

الفصل السادس عشر

تحليل التباين أحادي الإتجاه (كروسكال - والاس)

Kruskal-wallis One way analysis of variance(H)

هو الإختبار اللابارمترى المقابل للإختبار البارامترى تحليل التباين أحادي الاتجاه للعينات المستقلة أو بين المجموعات (ANOVA) وذلك عندما لا تتوفر مسلمات (ANOVA) ويهدف إلى تحديد ما إذا كان مجموع الرتب للمجموعات الثلاثة أو أكثر مختلفة إحصائياً، ويفترض أن الدراسة تتضمن متغير مستقل وبلغة التصميمات التجريبية عامل واحد بثلاث مستويات أو معالجات على الأقل. وهذا الإختبار هو إتساع لإختبار مان- ويتي وحساباته مشابهه له ولا يفترض إختبار K.W(H) توافر الاعتدالية او تجانس التباينات كما هو الحال في ANOVA ولكنه يتطلب فقط أن يكون المتغير التابع من مستوى قياس رتبي.

ويرى (Green & Salkind 2014) أن اختبارات الوسيط لأكثر من مجموعتين وكروسكال والاس (H) تقيم ما إذا كان وسيط المجتمعات على المتغير التابع متساوية عبر كل مستويات المتغير التابع أو العامل وإذا وجدت دلالة إحصائية لإختبار K.W تجري الاختبارات البعدية أو التتبعية Post hoc أو Follow up من خلال المقارنة بين وسيط زوج من مستويات العامل.

اختبارات الفروض لقضية بحثية (Hinkle et al. 1994)

اهتم باحث بدراسة الفروق بين مدرسي المدرسة الإبتدائية والإعدادية والثانوية في الثقة بالنفس وأخذ ثلاث عينات عشوائية من المجتمعات الثلاثة وهي 6 مدرسين إبتدائي، 5 مدرسين إعدادي، 6 مدرسين ثانوي وطبق عليهم إختبار الثقة بالنفس وكانت الدرجات كالأتي:

مدرسي الإبتدائي (A)	مدرسي الإعدادي (B)	مدرسي الثانوي (C)
52	66	63
46	49	65
62	64	85
48	53	70
57	68	71
54		73

وأراد التحقق ما إذا كانت توجد فروق في الثقة بالنفس بين مدرس المراحل الثلاثة؟.

الخطوات البحثية:

1. سؤال البحث: هل توجد فروق في الثقة بالنفس بين مدرسي المراحل الثلاثة (ابتدائي - اعدادي - ثانوي)؟
2. فرض البحث: توجد فروق بين مدرسي المراحل الثلاثة (ابتدائي - اعدادي - ثانوي) في رتب الثقة بالنفس.
3. متغيرات البحث: المراحل الدراسية: متغير مستقل - اسمي (ثلاث مستويات)، الثقة بالنفس: متغير تابع - فتري - متصل.
4. التصميم البحثي: يستخدم هذا الاختبار لدراسات التصميمات البحثية الآتية:

- الدراسات التجريبية: خاصة المجموعات الثلاثة وقياسات قبلية وبعديّة ومجموعة ضابطة:

تجريبية) 1	O2	X1	O1	R
تجريبية) 2	O4	X2	O3	R
ضابطة)	O6		O5	R

- الدراسات شبه التجريبية مثل تصميم المجموعات الثلاثة وقياس بعدي:

X1 O1
X2 O2
O3

- الدراسات السببية المقارنة: مثل المثال في القضية البحثية السابقة.

5. النموذج الإحصائي: احصاء النموذج البسيط وفي هذه الحالة استخدم الباحث احصاء لا بارامتري وذلك بعد أن تأكد أن شروط استخدام الإحصاء البارامتري وتحليل التباين لم تتوفر مثل الاعتدالية، الاختبار الاحصائي المناسب: اختبار تحليل التباين كروسكال- ولاس.

خطوات اختبارات الفروض الصفرية

1. الفروض الإحصائية: وفي هذه الحالة يتم صياغة الفروض الإحصائية بصورة عبارة تقريرية بدون رموز لعدم وجود معالم للمتغير التابع.

