقام مقسّمين

إلى أجزائهما الرئيسة. وعلاوة على ذلك، سينتج عن الخلط بين طبيعة عمليتي الجمع والضرب الأخطاء الشائعة في تطبيق قواعد التوزيع والتجميع والإبدال الخاصة بعمليتي الطرح والقسمة.

«**ينتج عن الضرب دائماً عدد أكبر**» هذه العبارة صحيحة بالنسبة للأعداد الكلية الموجبة، ولكنها غير صحيحة بالنسبة للكسور الاعتيادية والأعداد السالبة. إذ يكتسب الطلاب المفهوم غير الصحيح بأن هذه العبارة صحيحة في الحالات كلها؛ لأن خبرتهم الأولى كانت مع الأعداد الكلية الموجبة. فبدلاً من قولك: «**نصف ضرب ثمانية**»، جرّب أن تقول: «نصف الثمانية». فهذه هي الطريقة في لفظ المسألة (أيْ، عندما يُضرب كسر في عدد كلي)، وضّح لهم بأن الناتج سيكون أقل من ثمانية.

المعدلات والنسب عندما تكتب على صورة أعداد كلية أو كسور اعتيادية. يجب أن يفهم الطلاب أن النسب أو المعدلات هي علاقة بين الأعداد وليست الأعداد نفسها. فمثلاً، قد يكتب الطلاب «2:2» أو «2 إلى 2» يساوي 1. فإن فعلوا ذلك، فقد فاتهم أن مفهوم المعدل هو المقارنة بين عاملين مختلفين (كالأميال مقارنة بالساعات)؛ لذا لا يفهمون لماذا لا يمثّل العدد الفردي أو العدد الكسري المقارنة، ولا يمكن أن يكون معدلاً.

وفّر البيئة الملائمة للطلاب الصغار

إن ما نعرفه عن الدماغ يشير إلى أن بيئات التعلم المناسبة للطلاب الصغار يمكن أن تختلف في بعض الجوانب عمّا يناسب الطلاب الأكبر سنًّا. وهذا يعود إلى خاصيتين مهمتين واضحتين لدى الأطفال، هما تحمّل ارتكاب الأخطاء، والفضول الفطري.

المادة الرمادية

التجربة والخطأ

كثيراً ما تستند أقوالنا أو أفعالنا إلى تفسير الدماغ للمعلومات المخزونة في الذاكرة من التجارب السابقة؛ حتى أن معظم قراراتنا هي تخمينات مبنية في مستوى اللاوعي وموجهة من هذه الذكريات. وتكون ذكريات القرارات متضمّنة بالمتعة أو عدمها التي نتجت عن التخمينات السابقة. وكذلك تبنى شبكات الدماغ المُخزّنة للبيانات كما تُبنى التجارب السابقة؛ لذا، فإن استجابتنا للمدخلات الجديدة تصبح أكثر دقة.

تزداد قدرة أدمغتنا على تفسير البيئة من حولنا، من خلال الفضول وممارسة التجربة والخطأ، والمتعة الناتجة عن الدوبامين من الاستجابات الصحيحة، والمشاعر السلبية الناجمة عن الاستجابات غير الصحيحة ؛ حيث تزداد دقة الدماغ شيئاً فشيئاً في توقع (تخمين) ما الفعل (الإجابة) المناسب (الذي سيجلب المتعة). وترسل هذه التوقعات على صورة إشارات إلى أجزاء الدماغ التي تتحكم في أفعالنا أو كلماتنا أو إجاباتنا عن الأسئلة. وكلما كبر الأطفال، ومروا بالتجارب، تحسن تفكيرهم، أي يمكن لقشرة الدماغ الأمامية الانعاكسية أن تعدل من الاستجابة (اللاإرادية، التفاعلية) العاطفية للدماغ السفلي. ويستطيع الدماغ من خلال التجربة والخطأ وارتكاب الأخطاء والقيام بالاختيار الصائب، أن يبني المسارات العصبية للمحافظة على الفعل الذي نتجت عنه المكافأة وتكراره. وهذا يعني للطلاب ولغيرهم أنه بعد تخمينهم غير الصحيح، فإنه عندما يتكرر السؤال عليهم مرة أخرى، تزداد لديهم دقة التخمين وتتحسّن؛ لأن المعلومات غير الصحيحة في الدورة العصبية قد تغيرت.

تشير الأبحاث إلى أن الأطفال عادة ما يكونون مرتاحين عندما يرتكبون الأخطاء؛ فالأطفال الذين تقل أعمارهم عن ثماني سنوات، تُظهر الأجزاء في الدماغ المسؤولة عن التحكم المعرفي نشاطاً قويًّا بعد التغذية الراجعة الإيجابية،

وأمـا الأجزاء المتعلقـة برد الفعل علـى التوتر **فلا** تنشط مـن التغذية الراجعة السلبيـة؛ كرون، دونوهيـو، هونوميك، ويندلكن، بانج، فـان دوفينفورد، زانولي، رومباوتس، راجيمايكرز، كرون (Crone, Donohue, Honomich, Wendelken & Bunge, 2006; Van Duijvenvoorde, Zanolie, Rombouts, Raijmakers & Crone, 2008). إذا كنـت معلماً للصغار، فأنـت الراعي لقدراتهم الإبداعية الثمينة، وإن التحدي لبناء المهارات لديهم، دون وجود تحديات كافية، لن يؤدي إلى نموّ أدمغتهم الرياضية.

نريـد أن يبقى طلابنـا مرتاحين عند ارتكاب بعض الأخطاء، حتى يكون لديهم الاستعداد لتحدي أنفسهم في السنوات القادمة.

يولد الفضول الفطري معنا، ويحتفظ الأطفال بالكثير منه. ومنذ الطفولة، تحتاج عقولهم الصغيرة إلى فهم العالم من حولهم كي يعيشوا. وعلى الرغم من أن الفضـول الفطري مهم جـدًّا لتعزيز هذا الاسكتشاف، إلا أنـه يدفع السلوك دون وعـي. ويستطيع الطلاب من خلال الاستكشـاف، أن يبنوا تدريجيًّا شبكات عصبية للفئات (الأنماط والرسوم، مثلاً)، ومع استمرار الاستكشاف والاختبارات، تتوسع الشبكات لديهم لاستيعاب المزيد من التفاصيل. وتُعدل الشبكات استجابة للأخطاء (أي التوقعات غير الصحيحة المستندة إلى المعلومات الحالية) عندما ينشـئ الطـلاب روابط أكثر دقة بين ما توقّعوه ومـا جرّبوه (أيّ مدخلات المثير للحواس). وتحدث هذه العملية دون إدراك تام.

المادة الرمادية

التغيرات المرتبطة بالعمر

الأطفـال الذيـن تزيد أعمارهـم على ثماني سنـوات أو تسـع ، يتفاعل مركز مكافـأة تنظيم الدوبامين فـي نواة أكمبنس لديهم تفاعلاً قويًّـا مع التغذية الراجعة الإيجابية (ينشّط قشرة الدماغ الأمامية)، ويتفاعل أقل ما يمكن مع التغذية الراجعة السلبيـة. أما الطـلاب الأكبر سنًّا، فـإن النشاط المتزايد مـا زال يحدث في قشرة الدمـاغ الأمامية عندما يطلق الدوبامين استجابة للتغذية الراجعة الإيجابية (خاصة استجابة للإجابات/ التوقعات الصحيحة). ولكن أكبر تغير مرتبط بالسن هو التفاعل الشديد لنواة أكمبنس مع التغذية الراجعة السلبية التي يصحبها انخفاض في مستوى الدوبامين والمتعة وقلة وصول المدخلات من خلال مرشح اللوزة العصبية إلى قشرة الدمـاغ الأمامية. ويزداد نشاط نواة أكمبنس في سنوات المراهقة، ومن ثم ينخفض نشاطهـا في سن الرشد لتصبح نوبات انفعالية عميقـة وأقل فجائية؛ كرون وآخرون (Crone et. al, 2006).

