الجزء الرابع

الإحصاءات الاستدلالية البارامترية لعينتين مستقلتين أو أكثر

- الفصل الثالث عشر: اختبار t لعينتين ذات وسطين حسابيين متساويين.
- الفصل الرابع عشر: فروق الدلالة: اختبار F لأكثر من وسطين متساويين: تحليل التباين

الفصل الثالث عشر

اختبار t لعينتين ذات وسطين حسابيين متساويين

مقدمة:

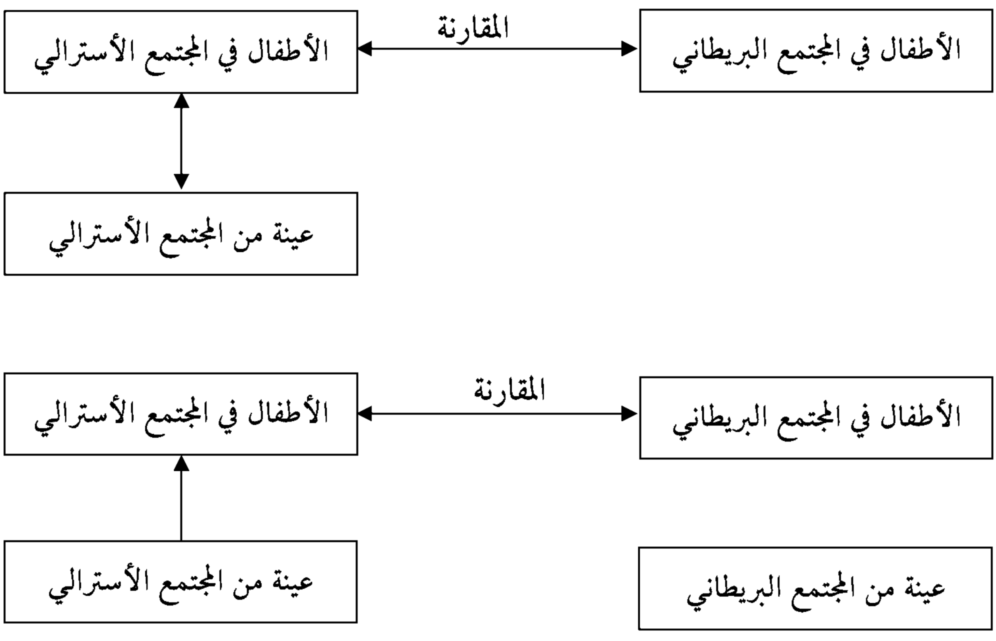
إن ما تناولناه في الفصول السابقة تم التركيز فيه بالدرجة الأولى على الاختبارات المتعلقة بالمتوسط الحسابي لعينة واحدة. بمعنى أن الاهتمام كان يتعلق بالاستدلال حول مجتمع واحد فقط، عندما لم يكن لدينا أية معلومات حول المجتمع، حينئذٍ يمكن استنتاج هذه المعلومات من خلال النتيجة المتحصل عليها من العينة.

في هذا الفصل سيتم التركيز على اختبار الفرض المتعلق بعينتين، ففي هذا الاختبار عادة ما يلجأ الباحث إلى مقارنة مجتمعين فيما يتعلق ببعض الإحصاء الوصفي مثل: المتوسط الحسابي، والنسب ذات الحدين أو التوزيع التكراري.

ولما كانت القيمة لهذه الإحصاءات غير معلومة لكلا المجتمعين، حينئذٍ سيتم سحب عينة من كل مجتمع لغرض الاستدلال من تلك العينات. من ناحية أخرى، إذا كنا لا نعرف القيمة لهذه الإحصاءات لأي من المجتمعين حينئذٍ يمكننا سحب عينة من كل مجتمع وإجراء عملية الاستدلال من كل واحدة من هذه العينات. على سبيل المثال، إذا رجعنا إلى المثال الذي تم طرحه في الفصل المتعلق باختبار t لمتوسط عينة واحدة حيث تم التركيز

حول كمية معدل مشاهدة الإذاعة المرئية (التلفزيون) من قِبل الأطفال في المجتمع الأسترالي والبريطاني للفئة العمرية من 5 إلى 12 سنة. لقد تم التركيز في هذا المثال على مقارنة متوسطات هذين المجتمعين؛ إلا أنه قد لوحظ، أن لدينا المعرفة فقط بالمتوسط المتعلق بالمجتمع البريطاني. ولما كانت القيمة الإحصائية المتعلقة بالمجتمع الأسترالي غير معروفة، الأمر الذي جعلنا نقوم بسحب عينة من 20 مفردة لأجل إجراء عملية الاستدلال استناداً على البيانات التي تحصلنا عليها من هذه العينة (انظر الشكل 13 – 1).

إن السؤال الذي يمكن طرحه هنا، ماذا سيكون الأمر عندما لا تكون لدينا معلومات حول أطفال المجتمع البريطاني. إن أفضل طريقة في هذه الحالة هي سحب عينة عشوائية من هذا المجتمع لإجراء استنتاج آخر من العينة الثانية.



المصدر: George Argyrous, Statistics for Social & Health Research, with a Guide to SPSS , SAGE Publications, London, 2001 , P. 340.

شكل رقم (13 ـ 1) اختبار الفرض لحالة عينتين

في مثل هذا الموقف نحن نقوم بإجراء اختبار الدلالة لعينتين. في هذا المثال، نحن نقوم بمسح الأطفال في كل واحد من هذين المجتمعين، بالرغم من أنه من الناحية العملية نحن نفكر في واقع الأمر في عينة واحدة تتعلق بالمجتمعين الأسترالي والبريطاني. وتصورياً، نحن نقول إننا نتعامل مع عينتين من كل مجتمع من هذين المجتمعين للمقارنة بينهما. وبالرغم من الآلية الواقعية لجمع البيانات، فإننا نقوم بجمع بيانات ضخمة من الأطفال الذين تم مسحهم كجزء من عملية البحث ذاتها، إلا أنه عند تحليل البيانات، فإننا في واقع الأمر نتعامل مع مجموعتين من الأطفال كعينتين منفصلتين، كما هو واضح في الشكل أعلاه.

في حقيقة الأمر، يمكننا توسيع هذا الموقف إذا أردنا أن نقارن أكثر من مجتمعين. على سبيل المثال، قد نكون راغبين في مقارنة معدل مشاهدة الأطفال للإذاعة المرئية في أكثر من مجتمعين فيما يتعلق بمعدل مشاهدتهم للإذاعة المرئية، ولدينا فقط عينات من كل واحد من هذه المجتمعات.

إن العمل مع أكثر من عينتين يتطلب إجراء اختبار مختلف ذي دلالة وهذا ما سنتناوله في الفصل اللاحق من هذا الكتاب.

بصفة عامة، إن اختبار الاستنتاج يتأثر بعدد العينات التي يتم الاستدلال منها. وجدير بالذكر أنه يمكننا القول، بأنها ممارسة شائعة أن نميز بين اختبارات عينة واحدة، أو اختبارات عينتين أو اختبارات أكثر من عينتين. وعند الحديث عن الاستدلال من أكثر من عينتين، فإننا بذلك نتحدث عن K من العينات K-Samples، حيث تشير K إلى العدد الذي يزيد عن اثنين. في أحوال كثيرة فإن التغير المرتبط في الانتقال من موقف اختبار t لعينة واحدة إلى اختبار t لعينتين أو لموقف K من العينات لن تكون تغيرات كبيرة، بقدر ما تكون عملية أساسية لتنظيم، وعليه سيكون من المفيد لنا معرفة ما إذا كان عدد العينات التي على ضوئها تمت عملية الاستدلال، هل هي عينة واحدة أم عينتين أم أكثر من ذلك.

دعنا مرة ثانية نرجع إلى المثال المتعلق بمعدل مشاهدة الأطفال للإذاعة المرئية

(التلفزيون) للمقارنة بين أطفال المجتمع الأسترالي وأطفال المجتمع البريطاني. إننا كنتيجة لذلك، نقوم بجمع بيانات حول متغيرين: مكان الإقامة، ومعدل كمية مشاهدة الإذاعة المرئية. بمعنى آخر، هل يمكن أن يختلف الطفل عن طفل آخر في واحدة من الطريقتين؟ فالطفل يمكن أن يختلف فيما يتعلق بمكان الإقامة و / أو يمكن أن يختلف فيما يتعلق بكمية ما يشاهده[1].

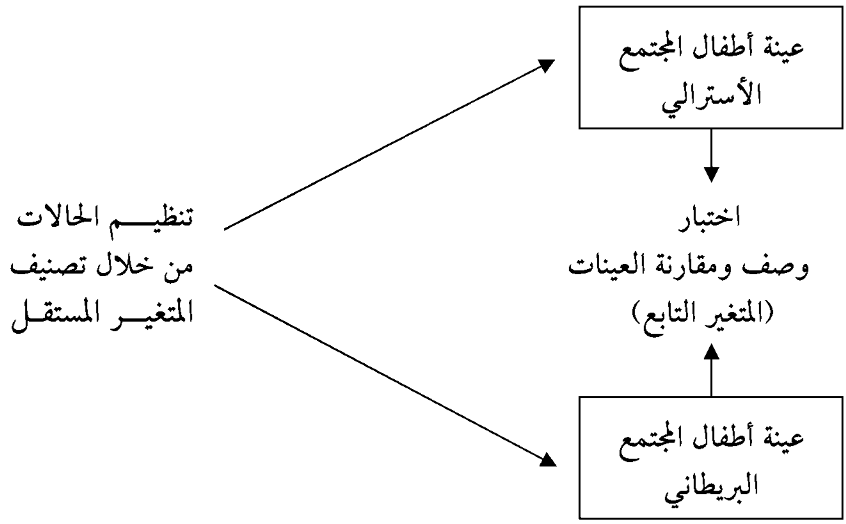
المتغيرات المستقلة والمتغيرات التابعة

Dependent and Independent Variables

يمكننا أن نفكر في مشكلة هاتين العينتين طبقاً للمعطيات المتعلقة بالمتغيرات المستقلة والمتغيرات التابعة والتي أشرنا إليها في متن هذا الكتاب (الفصل الأول). عادة ما يطلق على المتغير التصنيفي المتغير المستقل، ومتغير الاختبار يطلق عليه المتغير التابع. فالمتغير التابع هو ذلك المتغير الذي يفسر أو يتأثر بالمتغير المستقل.

وبالرجوع مرة أخرى للمثال المتعلق بالأطفال وكمية مشاهدة الإذاعة المرئية في كل ليلة، فإننا نشك في أن مكان الإقامة بطريقة ما يؤثر أو يسبب تأثيراً في كمية مشاهدة الأطفال للإذاعة المرئية (يمكن أن تكون هناك عوامل أخرى مثل الطقس، أو نوعية البرامج المقدمة في بلدان مختلفة). إنه من الواضح أنه في هذا الموقف يوجد لدينا حالة سببية في اتجاه واحد one way Causality يجب أن تنطلق من مكان الإقامة إلى مشاهدة الإذاعة المرئية، إنه من غير المعقول أن عادة مشاهدة الأطفال للإذاعة المرئية تُحَدَّدُ من خلال المكان الذي يعيشون فيه، في شواهد أخرى، على أية حال، إن اختبار النموذج الملائم يمكن أن يكون أكثر جدلاً كما بيّنا في الفصل السادس).

تجدر الإشارة إلى أن كل هذه الاعتبارات مرتبطة بتنظيم البيانات في حالة عينتين كما يلخصها الشكل التالي:



المصدر: George Argyrous, Statistics for Social & Health Research, op.cit., P. 341.

شكل (13 ـ 2) اختبار الدلالة لعينتين

توزيعات المعاينة للفرق بين وسطين:

كما هو الحال في كل الاختبارات المتعلقة بالفروض، فإننا نبدأ بافتراض أن الفرض الصفري Ho مفاده أنه لا يوجد فرق أنه فرض صحيح. وعلى ضوء هذه الفرضية يمكننا بناء توزيع المعاينة لنحدد احتمالية الحصول على الفرق المشاهد بين متوسطي عينتين من مجتمعات من دون فرق أي متساوية في متوسطاتها.

وأخيراً، نقوم بمقارنة هذه الاحتمالية مع مستوى ألفا (α) لنقرر ما إذا كنا قادرين على رفض الفرض الصفري.