الفرض الصفري (H_0): لا يوجد فروق في رتب درجات الثقة بالنفس بين مجتمعات مدرسي المراحل الثلاثة، أو لا توجد فروق بين مجموع الرتب في مجتمعات المجموعات الثلاثة.

لاحظ ان الفرض الصفري في حالة ANOVA: لا توجد فروق بين متوسطات المجتمعات الثلاثة.

والفرض البديل (H_A): يوجد فروق في درجات الثقة بالنفس بين مجموعتين على الأقل من المجموعات الثلاثة، أو توجد فروق بين مجموع رتب مجتمعات المجموعات الثلاثة أو توزيعات المجتمعات الثلاثة ليس لها نفس التوزيع.

2. الإختبار الإحصائي ومسلمات: استخدام اختبار K.W (H) ومسلماته كما حددها Green & Salkind (2014):

- بيانات المتغير التابع رتبية.
- الإستقلالية: الأفراد في المجموعة مستقلين تماماً عن أفراد المجموعة الأخرى وهذا يعني أن درجة الفرد لا تتأثر بدرجة أي فرد أخرى في نفس المجموعة أو عبر المجموعات.

• إحصاء χ^2 هو تقريب لإختبار كروسكال-ولاس (H) ويكون أكثر دقة إذا كان حجم العينات كبيرة ، ولذلك فإن قيمة p (في المخرج SPSS) لـ χ^2 هي تقريب دقيق لإختبار K.W إذا كان حجم العينة 30 فأكثر.

• اختيار العينة في كل مجموعة بطريقة عشوائية.

• ويجب أن يكون حجم العينة في كل مجموعة على الأقل خمسة حتى يمكن

استخدام القيمة الحرجة لإحصاء χ^2 والتوزيع العيني لإختبار K.W(H) هو نفسة

توزيع درجات χ^2 ودرجات الحرية تتحدد بالآتي: $df=C-1=3-1=2$

3. مستوى الدلالة الإحصائية وقاعدة القرار: وبما أن الإختبار ذو ذيلين وبالبحث في

جدول χ^2 بـ $df=2$, $\alpha=0.05$, يتضح أن: $\chi^2_{\text{الحرجة}}=5.991$

وعليه إذا كانت: $\chi^2 \leq \chi^2_{\text{المحسوبة}} \leq \chi^2_{\text{الحرجة}}$ نرفض الفرض الصفري

4. الحسابات: لحساب إختبار كروسكال-ولاس (H) اتبع الخطوات الآتية:

أ- ادمج كل الدرجات في المجموعات الثلاثة معاً.

ب- رتب هذه الدرجات بغض النظر عن المجموعة التي تنتمي إليها حيث أعطى

الرتبة 1 لأقل درجة وهكذا.

ج- افصل رتب درجات كل مجموعة على حدة ثم احسب مجموع رتب كل

مجموعة $\sum R$.

د- تقدر قيمة إحصاء K.W(H) من الصيغة الآتية:

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \left[\sum \frac{R_K^2}{n_K} - \right] - 3(N+1)$$

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \left[\frac{\sum R_1^2}{n_1} + \frac{\sum R_2^2}{n_2} + \frac{\sum R_3^2}{n_3} \right] - 3(N+1)$$

• K عدد العينات أو المجموعات.

• N حجم العينة الكلية في المجموعات الثلاثة.

• n_1 عدد أفراد العينة الأولى، n_2 عدد أفراد العينة الثانية، n_3 عدد أفراد العينة الثالثة.

• $\sum R_1$ مجموع رتب العينة الأولى، $\sum R_2$ مجموع رتب العينة الثانية، $\sum R_3$ مجموع رتب العينة الثالثة.

