

الفصل التاسع

معامل ارتباط الرتب كيندل (تاو)

Kendall rank order correlation coefficient

(Kendall s Tau)

يهدف الي قياس العلاقة أو الاتفاق بين متغيرين حيث ان الدرجات او القيم مرتبة من الاعلي الي الادنى او من الاكثر مرغوبة الي الاقل مرغوبة او من الافضل الي السيئ. ومعامل ارتباط كيندال تاو هو البديل لمعامل ارتباط سبيرمان الرتبي ويعتبر مقياس للاتفاق بين الرتب أو التصنيفات الترتيبية للمتغيرين (Agreement)، وعليه فان معامل كندال تاو يفترض ان المتغيرين من مستوي قياس رتبي علي المستوي القياس الفعلي، ولكن سبيرمان يمكن استخدامه لبيانات فترية او نسبية عندما لا يتحقق مسلمات بيرسون، ومعامل ارتباط سبيرمان يتعامل مع الرتب كدرجات، في حين يتعامل معامل ارتباط كيندل تاو مع عدد المقلوبات او المعكوسات $Inversions$ للرتب.

يستخدم كبديل لمعامل ارتباط سبيرمان عندما يوجد قواعد بيانات صغيرة مع وجود رتب مكررة (متشابهة) بمعنى درجات كثيرة لها نفس الرتب وعلي الرغم ان معامل ارتباط سبيرمان الاكثر استخداماً في الدراسات والبحوث الا ان احصاء كيندل يعطي تقدير دقيق لمعامل الارتباط في المجتمع، والخطأ المعياري له معروف وكذلك فان معامل ارتباط كيندل تاو مفضل عن معامل ارتباط بيرسون للبيانات غير الاعتدالية. ويطلق عليه τ_a, τ_b, τ_c معامل ارتباط Kendall tau، الاختبار هو كيندال، فاختبار كيندال τ_b يستخدم للجدول المربعة اي اذا كان للمتغيرين نفس العدد من المستويات مثل 2×2 أو 3×3 وبينما كندال τ_c يستخدم للجدول المستطيلة و حيث ان المتغيرين لهم عدد مختلف من التصنيفات مثل 2×3 أو 3×4 .

وهذه الصيغ الثلاثة τ_a, τ_b, τ_c لها نفس البسط والاختلاف في عدد الأزواج التي لها رتب في نفس الاتجاه Concordant وعدد الأزواج التي لها رتب في اتجاه

معاكس discordant . فالمقام في الصيغة τa هو العدد الكلي من الأزواج والقضية في حساب τa هو الرتب المتشابهة Ties والمقام في الصيغة τb يأخذ في اعتباره الأزواج من الرتب المتشابهة في احد المتغيرات بينما لا تأخذ في اعتبارها الرتب المتشابهة في المتغير الاخر. ومثل معامل الارتباط فان قيمته تكون من 1.00 - الي +1.00 ، فالقيمة 1.00 تشير الي اتفاق تام بين الرتب للمتغيرين بينما القيمة -1.00 تشير الي عدم اتفاق علي الاطلاق.

اختبارات الفروض لقضية بحثية (Siegel, 1956) :

اراد باحث دراسة معامل ارتباط كندال لمتغيرين وفيما يلي الترتيب للمتغيرين

الفرد	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
X	3	4	2	1	8	11	10	6	7	112	5	9
Y	2	6	5	1	10	9	8	3	4	12	7	11

حيث ان X تقديرات المحكم الاول ، Y تقديرات المحكم الثاني

الخطوات البحثية

1. سؤال البحث: هل توجد علاقة او اتفاق بين ترتيب X وترتيب Y؟
2. فرض البحث: توجد علاقة او اتفاق بين تقديرات المحكم X و تقديرات المحكم Y
3. متغيرات البحث: X رتبي ، Y رتبي.
4. منهج البحث: منهج ارتباطي.

5. النموذج الاحصائي: احصاء النموذج البسيط اللابارامتري، والاختبار المناسب: معامل كيندال تاو.

خطوات اختبارات الفروض الصفرية

1. الفروض الاحصائية:

(H0) : تقديرات المحكم الاول مستقلة عن تقديرات المحكم الثاني في المجتمع.