مثال: دعنا نبدأ بافتراض أن معدل مشاهدة الأطفال للإذاعة المرئية متساوٍ في كلا المجتمعين - الأسترالي والبريطاني - إن هذا الفرض الصفري الذي مفاده لا يوجد فرق يمكن التعبير عنه جبرياً كالتالي:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

أو

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$$

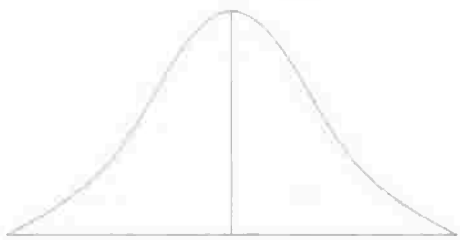
إذا كانت هذه الفرضية فرضية صحيحة، ما الذي نحصل عليه إذا سحبنا عينات مكررة من كل مجتمع وقمنا بحساب الفرق في المتوسطات لكل زوج من العينات؟

إدراكياً، نحن نتوقع أن النتيجة الأكثر شيوعاً بأن الفرق سيكون صغيراً، أنه لم يكن صفراً (0). وبما أننا افترضنا أنه لا يوجد فرق بين وسطي المجتمعين، فإننا بالتالي نتوقع أن وسطي العينتين سيكونان متساويين أيضاً.

$$\overline{X}_1 = \overline{X}_2 \quad \therefore \overline{X}_1 - \overline{X}_2 = 0$$

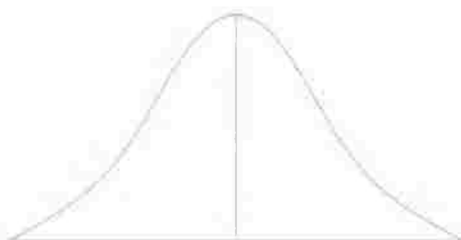
انظر الشكل التوضيحي التالي:

عينة المجتمع الأسترالي



$$\overline{X}_1 = \overline{X}_2 \quad \therefore \quad \overline{X}_1 - \overline{X}_2 = 0$$

عينة المجتمع البريطاني

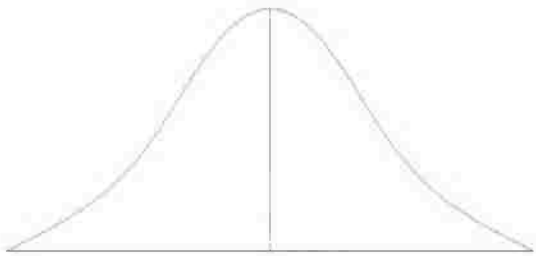


$$\overline{X}_1 > \overline{X}_2 \quad \therefore \quad \overline{X}_1 - \overline{X}_2 > 0$$

غير أنه يمكننا القول في هذا السياق، أنه ليس في كل الأحوال أن تكون النتيجة دائماً هكذا. أحياناً، يمكننا سحب عينة من المجتمع الأسترالي بمعدل أقل لما يشاهده الأطفال في المجتمع البريطاني، كما يوضحه الشكل التالي:

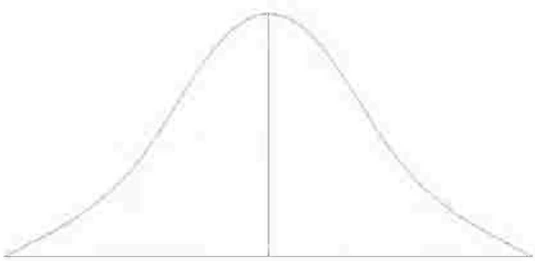
(عينتان بمتوسطين غير متساويين).

عينة المجتمع الأسترالي



$$\bar{X}_1 < \bar{X}_2 \quad \therefore \bar{X}_1 - \bar{X}_2 < 0$$

عينة المجتمع البريطاني



وبنفس الطريقة، يمكننا الحصول من خلال عملية الفرصة العشوائية على موقف مختلف:

$$\bar{X}_1 > \bar{X}_2 \quad \therefore \bar{X}_1 - \bar{X}_2 > 0$$

إذا أخذنا عدداً كبيراً من العينات المتكررة، وقمنا بحساب الفرق بين كل زوج من متوسطات العينة، فإننا سننتهي بتوزيع المعاينة للفرق بين وسطي عينتين لديها الخصائص التالية:

- سيكون توزيع t: $t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sigma_{\bar{x} - \bar{x}}}$
- أن فرق المتوسط بين وسطي عينتين سيكون صفراً (0)

$$\mu_{\bar{x} - \bar{x}} = 0$$

- أن انتشار الدرجات حول هذا المتوسط الذي قيمته صفر سيعرف بالمعادلة التالية:

$$\sigma_{\bar{x} - \bar{x}} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}}$$

ويطلق على هذه العملية التقدير المجمع للتباين Pooled Variance Estimate ويفترض هذا التقدير أن المجتمع لديه تباينات متساوية Equal Variances. إلا أن هذه الفرضية، في بعض الحالات، لا يمكن أن تكون ثابتة. في مثل هذه الحالة، يمكن استخدام تقدير تباين منفصل. ومن خلال برامج Spss يمكننا بسهولة حساب قيمة t مستخدمين كلا التقديرين، إضافة إلى المعلومات التي تمكننا من اختبار إما تباينات متساوية أو تباينات غير متساوية. ولكن عندما نقوم بحساب قيمة t يدوياً فإن التقدير المجمع للتباين، بصفة عامة يستخدم لأنه أكثر سهولة للعمل به، وسوف يقودنا في العادة إلى نفس القرار الذي وَصَلْنَا إليه في حالة التباين المستقل(2).

اختبار t لعينتين مستقلتين ذات وسطين متساويين:

تجدر الإشارة هنا إلى أنه يمكننا استخدام خاصيات توزيع المعاينة لإجراء اختبار t لمتوسطات حسابية متساوية.

مثال: نفترض أنه لدينا مسح يحتوي على 20 طفلاً من المجتمع الأسترالي. وعشرون طفلاً من المجتمع البريطاني، وأننا نرغب في تقييم ما إذا كان وقت مشاهدة

الإذاعة المرئية يتأثر بمكان الإقامة (لاحظ أنه ليس بالضرورة أن يكون عدد الحالات متساوية في العينتين).

دعنا الآن نجري اختبار t وفقاً للخطوات الخمس المرتبطة باختبار الفرض الإحصائي:

1- الخطوة الأولى: صياغة الفرض الصفري والفرض البديل.

الفرض الصفري: لا يوجد فرق في معدل مشاهدة الأطفال للإذاعة المرئية في المجتمعين الأسترالي والبريطاني.

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \quad \text{أو} \quad H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

الفرض البديل: يوجد فرق في معدل مشاهدة الأطفال للإذاعة المرئية في المجتمعين الأسترالي والبريطاني.

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0 \quad \text{أو} \quad H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

2- الخطوة الثانية: اختيار اختبار الدلالة:

هناك عاملان أساسيان يمكن أخذهما في الاعتبار عند اختيار اختبار الدلالة:

أ- أننا نقوم بعملية الاستدلال من عينتين: عينة أطفال أستراليا وعينة أطفال بريطانيا. ومن هنا ينبغي علينا إجراء اختبار t لعينتين.

ب- ينبغي مقارنة العينتين في ضوء معدل الوقت الذي يقضيه الطفل في مشاهدة الإذاعة المرئية. وقد تم قياس هذا المتغير على المستويين ذي المسافات المتساوية والنسبي. ومن هنا فإن الإحصاءات الملائمة، هي إحصاءات وصفية تتمثل في المتوسط الحسابي لكل من العينتين.

إن هذين العاملين يقودانا إلى اختيار اختبار t لعينتين ذات وسطين حسابيين متساويين كاختبار ملائم للدلالة.

3- الخطوة الثالثة: حساب درجات العينة:

إن النتائج التالية تصف البيانات لكل عينة (حيث تمثل العينة رقم 1 المجتمع الأسترالي، والعينة 2 المجتمع البريطاني):

$\overline{X}_1 = 166$ دقيقة $\qquad \overline{X}_2 = 187$ دقيقة

$S_1 = 29$ دقيقة $\qquad S_2 = 30$

$N_1 = 20 \qquad N_2 = 20$

ووفقاً للمعادلة التالية نتحصل على درجة t:

$$t_{\text{العينة}} = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sigma_{\overline{X}-\overline{X}}}$$

حيث أن:

$$\sigma_{\overline{X}-\overline{X}} = \sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}}\sqrt{\frac{n_1+n_2}{n_1 n_2}}$$

بالتعويض نتحصل على:

$$\sigma_{\overline{X}-\overline{X}} = \sqrt{\frac{(20-1)29^2 + (20-1)30^2}{20+20-2}}\sqrt{\frac{20+20}{(20)(20)}}$$

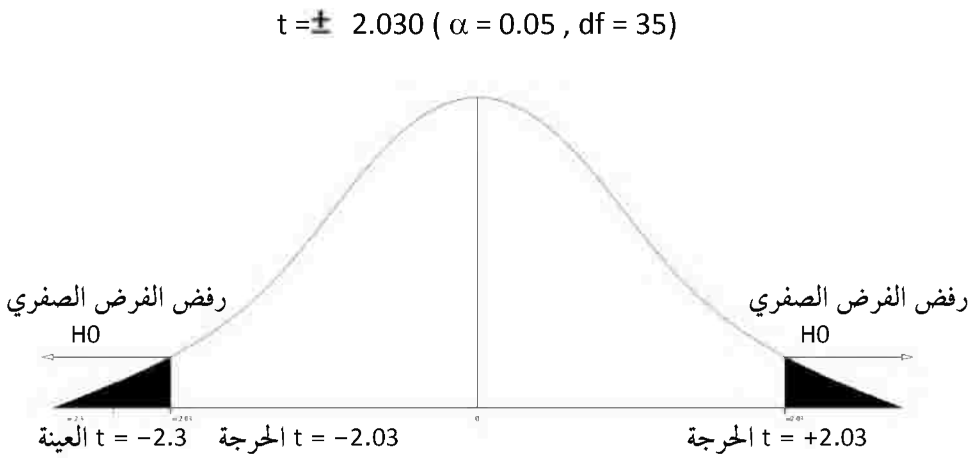
$$= 9.3$$

$$t = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sigma_{\overline{X}-\overline{X}}} = t_{\text{العينة}} = \frac{166-187}{9.3} = -2.3$$

4- الخطوة الرابعة: اختيار الدرجات الحرجة والمنطقة الحرجة:

بما أننا قد افترضنا أن تباينات العينة مساوية لتباينات مجتمع غير معروفة. وهنا قد افترضنا قيدين على البيانات. وهذا يعني أن درجة الحرية df = n-2 = 40 - 2 = 38

ومن خلال البحث في جدول توزيع t بدرجة حرية 38 على مستوى الفا (α) 0.05، وباستخدام اختبار ثنائي الجانب (استناداً على الفرض البديل) فإن القيمة الحرجة لِـ t تساوي 2.03 (مقابل 35 = df). لاحظ أن الجدول لا يحتوي على صف باحتمالية 38 درجة حرية. في مثل هذا الموقف نشير إلى الصف القريب من درجة الحرية التي تعنينا وهي في هذا المثال 35 (انظر الجدول 13 – 1).



شكل (13 ـ 3) الدرجة الحرجة ودرجة العينة

جدول (13 ـ 1) القيم الحرجة لتوزيعات t

	مستوى الدلالة لاختبار أحادي الجانب				
	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005
	مستوى الدلالة لاختبار ثنائي الجانب				
Df	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.56	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.469	2.763
29	1.311	1.699	0.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
35	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
45	1.301	1.679	2.014	2.412	2.690
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678
55	1.297	1.673	2.004	2.396	2.668
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
70	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648
80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639
90	1.291	1.662	1.987	2.368	2.632
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

5- الخطوة الخامسة: اتخاذ القرار:

لما كانت درجة العينة تقع داخل المنطقة الحرجة، عليه نرفض الفرض الصفري Ho (انظر الشكل رقم 13) وبالتالي لا يمكننا القول بأن أطفال المجتمع الأسترالي وأطفال المجتمع البريطاني لديهم نفس معدل مشاهدة الإذاعة المرئية في الليلة الواحدة [3].

إجراء اختبار t لعينتين مستقلتين باستخدام برنامج Spss:

الإجراء:

1- في القائمة الموجودة في الجزء العلوي من الشاشة انقر فوق:

Anayze ⟸ Compare Means ⟸ Independent Sample

t- test (هذه العملية تعرض لنا مربع الحوار Independent Sample t- test)

2- انقر على المتغير التابع Minutes of TV Watched في القائمة (Source List)

3- انقر على ◄ التي تشير إلى قائمة متغيرات الاختبار (تقود هذه العملية إلى لصق (Pastes) Minutes of TV Watched في قائمة Test Variable(s)

4- انقر فوق Country of Residence في القائمة.

5- انقر على ◄التي تشير إلى قائمة Grouping Variable (هذه العملية تلصق Country of Residence في قائمة Grouping Variable

6- انقر على Define Group

7- المساحة التالية لـِ Group1 يتم طبع 2، والمساحة الثانية لـِ Group2 يتم طبع 3. وهي في هذه الحالة Australia و Britain

8- انقر فوق Continue

9- انقر فوق OK.