الدرجات (X)	المجموعة	R	R1(A)	R2(B)	R3(c)
46	A	1	1		
48	A	2	2		
49	B	3		3	
52	A	4	4		
53	B	5		5	
54	A	6	6		
57	A	7	7		
58	C	8			8
62	A	9	9		
63	C	10			10
64	B	11		11	
65	C	12			12
66	B	13		13	
68	B	14		14	
70	C	15			15
71	C	16			16
73	C	17			17
Σ			29	46	78

وبالتعويض في القانون:

$$H = \frac{12}{17(17+1)} \left[\frac{(29)^2}{6} + \frac{(46)^2}{5} + \frac{(78)^2}{6} - 3(17+1) \right]$$
$$= \frac{12}{306} (15557.37) - 54 = 7.86$$

5. القرار والتفسير: القيمة المحسوبة لـ H (7.86) < القيمة الجدولية لـ χ^2

(5.99)، إذا نرفض الفرض الصفري وعلى ذلك يمكن القول بوجود فروق ذات دلالة احصائية في الثقة بالنفس بين مدرسي المرحلة الثالثة وبالتأمل في الدرجات نلاحظ أن درجات الثقة في النفس لدى مدرسي المراحل الثانوية أعلى من مدرسي المرحلة الإعدادية و الابتدائية، بينما درجات مدرسي المرحلة الإعدادية تبدو أعلى من درجات مدرسي المرحلة الابتدائية لكن هذا وصف احصائي بدون استدلال.

6. حجم التأثير: تحدد بالصيغة الآتية (Green & Salkind (2014):

$$= \frac{H}{N-1} = \frac{7.86}{17-1} = 0.491$$

وعليه فإن متغير المرحلة التعليمية فسّر 49.1% من تباين الثقة بالنفس.

إجراء المقارنات البعدية Post hoc Comparison

لتحديد أي المجموعات والمعالجات هي التي أحدثت هذه الدلالة بمعنى معرفة الدلالة لصالح أي مجموعة فلا بد من إجراء اختبار مجموع الرتب (إختبار مان-ويتني) لكل زوج من العينات وهذا الإجراء يكون مشابه لإجراء اختبار T.test لكل مستويين من مستويات المتغير المستقل على حدة، لاحظ أن هذا الإجراء يضخم الخطأ من النوع الأول (α) ولكن لا يوجد العديد من البدائل في حالة اختبار K.W اللابارامتري كما هو الحال مع نظيره البارامتري ANOVA حيث توجد إختبارات المقارنات البعدية مثل (شيفية، توكي، نيومان - كولز وغيرها)، وعلى ذلك يتم إجراء اختبار مان - ويتني ثلاثة مرات (ابتدائي-اعدادي) و (اعدادي - ثانوي) و (ابتدائي - ثانوي).

ويشير (2009) Field الى أن الطريقة الأسهل هي استخدام تصحيح بونفيروني Bonferroni Correction حيث يتم إجراء اختبار مان وتني لكل زوج وبالتالي فإنه توجد ثلاث إختبارات وعلية فان مستوى الدلالة الاحصائية هي $0.0167 = \frac{0.05}{3}$ ويتم مقارنتها بكل قيمة ل z التقريبية لإختبار مان - ويتني (انظر حسابات M.W)

كتابة نتائج اختبار (H) في تقرير البحث وفقاً لـ APA

أشارت نتائج إختبار كروسكال -ولاس كالآتي :

$$\chi^2_{(2, N=17)} = 7.86, P < 0.05, Es =$$

على ذلك يوجد فروق ذات دلالة إحصائية عند 0.05 في الثقة بالنفس بين مدرسي المراحل الثلاثة. حيث أن للمرحلة اسهاماً نسبياً فسرت % 49.1 من تباين الثقة بالنفس.

إختبار كروسكال - ولاس في حالة وجود درجات أو قياسات متشابهة Tiedobservation

إذا وجدت درجات متشابهة فإن قيمة H تتأثر بهذه الرتب المتشابهة ولذلك توجد صيغة منقحة لإختبار H كالآتي:

$$H' = \frac{12/N(N+1)}{1 - \sum T'/N^3 - N} \sum_1^K \frac{R^2}{n} - 3(N+1)$$

- $\sum T'$ مجموع كل الدرجات المتشابهة في المجموعة.
- T عدد الملاحظات أو الدرجات المتشابهة أو المكررة

وتقدر قيمة $T^l = t_i^2 - t_i$ ، ويكون أثر التصحيح من الدرجات المتشابهة هو زيادة قيمة اختبار H وهذا يجعل النتائج أكثر دلالة احصائية من استخدام الصيغة غير المصححة لإختبار كروسكال -ولاس .