إن الاستجابة المرتفعة للتغذية الراجعة الإيجابية لدى الأطفال هي أمر عصبي منطقـي؛ لأن أدمغتهم بحاجة إلى الدافعية ليستمـروا في الاستكشاف وفهم العالم. وتبدأ الأمور في التغير في المرحلة الابتدائية العليا. ولما كانت قشرة الدماغ الأمامية تتفاعل أكثر عندما ينخفض مستوى إطلاق الدوبامين من قبل نواة أكمبنس الذي يحدث عنـد إدراك وجود الخطأ، فإن الطلاب من الصـف السادس وحتى المرحلة الثانوية يتأثرون أكثر بالتغذية الراجعة السلبية، في حين يتأثرون بصورة أقل بالتغذية الراجعة الإيجابية. فتصبح المجازفة بارتكاب الأخطاء تجارب شديدة التوتر، خصوصاً أمام زملائهم في الصف، مما يقلّل من فرص تعلمهم.

ولمّـا كانت عقـول الصغار تُثـار نتيجة حـب الاستطلاع أكثر مـن تأثرها بالحساسية تجاه الحرج عند ارتكاب الأخطاء، فإنه يمكنك أن تتصرف بصورة

مباشرة، وتطلب إليهم الإجابة عن الأسئلة حتى لو لم يتطوعوا بأنفسهم. وغالباً ما تكون هذه الطريقة ضرورية للأطفال،لأن عقولهم لم تتطور بعد في التحكم في الانتباه؛ لذا فهـم بحاجة إلى إشراكهم في الدرس بطرق مباشرة، كأن تناديهم بأسمائهم وتدعوهم إلى المشاركة.

تقليل المواقف السلبية تجاه ارتكاب الأخطاء

لا تُطبق الاستراتيجيات الآتية على الأخطاء التي تُرتكب في الامتحانات، بل على الأخطاء التي تُرتكب أمام الزملاء في الصف. وسنبدأ باستراتيجيتين عامتين لتشجيع المشاركة الواعية وزيادة التركيز باهتمام، ثم سنبحث في استراتيجيات لتحسيـن ردود أفعالك تجاه أخطاء الطلاب، واستراتيجيات لتشجيع المشاركة، واستراتيجيات لإيجاد طرق قليلة التوتر لاستخدام الأخطاء في التعلم.

استراتيجية : طبّق قاعدة وقت الانتظار

عندما تنادي الطلاب الصغـار بأسمائهم، حتى أولئك الذين لا يتطوعون للمشاركة، فإن وجود وقت للانتظار بعد طرح السؤال أمر ضروري؛ لمنع الطلاب المتحمسيـن من التلفظ بالإجابة بصوت عالٍ. واستخـدام «التحدي المشترك» لتطبيـق وقت الانتظار يخدم هذا الغرض. فمثـلاً، أخبر طلابك بأنك إذا أردت اختيار أحدهم للإجابة عن السؤال، ينبغي أن يمتنعوا عن التلفظ بالإجابة بصوت عالٍ، أو رفع أيديهم حتى تذكر رقماً معيناً (مثلاً، مضاعفات الرقم خمسة، رقم أكبر من تاريخ اليوم، وهكذا). عندما تتجاهل أصواتهم المنادية بالإجابة وأيديهم المرفوعة فهذا يعد خرقاً للقاعدة، وسيدرك الطلاب عندئذٍ أنك لن تعبّرهم حتى يستمعوا بانتباه ويلتزموا بالقواعد جميعها، وأن عليهم الانتظار حتى سماع الكلمة المتفق عليها قبل أن يتلفظوا بالإجابة.

استراتيجية: اسأل مجموعة من الطلاب في وقت واحد

ستزيد من مستوى تركيز الانتباه لدى الطلاب الصغار حين تنادي مجموعة منهم بأسمائهم للإجابة عن السؤال نفسه دون أن تخبرهم فيما إذا كانت إجاباتهم صحيحة. فالشخص الذي يفكر هو وحده الذي يتعلم.

عندما يستمع الطلاب إلى زميلهم وهو يدلي بإجابته والمعلم يخبره بأن إجابته صحيحة، فإنهم في هذه الحالة لا تتوافر لديهم محاولة لتخمين المعلومات بأنفسهم. ولكن إذا كانت ثقافة الصف تجعل الطلاب يعلمون أنهم مسؤولون جميعاً عن الإجابة عن الأسئلة جميعها (لأنك ستسأل مجموعة من الطلاب عن إجاباتهم قبل أن تدلي بالإجابة الصحيحة)، لذا فإنهم سيستمرون في التفكير في السؤال ذهنيًّا أو على ورق؛ لأنهم لم «يعطوا» الإجابة من الشخص الذي حلّ المسألة أولاً.

بعد أن تختار عدداً من المتطوعين ليعرضوا حلولهم، اطلب إلى الطلاب جميعاً التصويت على الإجابة. فإذا عرف سائر الطلاب أنهم ما زالوا مسؤولين عن إجاباتهم فسيظلون مهتمين؛ لأن توقعاتهم فعالة، وسيرغبون في معرفة إن كانوا مصيبين أم لا. وهذا بالتالي سيحفزهم على إيجاد الطريقة الصحيحة للحل في المستقبل.

ويمكنك أيضاً أن تسأل أسئلة تخمينية على أن يختار كل طلاب خياراً أعلى أو أقل من خيار زميله السابق له، وبذلك لا يكرر الطلاب إجابات زملائهم، ويستمرون في المتابعة حتى عندما تأتي أدوار غيرهم.

استراتيجية: تدخّل فوراً

مـن المهـم تخفيف التوتـر فوراً لدى الطـلاب عندما يدلـون بإجابة غير صحيحـة، خاصة الذين لا يشاركون عادة في الصف، والذين تحاول استمالتهم للإجابـة. ويتعين عليك أن تكون مستعدًّا حتى تتمكن من التدخل الفوري. وحين يجيب الطلاب عن السؤال أمام أقرانهم، فإنهم يعرّضون أنفسهم لمواقف محرجة؛ لذا اشكرهم على أي إجابة يتطوعون بها. فقل مثلاً، «لقد أجبت عن سؤال صعب، فمرحـى لك». وإن كانت الإجابة غير صحيحة، فحاول أن تعثر على جزء صحيح منها، ومن ثمّ أعد صياغة السؤال كي يتلاءم مع الجزء الصحيح، قبل أن تطرح السؤال الأصلي للصف بطريقة أخرى.

ويمكنـك أيضاً أن تقـول إن إجابة الطالب قريبة مـن الإجابة الصحيحة، وتريـد منه الاستماع لأفكار طـلاب آخرين والتفكير في مراجعـة الإجابة، ومن ثـم **ستعـود إليـه**. عُد إلى هذا الطالب بسرعة واسأل سـؤالاً آخر، أو سؤالاً سهلاً يستطيع حله، أو السؤال الأصلي إذا شعرت أن هناك وقتاً كافياً لديه، أو أنه قادر على استخلاص الإجابة الصحيحة من اقتراحات زملائه.

ستتعـرف على الأرجح من الإجابة غيـر الصحيحة إن كان الخطأ حسابيًّا (مثلاً، عملية جمـع غير صحيحة) أو إجرائيًّا (مثلاً، جمع الطالب في حين كان السؤال عن الطرح). ستدّلك معرفتك بالأساس الرياضي العام للطلاب إن كان يعرف كيفية الجمع والطرح ولكنه أخطأ لأنه لم يعرف أي عملية يستخدم. ويعتمد ما سيحدث لاحقاً على الطالب وأسباب وقوعه في الخطأ. فإذا كان اختيار العملية الصحيحـة يُعد مشكلة لـدى الطلاب الآخرين، فإن البحـث الفوري عن أسباب الأخطاء سيكون أمراً ذا قيمة للجميع.

يمكنك أن ترد على إجابة الطالب بنبرة صوت وتعبير وجه إيجابيين قائلاً: «أنا مسرور لأنك أعطيت هذه الإجابة، فهي تذكّرني أنني لم أقدم شرحاً كافياً، فالكلمات المختلفة هي تلميحات تخبرنا بأن نطرح. وفي السؤال الذي سألته قلت: «**ما الفرق بين** 15 و5؟»، وأنت أجبت 20 لأنك جمعت العددين، وهذه الإجابة أعطت رقماً **مختلفاً** عن 15 و5. دعونا نراجع (أو نضيف إلى) قائمة المفردات التي تدلنا على الطرح». ثم أعط تمارين مشابهة، واطلب إلى الطلاب أن يجيبوا عن ذلك باستخدام سبوراتهم الخاصة أو بوسائل أخرى.