فيما يلي المخرجات الناتجة عن هذا الإجراء:

T. Test

Group Statistics

Country Residence	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Watch of TV. Australia	20	165.85	29.29	8.55
Watch of TV. Britain	20	189.75	29.56	8.81

Independeat Samples test

Watch tv per night	Leven`s test for equa lity of variance		T	Df	Sig -tailed2	Mean difference	Std. Error difference	confidence %95 Interval of the difference	
	F	Sig						Lower	Upper
equal variances assumed	.025	.876	2.24 -6	38	.031	-20.90	9.31	-39.74	-2.06
Egual variances□ Not assumed			2.24 -6	37.97	.031	-20.90	9.31	-39.74	-2.06

المصدر: George Argyrous, Statistics for Social & Health Research, op.cit. , PP. 348-349

شكل (13 ـ 4) مخرجات SPSS لاختبار t (Spss t- test out put)

تفسيرات مخرجات اختبار t:

يعطي المربع الأول من مخرجات اختبارات العينات المستقلة Independent Samples test والمعنون بِ Group Statistics الإحصاء الوصفي: عدد الحالات (N) Number of Cases، المتوسط الحسابي The mean، والانحراف المعياري The Standard deviation لكل مجموعة.

ويعطي المربع الثاني من مخرجات اختبار العينات المستقلة Independent Samples test، الإحصاءات الاستدلالية. ويعطي هذا المربع معلومات لاختبارين مختلفين لِـ t: أولهما يشير إلى التحقق من فرضية التباينات المتساوية للمجتمع Equal Variances assumed، وثانيهما التحقق من فرضية التباينات غير المتساوية Equal Variances not assumed.

في هذا المثال الذي تعاملنا معه في هذا الفصل تم افتراض أن التباين في المجتمعين المقارنين متساوٍ.

تجدر الإشارة إلى أنه من الناحية العملية هذا يعني استخدامنا لتقدير التباين المشترك Pooled Variance Estimate للعمليات الحسابية، ومع ذلك قد لا يكون الفرض صحيحاً. إن صدق هذه الفرضية تم اختبارها في العمود المعنون بـِ اختبار Leven`s test for Equality of Variance لتساوي التباينات. إن قيمة F هي نسبة تباين العينتين (المجموعتين) وإذا لم تكن هذه النسبة مساوية لواحد (1)، فإنها يمكن أن تعكس الفرق الضمني في تباينات المجتمع. فإذا كانت قيمة F دالة (عمود .sig) على مستوى 05. أو أقل (على سبيل المثال، 01. و 001.)، يعني ذلك أن فرق التباينات المشاهدة في العينتين يعكس الفرق في تباينات المجتمع التي سُحِبَتْ منه هاتان العينتان. وفي مثل هذا الموقف يمكننا أن نشير إلى درجة t (T. Score) في الصف الأول من المربع. وباختصار، يمكننا اتبّاع الإرشادات التالية:

نقرأ عبر الصف الأول الذي يشير إلى تحقق فرضية التباينات المتساوية Equal Variance assumed، فإذا كانت قيمة أقل من 0.05، (0.01، 0.001، 0.03، 0.04... الخ)، يعني ذلك أن فرضية التباينات غير المتساوية Equal Variances not assumed. أما إذا كانت قيمة sig أكبر من (مثلاً 0.06، 0.07، 0.08، 0.09 و 0.10) يعني تحقق فرضية التباينات المتساوية Equal Variances assumed، وبالتحرك عبر الأعمدة نجد أن قيمة t تساوي 2.246− (T. Value is - 2.246) بدرجة حرية (df) 38 بدلالة 0.031 (ثنائي الجانب) (tailed2 -). ولما كانت احتمالية العينة تساوي 0.031 أقل من مستوى ألفا (α) 05.، عندئذٍ يمكننا رفض الفرض الصفري الذي مفاده أن تباينات المجتمع متساوية.

كذلك لدينا عمود فرق المتوسط Mean difference. وهو الفرق بين متوسط العينتين (20.9−) أي ($\overline{X}_2-\overline{X}_1$).

كذلك يمكننا أن نلاحظ أن مخرجات Spss تولد 95 % فترة ثقة (95%

(Confidence Interval) لفرق متوسطات العينة وهو: 39.74 - 2.06) هذا يسمح لنا بإجراء نفس اختبار الاستدلال: انظر الفصل العاشر. وتشير 95 % فترة الثقة إلى أنَّ الفرق بين متوسطات المجتمع يقع في مكان ما بين 39.74- دقيقة و2.06- دقيقة.

إن فترة الثقة هذه لا تحتوي قيمة (0)، عندئذٍ يمكننا رفض الفرض الصفري الذي مفاده أن متوسطات المجتمع متساوية [4].

حساب حجم التأثير لاختبار العينات المستقلة:

نعني بحجم التأثير هنا Effect Size "بأنه عبارة عن مجموعة من الإحصاءات التي تحدد القوة النسبية للفروق بين قيم الوسط الحسابي. بعبارة أخرى، يصف حجم التأثير مقدار التباين الكلي في المتغير التابع، الذي يمكن التنبؤ به من معرفة مستويات المتغير المستقل"[5].

ويعطي إحصاء حجم التأثير مؤشراً لحجم الفروق بين المجموعات (وليس مجرد تحديد ما إذا كان الفارق قد حدث على سبيل الصدفة أم لا). والإحصاء المستخدم لهذا الغرض هو إحصاء Eta^2 إيتا تربيع. ولما كانت مخرجات Spss لا تقوم بحساب Eta^2 في اختبار t، فالباحث يمكنه حسابها من المخرجات المرتبطة باختبارات t وفقاً لإحدى المعادلتين:

$$Eta^2 = \frac{t_2}{t_2(N_1 + n_2 - 2)}$$

أو

$$\begin{aligned} r^2 &= \frac{t_2}{t_2 + df} \\ &= \frac{5.0445}{5.0445 + 38} \\ &= \frac{5.0445}{43.0445} \\ &= 0.117 \end{aligned}$$

وبناء على ما افترضه Cohen`s d [6] لتفسير هذه القيمة فإن:

0.01 تأثير ضئيل

0.06 تأثير معتدل

0.14 تأثير كبير

وفي هذا المثال، يتبين لنا أن حجم التأثير يبلغ 0.117 وهو تأثير معتدل. أي أن متغير مكان الإقامة يبين نسبة 0.12 في المائة فقط من تباين الفروق في متغير مشاهدة الإذاعة المرئية في المجتمعين الأسترالي والبريطاني.

بالإضافة إلى طريقة كوهينز d لقياس حجم التأثير فقد طوّر أيضاً معياراً آخر لتقييم تأثير حجم المعالجة ويتمثل هذا المعيار في (r^2). وتقترح هذه الطريقة تقييم حجم الارتباط، ولكنها سرعان ما توسعت لتطبق على r^2.

تأثير صغير	0.01	r^2 =
تأثير متوسط	0.09	r^2 =
تأثير كبير	0.25	r^2 =

اختبار أحادي الجانب وثنائي الجانب One - Tail and Two Tail Tests:

في المثال السابق لم يكن لدينا أي سبب لأن نشك في أنَّ أيّاً من أطفال المجتمعين يشاهدون أكثر من الأطفال الآخرين كما يعكسه الفرض البديل الذي تمتْ صياغته بشكل بسيط أنه يوجد فرق.

$$Hi : \mu_1 \neq \mu_2$$

وبناءً على هذه المعلومات المعطاة تم إجراء اختبار ثنائي الجانب.

إلا أنه يمكننا القول بأن الجو الدافئ الذي يسود المجتمع الأسترالي يمكن أن يقلل من رغبة الأطفال في مشاهدة الإذاعة المرئية أكثر مما يفعله أطفال المجتمع البريطاني. من هنا لا

نتوقع الفرق، فقط، وإنما أيضاً نبحث عن اتجاه هذا الفرق. ويقودنا هذا الموقف إلى صياغة الفرض البديل بالشكل التالي:

$$Hi : \mu_1 < \mu_2$$

حيث إن u_1 هي متوسط أطفال المجتمع الأسترالي، و u_2 هي متوسط أطفال المجتمع البريطاني (لاحظ أن هذه الصياغة للفرض البديل تقودنا إلى إجراء اختبار أحادي الجانب).

مثال لزيادة التوضيح:

$N_2 = 50$	$N_1 = 50$
$S_2 = 1.2$	$S_1 = 1.3$
$\overline{X}_2 = 3.5$	$\overline{X}_1 = 4.2$

الخطوة الأولى: صياغة الفرض الصفري والفرض البديل:

الفرض الصفري H_O لا يوجد فرق بين وسطي العينتين

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$ أو $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

الفرض البديل H_1 عينة 1 تسجل معدل أكبر من عينة 2

$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$ أو $H_1 : \mu_1 > \mu_2$

الخطوة الثانية: اختيار درجة الدلالة.

لما كان اهتمامنا ينصب على الاستدلال من عينتين، فإننا بالتالي نقارن بين وسطين. إن الإحصاء الملائم هو المتوسط الحسابي لكل عينة، وبالتالي فإننا نستخدم اختباراً لعينتين ذات وسطين حسابيين كاختبار ملائم للدلالة.

الخطوة الثالثة: حساب درجة العينة:

إن أول خطوة نحتاجها هي حساب الخطأ المعياري Standard Error مفترضين تباينات مجتمع متساوية Assuming Equal Variances.

$$\sigma\bar{x}-\bar{x} = \sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}}\sqrt{\frac{n_1+n_2}{n_1n_2}}$$ (الخطأ المعياري)

بالتعويض نتحصل على:

$$\sigma\bar{x}-\bar{x} = \sqrt{\frac{(50-1)1.3^2+(50-1)5_2^2}{50+50-2}}\sqrt{\frac{50+50}{(50)(50)}}$$

$$= .250$$

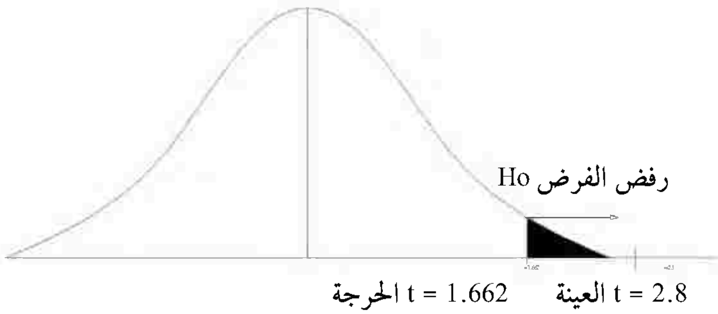
$$t=\frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{\sigma\bar{x}-\bar{x}}=\frac{4.2-3.5}{0.25}=2.8$$

الخطوة الرابعة: اختيار درجة الحرية والمنطقة الحرجة:

عندما تجمع العينتان 50 + 50 – 2 = 100 – 2 = 98 درجة حرية وذلك استناداً على الفرضية البديلة، فإننا نستخدم اختباراً أحاديَّ الجانب (الذيل الأيمن). وبالرجوع لجدول توزيع t للقيم الحرجة، بدرجة حرية 98، ومستوى دلالة 0.05 مستخدمين اختباراً أحاديَّ الجانب، فإن القيمة الحرجة تساوي 1.662 + (لاحظ أن الجدول لا يحتوي على صف لاحتمال درجة 98، فإننا في هذا الموقف نشير إلى درجة حرية أقل من الرقم المرغوب وهي 90.

الخطوة الخامسة: اتخاذ القرار:

يمكننا القول أن درجة t للعينة أبعد من صفر إذا ما قورنت بالدرجة الحرجة انظر الشكل رقم (13 – 5). بمعنى آخر، أن درجة t للعينة تقع في منطقة الرفض. وعليه، فإننا نرفض الفرض الصفري الذي مفاده لا يوجد فرق(7).



شكل (13 ـ 5)

العينات المستقلة والعينات التابعة:

كما أشرنا في الجزء الأول من هذا الفصل بأن العينات المستقلة هي تلك العينات حيث محكات اختيار الحالات التي تشكل العينة الواحدة لا تتأثر بمعايير الاختيار التي تشكل العينة الثانية. بمعنى آخر، أن العينتين مستقلتان عن بعضهما البعض. أي أن تركيبة أحد العينات لا تتساوى مع تركيبة العينة الأخرى. وعليه فإن العيّنتَيْن تعكسان نوعين منفصلين من المجتمع[8]. فعلى سبيل المثال، كما بينا سابقاً، يمكننا مقارنة عينة عشوائية للأطفال من المجتمع الأسترالي وعينة من أطفال المجتمع البريطاني، وذلك لاستقصاء علاقة مكان الإقامة بمعدل مشاهدة الإذاعة المرئية.