قضية بحثية: أراد باحث المقارنة بين ثلاث استراتيجيات تدريسية فأخذ ثلاث عينات عشوائية حجم كل عينة عشرة أفراد وبعد تطبيق الإستراتيجيات التدريسية الثلاثة لمدة استغرقت ثلاثة شهور طبق إختبار تحصيلي وكانت درجاتهم كالآتي:

المجموعة (A)	المجموعة (B)	المجموعة (C)
62	62	37
60	62	31
60	24	15
25	24	15
24	22	14
23	20	14
20	19	14
13	10	5
12	8	3
6	8	2

ويأتباع نفس الخطوات في المثال السابق حتى وصل إلى خطوة والحسابات وهي كالآتي:

X	G	R	R(A)	R2(B)	R3(C)
2	C	1			1
3	C	2			2
5	C	3			3
6	A	4	4		
8	B	5 + 6			
		÷ 2			
		= 5.5			
8	B	5.5			
10	B	7			
12	A	8	8		
13	A	9	9		
14	C	11			11
14	C	11			11
14	C	11			11
15	C	13.5			13.5

15	C	13.5		13.5
19	B	15		
20	A	16.5	16.5	
20	B	16.5		
22	B	18		
23	A	19	19	
24	A	21	21	
24	B	21		
24	B	21		
25	A	23	23	
31	C	24		24
37	C	25		25
60	A	26.5	26.5	
60	A	26.5	26.5	
62	A	29	29	
62	B	29		29
62	B	29		29
ΣR			182.5	167.5
				115

إذاً فإن قيمة H :

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{12}{30(30+1)} \left(\frac{(1825)^2}{10} + \frac{(1675)^2}{10} + \frac{(115)^2}{10} - \right. \\
 &\quad \left. 3(30+1) \right) \\
 &= \frac{12}{930} (3330.625 + 2805.265 + 13225) - 93 \\
 &= 3.24
 \end{aligned}$$

وبالتعويض في معادلة H التصحيحية من أثر الدرجات المتشابهة من الجدول:

R	Ti
1	1
2	1
3	1
4	1
5.5	2
7	1
8	1
9	1
11	3
13.5	2
15.5	1
16.5	2
18	1
19	1
21	3
23	1
24	1
25	1
26.5	2
29	3

$$T^1 = \sum \frac{(t_i^3 - t_i)}{N^3 - N}$$

$$= \frac{(2^3 - 2) + (3^3 - 3) + (2^3 - 2) + (2^3 - 2) + (3^2 - 3)(2^2 - 2) + (3^3 - 3)}{(30)^3 - 30}$$

$$= 0.0036$$

إذاً H التصحيحة من أثر الدرجات المكررة كالآتي:

$$H^1 = \frac{H}{1 - 0.0036}$$

$$= \frac{3.24}{0.9964}$$

$$= 3.25$$

ويتم مقارنتها بـ χ^2 الجدولية عند $\alpha = 0.05$ و $df = 3 - 1 = 2$.

• القرار و التفسير: قيمة $H(3.25) > \chi^2$ الجدولية (5.99) ، اذاً الاختبار فشل في رفض الفرض الصفري وعليه :لا توجد فروق بين المجموعات الثلاثة في رتب التحصيل.

لاحظ أن الفرق بين H قبل التصحيح و H^1 بعد التصحيح ضئيل جداً وعليه فإنه من المحتمل أن القرار لا يختلف من قيمتها قبل التصحيح وعن قيمتها بعد التصحيح و معظم مجلدات الإحصاء Hinkle et al. (2013) , Pagano (2013) , Howell (2013) (1994) وغيرها لا تقوم بإجراء تعديل لقيمة H ولا تعطي انتباه لعملية التصحيح وتعتمد على قيمة H قبل التصحيح حتى لو وجدت قيم مكررة.