إذا كانت إجابة الطالب تدل على وجود مستوى إتقان منخفض لحقائق حُفظت عن طريق الحفظ عن ظهر قلب (الحفظ الأعمى)، فعندئذ لا توجد قيمة كبيرة في استخدام الأخطاء لأغراض تعليمية. ولتقليل التوتر الناتج عن ارتكاب الأخطاء، أعط الإجابة الصحيحة، واسأل فوراً سؤالاً مختلفاً على أن تكون إجابة الطالب السابقة هي الإجابة الصحيحة. فقل مثلاً: «قلت إن 5 ضرب 7 يساوي 30. والحقيقة أن 5 ضرب 7 يساوي 35، ولكنك مصيب في أن 5 مضروبة في عدد قريب من 7 يساوي 30. هل تعرف ما هذا العدد، أو هل ترغب في أن أسأل زميلاً آخر؟»

إن كان الخطأ خطأً مفاهيميًّا أو إجرائيًّا لموضوع أتقنه الطلاب، فبإمكانك أن تقول: «أحبّ هذه الإجابة؛ لأنها تجيب عن سؤال آخر أخطط في أن أسأله لاحقاً في هذه الوحدة». اكتب إجابة الطالب بطريقتك، ولكن أضف إليها شيئاً ما يجعلها «نقطة انطلاق» لموضوع سيُدرس في الأيام اللاحقة. وقل مثلاً: «قلت إن $\frac{1}{5}$ أكبر من $\frac{1}{3}$، وهذا يناسب موضوع قسمة الكسور. وسأكتب «قسمة الكسور»، وأستخدم مثالك الرائع في درسنا عن قسمة الكسور لاحقاً في هذا الأسبوع».

يمكنك في الأيام القليلة المقبلة، أن تعطي هذا الطالب تمارين وتدريباً إضافيًّا عن المقامات في الكسور لرفع مستواه إلى مستوى سائر أفراد الصف.

حيـن تنتقل إلى موضوع قسمة الكسور الاعتيادية، تذكّر بأن تعود إلى هذه النقطـة بالسؤال الآتي: «هل يمكن أن تعطيك القسمة رقماً أكبر من الرقم الذي بدأت به؟» وهذا يوفر قليلاً من التنافر المعرفي (عدم الانسجام المعرفي) لتعزيز الفضول لمتابعة الدرس. وبعد المناقشة، اعرض على الطلاب الكسور التي كتبتها عندما ارتكب الطالب خطأه السابق.

اكتب واسأل: «ما حاصل قسمة $\frac{1}{5}$ على $\frac{1}{3}$؟»، ثم اكتب الإجابة $\frac{3}{5}$، وضع دائرة حول المقامات، وعُد إلى الطالب، وقل له: «نعرف الآن أن للأرقام الكبيرة معاني أخـرى عندما تكون مقامات في الكسور. وهذا يعـود بنا إلى السؤال الذي سألته سابقاً. دعونا نكتب قائمة بما تعلّمناه عن ذلك السؤال الذي كتبته على السبورة، وهـو: عندما تقسم كسراً على كسر آخـر، فلماذا تحصل على ناتج أكبر من كلا الكسرين؟»

استراتيجية: استخدم التخمين والتوقع لزيادة المشاركة

لمّـا كان لدى الطـلاب الكبار مشاعر سلبية تجـاه الأخطاء، فإن الطريقة الجيـدة لتعزيز المشاركة هو أن تسأل أسئلـة «مقاوِمة للأخطاء»، وهذه الأسئلة هـي فرص لإظهار التمايز بيـن الطلاب، لأنها تتضمن خيـارات للطلاب الذين يعرفون الإجراءات أو الحقائق للاستجابة ضمن مستواهم المتنامي في الاستيعاب المفاهيمـي. ويمكنـك أن تسأل أسئلة مفتوحة عن **كيفية حل** المسائل (بدلاً من حساب الناتج فعليًّا)، أو أسئلة تتطلب التخمين أو التوقع فقط. وأن عمل الطلاب أيضاً في أزواج أو مجموعات يقلّل من السلبية تجاه الأخطاء.

إن استهلال النقاش بجمل متنوعة، مثل: «كيف يمكن أن نجد ...» هي طريقة جيدة لإشراك الطلاب من خلال نقاط قوتهم، وتسمح لهم أيضاً بالاستماع إلى طـرق عدة، واختيار الطريقة التي يفهمونهـا بصورة أفضل. فعلى سبيل المثال،

اسأل: «إذا أردنا إعطاء كل طلاب يجلس على طاولتك مقداراً متساوياً من الزبيب الذي في الكيس، فكيف يمكن أن نقوم بذلك؟» ارفع كيساً شفافًا فيه مقدار كبير من الزبيب يصعب عدّه حتى يعرف الطلاب أنهم غير مطالبين بمعرفة إجابة محددة.

إن سؤالك هذا يركز على المفهوم والعملية؛ لذا ذكّر الطلاب باستمرار بأن لا يعطوا أرقاماً محدّدة، لأنك تبحث عن طرق أو وسائل لبدء تخمين موقف ما. وكما هو الحال في معظم نقاشات مادة الرياضيات، اسأل الطلاب لماذا يعتقدون أن اقتراحهم قد ينجح، ثم اكتب ثلاثة اقتراحات، واطلب إلى الطلاب أن يخمّنوا أيها سينجح، حيث يمكنهم الانتقال إلى زوايا الغرفة الصفية التي تمثل الاقتراحات الثلاثة بالإضافة إلى الزاوية الرابعة التي لا تمثل «أيًّا منها». ويمكنهم العمل مع داعمين آخرين لهذه الطريقة لإيجاد الأدلة والأمثلة، أو ربط هذه الطريقة التي يدعمونها بعمليات أخرى مشابهة.

التخمين. لا يستغرق الطلاب عادة وقتاً في التخمين أو التحقق من إجاباتهم، وعندما يطلب إليهم التخمين فقد يحلون المسألة أولاً، ومن ثم يكتبون أقرب عدد يخمّنونه. ويقومون بذلك على الأرجح؛ لأنهم لم يجربوا قيمة «أنا هنا الآن» للتخمين.

شجع التخمينات من خلال تقييمها من جوانب عدة في الرياضيات، وأعط تقديرات جزئية للتخمينات المنطقية على دفاتر الواجبات المنزلية أو الامتحانات القصيرة. واطلب إلى الطلاب أن يبدؤوا بحل الواجبات المنزلية في الصف بالتخمين فقط. ودعهم يكتبوا مجموعة من الإجابات مع إعطاء السبب الذي يجعلها منطقية حتى وإن عرفوا الإجابة دون حسابها. ويمكن مشاركة الصف في هذه الإجابات حين مراجعة التخمينات قبل أن يغادر الطلاب المدرسة ليحلوا الواجب المنزلي وحدهم. وستصبح لدى الطلاب تخمينات دقيقة قد وافقتَ

عليها، ثم اطلب إليهم أن يقارنوا بين إجابات الواجب المنزلي ليتأكدوا من أنهم على المسار الصحيح، أو أن عليهم إعادة التفكير في المسألة.

التوقع. القيام بالتوقع، هو كالتخمين، نوع آمن من «السلوك القائم على المجازفة» الذي يمكن أن يحفز استجابة الدوبامين الجالب للمتعة، ويشجع الطلاب الخائفين أو أولئك الذين ينشدون الكمال لنيل الفرص دون حدوث قلق (توتر اللوزة العصبية) من جراء ارتكاب الأخطاء.لذا، أكد على أن التوقعات لا تتطلب بالضرورة أن تكون صحيحة، وأن أذكى الطلاب في الرياضيات قد يدلون بتوقعات غير صحيحة.

هناك مثال يوضح أن الجميع يتوقعون توقعات (وتخمينات) غير صحيحة، لذا أخبر الطلاب بأنك سترمي قطعة نقدية، وأن عليهم كتابة ما يتوقعونه: ما الوجه الذي ستكون عليه القطعة النقدية: الكتابة أو الصورة؟ ثم ارم القطعة النقدية، واطلب إلى الطلاب عدم الإفصاح عن توقعاتهم إن كانوا مخطئين، فسيرون أنه حتى «الطلاب الأذكياء» يخطئون في توقعاتهم.