أما العينات التابعة فهي تلك العينات التي يتم فيها اختيار الحالات التي تكون أفراد العينة الواحدة وفقاً لمعايير تؤثر في اختيار الحالات المكونة للعينة الأخرى، بمعنى، أن أفراد عينة واحدة لم يتم اختيارهم بشكل مستقل، وإنما يتم تحديدهم من خلال تركيبة عينة أخرى[9].

وتجدر الإشارة إلى أن هناك موقفين عامَّين مطلوبَيْن لمثل هذه التبعية:

- عندما يلاحظ نفس الموضوع تحت شرطين مختلفين، وهذا في أحوال كثيرة يتم استخدامه في التجربة (القبلية – البعدية) (before and after experiment) (في

بعض الأحيان يطلق عليه الاختبار القبلي والاختبار البعدي) (a pre - test - post test) على سبيل المثال، يمكن اختبار دواء جديد لمعرفة مدى تأثيره على مرض ضغط الدم. فالمجموعة التي تعاني من ضغط الدم كمجموعة للدراسة تخضع لقياس ضغط الدم، ثم بعد ذلك تعطى جرعة من الدواء الجديد، وبعدها يتم مرة ثانية قياس ضغط الدم. وبجلاء لكي يتم عزل تأثير الدواء، فإن الشخص الذي خضع كعينة للعلاج القبلي، هو نفسه يخضع كعينة للعلاج البعدي. إن القياس لكل شخص في العينة القبلية هو إذاً يتناغم Matched مع خصوصية القياس بعد تناول الدواء الجديد لنرى ما إذا كان هناك تحسن في وضعهما.

- عندما تكون الموضوعات في عينات مختلة مرتبطة بسبب خاص. على سبيل المثال إذا أردنا أن نقارن كمية مشاهدة الإذاعة المرئية للأب، بكمية مشاهدة لإذاعة المرئية لطفله. وإذا اخترنا مجموعة من الآباء، لا نستطيع اختيار أي مجموعة من الأطفال لمقارنتهم بِـ: العينة تحتاج إلى أن تحتوي على الأطفال الذين آباؤهم يشكلون عينة الدراسة. ويطلق على هذا في بعض الأحيان أسلوب العينات المتماثلة Matched - Pairs.

إنه من الواضح، أن أحد المواقف يشكل أحد العينات التي بدورها تحدد شكل العينة الأخرى.

إن ميزة طريقة العينة التابعة هي أنها تتحكم بطريقة غير محكمة في المتغيرات الأخرى التي يمكن أن تؤثر في المتغير التابع. على سبيل المثال، دعنا نفكر أكثر في موضوع ما إذا كان الآباء والأطفال يختلفون في كمية مشاهدة الإذاعة المرئية. فإذا سحبنا عينة عشوائية من الآباء، وأخرى من أي من الأطفال وقارنا بين المتوسطات في كل عينة من هاتين العينتين، فإنه يمكن أن نتحصل على نتيجة مفادها أن هناك فروقاً ذات دلالة إحصائية. إلا أن هذه الفروق قد لا ترجع للوضع العائلي، بقدر ما ترجع ربما إلى متغير آخر كالوضع الاجتماعي والاقتصادي الذي يؤثر بدوره في كمية مشاهدة الإذاعة المرئية. وبما أن عينة الآباء تتألف من حالات كثيرة جاءت من مجموعة اقتصادية واحدة أكثر من عينة الأطفال، وبالتالي ظهر الفرق للعيان.

وتجدر الإشارة إلى أنه يمكن افتراض أن أي زوج معطى من الآباء أو الأطفال يقع داخل نفس المجموعة الاجتماعية الاقتصادية. وبالتعامل مع زوج الآباء وزوج الأبناء، فإننا بالتالي ننظر إلى الفرق في كل زوج. وأن تأثير المتغيرات الأخرى كالوضع الاجتماعي والاقتصادي قد يزول Mitigated. في الواقع، نحن نقول إن كل المتغيرات الأخرى التي يمكن أن تحدد مشاهدة الإذاعة المرئية هي متساوية في كل زوج من الأزواج المعطاة، ولذلك، فإن العلاقة العائلية فقط تختلف بين هذه المتغيرات بحيث تسمح لنا بعزل تأثير هذه المتغيرات على المتغير التابع[10].

اختبار t لعينات تابعة لفرق المتوسط:

لتوضيح استخدام اختبار t لعينات تابعة (الأزواج) فإننا نورد المثال التالي:

مثال:

أُجْرِيَ مسحُ اجتماعيٌّ لعدد 10 عائلات، أب من كل أسرة، وطفل من كل أسرة، وطُلب إليهم أن يقوم كل منهم بتسجيل كمية المشاهدة للإذاعة المرئية خلال فترة معينة من الوقت في مدونة يومية. وقد ظهرت البيانات في الجدول التالي:

جدول (13ـ2): مشاهدة الإذاعة المرئية وفقا لزوج الأسر

الأسرة	الدقائق المشاهدة من قِبل الأب	الدقائق المشاهدة من قِبل الطفل
1	23	45
2	25	56
3	43	73
4	26	53
5	21	27
6	29	34
7	32	76
8	23	21
9	25	54
10	21	43
	$\overline{X}=\frac{\Sigma x}{N}=26.8$	$\overline{X}=\frac{\Sigma x}{N}=48.2$

المصدر: George Argyrous, Statistics for Social & Health Research, op.cit. , P. 435

ولإجراء اختبار t لعينات تابعة يمكننا قلب الإجراءات التي تم اتباعها في اختبار t لعينتين مستقلتين:

1- حساب المتوسط الحسابي لكل عينة.

2- وبعد ذلك حساب الفرق بين وسطي العينتين.

وعند قلب هاتين الخطوتين لإجراء اختبار t لعينتين تابعتين يصبح الإجراء كالتالي:

1- حساب الفرق لكل زوج من الحالات (D)

2- وبعد ذلك حساب متوسط الفروق ($\overline{X}_D$)

ولكي نضع هذا الأمر بشكل أكثر دقة، فإنه يمكننا القول بأن اختبار t للعينات المستقلة تعبر عن الفرق بين المتوسطات، بينما يعبر اختبار t للعينات غير المستقلة عن متوسط الفروق.

والجدول رقم (13 – 3) يبين لنا الخطوة الأولى المتعلقة بإجراء اختبار للعينات غير المستقلة، وذلك من خلال حساب الفروق في كمية مشاهدة الإذاعة المرئية لكل زوج.

جدول (13 ـ 3)

الأسرة	الفرق في دقائق المشاهدة (D)
1	22 = 23 – 45
2	31 = 25 – 56
3	30 = 43 – 73
4	27 = 26 – 53
5	6 = 21 – 27
6	5 = 29 – 34
7	44 = 32 – 76
8	–2 = 23 – 21
9	29 = 25 – 54
10	22 = 21 – 43
متوسط الفرق 21.4 = $\overline{X}D = \frac{\Sigma D}{N}$	

يمكننا ملاحظة أن متوسط الفرق مساوٍ للفرق بين المتوسطات، (وهو دائماً كذلك). أن السؤال الذي يمكن طرحه في هذا السياق هو، لماذا نقوم بهذا الإجراء البديل لحساب الفرق بين متوسطين؟. ومع أن متوسط الفرق سوف يكون دائماً مساوياً للفرق بين الوسطين، إلا أن التباين لن يكون الشيء نفسه، فالتباين حول متوسط الفرق يكون أصغر بكثير إذا قورن بالتباين حول الفرق بين الوسطين. والسبب في ذلك أنه من الممكن أن نعجز في رفض الفرق إذا ما تمت معاملته كفرق بين وسطين، عندما نكون قادرين على رفضه عندما نتعامل معه كمتوسط فرق.

وبالنظر إلى الجدول أعلاه فإننا نجد أن هناك في المتوسط فرقاً لكل الأزواج التي تشكل العينات. دعنا نفترض أنه في المجتمع ككل لا يوجد فرق في كمية المشاهدة للإذاعة المرئية بين الآباء وأبنائهم. وبالتالي يصاغ الفرض الصفري بالطريقة التالية:

$$H_O : \mu_D = 0$$

وعند إجراء عملية المعاينة من هذا المجتمع، فإننا قد نجد أحياناً أن أباً يشاهد الإذاعة المرئية أكثر مما يشاهدها ابنه، ولكن في أحيان أخرى قد نجد طفلاً يشاهد الإذاعة المرئية أكثر قليلاً عن عما يشاهده أبوه. ولكن إذا ما كان الفرض الصفري صحيحاً فإنه لا يوجد فرق في المتوسط فالفروق الموجبة سوف تلغي الفروق السالبة. بمعنى آخر، أنه من غير المعقول أن نتوقع أن التباين العشوائي قد يحدث أحياناً نتيجة لزيادة قليلة في الأسر التي يشاهد فيها الأب الإذاعة المرئية أقل من الطفل المناظر. أو العكس بالعكس، لذلك فإن فرق المتوسط بين العينات لن يكون صفراً (0)، فكلما كبر الفرق بين نتيجة العينة والنتيجة المتوقعة وهي صفر فرق المتوسط، مع ذلك، فإن احتمالاً ضئيلاً أن هذا سيكون راجعاً لتباين عشوائي، ولكن الأكثر احتمالاً أن هذا يعكس مبطن الفرق بين الآباء وأبنائهم.

في هذا المثال، فإن متوسط الفرق هو 21.4 دقيقة. فالسؤال المطروح في هذا الشأن هو هل هذا الفرق بين العينات يقودنا إلى رفض الفرض الذي مفاده لا يوجد فرق بين هذين المجتمعين؟

إن المعادلة المتعلقة بحساب اختبار t لفرق المتوسطات تكون:

$$t = \frac{\overline{X}_D}{S_D / \sqrt{N}}$$

حيث إن:

$$S_D = \sqrt{\frac{\Sigma D^2 - \frac{(\Sigma D)^2}{N}}{N-1}}$$

لاحظ أن (N) تشير إلى عدد الأزواج Number of Pairs وليس للعدد الكلي للحالات. في هذا المثال N = 10، بالرغم من أنه لدينا العدد الكلي الذي يصل إلى عشرين حالة، عشر حالات من الآباء، وعشر حالات من الأطفال.

إن درجة العينة لهذا المثال ستكون:

$$S_D = \sqrt{\frac{\Sigma D^2 - \frac{(\Sigma D)^2}{N}}{N-1}} = \sqrt{\frac{6410 - \frac{45.796}{10}}{10-1}}$$

$$= 14.2$$

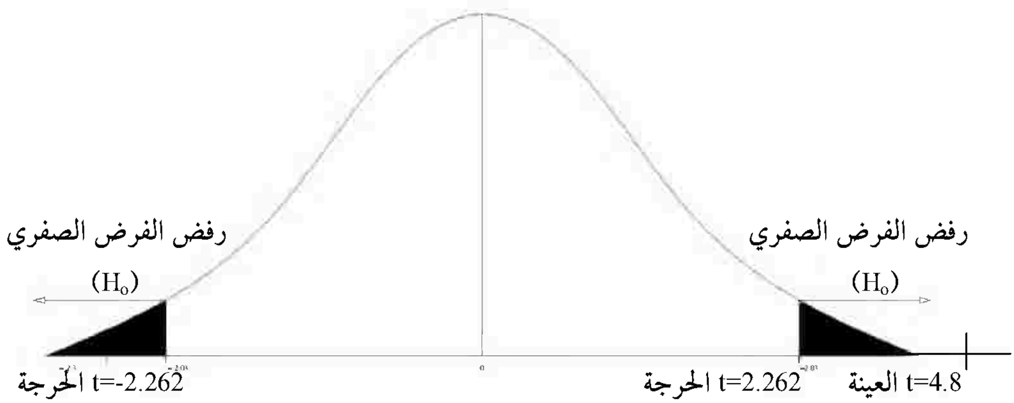
$$\text{العينة } t = \frac{\Sigma \overline{X}_D}{S_D/\sqrt{N}} = \frac{21.4}{14.2/\sqrt{10}}$$

$$= 4.8$$

في هذا المثال لدينا 9 درجات حرية (10 أزواج − 1) على مستوى دلالة (α) 0.05، فالقيمة الحرجة لِـ t تساوي:

$$\text{الحرجة } t = \pm 2.262 \ (\alpha=0.05,\ df=9)$$

وإذا وضعنا هذه القيم في شكل رسم بياني (انظر الشكل رقم 13 − 6) فإننا نؤكد بأن الفرض الصفري قد تم رفضه. ومن هنا يمكننا القول، بأن هناك فرقاً دالاً في كمية مشاهدة الإذاعة المرئية بين الآباء والأبناء [11].