تنفيذ اختبار كروسكال- ولاس في SPSS

أولاً: تسمية وادخال البيانات: 1. اضغط Variable view

2. تحت عمود Name اكتب مسمي المتغيرات كالآتي :

• المتغير المستقل: نوع المدرسة School: حيث مدرس ابتدائي = 1 ، مدرس اعدادي =

2 ، مدرس ثانوي = 3 . ويمكن تعريف المستويات تحت عمود Values.

وتحت عمود Measures حدد Nominal

• المتغير التابع : الثقة بالنفس Confidence

3. اضغط Data view ، قم بإدخال البيانات

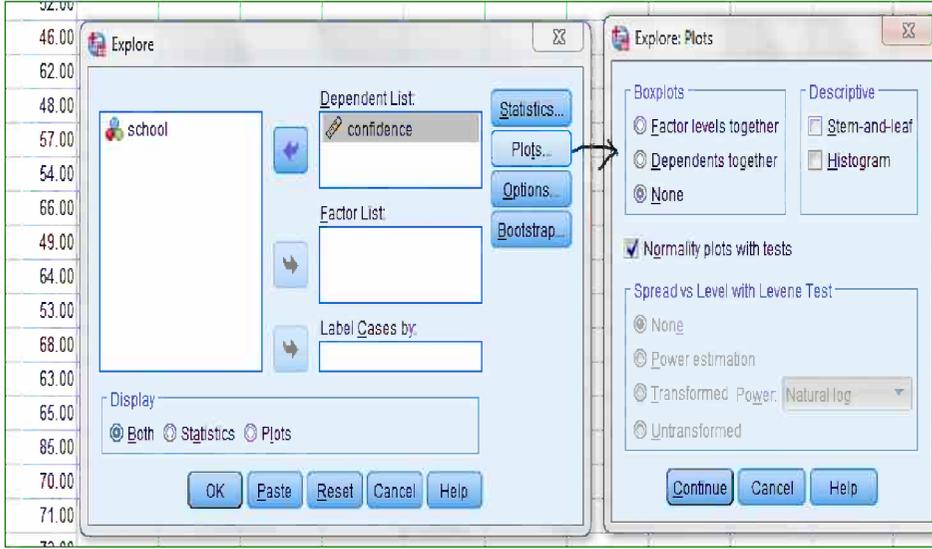
اختبار مسلمات الاختبار البارامترى تحليل التباين البسيط ANOVA

اختبار الاعتدالية:

1. اضغط Analyze → Descriptive statistics → Explore

2. انقل المتغير التابع confidence الي مربع Dependents

3. اضغط علي اختيار Plots:



4. اختار Normality Plots with test فقط

5. اضغط Continue، ثم OK

المخرج : يعطي اختبار الاعتدالية كالاتي:

Tests of Normality						
	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
confidence	.117	17	.200*	.961	17	.652

*. This is a lower bound of the true significance.
a. Lilliefors Significance Correction

حيث قيمة P لاختباري كولموجوروف-سميرنوف = 0.200 وهذا يعني ان:

$0.200(p) > 0.05(\alpha)$ وعليه لا توجد دلالة احصائية وكذلك قيمة P لاختبار Shapiro-

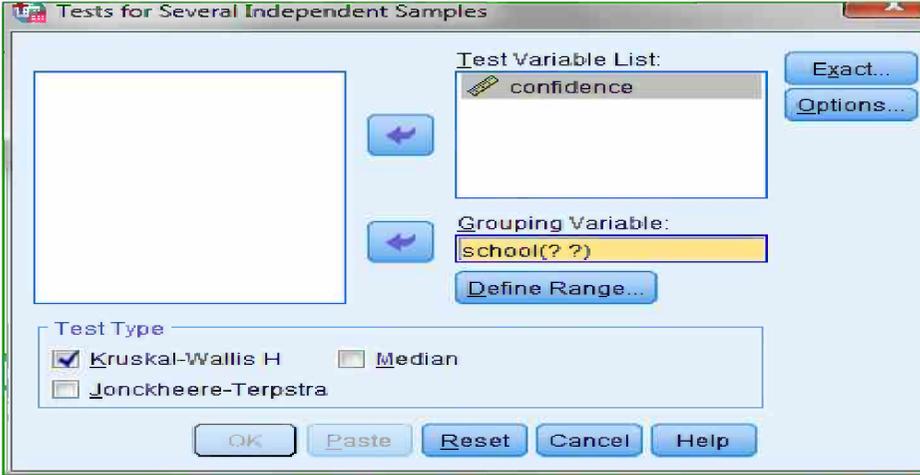
Wilk = 0.620 وعليه فتوزيع درجات متغير الثقة بالنفس يتمتع بالاعتدالية في المجتمع وعليه