تساعد التجارب المشابهة الطلاب المتردّدين على الإدراك تدريجيًّا بأن التوقعات غير الصحيحة ليست علامات على الجهل، فيصبحون أكثر ثقة عندما توضح لهم أن التوقعات هي فرص للدماغ كي يجرب أمراً ما، ومن ثم يحصل على النتيجة الحقيقية، ويستخدم هذه المعلومات ليقوم بتوقعات أكثر دقة في المستقبل.

يستمتع الطلاب في الصفوف العليا، خصوصاً المستكشفين، باكتساب مهارات التخمين في مواقف الحياة الحقيقية. وسيستمتع قارئو الخريطة عندما تتاح لهم الفرصة في مشاهدة الخطوات المتسلسلة التي ستقودهم إلى النجاح.

اعرض أكبر قدر ممكن من الخيارات حتى يستطيع الطلاب المشاركة من خلال نقاط قوتهم، حيث يمكن عرض تعليمات مكتوبة أو شفهية في البداية خاصة لقارئي الخريطة. ويمكن أن يكتب المستكشفون الملاحظات حول الخطوات المتبعة في الاستنتاج ليصفوا ما قاموا به. ويمكن للطلاب كافة اختيار الطريقة التي يعرضون فيها اكتشافاتهم النهائية، لتقويمها ومشاركة سائر أفراد الصف فيها.

يمكن أن يساعد استخدام الأحداث الجديدة المفاجئة والمتعارضة في توضيح أهمية التخمينات الدقيقة، الطلاب على تذكّر المفاهيم. وفيما يلي أمثلة على ذلك:

- اسكب ماءً في الكأس حتى يفيض الماء على الأرض. وبعد انتهاء الطلاب من الضحك، اسألهم: ما الخطأ الذي ارتكبته؟ (**إنك لم تخطط، ولم تخمّن أو تتوقع الكمية التي يمكن للكأس أن تسعها لتتوقف عن السكب**).
- احضر إلى الصف متأخراً دقيقة، وأخبر الطلاب بأنك لم تخمّن الوقت الذي سيستغرقك للمجيء إلى الصف ماشياً من المكان الجديد الذي أوقفت فيه سيارتك (أو أي مكان آخر).
- أحضر إلى الصف كيساً فيه 10 قطع حلوى صغيرة غير قابلة للتقسيم، وارفعها عالياً. وقل لهم مبتسماً: إنك ستعطي قطعة واحدة لكل طلاب. إنهم سيلاحظون بالتأكيد أنك لم تحضر ما يكفي من الحلوى، وسيصرّحون بهذا الشعور. يمكنك أن تقول: «حسناً، لم أعدّها؛ فكيف لي أن أعرف؟ ماذا يمكنني أن أفعل لإحضار كمية منطقية أكثر؟» أرشدهم إلى أن يقترحوا لو أنك خمّنت عدد الحلوى تخميناً تقريبيًّا لعدد الطلاب في الصف، ولكن تأكد من إحضار بقية الحلوى في كيس آخر!

استراتيجية: أنشئ مركزاً للتخمين

الكمية. جهّز مكاناً في غرفة الصف تحفظ فيه أوعية لها الحجم نفسه، مملوءة بأشياء ذات حجوم مختلفة. أما بالنسبة لنشاط المركز الممتد، فيمكن للطلاب تدوين تخميناتهم عن عدد الأشياء التي تحتويها هذه الأوعية. شجع الطلاب على تدقيق تخميناتهم ومراجعتها دوريًّا، واطلب إلى متطوعين قراءة بعض تخميناتهم، إذا تطلّب الأمر ذلك. وعندما تكشف عن الرقم الحقيقي، اطلب إلى الطلاب تدوين ملاحظة في دفاترهم إن كانت تخميناتهم أعلى أو أقل (وبكم مرة) من هذا العدد، ولماذا؟ ثم املأ الأوعية بأشياء مختلفة، واطلب إلى الطلاب القيام بالنشاط مرة أخرى، أي القيام بالتخمينات ومراجعتها خلال أيام عدة.

الوزن. لإكساب الطلاب مهارتي الحساب والتخمين، يمكن أن تضع في مركز التخمين ميزاناً وأشياء لقياس وزنها، كأن تكون هذه الأشياء وسائل يدوية للرياضيات لها الحجم والوزن أنفسهما، أو أشياء أخرى، مثل كرات الجولف القديمة. يحمل كل طلاب أولاً ثقلاً وزنه كيلوجرام، ومن ثم يضعه على الميزان ليتأكد من الوزن. ثم يخمّن الطلاب أي الأشياء تزن كيلوجراماً واحداً. ويمكنهم فعل ذلك من خلال وضع الشيء في كيس ويستخدمون أي طريقة يختارونها، مثل حمل الشيء (الثقل) في اليد، أو محاولة تذكّر ثقل الكيلو الذي حملوه، ثم يضعون الكيس على الميزان، ويضيفون الأشياء أو يخرجونها حتى يحصلوا على وزن كيلوجرام واحد. ويتعين على الطلاب أن يحتفظوا بملاحظاتهم، ويكرروا النشاط باستخدام أشياء أخرى. ولتوسيع هذا النشاط، يمكن للطلاب أن يستخدموا أوزاناً تزن كيلوجرامين أو 3 كيلوجرامات، أو يستخدموا أشياء متنوعة، مثل كرات التنس والجولف.

المقارنات. اختر علبتي طعام تزنان 240 جراماً و 480 جراماً على التوالي، واطلب إلى الطلاب حمل كلٍّ منهما، وأخبرهم (أو دعهم يقرؤوا هم ذلك) بوزنيهما.

ثم أعط الطلاب علبة أخفي وزنها، ودعهم يقارنوا وزنها بالعلبتين اللتين تزنان 240 جراما و 480 جراما، ثم يمكنهم أن يخمنوا ما إذا كان وزن الشيء الجديد أقرب إلى 240 جراماً أو 480 جراماً. وقد يرغب الطلاب في تخمين الوزن بدقة أكثر عندما يصبحون أكثر نجاحاً. ثم اطلب إليهم أن يبرروا إجاباتهم، كأن تسألهم: لماذا تزن العلبة الجديدة 300 جرام؟ وشجعهم على الإجابة بالطريقة الآتية: «إنها أثقل قليلاً من العلبة التي تزن 240 جراماً»، أو «إنها أخفّ بكثير من العلبة التي تزن 480 جراماً ولكن ليس بخفة العلبة التي تزن 240 جراماً».

ويمكن أيضاً باستخدام هذا النشاط الذي يشجع على التخمين (الذي قد يكون بكل سهولة نشاطاً فرديًّا)، بناء الإحساس لدى الطلاب بالأعداد من خلال اختبار العلاقة بين الأعداد والأوزان الحقيقية، ومن خلال بناء مفهومي: **أكثر من**، و **أقل من**.

ولمزيد من تطوير هذه المفاهيم، أو القيام بتحديات في مركز الدماغ، يمكنك أن تسأل الطلاب: كم يعتقدون ثمن شيء ما؟ وعلى الرغم من أن الهدف ليس معرفة الأسعار، ولكن لبناء المفهوم الذي مفاده أن الأشياء الكبيرة لا تعني بالضرورة أن وزنها وثمنها كبيران. فإذا توقع الطالب أن سعر علبة حبوب الإفطار دولار واحد (في حين أن ثمنها الحقيقي 3 دولارات)، وقلت له: «أكثر»، فقد يقول: دولاران. وقل له «أكثر» مرة أخرى، وسيستمر الطالب في إعطاء الإجابات التي توجهها أنت بـ «أكثر» أو «أقل» حتى يستطيع تخمين المبلغ الحقيقي. استمر في إجراء هذا النشاط مستخدماً علبة صغيرة فيها مادة ثمينة، كالخرشوف (الأرضي شوكي).

يمكن أن يحتفظ الطلاب الذين ينفذون هذا النشاط الإضافي بملاحظاتهم عن حجم الشيء وثمنه، وقد يعيدون النشاط باستخدام أشياء يختارونها، بناءً على معرفتهم بثمنها أنه أكثر أو أقل. وعندما يظن الطلاب أنهم يدركون المفهوم

الـذي مفـاده أن الثمن له علاقة بحجـم الشيء وقيمته، يمكنهـم عندئذٍ تدوين اكتشافاتهـم في دفاترهم. لـذا دع الطلاب يعرفوا أن اكتشافهـم للمفهوم أكثر أهمية من حصولهم على الإجابة الصحيحة؛ لأنه المفتاح الذي سيساعدهم على حل كثير من المشكلات في المستقبل.