او لا علاقة بين تقديرات المحكم الاول وتقديرات المحكم الثاني في المجتمع.

(HA) : تقديرات المحكم الاول وتقديرات المحكم الثاني معتمدين او توجد علاقة بين

تقديرات المحكم الاول وتقديرات المحكم الثاني.

2. الاختبار المناسب ومسلماته: اختبار كيندال تاو ويتحدد بالصيغة الاتية (Siegel, 1956)

$$\tau = \frac{S}{\frac{1}{2}N(N-1)}$$

• S عدد المعكوسات.

• N عدد الأزواج.

ويمكن تقديرها من المعادلة الاتية:

$$\tau = \frac{2S}{N(N-1)}$$

ويقدر الخطأ المعياري لكيندال τ كالآتي:

$$S\tau = \sqrt{\frac{2(2N+5)}{9N(N-1)}}$$

3. مستوى الدلالة الاحصائية وقاعدة القرار: تبنى الباحث ومستوي الدلالة الاحصائية $\alpha = 0.05$ ، ويكون التوزيع العيني اعتدالي اذا كان $N \geq 10$ هذا يسمح باستخدام التوزيع العيني التقريبي لكيبدال τ باستخدام التقريب الاعتدالي لـ Z .

وتقدر الدلالة الاحصائية لهذا الاختبار كما حددها (2013) Howell كالاتي :

$$Z = \frac{\tau}{S_{\tau}}$$

$$Z = \frac{\tau}{\sqrt{\frac{2(2N+5)}{9N(N-1)}}}$$

وهي تعتبر بمثابة القيمة الجدولية لـ Z

وقاعدة القرار تعتمد على حجم العينة فإذا كان:

- $N \leq 10$ استخدم جدول Q (كوكران).
- $N > 10$ يمكن ان تقدر قيمة Z المرتبطة لـ τ باستخدام الصيغة السابقة ويفضل استخدام لحجم عينة 30 فأكثر.

وإذا كانت P الاحتمالية أقل من α يرفض الفرض الصفري.

4. الحسابات : لابد من اعادة ترتيب الرتب في الجدول السابق حتي نبدأ بالحالة التي ترتيبها 1 و 1 ولكن اذا وجدت احد المتغيرات مرتبة من الاصغر الي الاكبر فلا داعي لاعادة الترتيب ويحسب المعكوسات علي المتغير الاخر وفي البيانات السابقة الحالة لا يوجد ترتيب من الاصغر للاكبر لاحد المتغيرات وعليه فلا بد من اعادة الترتيب.

ويمكن تلخيص خطوات حسابه بالاتي:

أ - رتب الملاحظات او الدرجات على المتغير X من 1 الى N ورتب الملاحظات او الدرجات على المتغير Y من 1 إلى N .

ب - أعد ترتيب مجموعة الرتب لـ X لتكون في ترتيبها الطبيعي 1، 2، ، 3 ،
 . N.....

ج - انظر إلى رتب Y بعد ترتيب X وحدد قيمة S في ضوء رتب Y .

د- تاكد من عدم وجود رتب متشابهة لتطبيق المعادلة السابقة .

الفرد	X	Y
D	1	1
C	2	5-
A	3	2-
B	4	6-
K	5	7-
H	6	3-
I	7	4-
E	8	10-
L	9	11-
Q	10	8-
F	11	9-
J	12	12-

وعلي ذلك فان المتغير X له ترتيب طبيعي ومرتب من ثم فان عدد المعكوسات تقدر في ضوء المتغير Y وللرتبة 1 نقدر عدد الرتب التي اعلى منها وتطرح منها الرتب التي اقل منها فبالنسبة للرتبة 1 في رتب المتغير Y نجد أن عدد الرتب التي تمثل الاتفاق (أكبر منها) 11 وعدد الرتب التي تمثل عدم الاتفاق (اقل منها) صفر. وبالنسبة للرتبة 5 في Y نجد ان عدد الرتب التي تمثل (الاتفاق) اكبر منها 7 وعدد الرتب التي تمثل عدم الاتفاق اقل منها 3 وهكذا لبقية القيم :

$$S = (11 - 0) + (7 - 3) + (9 - 0) + (6 - 2) + (5 - 2) + (6 - 0) + (5 - 0) + (2 - 2) + (1 - 2) + (2 - 0) + (1 - 0) = 44$$

وبالتعويض في القانون :

$$\tau = \frac{44}{\frac{1}{2}(12)(12-1)}$$

$$= 0.67$$

وهذه درجة العلاقة بين تقديرات المحكم الاول و تقدير المحكم الثانى.