يمكن استخدام ANOVA البارامتري ولكن يستخدم اختبار كروسكال-ولاس كمثال للتوضيح .

وخطواته كالتالي:

1. اضغط K → Legacy Dialogs → Nonparametric tests → Analyze

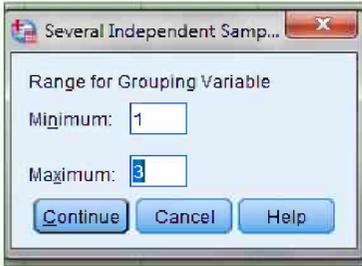
Independent samples تظهر الشاشة الاتية :



2. انقل متغير Confidence الي مربع Test Variable list

3. انقل متغير School الي مربع Grouping variables ثم اضغط علي Define Range

تظهر الشاشة الاتية:



4. اكتب ادنى كويد 1 امام Minimum واكبر كود 3 امام

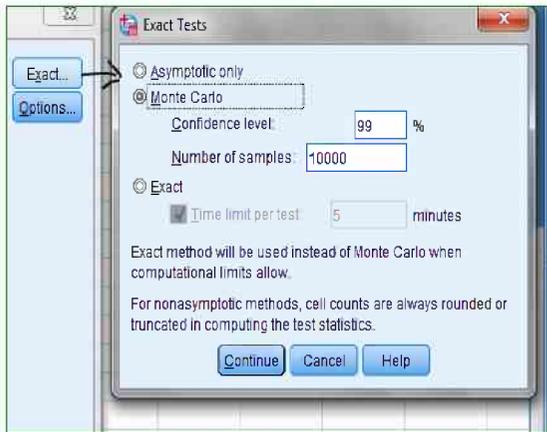
Maximum

5. اضغط Continue

6. اضغط علي اختبار Kruskal-Wallis

7. اضغط علي اختبار Exact علي يمين

الشاشة :



8. اضغط علي Monte Carlo

للحصول علي فترات الثقة باستخدام

المحاكاة لعدد من العينات يساوي

10000 عينة.

9. اضغط Continue، ثم OK

ثالثاً: تفسير المخرج الجدول الاول:

```
NPART TESTS
/K-W=confidence BY school(1 3)
/MISSING ANALYSIS
/METHOD=MC CIN(99) SAMPLES(10000).
```

NPar Tests

Kruskal-Wallis Test

Ranks

school	N	Mean Rank
ابتدائي	6	4.67
اعدادي	5	8.60
ثانوي	6	13.67
Total	17	

اعطي عدد الافراد في كل تصنيف ومتوسط الرتب لكل مجموعة والواضح ان متوسط الرتب لمدرس الثانوي اكبر من متوسط الرتب لمدرس الابتدائي وكذلك لمدرس الاعدادي وهنا ربما يفيد الي حد ما عن اتجاه التأثير لصالح لمدرسي المرحلة الثانوية.

الجدول الثاني:

Test Statistics^{a,b}

Chi-Square		confidence	9.574
df			2
Asymp. Sig.			.008
Monte Carlo Sig.	Sig.		.002 ^c
	99% Confidence Interval	Lower Bound	.001
		Upper Bound	.003

a. Kruskal Wallis Test
b. Grouping Variable: school
c. Based on 10000 sampled tables with starting seed 2000000.