الحجم. وزّع على الطلاب أكياس تخزين بلاستيكية لها الحجم نفسه، واطلب إليهم ملأها بأشياء يختارونها من بيوتهم (مثل، حبات فاصولياء أو كرات زجاجية، أو حبات ليمون) وبكميات يستطيعون عدّها. ثم يزن كل طلاب كيسه في الصف، وقـد يُخرِج منه بعضـ الأشياء أو يُضيفها إليه حتى تتسـاوى أوزان الأكياس، ثم يعدّ كل طلاب عدد الأشياء التي يحتاجون إليها في الكيس كي تساوي هذا الوزن الثابت، ولنفرض أنه كيلوجرام واحد. ثم اطلب إليهم إضافة البيانات التي جمعوها (وتعليـق أكياسهم) إلى لوحة الصف، وغطِّ الأرقام بـالأوراق اللاصقة، واطلب إلى الطلاب أن يلعبوا لعبة يخمّنوا فيها عدد الأشياء التي تزن كيلوجراماً واحداً. وقد تصبح هذه اللعبة فيما بعد نشاطاً مستقلاً خلال وقت التمرين في المركز؛ لـذا يبني الطلاب مفهوماً مهمًّا لديهـم ويوسّعونه، وهو أنه لا توجد دائماً علاقة مباشرة بين الحجم والوزن من جهة والكمية من جهة أخرى.

وحتـى تلائم هذا النشاط للمستويات العليا مـن التحدي القابل للتحقيق، اطلب إلى الطلاب أن يعملوا في مجموعات ثنائية أو مجموعات صغيرة، وأعطهم ميزانـاً وأشياء متنوعة ليضعوها في الأكياس. تتضمن الخيارات توقع (تخمين) كم عدد الأشياء التي تساوي وزناً معطًى (معلوماً)، وكم عدد الأشياء التي يتعين إخراجهـا أو إضافتها بعد قياس وزن كل كيس، كي يكون وزنه أقرب ما يكون إلى الوزن المعطى.

يمكن توسيع هذا النشاط عندما يبني الطلاب المفهوم الأولي للمضاعفات، وقد يتوقعون توقعات جديدة ليصلوا إلى وزن جديد، مثل كيلوجرامين أو ثلاثة أو

أربعة أو خمسة. ثم وسّع النشاط أكثر، واطلب إلى الطلاب تخمين وزن كل شيء من الأشياء بمفردها. ويمكن إجراء هذا النشاط قبل أن يدرس الطلاب الكسور بصورة رسمية، ولكن يمكنهم أن يعبروا بكلماتهم الخاصة عن تخميناتهم حين يرون، مثلاً، أن أربعة أشياء تزن كيلوجراماً واحداً.

استراتيجية: خمّن الوزن باستخدام أشياء مألوفة

هذا نشاط جيد من أنشطة «أنا هنا الآن». نحن نعرف أن حقائب الطلاب تزداد ثقلاً مع الوقت. ولدى الطلاب معرفة مسبقة، من خلال حواسهم المختلفة، أن حقائبهم وحقائب زملائهم تتغير مع تقدم أعمارهم، وذلك عندما يناولون زملاءهم حقائبهم للوصول إليها، أو يناولون هذه الحقائب لأصحابها، وكذلك عندما يحملون حقائبهم سواء أكانت خفيفة أو ثقيلة. والحقيبة المدرسية هي شيء ليس له علاقة باللغة والثقافة في كل صف مدرسي. وبالتالي، فإن نشاط التخمين هذا يوفر الراحة للطلاب لأنه مألوف لديهم، بالإضافة إلى وجود الاهتمام الشخصي لأنه يتعلق بالطلاب أنفسهم وبزملائهم في الصف.

اختر حقائب عدد من الطلاب المتطوعين الذين يعتقدون أن حقائبهم إما خفيفة أو متوسطة أو ثقيلة. واطلب إلى الطلاب أن يزنوا حقائبهم باستخدام الميزان، ويقرؤوا الرقم الذي يشير إليه (بمساعدتك إذا تطلب الأمر ذلك)، ثم يكتبوا الوزن على السبورة تحت فئة من الفئات الثلاث الآتية: **ثقيل**، **متوسط**، **خفيف**. وبعد أن ينتهي الجميع من وزن الحقائب والإعلان عن الوزن وتسجيله (وهذه مدخلات سمعية وبصرية على حدٍّ سواء)، مرّر الحقائب على الجميع حتى يجرّب كل طلاب حمل الحقيبة التي تزن س من الكيلوجرامات، ويستخدم حاسة اللمس ليشعر بثقلها.

بعـد تجربـة الأمثلة الثلاثة الأولى (حقيبة مـن كل فئة)، اطلب إلى طلاب متطـوع أن يتوقع إن كانت حقيبته ثقيلـة أو متوسطة أو خفيفة، ثم تُمرّر الحقيبة على الجميع، ويكتب كل طلاب تخميناً لوزنها سرًّا قبل أن يزنها صاحبها، ويلصق وزن الحقيبة على القائمة. ويمكنك كتابة وزن كل حقيبة باستخدام ورقة لاصقة. وبعـد ذلك، يمكن للطلاب العودة إلى الحقائب وحملها؛ لتعزيز إحساسهم بثقل الحقائب التي تزن 3 أو 5 أو 7 كيلوجرامات. وهذه الخطوة مهمة على نحوٍ خاص عندما يخمّن الطلاب تخمينات غير صحيحة بصورة متكررة.

يتعيـن الحفاظ على سريـة تخمينات الطلاب؛ لزيـادة مشاركتهم وتقليل خوفهـم من ارتـكاب الأخطاء، إذ إن الهـدف هو أن يحسـن كل طلاب مهارات التوقع لديه في مستوى التحدي القابل للتحقيق المناسب له. وعليه، فإن الاحتفاظ بتدوينـات الطلاب سرية يعـزز الفكرة بأن الطلاب يعملـون لتحسين مهاراتهم ليكونوا أفضل من زملائهم.

وبعـد أن ينتهي الطلاب مـن وزن الحقائب جميعها وتوقّـع أوزانها، فإنهم يعدّون جداول أو رسوماً لمقارنة الأوزان الحقيقية بتوقعاتهم لها بالترتيب نفسه الذي وُزنت فيه حقائبهم. ويوفر هذا النشاط خيارات عدة للطلاب في مستويات إتقان مختلفة؛ فالطلاب ذوو المستوى المتدني يزوّدهم بجداول مناسبة للمقارنة، في حين يمكن للطلاب ذوي المستويات العليا اختيار شكل الجدول الذي يريدونه. ويتعيـن أن يتوافر في الجداول فراغـات كي يكتب فيها الطلاب وزن كل حقيبة، وفراغات بجانب الرقم الذي يمثل الوزن الحقيقي كي يكتبوا فيه توقعاتهم. وعندما يمثّل الطلاب بياناتهم على رسم بياني عمودي، يتعين عليهم مشاهدة أن أطوال الأعمدة تكون قريبة بعضها من بعض كلما زاد عدد الحقائب التي يزنونها.

ويمكن للطلاب المتفوقين استخدام عملية الطرح لإيجاد الفرق بين توقعاتهم والأوزان الحقيقيـة، ومن ثم تمثيل هذه الأرقام على رسم بياني خطّي (للحقائب

جميعها) بكتابة رقم الحقيبة على المحور السيني، والفرق بين تخميناتهم والوزن الحقيقي على المحور الصادي، حيث يوضح المنحنى أنماط الدقة.

وعندما يقوّم الطلاب رسومهم البيانية المختلفة، يمكنهم أن يناقشوا الأنماط الناتجة، وكيف مُثّلت في الرسوم البيانية المختلفة. لماذا تصبح ارتفاعات الأعمدة على الرسم البياني العمودي قريبة بعضها من بعض كلما أضفنا مزيداً من التوقعات؟ ولماذا يتجه الخط على الرسم البياني الخطّي إلى أسفل كلما أضفنا مزيداً من التوقعات؟ يمكن للطلاب متابعة النشاط، ومناقشة ما الذي يتوقعونه عند إضافة ثلاثة تخمينات على رسومهم، وأن يبينوا كيف استفادوا من النمط في توقع هذه النتائج.