وتقدر قيمة Z كالآتى:

$$Z = \frac{\tau}{\sqrt{\frac{2(2N+5)}{9N(N-1)}}}$$

$$= \frac{0.67}{\sqrt{\frac{2(2 \times 12 + 5)}{(9)(12)(12-1)}}} = 3.03$$

5. القرار والتفسير: إذاً z المحسوبة = 3.03، والقيمة الاحتمالية P=0.0012 لرفض

H0 وعليه فان: $0.0012(P) < 0.05(\alpha)$

نرفض الفرض الصفري وعليه يوجد اتفاق او علاقة بين تقديرات المحكمان.

Tied observations معامل ارتباط كيندال تاو (T) عندما يوجد رتب متشابهة

عندما يوجد تكرار لدرجة ما او اكثر سواء كان علي المتغير x او المتغير Y فان

الملاحظات او الدرجات المتماثلة تاخذ متوسط الرتب كما هو الحال في سبيرمان وبقية

الاختبارات اللابارامترية ووجود الدرجات المتماثلة يغير من صيغة المعادلة الي الصيغة

الاتية (Siegel, 1956):

$$\tau = \frac{2S}{\sqrt{\frac{1}{2}N(N-1) - T_X} \sqrt{\frac{1}{2}N(N-1) - T_Y}}$$

حيث :

$$T_{Y,X} = \frac{1}{2} \sum t(t-1)$$

حيث T_X عدد الملاحظات المتشابهة في اي مجموعة متشابهة للمتغير X

$$T_Y = \frac{1}{2} \sum t(t-1)$$

T_Y عدد الملاحظات المتشابهة في اي مجموعة المشابهة للمتغير Y

مثال : لترتيب تقديرات المحكم الاول وتقديرات المحكم الثانى

المفحوص	A	B	C	D	E	F	G	H	i	j	k	L
Xترتيب	3	4	2	1	8	11	10	6	7	12	5	9
Yترتيب	1.5	1.5	3.5	3.5	5	6	7	8	9	10.5	10.5	12

لاحظ ان 1.5 ، 1.5 هي فى الاصل 1 ، 2 وتم أخذ متوسطى الرتبين 1 ، 2 ثم يعاد الترتيب مرة اخرى:

المفحوص	D	C	A	B	K	H	I	E	L	G	F	J
X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Y	3.5	3.5	1.5	1.5	10.5	8	9	5	12	7	6	10.5

ثم تقدر قيمة S في ضوء Y كالآتى:

$$S = (8-2) + (8-2) + (8-0) + (8-0) + (1-5) + (3-3) + (2-3) + (4-0) + (0-3) + (1-1) + (1-0) = 25$$

حيث : (0-3) للرتبة 12 تعنى وجود ثلاثة ترتيب اصغر منها التى تليها و(0) عدد الرتب

الاكبر من 12

ثم بعد ذلك نحدد T_X و T_Y :

$$T_x = 0$$

للمتغير Y يوجد ثلاث رتب مكررة حيث يوجد فردين للرتبة 1.5 و فردين 3.5 و فردين 10.5 في اي من الحالات الثلاثة $t = 2$ ويمكن :

$$= \frac{1}{2}(2(2 - 1) + 2(2 - 1) + 2(2 - 1)) = 3$$

$$25T_x = 0 , \quad T_Y = 3 , \quad = N_s, = 12$$

وبالتعويض في المعادلة :

$$\tau = \frac{25}{\sqrt{(0.5(12)(11) - 0)(0.5(12)(11) - 3)}} = 0.39$$

وإذا لم تصحح قيمه τ من التكرارات المتماثلة وطبقنا المعادلة التي لا تضع في حسابها للتكرارات المتماثلة فان $\tau = 0.38$ ، لاحظ ان التصحيح من الرتب المتشابهة صغير نسبياً.