شكل رقم (13 ـ 6) الدرجة الحرجة ودرجة العينة

اختبار t لعينتين غير مستقلتين Paired-Samples t- test باستخدام SPSS :

الإجراء:

1- من القائمة الموجودة في الجزء العلوي من الشاشة اختر:

Paired-Samples t- test ⟸ Copare means ⟸ Analyze

2- انقر على Minutes of TV Watched وبعد ذلك انقر على Parent

3- انقر على ◀ للصق المتغيرات في القائمة المحددة لِـ Paired Variables

4- انقر على OK.

فيما يلي المخرجات الناتجة عن هذا الإجراء:

T. Test

Paired Samples Statistics

Pair 1 Minutes of TV Watched	Mean	N	Std. deviation	Std. Error Mean
Parent Minutes of TV Watched	26.80	10	6.85	2.10
Child	48.20	10	18.05	5.71

Paired Samples Correlation

Pair 1 Minutes of TV Watched	N	Correlation	Sig.
Parent Minutes of TV Watched Child	10	.899	.024

Paired Samples test

Pair 1 Minutes of TV Watched	Paired differences					t	df	Sig (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std Error Mean	confidence %95 Interval of the difference				
				Lower	Upper			
Parent Minutes of TV Watched Child	-21.40	14.22	4.50	-31.57	-11.23	4.758	9	.001

المصدر: George Argyrous, Statistics for Social & Health Reoearch, op.cit. , P. 439

شكل (13 ـ 7) مخرجات SPSS لاختبار t لعينتين ثنائيتين

تفسير مخرجات لاختبار t لعينتين ثنائيين:

من خلال هذه المخرجات نلاحظ أن هناك فرقاً ذا دلالة في كمية مشاهدة الإذاعة المرئية بين الآباء والأبناء والأطفال، حيث بيَّن مربع Paired Samples Statistics أن درجات الوسط الحسابي عمود Mean لكل مجموعة (الآباء والأبناء) فقد وصلت إلى 26.80 الوسط الحسابي للآباء، و 48.20، الوسط الحسابي للأبناء؛ وبالتالي يمكننا القول بأن هناك زيادةً ذات دلالة في كمية مشاهدة الإذاعة المرئية بين الآباء والأبناء. وبالتالي تحصلنا على قيمة t مساوية لـِ4.758 بدرجة حرية 9، وعليه نرفض الفرض الصفري الذي مفاده لا يوجد فرق.

كذلك تمدنا هذه المخرجات مربع Paired Samples test بـِ 95% فترة ثقة لتقدير الفرق. فالحد الأعلى هو 11.23-، بينما الحد الأدنى وصل إلى 31.57-. ويمكن للباحث استخدام هذه المعلومات لإجراء الاختبار. ولما كانت الفترة لا تحتوي قيمة صفر (0)، فإنه يمكننا القول، بأن الفرق في المجتمع فيما يتعلق بكمية مشاهدة الإذاعة المرئية للآباء وأطفالهم ليس صفراً.

ولمعرفة حجم التأثير لاختبار t لعينتين ثنائيتين، يمكننا حساب eta^2 من خلال إحدى المعادلتين:

$$eta^2 = \frac{t^2}{t^2 + N - 1} \qquad (1)$$

أو

$$r^2 = \frac{t^2}{t^2 + df} \qquad (2)$$

من خلال المعادلة رقم (1):

$$= \frac{4.758}{4.758^2 + 10 - 1}$$

$$= \frac{22.638}{22.638 + 9}$$

$$= \frac{22.638}{31.638}$$

$$= 0.715$$

من خلال هذه القيمة المتوصل إليها وهي (eta^2 = .715) يمكننا القول، بأن هناك تأثيراً كبيراً مع وجود فرق جوهري في درجات اختبار كمية مشاهدة الإذاعة المرئية للآباء والأطفال.

مثال إضافي لزيادة التوضيح[11]:

يرغب مدرس في معرفة تأثير وسيلة جديدة في التعليم، على قدرة التلاميذ في إكمال مادة الرياضيات الأساسية. فقد اختار هذا المدرس خمسة من الطلاب، وطلب منهم إكمال اختبار مادة الرياضيات الأساسية. وبعد ذلك أدخل الوسيلة الجديدة في التعليم. وبعد مضي شهرُ كاملُ عاد المدرس فاختار نفس الطلاب الخمسة، وطلب منهم إكمال نفس الاختيار السابق؛ وقد جاءت النتيجة كالتالي:

جدول (13 ـ 3) نتيجة اختبار مادة الرياضيات الأساسية

التلاميذ	وقت إنهاء الاختبار (قبلي)	وقت إنهاء الاختبار (بعدي)
أحمد	7.3	6.8
إبراهيم	8.5	7.9
جمعة	6.4	6.0
عادل	9.0	8.4
هاني	6.9	6.5
المتوسط (Mean)	$\overline{X}$ = 7.62	$\overline{X}$ = 7.12

لقد تعامل هذا المدرس أساساً مع هذين الاختبارين كعينتين مستقلتين. إن متوسط الوقت للاختبار القبلي هو 7.62 دقيقة. في حين أن متوسط الوقت للاختبار البعدي قد وصل إلى 7.12 دقيقة. وباستخدامنا لاختبار t للعينة يقدر بـِ 0.75، وهي درجة غير دالة على مستوى 0.05. وبالرغم من هذه النتيجة فقد رأى هذا المدرس أن هذه النتيجة تبدو نتيجة واعدة. فاختبار الاستدلال الذي تم إجراؤه غير قادر على رفض احتمالية أن هذا

التحسن قد جاء نتيجة للصدفة. وعليه فقد قرر هذا المدرس أن يتخلى عن هذه الطريقة الجديدة في التدريس.

ولحسن الحظ، أن أحد زملاء هذا المدرس يعرف أكثر قليلاً حول الإحصاء، وقد أدرك ذلك بما أن نفس الطلاب يشكلون كل عينة فإن إجراء اختبار عينات غير مستقلة أصبح أمراً ضرورياً لتصميم البحث. وبالتالي قد تم التعامل من خلال البيانات بالنتائج التالية:

الخطوة الأولى: صياغة الفرض الصفري والفرض البديل:

$$H_0 : \mu_D = 0$$

$$H_1 : \mu_D \neq 0$$

الخطوة الثانية: اختيار اختبار الدلالة:

في هذا المثال، نحن نقارن بين عينتين غير مستقلتين فيما يتعلق بفروق المتوسط، وعليه، فإننا نستخدم t لعينتين غير مستقلتين لفروق المتوسط.

الخطوة الثالثة: حساب درجة العينة:

ولحساب فرق المتوسط بين العينتين وربط ذلك بدرجة t يمكننا توليد الجدول التالي:

التلاميذ	وقت إنهاء الاختبار (قبلي)	وقت إنهاء الاختبار (بعدي)	الفرق D	D^2
أحمد	7.3	6.8	0.5	0.25
إبراهيم	8.5	7.9	0.6	0.36
جمعة	6.4	6.0	0.4	0.16
عادل	9.0	8.4	0.6	0.36
هاني	6.9	6.5	0.4	0.16
المجموع Sum		$\sum D^2 = 1.29 \sum D = 2.5$		
المتوسط Mean		$\overline{X}D = 0.5$		

وبتعويض هذه البيانات لمعادلة الخطأ المعياري Standard error وبعد ذلك لمعادلة t. نحصل على النتائج التالية:

$$S_D = \sqrt{\frac{\Sigma D^2 - \frac{(\Sigma D)^2}{N}}{N-1}} = \sqrt{1.29 - \frac{(2.5)^2}{5-1}}$$

$$= 0.1$$

$$t = \frac{\overline{X}D}{S_D/\sqrt{N}} = \frac{0.5}{0.1/\sqrt{5}}$$

$$= 11.8$$

الخطوة الرابعة: إيجاد الدرجة الحرجة والمنطقة الحرجة على مستوى دلالة 0.05 بدرجات حرية 4، وأن القيمة الحرجة لـِ t تساوي (2.776).

الخطوة الخامسة: اتخاذ القرار:

عندما تم حساب درجة t على أساس أن العينتين غير مستقلتين بدلاً من أنهما مستقلتين، فالنتيجة المتحصل عليها، نتيجة ذات دلالة بشكل واضح على مستوى 0.01. ومن هنا بإمكان هذا المدرس أن يرفض الفرضية التي مفادها أن التحسن جاء فقط من خلال الفرضية العشوائية.

أسئلة للمراجعة:

1- ما هي الافتراضات التي ينبغي أن تكون حول توزيعات المجتمعات قبل إجراء اختبار t للعينات المستقلة؟

2- النتائج التالية: اختبر فرق الدلالة مستخدماً اختباراً ثنائيَّ الجانبين بألفا α تساوي 0.05 (مفترضين تباينات متساوية Assuming Equal Population Variance

حجم العينة	الانحراف المعياري	المتوسط الحسابي		
35	14.2	72	عينة 1	a)
50	11	76.1	عينة 2	
100	0.9	2.4	عينة 1	b)
100	0.9	2.8	عينة 2	
120	80	450	عينة 1	C)
100	77	475	عينة 2	

3- يرغب باحث في معرفة تأثير مكان الإقامة على العمر الذي يبدأ فيه الناس بالتريض. فقد قسم الباحث العينة العشوائية للمبحوثين إلى فئتين: فئة الريفيين (91) فرداً، وفئة الحضريين (107) فرداً. وقد وجد أن السكان الريفيين قد بدأوا بالتدخين عند متوسط عمري يقدر بـِ 15.75 سنة، بانحراف معياري 2.3 سنة. في حين أن السكان الحضريين قد بدأوا التدخين عند متوسط عمري 14.63 سنة، بانحراف معياري 4.1 سنة. السؤال الذي يمكن طرحه هو: هل هناك فرق ذو دلالة بين هاتين الفئتين؟ (استخدم تقدير التباين المجمع).

4- المؤسسة العامة للمياه والصرف الصحي، ترغب في تقييم فعالية الإعلان الإرشادي حول ترشيد استهلاك المياه في مدينة بنغازي لغرض التقليل من استهلاك المياه غير المرشد. قبل الإعلان اختارت المؤسسة عينة عشوائية من (100) أسرة من أنحاء مختلفة من المدينة، وتم تسجيل استخدامات الأسر من المياه في الفترة الصباحية بمتوسط يصل إلى 87 لتراً، بانحراف معياري 15 لتر. وقد تم سحب (100) أسرة

عشوائياً بعد الإعلان، حيث وصل معدل الاستخدام للمياه 74 لتراً. هل يوجد فرق ذو دلالة؟ ما هي النتيجة التي يمكننا التوصل إليها حول الإعلان الإرشادي؟ هل يمكننا إجراء اختبار أحادي الجانب أم ثنائي الجانب؟ ما هي العوامل التي يجب أن نأخذها في الاعتبار عند اختيار الاختبار المناسب؟

5- أ) ما هو فرق المتوسط للأزواج العشرة المشاهدة:

زوج	المشاهدة (1)	المشاهدة (2)
1	12	15
2	10	13
3	8	13
4	14	14
5	12	18
6	15	13
7	14	18
8	9	9
9	18	11
10	13	14

ب) ما هو الخطأ المعياري (S_D).

ج) إجراء اختبار t لعينتين غير مستقلتين بمستوى دلالة $\alpha = 0.05$.

6- اختبر الفرضيات التالية مستخدماً البيانات التالية:

α	N	SD	فرق المتوسط	H_i	H_O
0.10	20	1.4	2.3	$\mu D \neq 0$	a) $\mu D = 0$
0.05	41	20	-3.2	$\mu D < 0$	b) $\mu D = 0$

7- شركة تريد أن تستقصي ما إذا كان التغير في منظومة العمل يمكن أن يكون دالاً في التحسين في مستويات الإنتاج. فقد اختارت هذه الشركة عشرة أماكن للعمل وتم قياس مستويات الإنتاج فيما يتعلق بعدد الوحدات المنتجة في الساعة. وبعد ذلك أدخلت هذه الشركة برنامجاً لهذه الأماكن الإنتاجية مانحة المنتجين حرية التصرف في شروط وبناء الوظيفة، وتم قياس مستويات الإنتاج بعد 6 أشهر. وقد جاءت النتائج كالتالي:

مكان العمل	الإنتاجية قبل التغيير	الإنتاجية بعد التغيير
1	120	165
2	121	154
3	145	120
4	112	155
5	145	164
6	130	132
7	134	154
8	126	162
9	137	130
10	128	142

- السؤال المطروح هو: هل إدخال البرنامج الجديد قد أدى بشكل دالٍ إلى تحسن مستويات الإنتاج (لاحظ صياغة الفرض البديل)؟

الهوامش والمصادر:

أولا الهوامش:

1- George Argyrous, Statistics for Social & Health Research, with a Guide to SPSS , SAGE Publications, London, 2001, P. 341.