أما بالنسبة لتمرين الواجب المنزلي، فيمكن للطلاب أن يختاروا أشياء من البيت يمكنهم حملها ووضعها على الميزان، ثم يعيدوا تجربة وزن الحقائب باستخدام 5 إلى 10 أشياء، ويمثلوا توقعاتهم والأوزان الحقيقية على الرسوم البيانية، ويصفوا ما يلاحظونه عن دقة توقعاتهم لأنهم اكتسبوا الخبرة بذلك. (ملاحظة: تأكد من وجود ميزان في منزل كل طلاب قبل تعيين هذا الواجب المنزلي).

أتاح هذا النشاط فرصة للطلاب بأن يحظوا بتجربة إيجابية وممتعة تولد لديهم الثقة في قدراتهم على التخمين؛ لذا ستزداد رغبتهم مستقبلاً في استخدام التخمين في دروس الرياضيات وأنشطتها، وسيكونون أكثر راحة في المشاركة في الصف؛ لأنهم سيرون أن تخميناتهم «صحيحة» عندما تكون ضمن نطاق معين من الإجابات (فليس شرطاً أن تكون رقماً صحيحاً بعينه)، ممّا يولد لديهم شعوراً بأن التخمين وسيلة آمنة للمشاركة. وبالإضافة إلى زيادة الراحة في المشاركة من خلال إدراك أن الجميع يرتكبون الأخطاء (أي أن تخميناتهم ليست صحيحة دائماً)، سيرى الطلاب أنهم كلما تمرنوا أكثر تحسّنت مهاراتهم في التخمين.

والهدف الآخر، هو أن يدرك الطلاب قيمة التخمين لأنه يساعدهم على اختبار فيما إذا كانت إجاباتهم منطقية أم لا. إن لحظة « آهاً!» يمكن أن تشجع على استخدام التخمين في كثير من الواجبات المنزلية والامتحانات في مبحث الرياضيات.

استراتيجية: تخمين محيط الدائرة

اختر مجموعة من الأشياء دائرية الشكل في الصف لتخمين محيطها ووضعها في ترتيب عشوائي،حيث سيرتب الطلاب فرديًّا أو في مجموعات صغيرة الأشياء حسب كبر محيطها من الأصغر إلى الأكبر بناءً على توقعاتهم. ومن ثم يختارون شيئاً (دائري الشكل) صغيراً ومتوسطاً وكبيراً، ويستخدمون خيطاً أو يرسمون خطًّا من نقطة المركز لتحديد المحيط. إذ يستطيع الطلاب من خلال هذه الملاحظات أن يخمّنوا، ومن ثم يقيسوا بقية الأشياء، مقتفين بذلك تخميناتهم والقيم الحقيقية؛ لذا، ذكّرهم بتسجيل البيانات بالترتيب نفسه الذي يخمّنون فيه القياسات حتى يتمكنوا من رؤية نمط دقة تخميناتهم.

ويمكن للطلاب أيضاً على نحو ما ورد في الأنشطة السابقة، أن يستخدموا الطريقة التي يفضلونها في مقارنة تخميناتهم بقياسات المحيط الحقيقية، ثم يرسموا رسماً بيانيًّا خطيًّا أو بالأعمدة لإيجاد نمط ما. وعندما تجد أن الطلاب بدؤوا يتحسنون، اقترح على المتفوقين منهم أن يستخدموا الطريقة الأكثر تحديًّا، وهي أن يرسموا رسماً بيانيًّا أو جدولاً بعد جمع بيانات لنصف الأشياء فقط. ومن ثم يفكر كل طلاب في كيفية استخدام البيانات التي جمعها في تخمين قياسات النصف الباقي من الأشياء تخميناً ناجحاً. واقترح على الطلاب أن يسألوا أنفسهم الأسئلة الآتية:

- هل تخميناتي مبالغ فيها، أم أنها أقل من القيمة الحقيقية؟
- كيف يمكنني تعديل تخميناتي التالية لتصبح أكثر دقة؟

- كيف اختلف النصف الثاني من الرسم البياني أو الجدول عن النصف الأول؟
- هل يمكنني استخدام الطريقة نفسها وتطبيقها على بقية الأشياء في الصف للحصول على تخمينات إضافية؟

يمكن استخدام هذا النشاط في تخمين محيط المربعات والمستطيلات وحتى الأشكال التي لها أكثر من أربعة أضلاع. وبدلاً من ذلك، يمكن للطلاب أن يتطوروا في مستوى التخمين لتخمين المساحات أيضاً، وذلك للحفاظ على إشراك الطلاب في تحديات ملائمة لهم. وسوف ترى النجاح في أنشطة التخمين هذه، فكلما أظهر الطلاب ثقة أكبر في المجازفة والمشاركة في مناقشات التحدي على نحو متزايد زادت مستويات راحتهم وتحصيلهم. وسيساعد تشجيعك الطلاب والتغذية الراجعة التكوينية لهم على الشعور بالدعم والأمان والطمأنينة وإشراكهم في العمل، وسيدركون أن التغذية الراجعة التي قمت بها تعد أداة قيمة، وليست نقداً، وسيقدّرون أهمية استخدام المعلومات حول أخطائهم لتحسين تخميناتهم (إجاباتهم) في المستقبل.

سيجد الطلاب أن الأخطاء هي أدوات تعلم بصورة متزايدة، وهذا سيساعدهم على اتخاذ موقف أكثر ثقة وإيجابية تجاه الرياضيات والحياة. فالمجازفة (التخمين) وتحليل الأخطاء (نتائج الرسوم البيانية) والمثابرة في استخدام تحليل الأخطاء لمراجعة التخمينات، ستكافئ الطلاب في اكتساب مهارات عليا وتحقيق النجاح.

استراتيجية: الحدّ من الأخطار من خلال العمل في مجموعات صغيرة

حتى تحافظ على مشاركة الطلاب جميعهم في حل المسائل، فقد ترغب في الطلب إلى مجموعة طلاب عرض إجابتهم قبل إخبارهم بالإجابة الصحيحة

إذا كان ذلك ممكناً. ادعُ الطلاب الذين لا يتطوعون عادة للمشاركة؛ حيث إن العمل مع الأقران أو في المجموعات الصغيرة، يقدم دعماً قيّماً لهم لبناء ثقتهم بأنفسهم ويتسنى لهم جميعاً المشاركة الفعالة، للتخفيف من التوتر. وعليه، تكون المشاركة التطوعية مريحة أكثر عند العمل مع الأقران لاكتساب الثقة حول دقة الإجابات التي يقدمونها.

نمذج عمل الأقران (المجموعات الثنائية) قبل أن تطلب إلى الطلاب العمل معاً، من خلال قيامك بالدورين بنفسك أولاً، ثم مع تلميذين آخرين تدرّبا على ذلك، أو بعرض تعاون الأقران مع طلاب آخر قد تدرّب مسبقاً. وهذه النمذجة ستظهر للطلاب أن طبيعة العمل في مجموعات ثنائية يهدف إلى حل المشكلات بصورة مستقلة، ومن ثم توضيح كل طلاب في المجموعة إجابته لزميله من أجل التحقق من صحتها، أو الحصول على تغذية راجعة تصحيحية (منك أو من زميله). ويتعين على الطلاب أن يفهموا أن هذه الطريقة ليس المقصود منها العمل مع الزملاء للوصول إلى الحل معاً. وعندما يكون لكل طلاب إجابته الخاصة فعندئذٍ يمكنهم المقارنة بين إجاباتهم. فإذا كانت إجاباتهم متماثلة حتى لو كانت غير صحيحة، فإنه سينتاب الطالب شعور بالأمان لمعرفة أنه ليس وحده الذي ارتكب خطأً.

وإذا اختلف الطلاب في المجموعات الصغيرة أو الأقران حول إجاباتهم المستقلة، فإن كل فرد منهم يُتاح له توضيح فكرته، متبعين قاعدة عدم جواز مقاطعة أي شخص كلام زميله حتى ينتهي من حديثه. وفي النهاية، يمكن لهذا التمرين أن يرتقي إلى مستوى أعلى من تعليم الأقران، على ألا يخبر الطالب زميله ولا يظهر له طريقته في الوصول إلى الحل، ويسأله بدلاً من ذلك أسئلة تقوده إلى الحل الصحيح. والإعداد لعمل الأقران قبل وقت المناقشة الجماعية، يزيد من الراحة والمجازفة والتعلم الفعّال من الأخطاء.