وقد يتساءل البعض ما الفرق بين معامل ارتباط سبيرمان rs ومعامل ارتباط كيندال τ ؟، للإجابة علي هذا السؤال تم حساب معامل ارتباط سبيرمان لبيانات المثال السابق (بدون رتب متماثلة) فان قيمتها $rs = 0.82$ بينما معامل ارتباط كندال $\tau = 0.67$ وعليه فان القيمتين مختلفتين وايضاً للمثال الذي يتضمن تكرارات متماثلة يتضح ان $rs = 0.39$ ، $\tau = 0.62$ وهذا يوضح ان τ ، rs لهما قيم مختلفة ولا يمكن مقارنتهما مباشرة ببعضهما البعض (Siegel, 1956) وايضاً يوجد فرق اخر اشار إليه (Linebach et al. (2014) وهوان الفرق الرئيسي بينهما ان نتائج معامل ارتباط كيندال تستخدم في تقدير معامل الارتباط الجزئي Partial correlation بينما لا تستخدم قيمة معامل ارتباط سبيرمان في تقديره، وعلى الرغم من ذلك فإن كلاً من المعاملين لهما نفس القدر من المعلومات والكفاءة النسبية في اختبارات الفروض ولهما

نفس القوة للكشف عن وجود العلاقة في المجتمع . فكلاهما يرفض الفرض الصفري عند نفس مستوى الدلالة الاحصائية.

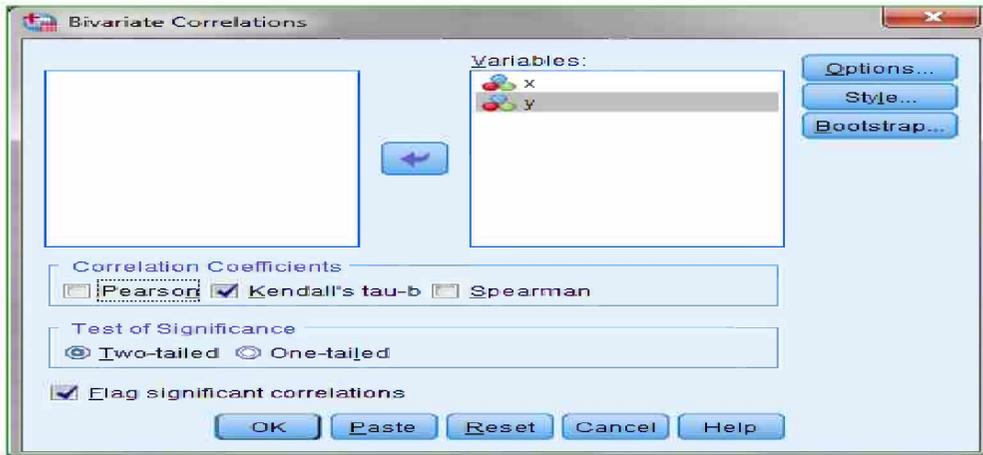
تنفيذ معامل ارتباط Kendall's Tau في SPSS

أولاً : ادخال البيانات: 1. اضغط Variable view ، تحت عمود Name اكتب مسمي

المتغيرات كالآتي : المتغير الاول X ، المتغير الثاني Y

2. اضغط علي Data view (اسفل الشاشة) يوجد متغيرين في عمودين، ابدأ في ادخال البيانات.

ثانياً: تنفيذ الامر: 1. اضغط Analyze → Correlate → Bivariate تظهر الشاشة:



2. انقل المتغيرين X ، Y الي مربع Variables

3. اضغط علي Kendall's tau- b ثم اضغط OK

ثالثاً : المخرج:

```
NONPAR CORR
/VARIABLES=x y
/PRINT=KENDALL TWOTAIL NOSIG
/MISSING=PAIRWISE.
```

Nonparametric Correlations

Correlations

		x	y
Kendall's tau_b	x	Correlation Coefficient	1.000
		Sig. (2-tailed)	.667**
		N	.003
y		Correlation Coefficient	1.000
		Sig. (2-tailed)	.667**
		N	.003

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

اعطي مصفوفة ارتباط القيم فوق القطر مثل القيم تحت القطر حيث اعطي في الخلية ثلاثة قيم:

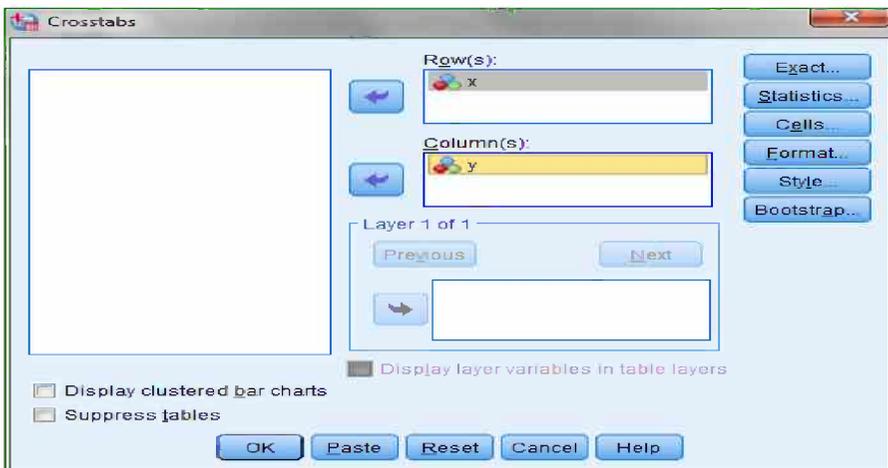
• 0.667: قيمة معامل ارتباط كيندل

• 0.003: قيمة P الاحتمالية وعليه $0.003 < 0.05$

• 12 : حجم العينة.

وعليه يرفض الفرض الصفري H_0 وبالتالي يوجد ارتباط او اتفاق بين تراتيب X وتراتيب Y، ومعامل الارتباط قوي وطردني. ومعامل ارتباط سبيرمان لهذه البيانات: $r_s = 0.818$ ، بالتالي حدث تعارض بين قيمتي معامل الارتباط ولكن التقدير الدقيق لصالح كيندل تاو .

طريقة اخري: 1. اضغط Analyze → Descriptive statistics → Cross tabs تظهر الشاشة الاتية:

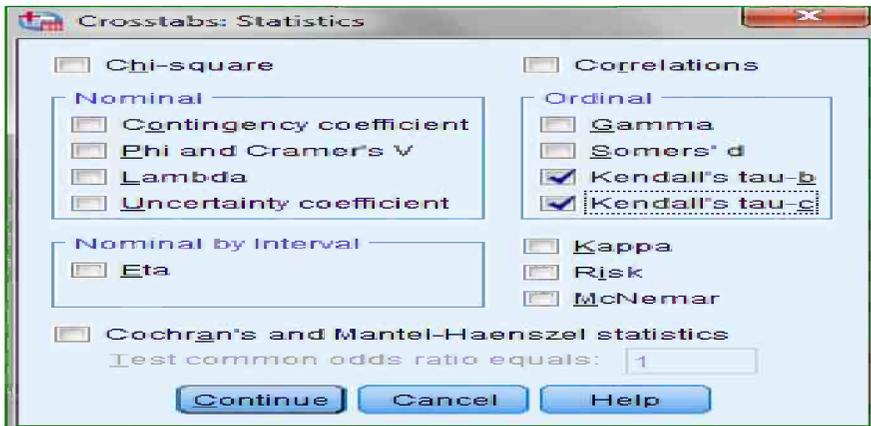


2. انقل X الي مربع Row(s)

3. انقل Y الي مربع Column(s)

4. اضغط Statistics علي

يمين الشاشة تظهر الشاشة الاتية:



5. في مربع Ordinal اختار Kendall's tau-b و Kendall's tau-c

6. اضغط Continue، اضغط OK

المخرج:

Symmetric Measures

		Value	Asymptotic Standardized Error ^a	Approximate T ^b	Approximate Significance
Ordinal by Ordinal	Kendall's tau-b	.667	.104	6.441	.000
	Kendall's tau-c	.667	.104	6.441	.000
N of Valid Cases		12			

a. Not assuming the null hypothesis.

اعطي نفس القيمة لـ Kendall's tau-b, c وهي 0.667 ويحدث اختلاف بينهما اذا وجدت رتب متشابهة لا يمكن لـ Kendall'sc اجراء تصحيح للرتب المتشابهة. وان قيمة Approximate Sig = 0.000 وعليه يوجد اتفاق او ارتباط دال احصائياً عند 0.01 بين تراتيب X وتراتيب Y .