2- Ibid. , P. 344.

3- Ibid. , P. 347.

4- Ibid. , PP. 349 - 350.

5- جولي بالانت (ت) خالد العامري، التحليل الإحصائي باستخدام برنامج SPSS، دار الفاروق للنشر والتوزيع، ط 2، مصر، 2009، ص 225.

6- Ibid. , P. 233.

7- Ibid. , P. 347.

8- Ibid. , PP. 351 - 352.

9- عبد الله عامر الهمالي، التقنيات الإحصائية ومناهج البحث، منشورات جامعة قاريونس، 2008 م.

10- George Argyrous , op.cit. , P. 434.

11- Ibid. , PP. 434 - 437.

12- Ibid. , PP. 440 - 442.

ثانيا: المصادر:

1- Frederick J. Gravetter and Larry B. Wallnau , Statistics for The Behavirol Sciences ,8th ed , Wadsworth Cengage Learning , USA, 2010.

2- George Argyrous, Statistics for Social & Health Research, with a Guide to SPSS , SAGE Publications, London, 2001.

3- جولي بالانت (ت) خالد العامري، التحليل الإحصائي باستخدام برنامج SPSS، دار الفاروق للنشر والتوزيع، ط 2، مصر، 2009.

4- عبد الله عامر الهمالي، التقنيات الإحصائية ومناهج البحث، منشورات جامعة قاريونس، 2008 م.

الفصل الرابع عشر

فروق الدلالة : اختبار F لأكثر من وسطين متساويين :

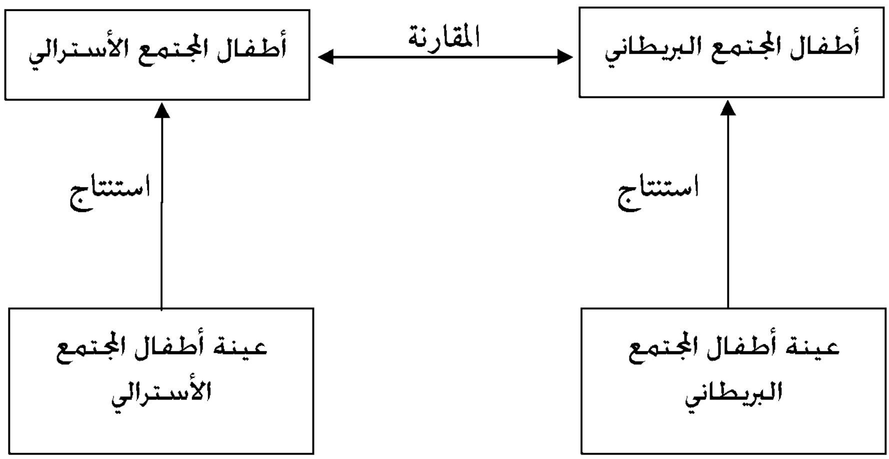
"تحليل التباين"

اختبار الفرض لأكثر من عينتين : الفكرة العامة :

تناولنا في الجزء الأول من الفصل السابق اختبار t لعينتين مستقلتين واختبرنا الافتراض بأن العينات قد تم سحبها من مجتمعات متوسطاتها متساوية:

$$Ho : \mu_1 = \mu_2$$

ولقد تعاملنا مع مثال حيث كانت العينة مكونة من عشرين طفلاً من المجتمع الأسترالي وعشرين طفلاً من المجتمع البريطاني. وقد تُمَّ طرح سؤال على كل طفل في هاتين العينتين يطلب فيه من كل طفل أن يحدد عدد الدقائق التي يشاهد فيها الإذاعة المرئية في الليلة الواحدة. وقد تمت مقارنة العينتين من أجل اختبار الفرض الصفري Ho، الذي مفاده أنه لا يوجد فرق في متوسط كمية مشاهدة الإذاعة المرئية (التلفزيون) بين هؤلاء الأطفال في كلا المجتمعين (انظر الشكل التالي):

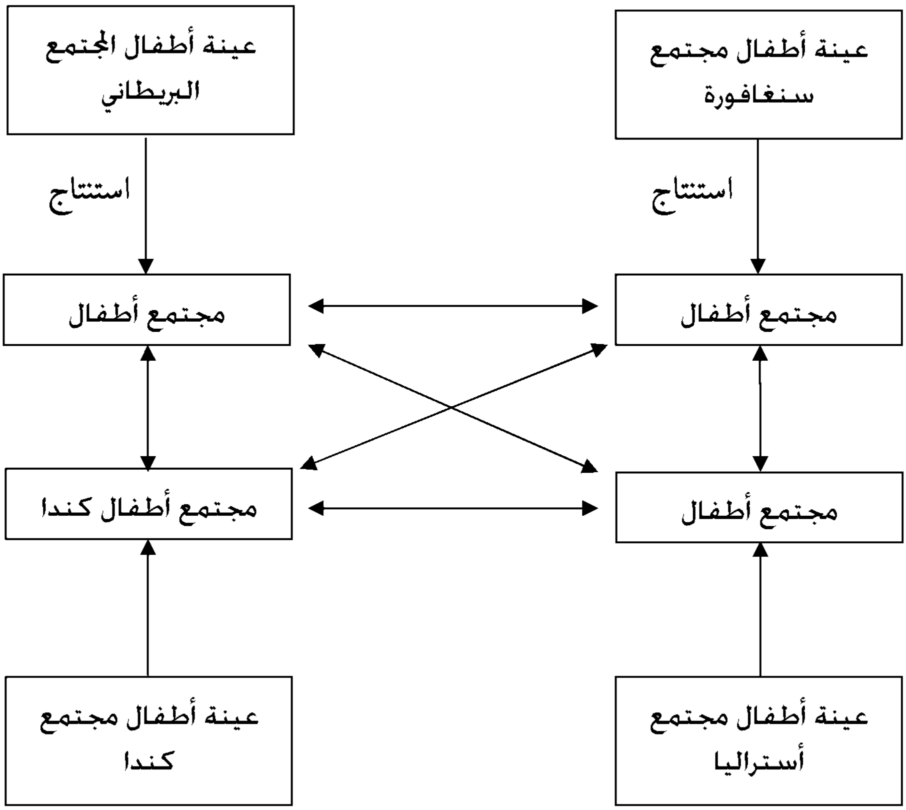


شكل (14 ـ 1) اختبار فرض لحالة عينتين

ويطلق على هذه العملية مسألة العينتين لأننا نتعامل مع عينتين من أجل الاستدلال حول كل مجتمع. إلا أننا في بعض الأحيان نتعامل مع مسألة أوسع بقليل. وبدلاً من مجرد المقارنة بين مجتمعين، فإننا قد نرغب في مقارنة كمية متوسط ما تمت مشاهدته في الإذاعة المرئية من قِبل الأطفال في عدة مجتمعات. على سبيل المثال، يمكن أن يكون لدينا عينة مؤلفة من عشرين طفلاً (20) تمثل المجتمعات التالية: أستراليا، بريطانيا، كندا وسنغافورة، ونود معرفة ما إذا كانت المتوسطات الحسابية لكل هذه المجتمعات متساوية:

$$Ho: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$$

ويطلق على هذه المسألة عينات K المستقلة K independent samples، حيث إن K تمثل أي عدد يزيد عن اثنين. وفي هذا المثال فإن K تساوي أربعة، ويمكننا توضيح هذا المثال بالشكل التالي:



المصدر: George Argyrous, Statistics for Social & Health Research,op. Cit , p. 356.

شكل (14 ـ 2) اختبار فرض لأكثر من عينتين

إن أحد الطرق للقيام بعملية المقارنة هي إجراء اختبار لكل عينتين متحدتين معاً مع العينات الأربعة بحيث يكون الحد الأعلى لهذه التركيبة هو 6، كما تم بيانه في الشكل أعلاه، فالأسهم تربط هذه المجتمعات بعضها ببعض:

المجتمع الأسترالي مع المجتمع السنغافوري

المجتمع الأسترالي مع المجتمع الكندي

المجتمع الأسترالي مع المجتمع البريطاني

المجتمع السنغافوري مع المجتمع الكندي

المجتمع السنغافوري مع المجتمع البريطاني

المجتمع الكندي مع المجتمع البريطاني

إذاً، يمكننا إجراء ستة اختبارات منفصلة لتقييم ما إذا كان هناك أي فروق دالة، تجدر الإشارة إلى أنه عندما نتعامل مع أكثر من عينتين، فإننا بذلك نستطيع اختبار متوسطات متساوية كلها مرة واحدة مستخدمين تحليل التباين لاختبار F (أنوفا ANOVA). والسبب وراء تفضيل استخدام تحليل التباين الأحادي على اختبارات t المتعددة يكمن في الوقوع في الخطأ من النوع الأول Type I error لسلسة من اختبارات t ستكون أكبر من مستوى الدلالة المقررة لكل اختبار متعلق بـِ t. وعليه، إذا كان مستوى ألفا (α) لكل اختبار على حدة لـِ t هو 0.05، فإن فرصة الوقوع في الخطأ من النوع الأول لكل اختبارات t التي يمكن إجراؤها لعدد معين من العينات سوف يكون أكبر من 0.05 على الجانب الآخر، فإن اختبار أنوفا ANOVA، ينص على أن مستوى ألفا مساوٍ لخطر الوقوع في الخطأ من النوع الأول[1].

إن إجراء أنوفا لاختبارات الفرض الصفري الذي يشير إلى أن العينات سحبت من مجتمعات ذات متوسطات متساوية. فإذا كان الفرض الصفري صحيحاً، فإن العينات المسحوبة من مثل هذه المجتمعات سوف تكون قيمة متوسطاتها تقريباً متساوية. ففي مثال الأطفال ومعدل مشاهدة الإذاعة المرئية (التلفزيون)، فإن كل العينات لديها تقريباً متوسطات متساوية. وبطبيعة الحال، فإننا لا نتوقع أن تكون متوسطات العينة متساوية، حتى ولو كانت متوسطات المجتمع متساوية، حيث إن التباين العشوائي Random Variation سوف يؤثر على عملية المعاينة Sampling Process. إن السؤال الذي نطرحه هو ما إذا كانت الفروق بين العينات فروقاً متسقةً مع فرضية التساوي Assumption of Equality بين المجتمعات. إذا أخذنا بعين الاعتبار نتائج العينة الافتراضية للمجموعات الأربعة من الأطفال كما هو موضح في الجدول التالي:

جدول (14 ـ 1)

متوسط كمية مشاهدة الإذاعة المرئية في الليلة الواحدة (بالدقائق)

مشاهدة الإذاعة المرئية في الليلة الواحدة	المجتمع			
	كندا	أستراليا	بريطانيا	سنغافورة
المتوسط	127	166	187	203
الانحراف المعياري	27	29	30	26

المصدر: George Argyrous, Statistics for Social & Health Research,op. Cit , p. 357.

فإنه يمكننا ملاحظة أن هناك تبايناً واضحاً بين متوسطات هذه العينات الأربعة. وحقيقة الأمر، إذا قارنا القيم العليا بالقيم الدنيا لكل من كندا وسنغافورة، فإننا سنجد أن هناك فرقاً كبيراً في كمية متوسط مشاهدة الإذاعة المرئية. كما يمكن أيضاً ملاحظة (الصف المتعلق بالانحراف المعياري لكل عينة من العينات الأربعة) أن النتائج داخل عينة في كل مجتمع تتجمع معاً كما أشير إليها بانحرافات معيارية صغيرة نسبة إلى المتوسطات. بمعنى آخر، أنه توجد فروق واضحة من بلد إلى بلد آخر، ولكنها تتشابه داخل كل بلد. وفي ضوء هذه الإحصاءات الوصفية، فإنه بإمكاننا أن نبدأ بطرح تساؤل حول الفرض الذي مفاده أن المجتمعات التي من خلالها تم سحب هذه العينات هي مجتمعات لديها نفس المتوسط.

إن هذا المنطق يشبه تماماً ذلك المنطق المستخدم في تحليل التباين الذي يقوم على أساس مقارنة كمية التباين بين العينات مع كمية التباين داخل كل عينة من العينات. إذاً، بالرغم من أننا نرغب في معرفة الفرق بين المتوسطات، ففي واقع الأمر، فإن تحليل التباين يتعامل مع التباين الذي هو تربيع الانحراف المعياري.