لتوسعة النشاط، اطلب إلى الطلاب أن يعملوا في مجموعات ثنائية لمراجعة الواجبات المنزلية أو الأعمال الصفية قبل أن تطلب إلى أفراد الصف جميعاً المشاركة، أو استخدم مراجعات الأقران بوصفها مراجعة اختبارية؛ إذ تتيح المقارنة في المجموعات الثنائية فرصة أخرى لزيادة التواصل اللفظي والثقة فيما يتعلق بالرياضيات عندما يقارن الطلاب في المجموعات الثنائية إجاباتهم بمشاركة عادلة، وكذلك عندما يحاولون إقناع بعضهم بعضاً لماذا تُعدّ إجاباتهم صحيحة من وجهة نظرهم.

يعمل الطلاب بصورة أفضل عندما يعملون في المستوى نفسه من التحدي القابل للتحقيق، والذي يقلّل من احتمالية **إخبار** أحد الطلاب زميله بالإجابة بدلاً من الاستماع له، وإرشاده للوصول إلى الإجابة الصحيحة. ولمّا كان اختيار الزميل يرفع من مستويات الدوبامين ويقلّل من التوتر، فإنه عليك أن تسمح للطلاب في بعض الأحيان باختيار زملائهم. وحتى يستطيع الطلاب الذين يعملون في مجموعات ثنائية ذات مستويات مختلفة من التحدي القابل للتحقيق العمل معاً؛ من المفيد تعريفهم بمفهوم المسؤولية، أيْ أن كلا الطالبين مسؤول عن توضيح كيفية حل المسألة، ويعرفان أنه يمكن أن يطلب إلى أحدهما حلها. إذا كان العمل في المجموعات الثنائية لإعدادهم للامتحان، وحقّق الطالب **المتعلم** دقة عالية بصورة ملحوظة في نوع المسائل التي روجعت في ذلك اليوم، فإن كلا الطالبين («المتعلم» و«المرشد») يحصل على نقاط إضافية، مما يبين الأهمية الحقيقية للعمل الناجح في المجموعات الثنائية، ويشجع الطلاب على حمل المهمة محمل الجدّ.

استراتيجية: البحث عن طرق متعددة

تعزّز المسائل التي تُحل بطرق متعددة المجازفة والمشاركة، وتزيد من اختيارات مستويات التحدي القابل للتحقيق، وتظهر الرياضيات على أنها عملية

إبداعيـة. للتحقق من أن الطلاب قد اختبـروا الأداة القيمة للنظر في الخيارات المتعـددة، واستخدام التفكير المنطقي في اختيـار الطريقة الفضلى (بالنسبة لنقـاط قـوة تعلمهم أو نـوع المسألة)؛ وضّح لهم أنك لا تريـد منهم الإجابة عن المسألة بل طرق حلها، والأسباب التي جعلتهم يعتقدون أن طريقة ما هي الأفضل.

والخطـوة الأولـى هـي استخـدام الكتابة أو من خـلال الأمثلـة، لبيان أن هنـاك على الأقـل، طريقتين للوصول إلـى الحل. وقد يكون لـدى الطلاب، بناءً علـى مستوى التحدي القابل للتحقيق، وقت أو إدراك لطريقة واحدة فقط. ولكن هـذه الاستراتيجية (الطريقة) ستبقى تعمـل لصالحهم لأنهم – في حين يكتب طلاب آخرون عن طريقتين على الأقل– لن يشعروا بالاستعجال. ثم أخبر هؤلاء الطـلاب مسبقاً وعلى انفراد بأنهم لن يكونوا تحـت الضغط هذه المرة ليجدوا حلولاً عدة؛ لأن هدفهم الحالي هو إتقان المفهوم أو العملية التي وضعتها لهم في خطة الأهداف الموسّعة.

وأخبر طلاب الصف قائلاً لهم: «لا أريد منكم هذه المرة أن تخبروني عن الإجابـة الصحيحة، بل أخبروني فقط ما الذي يمكـن أن تفعلوه لحل المسألة». وبعد أن يوضح الطلاب الطرق التي استخدموها، اطلب إليهم إيجاد طرق أخرى دون أن تخبرهـم أيها صحيح. واطلب إلى الطلاب حتى تحافظ على مشاركتهم جميعـاً، أن يناقشوا الطرق التـي فهموها أو اتفقوا عليهـا، وعند اختبار الطرق المختلفـة للوصول إلى الدقة، يمكن أن يستمر الحـوار بأن يتحدث الطلاب عن سبب اعتقادهم أن طريقة ما أفضل من الأخرى.

فعلى سبيل المثال، إذا كانت المسألة هي إيجاد جواب لحاصل 6 × 8، يمكن أن يقتـرح الطلاب ثلاثة خيـارات، هي: حفظ جدول ضرب العـدد 6، أو معرفة أن حاصـل 8 × 5 = 40 وإضافـة 8 ليصبح الجواب 48، أو إضافة عمود من ست ثمانيات. وعند إتاحة الفرصة للطلاب أن يختاروا بأنفسهم طريقة من طرق عدة

أجمعوا على صحتها، ودعمت اختيارهم هذا، فإن ذلك سيزيد من مستوى راحتهم. وتبني هـذه الطريقة أيضاً لـدى الطلاب المنطق الرياضـي والحدس ومهارات التفكير المتضمنة في مواد دراسية أخرى، وحل مشكلات الحياة في الواقع.

وهناك مثال آخر، وهو سؤال الطلاب أيّ كسر أكبر: $\frac{2}{5}$ أم $\frac{3}{7}$؟ شجع الطلاب علـى رسم رسوم بيانية، أو استخـدام أي أداة من الأدوات الرياضية في الصف (مثلاً، الوسائل اليدوية، المساطر، ورق الرسم البياني). ومن المحتمل أن تتطابق إجابات الطلاب مع نقاط قوة تعلمهم. فقد يستخدم المستكشفون ثلاث وسائل يمثّل كلّ منها $\frac{1}{7}$ من المجموع نفسه، ومقارنة الحجم بقطعتين تمثّلان $\frac{1}{5}$. وأما قارئو الخريطـة فقد يرسمون دائرتين أو مستطيليـن متماثلين في الحجم على ورق الرسـم البياني، وتقسيـم إحداهما إلى خمسة أجـزاء والأخرى إلى سبعة، وتلويـن جزأين من الأولـى وثلاثة من الأخرى، ومن ثم مقارنـة الأجزاء الملونة بعضها ببعض.

قـد يجد الطلاب الذين أتقنوا مستوى مفاهيميًّا عالياً بالكسور الاعتيادية المتكافئة أن مقاماتها متشابهة. والطلاب الآخرون الذين يفهمون أن الكسور تمثّل القسمة، قد يقسمون البسط على المقام في كلا الكسرين ليعرفوا أي الحاصلين أكبر. وتتضمن الخيارات الأخرى رسم خطّي أعداد حتى يستطيع الطلاب تقسيم خـط الأعداد بالتساوي وبدقة إلى سبعة أجـزاء، والآخر إلى خمسة أجزاء. وقد يحسـب الطلاب الذين يشعرون بالراحة فـي التخمين أي الكسرين الاعتياديين أقرب إلى واحد صحيح.

سيـدرك الطـلاب، عند وجـود خيـارات كثيـرة ومسألة لا تتطلـب إجابة بعينها، أنهم إن لم يستطيعوا تذكّر قاعدة معينة، فعندئذٍ يمكنهم ابتكار طريقة واستخدامها في المقارنة. وأن هذه الطريقة أيضاً تعزّز لدى الطلاب أهمية معرفة المفاهيم المساندة كي لا يتعثروا عندما لا يتذكرون الخوارزمية—وهي إجراءات

حفظها الطلاب ويمكنهم استرجاعها وليس بالضرورة فهمها. والرسالة المهمة المتعلقة بالمسائل التي تُحل بطرق متعددة هي أن المشاركة ليست محصورة فقط في الطلاب الأسرع حلًّا أو الذين يكونون دائماً على صواب، لأنك تؤكد على أهمية وجـود طرق مختلفة للتعامل مع المسألة وليس المسألة التي لها حل واحد فقط. فإذا ابتكر الطالب طريقة صحيحة للوصول إلى الحل، وارتكب خطأ حسابيًّا فيها، فإنه ينبغي أن يكون محل التقدير لدقة تفكيره. ويمكنك استخدام هذه الطريقة وتوضيح كيف أنها طريقة ناجحة إن صُحّحت عملية الجمع أو الطرح، وإثبات ذلك مـن خلال استخدامها في حل مسألـة مشابهة بأرقام مختلفة. وسيشعر الطالب الذي اقترح هذه الطريقة بمكافأة الدوبامين على طريقته الصحيحة؛ لأنه أدرك أنها تنتج الكثير من الإجابات الصحيحة. ولقد اكتشف الطالب مفهوماً أو فكرة إبداعية تخصّه، واكتشف أيضاً أداة مفيدة.