تحليل التباين الأحادي: (اختبار F) :

يمكننا الآن استخدام المفاهيم العامة لتحديد ما إذا كان هناك فرق دال بين الأطفال في مجتمعات مختلفة فيما يتعلق بكمية متوسط مشاهدتهم للإذاعة المرئية. ولحساب إحصاء الاختبار المناسب، فإننا نحتاج إلى بيان بعض المفاهيم الأساسية. أولها: كمية التباين الكلي

للدرجات المتعلقة بكل الحالات الثمانين (80) التي تم معاينتها. وقد تم قياس كمية التباين الكلي من خلال مفهوم يطلق عليه: مجموع التربيعات الكلية TSS. ويتم حساب التربيعات الكلية وفقاً للمعادلة التالية:

$$TSS = \sum (X - \overline{X})^2$$

إن قيمة مجموع التربيعات الكلية Tss يمكن أن تُقَسَّمَ إلى عنصرين، العنصر الأول هو كمية التباين داخل كل عينة، ويطلق عليه مجموع التربيعات داخل المجموعات (SSW). والعنصر الثاني هو كمية التباين بين كل عينة، ويطلق عليه مجموع التربيعات بين المجموعات (SSB):

$$TSS = SSB + SSW$$

إن كل عنصر من هذه العناصر المتعلقة بمجموع التربيعات الكلية TSS يمكن حسابها بالطريقة التالية:

$$SSW = \sum (X - \overline{X}s)^2$$

$$SSB = \sum n_S (\overline{X}s - \overline{X})^2$$

حيث إن: X_s متوسط العينة المعطاة.

: n_s عدد الحالات في العينة المعطاة.

تجدر الإشارة إلى أن هذه المعادلات تذكرنا بالمعادلة المتعلقة بالانحراف المعياري حيث إن هذه المعادلة تتضمن نفس الأساس بأن عملية التباين مرتبطة بكمية الفرق بين الدرجات الفردية والمتوسط، أما فيما يتعلق بمعادلة الانحراف المعياري، فإن هذه المعادلات المعَرَّفة Definitional Formulas، من الصعوبة بمكان العمل بها. وبشكل خاص، إذا أردنا أن نحسب المجموع الكلي للتربيعات TSS، فإنه من السهولة بمكان العمل بالمعادلة التالية:

$$TSS = \sum x^2 - n\bar{x}^2$$

ولكي أن نتحصل على مجموع التربيعات الكلية، فإننا بحاجة فقط لحساب إما SSW أو SSB وحينها نستخدم المعادلة التالية: TSS=SSB+SSW لحساب الأخرى. بمعنى آخر، إذا تم حساب قيمة TSS و SSB فإننا نستعيض بهذه الحسابات للمعادلة التالية لكي نتوصل إلى قيمة SSW:

$$SWW = TSS - SSW$$

ولكي نعرف كيف تم ذلك، دعنا نعيد العمل من خلال المثال السابق للعينات الأربعة المتعلقة بالعشرين طفلاً. ولإجراء هذه العمليات الحسابية بشكل جيد، يتطلب الأمر بناء جدول يحتوي على قائمة بيانات (انظر الجدول 2).

من خلال هذا الجدول سنجد أن درجة كل حالة من الحالات قد دونت، وأن العينات قد وضعت في أعمدة منفصلة. ومن خلال هذه المعلومات يمكننا حساب المتوسط الحسابي لكل عينة من هذه العينات، إضافة إلى المتوسط الحسابي لكل العينات موحدة.

كندا $\bar{X} = \frac{2546}{20} = 127.3$ دقيقة

أستراليا $\bar{X} = \frac{3317}{20} = 165.85$ دقيقة

بريطانيا $\bar{X} = \frac{3735}{20} = 186.75$ دقيقة

سنغافورة $\bar{X} = \frac{4063}{20} = 203.15$ دقيقة

جدول (14ـ2) لحساب تحليل التباين (ANOVA)

كندا		أستراليا		بريطانيا		سنغافورة	
X	X^2	X	X^2	X	X^2	X	X^2
89	7921	102	10,404	124	15,376	156	24,336
92	8464	120	14,400	135	18,225	165	27,225
95	9025	132	17,424	156	24,336	174	30,276
105	11,025	134	17,956	165	27,225	179	32,041
106	11,236	145	21,025	167	27,889	180	32,400
108	11,664	149	22,201	172	29,584	184	33,856
110	12,100	156	24,336	178	31,684	189	35,721
113	12,769	162	26,244	182	33,124	189	35,721
116	13,456	165	27,225	184	33,856	196	38,416
125	15,625	165	27,225	185	34,225	203	41,209
128	16,384	165	27,225	186	34,596	204	41,616
135	18,225	174	30,276	187	34,969	207	42,849
138	19,044	178	32,041	189	35,721	210	44,100
139	19,321	180	32,400	198	39,204	218	47,524
140	19,600	187	34,969	209	43,681	221	48,841
146	21,316	189	35,721	212	44,944	228	51,984
146	21,316	196	38,416	218	47,524	231	53,361
154	23,716	201	40,401	223	49,729	238	56,644
167	27,889	206	42,436	225	50,625	241	58,081
194	37,636	210	44,100	240	57,600	250	62,500
$\sum X = 2546$		$\sum X = 3317$		$\sum X = 3735$		$\sum X = 4063$	
$\sum X^2 = 337{,}732$		$\sum X^2 = 566{,}425$		$\sum X^2 = 714{,}117$		$\sum X^2 = 838{,}701$	

المصدر: George Argyrous, Statistics for Social & Health Research, with a Guide to SPSS , SAGE Publications, London , 2001 , p. 361.

$$\overline{X} = \frac{(2546 + 3317 + 3735 + 4063)}{80} = 170.8$$ دقيقة

وباستخدام هذه المعلومات يمكننا حساب TSS و SSB.

$$TSS = \sum X^2 - n\bar{x}^2$$

$$= (337{,}732 + 566{,}425 + 714{,}117 + 838{,}701) - (80)\,(170.8)^2$$

$$= 124{,}189$$

$$SSB = \sum n_S(\bar{x}_S - \bar{x})^2$$

$$= 20\,(127.3 - 170.8)^2 + 20\,(165.85 - 170.8)^2$$

$$+ 20\,(186.75 - 170.8)^2 + 20\,(203.15 - 170.8)^2$$

$$= 64{,}353$$

$$SSW = TSS - SSB = 124{,}189 - 64{,}353$$

$$= 59{,}836$$

إن إحصاء الاختبار الفعلي الذي يمكن استخدامه لتحديد ما إذا كان هناك فرق دال في تقدير التباين بين العينات وداخل العينات، نستخدم نسبة F (F.ratio). وتعني F.ratio نسبة تباين الاثنين: SSB و SSW وكل واحدة من هذه تصحح بدرجات حرية ملائمة:

العينة $F = \dfrac{SSB/K-1}{SSW/n-K}$

حيث إن: K تشير إلى عدد العينات.

وبتعويض الأرقام ذات الصلة لهذه المعادلة نحصل على:

العينة $F = \dfrac{SSB/K-1}{SSW/n-K}$

$$= \frac{64,353/4-1}{58,836/80-4}$$
$$= 27.25$$

وكما رأينا عند التعامل مع اختبارات Z، و T و X^2 لاحقاً، فإننا بحاجة إلى مقارنة الدرجة المحسوبة بالدرجة الاحتمالية من أجل الوصول إلى قرار يمكن من خلاله أن نقبل أو نرفض الفرض الصفري Ho.

ولإيجاد القيمة الحرجة يمكننا إحالة القارئ إلى جدول توزيع القيم الحرجة لِـ F على مستوى دلالة 0.05. انظر الجدول (14 – 4).

جدول (14 ـ 3): تحليل التباين الأحادي
(دقائق مشاهدة الإذاعة المرئية في الليلة الواحدة)

مصادر التباين	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط مجموع المربعات	اختبار (F)	درجة الدلالة 0.05 (α)
بين المجموعات	3	64353.438	21451.146	27.246	.000
داخل المجموعات	76	59835.050	787.303		
المجموع الكلي	79	124188.488			

وللحصول على القيم الحرجة لاختبار F ينبغي على الباحث أن يراعي ثلاثة عوامل أساسية:

1- درجات الحرية لتقدير التباين بين العينات. وللحصول على درجة الحرية: عدد العينات ناقص واحد. ويظهر هذا في البسط المتعلق بِـ F- ratio:

$$Df_b = k - 1 = 4-1$$
$$= 3$$
$$Df_w = n - k = 80 - 4$$
$$= 76$$

جدول (14 ـ 4) القيم الحرجة لتوزيعات F (ألفا $\alpha = 0.05$)

	درجات الحرية لتقدير التباين بين عينات K-1									
n-k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	∞
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.84	8.81	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.63
5	6.16	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.36
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	1.51
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.38	2.29	2.20	2.13	2.07	1.44
60	4.00	3.15	2.76	2.52	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.39
80	3.96	3.11	2.72	2.48	2.33	2.19	2.12	2.05	1.99	1.32
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.30	2.17	2.10	2.03	1.97	1.28
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.25
α	3.84	2.99	2.60	2.37	2.21	2.09	2.01	1.94	1.88	1.00

من خلال جدول توزيع القيم الحرجة لِـ F على مستوى دلالة 0.05 يمكننا أن نلاحظ أنه لا يوجد صف متعلق بدرجة الحرية داخل درجة تساوي 76. في الحقيقة أن مدى كل القيم قد قفزت بعد أول 30؛ ويرجع السبب في ذلك، إلى أن درجات الحرية لا تقل كثيراً عن زيادة مقدار في درجة الحرية بعد الثلاثين. وعندما لا تكون لدينا درجات حرية تظهر في الجدول، فإننا نشير إلى أقرب قيمة تظهر في الجدول من الرقم المرغوب فيه: في هذا المثال، إن أقرب قيمة دون 76 تظهر في الجدول هي عند الرقم 60. وعليه، فإن القيمة الحرجة لِـ F تكون في المثال هي 2.76. ومن هنا نرفض الفرض الصفري Ho الذي مفاده لا فرق باعتبار أن قيمة F المحسوبة أكبر من قيمة F المتوقعة:

نرفض الفرض الصفري عندما تكون (F المتوقعة > F العينة).

وعليه عند رفضنا للفرض الصفري فإنه على الأقل واحد من مجتمعات هؤلاء

الأطفال تختلف عن الأخريات. لاحظ التعبير الخاص للنتيجة: على "الأقل" واحد من هذه المجتمعات يختلف عن باقي المجتمعات الأخرى.

إن اختبار F في حد ذاته لا يخبرنا أي المجتمعات، وكم كمية الاختلاف. وبكل وضوح إذا كانت هناك فروق، إذاً على الأقل يجب أن تشمل المجموعات التي لديها عينة بمتوسطات عليا ودنيا في هذا المثال ستكون كندا وسنغافورة على التوالي.

وكما أوضحنا سابقاً برفضنا للفرض الصفري بعد إجراء اختبار F فإننا بذلك قد قررنا أن واحداً على الأقل من هذه المجتمعات لديه متوسط حسابي غير مساوٍ لمتوسطات المجتمعات الأخرى. وعليه فإن اختبار F في حد ذاته لا يخبرنا أي هذه المجتمعات يكون مختلفاً. ولكي نحدد أياً من المجتمعات يختلف عن الأخرى، فالباحث يمكنه أن يلجأ إلى استخدام Post - Hoc Comparisons المتوفرة كخيار في برنامج SPSS[(2)].

إجراء اختبار F باستخدام Spss:

1- من القائمة الموجودة في الجزء العلوي من الشاشة انقر فوق:
Analyze ⇦ **Compare Means** ⇦ **one Way ANOVA**

2- انقر فوق المتغير التابع **Minutes of TV Watched** في قائمة المتغير.

3- انقر على ◄ مشيراً إلى الصندوق أسفل **Dependent List**. هذه القائمة تقود إلى لصق **Minutes of TV Watched** في القائمة المحددة للمتغير التابع الذي يستخدم لمقارنة العينات.

4- انقر على **Country of Residence** في القائمة.

5- أنقر على ◄ مشيراً إلى الصندوق أسفل: **Factor** تقود هذه العملية إلى لصق **Country of Residence** في القائمة المحددة لمتغير **Factor** الذي يشكل العينات المستهدفة للمقارنة.

6- انقر على ok.

فيما يلي المخرجات الناتجة عن هذا الإجراء:

ANOVA

ONE Way Minutes of TV Watched Per night

	Sum of Squares	dF	Mean Square	F	Sig.
Between groups	64353.438	3	21451.146	27.246	.000
Within groups	59835.050	76	787.303		
TOTAL	124188.488	79			

المصدر: George Argyrous, op. , p. 361.