استراتيجية: استخدم المسائل التي لها إجابات صحيحة عدة

المسائـل التي لها إجابات صحيحة عدة هـي مسائل ممتعة للطلاب سواء عملـوا على هـذه المسائل منفردين أو في مجموعات ثنائيـة، أو في مجموعات صغيرة؛ حيث يستطيعون توضيح حلولهم المختلفة لزملائهم. وتقلّل هذه الطريقة مـن الشعور بالسلبية تجاه ارتـكاب الأخطاء؛ لأن الطلاب يعلمـون أن بإمكانهم استخدام نقاط قوة تعلمهم، والاستراتيجيات التي يستطيعون تذكّرها، والحقائق التي حفظوها عن ظهر قلب، ومن ثم يتأكدون من صحتها بمساعدة أحد زملائهم قبـل أن يشتركـوا فيها مع بقية أفراد الصـف أو المجموعة. وتتيح هذه المسائل أيضـاً التحدي القابل للتحقيـق؛ لأن الطلاب الذين يعثـرون على طريقة واحدة يُطلـب إليهم الاستمرار في العثـور على أكثر ما يستطيعـون. لذا يشعر الطلاب الذين يحتاجون إلى مزيد من الوقت بالراحة؛ لأنهم يعلمون أنهم لن يكونوا آخر من ينتهي من العمل.

فعلى سبيل المثال، تشجع لعبة تسمى «هذه ليست ...» الحلول المتعددة، حيث تُمارس في بيئة مريحة تشجع على الإبداع. إذ يمرّر الطلاب شيئاً ما–مثل لعبة هاتف– ويقولون: «هذه ليست ...». فيسمّي الطلاب الصغار هذا الشيء بأنه ليس لعبة هاتف (مثلاً، «هذا ليس قلماً»). أما الطلاب الكبار فيكمّلون بقولهم: «هذه ليست لعبة هاتف، إنه ...»، ومن ثم يعبّرون بالإشارة عن الشيء الذي يدّعونه بأنه لعبة هاتف، وربما يكون فأرة الحاسوب أو مجفّف الشعر. ويمكن للطلاب أخيراً تسمية الشيء الذي يخمّنونه. وتساعد الألعاب المشابهة لهذه اللعبة الطلاب على الشعور بالراحة، مع وجود نوع من الغموض، واكتساب الثقة في التحدث حين يكون ذلك مناسباً.

إن أهم نشاط تعلمي في الرياضيات أو أي مادة أخرى هو المشاركة؛ لأنها بطبيعتها تجعل المرء منفتحاً على ارتكاب الأخطاء، غير أن الدماغ يتعلم عبر إعادة بناء الشبكات العصبية التي تقوم بالتخمينات غير الصحيحة. وإن ممارسة هذه اللعبة تسمح للطلاب بالمشاركة دون خوف من ارتكاب الأخطاء، الذي يبني بدوره تدريجيًّا الثقة للمشاركة حتى لو كانت الإجابة غير صحيحة.

✣ استراتيجية: التعلم من الأخطاء

من أكثر الطرق فعالية لتخفيف الشعور بالخوف لدى الطلاب من ارتكاب الأخطاء هي نمذجة الطريقة التي تعلّمتَ بها أنت من أخطائك. وعندئذ يمكنك توضيح كيف يمكن أن يتعلم الطلاب من الأخطاء التي ترتكبها عن قصد، وعندما يكون الطلاب مستعدين للتفكير في، وليس الرد على، السلبية تجاه الأخطاء، ويمكنك إرشادهم ليتعلموا من أخطائهم الخاصة.

تهدف الاستراتيجيات هنا إلى تخفيف ردّ الفعل العاطفي المبالغ فيه الذي يتملّك الدماغ بخصوص السلبية تجاه الأخطاء، ومساعدة الطلاب على

استرجاع الذكريات المحفّـزة إلى المثابرة، ودمج المثابرة من خلال الأخطاء، وإكساب الطلاب القدرة على تحمل ارتكاب الأخطاء، وتقليل الأخطاء التي تُرتكب بسبب القلق الزائد، وتشجيع الطلاب على السعي للوصول إلى التحديات القابلة للتحقيق. وتساعد هذه الاستراتيجيات والنمذجة التي عملتها، الطلاب على فهم قيمة الأخطاء.

ابدأ النقاش بعبـارة أو سؤال مثل، «هل يفضّل لاعب الجيتار عمل الألحان بالأوتـار فقط عندما يتقن العزف على مجموعـة منها؟»، ومن ثم شجع النقاش حول الذكريات الشخصية المتعلقة بالأخطاء التي أدّت إلى النجاح والمتعة: «هل يمكـن أن تصـف موقفاً استمـررت المحاولة فيه على الرغم مـن أنك أحسست بالاستسلام؟» «كيف تعلمت لعب كرة القدم بهذه الطريقة الجيدة؟»، «هل ما زلت تستمتـع بمسارات التزلج على الجليد المخصصـة للمبتدئين مع أنك محترف، أو هل تبدو لك مملّة؟»

سيذكّـر هذا النقاش طلابك فـور اكتسابهم مهارات في لعب الرياضة، أو العـزف على آلة موسيقيـة، أو اللعب بألعاب الفيديو، بأنهـم يشعرون بالملل من بقائهم في المستوى نفسه، **ولكنهم ارتكبوا الأخطاء عندما قبلوا التحدي للارتقاء إلى مستويات أعلى.** وقلّ ارتكابهم للأخطاء تدريجيًّا، واستمتعوا بممارسة الأمور بمهارة أفضل من خلال بذل الجهد والقيام بالتمرينات. وعندما يربط الطلاب هـذا بالتحديات في مبحـث الرياضيات، فإنهم سيفهمـون أن الأخطاء هي أمر طبيعـي في تحسين المهـارة في الرياضيات، كما هو الحال في إتقان لعبة فيديو جديدة، أو مهارة الرياضية البدنية.

ستقلّل من خوف طلابك من ارتكاب الأخطاء عندما تساعدهم على استيعاب أنهم عندما يشعرون بالإحباط أو الحرج من الأخطاء، **فإن أدمغتهم تعمل جيدًا، وتعيـد بنـاء المسـارات العصبية مما يزيد مـن ذكاء الدماغ مستقبلًا في الإجابة**

عن الأسئلة. فمثلاً، إذا حُدّد خطأ في الواجب المنزلي، أو في أثناء المشاركة في الحصة، فقد يصاب الطالب بالإحباط، ولكن دون هذه الاستجابة لن يتحفز الدماغ لإعادة برمجة مسار المعلومات غير الصحيحة، مما يجعل الطالب يرتكب الخطأ نفسه مرة أخرى.

وعلى الرغم من أن ارتكاب الأخطاء أمام الآخرين أمر يبعث على التوتر عند معظم الطلاب، إلا أن بناء الفهم الصحيح يتحقق من خلال إدراك الأخطاء بالقدر نفسه من إعادة تكرار حفظ الإجراءات عن ظهر قلب. إن أكثر بيئة صديقة للدماغ هي تلك التي تشجع على المشاركة، وتُصحح الافتراض بأن ارتكاب الأخطاء يعني أنك لست ذكيًّا. ويمكن دمج العقلية الواسعة الإيجابية في ثقافة الصف باستخدام الاستراتيجيات المذكورة في هذا الفصل، من أجل زيادة المشاركة وتقليل الشعور بالقلق تجاه ارتكاب الأخطاء، وبناء ثقة الطلاب في قوة الدماغ العظيمة ليصبحوا أكثر ذكاءً بسبب الأخطاء.