شكل (14 ـ 3) مخرجات لتحليل التباين الأحادي

تفسير مخرجات SPSS لتحليل التباين:

بالنظر إلى مخرجات SPSS لتحليل التباين يمكننا أن نلاحظ في المربع أعلاه مجموع التربيعات بين المجموعات Sum of Squares Between Groups، ومجموع التربيعات داخل المجموعات Sum of Squares Within Groups، ومجموع التربيعات الكلية The Total Sum of Squares في العمود الأول في مربع ANOVA معاً مع درجة الحرية المناسبة (df) في العمود الثالث. ومن خلال هذه المخرجات نجد أن قيمة F تساوي 27.246 (العمود 5)، وأن درجة الدلالة عمود .Sig تساوي 000.، ولا تعني هذه الدلالة أن احتمالية الحصول على نسبة 27.25 لِـ F تساوي صفراً (0)، ذلك أن برنامج SPSSيقرب الاحتمالية إلى ثلاث درجات عشرية decimal Places3 ، وعليه، فإن هذه الاحتمالية تقرأ أقل من 5 في 10.000.

ولمَّا كانت القيمة في هذا المثال (Sig. = 0.000)، وهي أقل من 05. مما يدل على وجود فروق دالة بين المجموعات.

حجم التأثير:

ولحساب حجم التأثير الذي يعطي مؤشراً لحجم الفروق بين المجموعات (وليس مجرد تحديد ما إذا كان الفارق قد حدث على سبيل الصدفة أم لا) يستخدم إحصاء Eta^2

إيتا تربيع. ولما كانت مخرجات SPSS لا تقوم بحساب Eta^2 في اختبار F، فالباحث يمكنه حسابها من المخرجات المرتبطة باختبار F، وفقاً للمعادلة التالية:

$$Eta^2 = \frac{\text{مجموع التربيعات بين المجموعات}}{\text{المجموع الكلي للمربعات}}$$

$$Eta^2 = \frac{SSb}{TSS} = \frac{64353.438}{124188.488}$$

$$= 0.518$$

من هنا نجد أن حجم التأثير يبلغ 0.518 أو (52 %) وهو تأثير كبير نسبياً حسب إرشادات كوهين، مع وجود فرق دال في متوسط عدد الدقائق المشاهدة في الليلة الواحدة.

مثال لزيادة التوضيح [3]:

في دراسة قام بها أحد الباحثين على ثلاثة أطفال لمقارنتهم في القدرة على القراءة. وقد طلب من كل طفل قراءة 12 واجباً مع ضبط الأخطاء خلال قراءة كل واجب من هذه الواجبات الاثنى عشر، ويود الباحث معرفة هل هؤلاء الأطفال يختلفون في قدرات القراءة؟ ويوضح الجدول التالي النتائج المتحصل عليها:

جدول (14 ـ 4) عدد الأخطاء لكل طفل

رقم الواجب	زيد	عمرو	خالد
1	8	15	12
2	6	9	6
3	14	20	8
4	9	15	9
5	14	6	10
6	8	9	14
7	12	17	16
8	19	12	5
9	6	6	18
10	11	3	21
11	8	13	15
12	15	5	11

من خلال هذه البيانات، هل يمكننا القول بأن هناك فروقاً ذات دلالة بين هؤلاء الأطفال الثلاثة في قدرات القراءة؟

للإجابة على هذا السؤال يمكننا إجراء اختبار F وذلك باتباع الخطوات التالية:

الخطوة الأولى: صياغة الفرض الصفري والفرض البديل:

Ho: متوسط عدد الأخطاء التي ارْتُكِبَتْ من قِبل كل طفل من هؤلاء الأطفال هي متوسطات متساوية: $Ho: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

Hi: متوسط عدد الأخطاء التي ارْتُكِبَتْ من قِبل كل طفل من هؤلاء الأطفال ليست كلها متوسطات متساوية: $Hi: \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3$

الخطوة الثانية: اختيار اختبار الدلالة:

إن السؤال البحثي الذي يرغب الباحث فيه هو متوسط عدد الأخطاء التي تم قياسها على مستوى المقياس ذي المسافات والنسبي. وعليه فالرغبة تنحصر في مقارنة المتوسطات وبيان ما إذا كانت هذه المتوسطات متساوية. ولما كانت لدى الباحث ثلاث عينات لذلك ستكون المقارنة عبر أكثر من عينتين. وأن الاختبار الملائم لهذه المسألة البحثية هو تحليل التباين (اختبار F لمتوسطات متساوية).

الخطوة الثالثة: حساب درجة العينة:

لإجراء تحليل التباين ANOVA، فإنه من المفيد أن يوجد جدول يحتوي على الحسابات المرغوبة (انظر الجدول 5)، ومن هذه المعلومات نقوم بحساب المتوسط الحسابي لكل عينة من العينات الثلاثة، وبعد ذلك تجمع المتوسطات لكل هذه العينات.

زيد $\overline{X} = \frac{130}{12} = 10.8$

عمرو $\overline{X} = \frac{140}{12} = 11.7$

خالد $\overline{X} = \frac{145}{12} = 12.1$

جدول (14 ـ 5) حساب تحليل التباين ANOVA

زيد		عمرو		خالد	
X	X^2	X	X^2	X	X^2
8	64	15	225	12	144
6	36	9	81	6	36
14	196	20	400	8	64
9	81	15	225	9	81
14	196	6	36	10	100
8	64	9	81	14	196
12	144	17	289	16	256
19	361	12	144	5	25
6	36	6	36	18	324
11	121	13	169	21	441
8	64	13	169	15	225
15	225	5	25	11	121
$\Sigma X=130$	$\Sigma X^2=1588$	$\Sigma X=140$	$\Sigma X^2=1880$	$\Sigma X=145$	$\Sigma X^2=2013$

$$\overline{X}=\frac{130+140+145}{36}=11.5$$

وتمثل هذه العمليات الحسابية الإحصاء الوصفي لبيانات العينة. وبوضوح بأنه يوجد فرق بين العينات فيما يتعلق بمتوسط عدد الأخطاء المرتكبة. هل هذه الأخطاء المرتكبة راجعة إلى تباين عشوائي عند عملية المعاينة من مجتمعات لا يوجد فرق فيما بينها؟

ولكي نقرر ذلك، يمكننا بادئ ذي بدء حساب TSS و SSB:

$$\text{TSS}=\Sigma X^2-n\overline{x}^2=(1588+1880+2013)-36(11.5)^2$$

$$=720$$

$$SSB = \Sigma ns(\bar{x}_S - \bar{x})^2$$

$$= 12\ (10.8 - 11.5)^2 + 12\ (11.7 - 11.5)^2 + 12(12.1 - 11.5)^2$$

$$= 10.7$$

$$SSW = TSS - SSB = 720 - 10.7$$

$$= 709.3$$

ومن خلال هذه البيانات يمكننا حساب قيمة F الإحصائية وذلك باستخدام اختبار الدلالة:

$$\text{العينة } F = \frac{SSB/K-1}{SSW/n-K}$$

$$= \frac{10.7/3-1}{709.3/36-3}$$

$$= 0.25$$

الخطوة الرابعة: إيجاد الدرجة الحرجة والمنطقة الحرجة:

من خلال جدول توزيع F الحرجة، فإن K=2 و N=36

وعليه، فإن القيمة الحرجة لـِ F:

$$\text{الحرجة } F = 3.32\ (\alpha = 0.05)$$

الخطوة الخامسة: اتخاذ القرار:

إذا أردنا رسم درجة العينة ودرجة القيمة الحرجة في الشكل رقم (14 – 3)، فإننا بذلك لا يكون في مقدورنا رفض الفرض الصفري.

حجم التأثير: ولمعرفة مؤشر حجم الفروق بين هذه المجموعات (ليس مجرد تحديد ما إذا كان الفارق قد حدث بالصدفة أم لا)، يمكننا استخدام إحصاء Eta^2 إيتا تربيع التي يمكن حسابها وفقاً للمعادلة التالية:

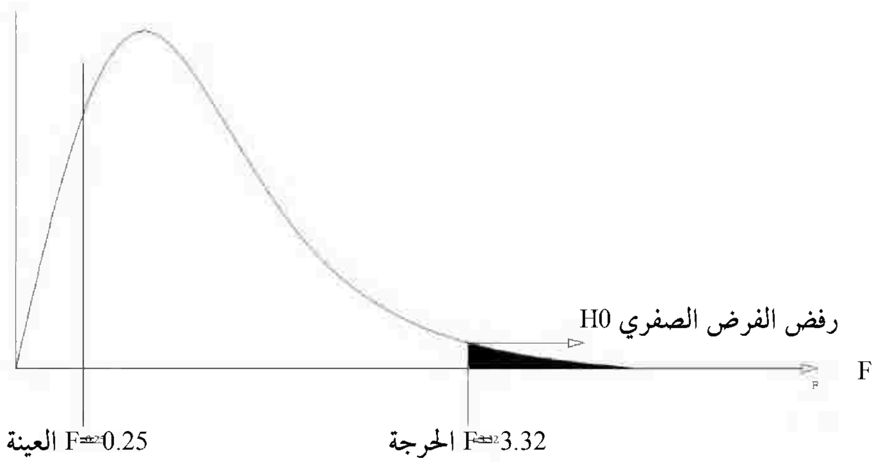
$$\text{إحصاء إيتاء تربيع} = \frac{\text{مجموع التربيعات بين المجموعات}}{\text{المجموع الكلي للمربعات}}$$

$$\text{Eta}^2 = \frac{ssb}{Tss}$$

$$= \frac{10.7}{720}$$

$$= 0.015$$

من هنا نجد أن حجم التأثير يبلغ 0.015 في المائة وهو تأثير ضئيل حيث يشير إلى أنه لا يوجد فرق جوهري في متوسط عدد الأخطاء لدى عينات هؤلاء الأطفال.



شكل (14 ـ 3) درجات العينة والحرجة

أسئلة للمراجعة:

1- لقد تمت المقارنة بين أربع جمعيات للرعاية في إطار متوسط عدد الحالات التي يقدمها موظفو هذه الجمعيات خلال شهر. ويهدف البحث للإجابة عن السؤال ما إذا كان الفرق بين هذه الجمعيات وفقاً لعبء العمل ذا دلالة.

أ- اشرح لماذا يستخدم تحليل التباين ANOVA لسبر غور هذه المسألة.

ب- بين الفرض الصفري لهذه المسألة لفظياً وجبرياً.

ج- من النتائج الافتراضية احسب قيمة F واتخذ القرار المناسب حول الفرض الصفري (Ho) بمستوى دلالة (α = 0.05).

التباين	مجموع التربيعات	درجة الحرية
بيـــن الجمعيات	50	4
داخل الجمعيات	7210	110
المجموع الكلي	**7260**	**114**

2- مُحَاضِرٌ بالجامعة يستخدم طرق تدريس مختلفة في ثلاثة فصول دراسية منفصلة. وكان الهدف من وراء هذا الاستخدام تقييم الفعالية النسبية لهذه الطرق باختبار فرق الدلالة بين هذه الفصول. والدرجات النهائية تظهر في الجدول التالي:

الطريقة (أ)	الطريقة (ب)	الطريقة (ج)
21	28	19
19	28	17
21	23	20
24	27	23
25	31	20
20	38	17
27	34	20
19	32	21
23	29	22
25	28	21
26	30	23

المطلوب:

أ- احسب المتوسط الحسابي، والانحراف المعياري لكل عينة من العينات الثلاث. هل تستطيع أن تتوقع من هذه الإحصاءات الوصفية النتيجة المتحصل عليها من خلال إجراء أنوفا ANOVA على هذه البيانات.

ب- أَجْرِ تحليل ANOVA لتقييم هذه التوقعات.

3- البيانات التالية، بيانات افتراضية حول عينة مؤلفة من 20 طفلاً من مجتمع الولايات المتحدة الأمريكية تبين عدد الدقائق التي يشاهدها هؤلاء الأطفال في الليلة الواحدة:

195	184	165	162	168	196	217	190	212	232
204	205	217	210	230	197	180	192	190	198

المطلوب:

أ- كيف تُؤثر إضافة هذه العينة على اختبار تحليل التباين ANOVA على أطفال مجتمعات: أستراليا، بريطانيا، كندا، وسنغافورة، على عدد درجات الحرية؟

ب- ما النتيجة التي يمكنك التوصل إليها فيما يتعلق بكمية مشاهدة الأطفال للإذاعة المرئية من بلدان مختلفة؟

هوامش والمصادر:

أولا: الهوامش:

1- George Argyrous, Statistics for Social & Health Research, with a Guide to SPSS , SAGE Publications, London, 2001, P. 357.

2- Ibid. , PP. 364 - 365.

3- Ibid. , PP. 367 - 370.

ثانيا: المصادر:

1- George Argyrous, Statistics for Social & Health Research, with a Guide to SPSS , SAGE Publications, London, 2001.

2- جولي بالانت (ت) خالد العامري، التحليل الإحصائي باستخدام برنامج SPSS، ط 2، دار الفاروق للنشر والتوزيع، مصر، 2009.