اعطي قيمة احصاء χ^2 كتقريب لكروسكال-ولاس : $\chi^2 = 9.574$ لاحظ ان احصاء كروسكال-ولاس بالحسابات اليدوية : $\chi^2 = 7.86$ ودرجات الحرية: $df = 3 - 1 = 2$ ، ثم اعطي البرنامج P الاحتمالية تحت مسمى $Asymp. Sig(p) = 0.008$ ويستخدم لاحجام العينات الكبيرة ، لاحظ ان تقدير مونت كارلو للدلالة $P = 0.002$ وهي منخفضة وعليه توجد دلالة احصائية وكذلك تعتبر حدود الثقة في غاية الاهمية لصناعة القرار وحدى الثقة : $CI_{99} =$

(0.003 , 0.001) ونلاحظ ان هذه الحدود لا تتضمن 0.05 ولا حتي 0.01 وعلي ذلك توجد دلالة احصائية وتزداد ثققتنا في هذه الدلالة. واختبار كروسكال-ولاس يخبرنا عن وجود فروق من عدمه مثل اختبار ANOVA ولا يخبرنا اين تقع هذه الفروق واي المجموعات احدثت الدلالة.

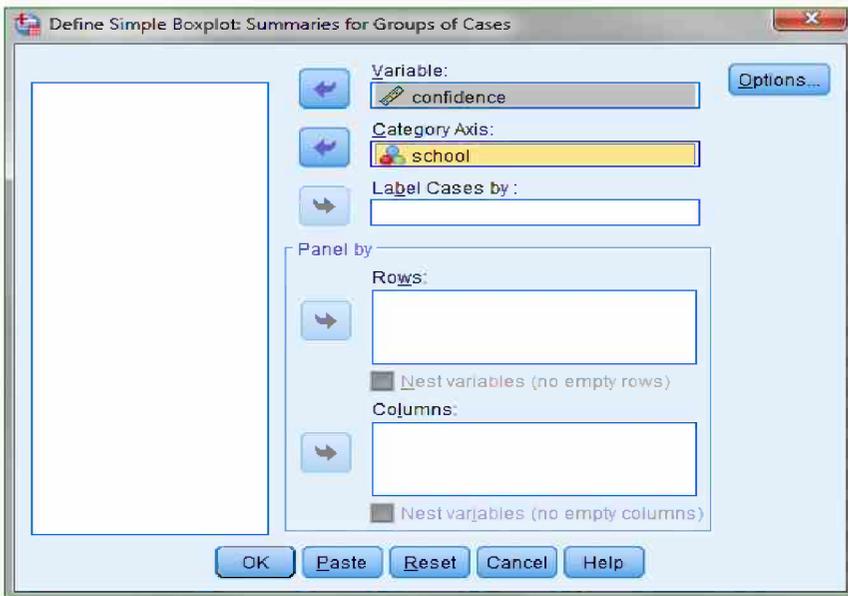
المقارنات البعدية لكروسكال-ولاس الدالة احصائياً

اولاً: عرض **Boxplot**: احد الطرق الوصفية للمقارنات البعدية هو العرض البياني لدرجات المجموعات الثلاثة كالاتي:

1. اضغط **Graphs → Legacy Dialogs → Box plot**

2. اضغط مرة واحدة علي **Simple** ثم نشط **-- summaries for groups**

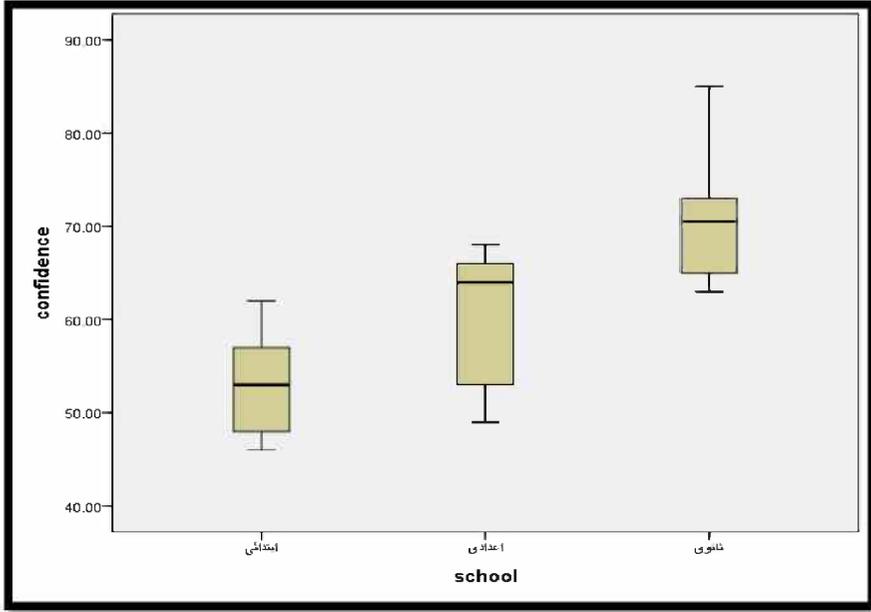
3. اضغط **Define** (اسفل الشاشة) تظهر الشاشة الاتية:



4. انقل **Confidence** الي مربع **Variable**

5. انقل **School** الي مربع **CategoryAxis**

6. اضغط **OK**



كما هو واضح ان وسيط مدرسي الثانوي (الخط داخل في المستطيل) يفوق وسيط مدرسي الابتدائي وكذلك الثانوي وعليه فمجموعة مدرسي الثانوي هي التي احدثت الدلالة ويظهر ان ادني وسيط هو لمجموعة مدرسي الابتدائي، ولكن هذا استنتاج وصفي ذاتي ونحن نحتاج الي اختبارات المقارنات البعدية الاستدلالية وهي:

ثانياً: اجراء اختبار Mann-Whitney بين كل زوج علي حدة: فالباحث بصدد اجراء ثلاثة اختبارات مان-وتني كالاتي:مجموعة ثانوي X اعدادي ، ثانوي X ابتدائي ، اعدادي X ابتدائي. راعي ان استخدام هذا الاجراء يضخم الخطأ من النوع الاول ، ولذلك يجب علي الباحث استخدام تصحيح بونيفروني وهو ان مستوي الدلالة الاحصائية تكون :

$$\frac{\alpha}{3} = \frac{0.05}{3} = 0.0167$$

ويتم اجراء Mann-Whitney كالاتي:

-اتبع خطوات تنفيذ اختبار Mann-Whitney

Analyze → Nonparametric test → Legacy Dialogs → 2 Independent samples (انظرتنفيذ الاختبار)

ولكن عند وضع المتغير المستقل School في مربع Grouping Variables حدد المجموعة بـ 1 ، 3 مثلاً وكان الناتج كالاتي : $P = 0.002 < 0.0167$ ، $Z = 2.882$ وعليه يتم رفض H_0 بمعنى وجود فروق في رتب الثقة لمدرسي المرحلة الثانوية والابتدائية وبكل تأكيد الدلالة لصالح متوسط الرتب الاعلي لمدرسي المرحلة الثانوية.

وبعد ذلك حدد المجموعة بـ 1 ، 2 والمخرج : $P = 0.144 > 0.016$ ، $Z = -1.461$ وعليه لا فروق في رتب الثقة بالنفس بين مدرسي الابتدائي والاعدادي.

وبعد ذلك حدد المجموعة بـ 2 ، 3 والمخرج : $P = 0.064 > 0.016$ ، $Z = -1.88$ وعليه لا فروق في رتب الثقة بالنفس بين مدرسي الثانوي والاعدادي. ومن ثم المسبب للدلالة هي المجموعة الثالثة (مدرسة المرحلة الثانوية) والمجموعة الاولى (مدرسي المرحلة الابتدائية) لصالح مدرسي المرحلة الثانوية.

ثالثاً: يمكن اجراء المقارنات بطريقة اقترحها (Siegel & Custellan 1988) كما وضحتها (Field 2009) وتتضمن مقارنة احد الفرق بين متوسطات الرتب للمجموعات المختلفة بقيمة Z مضافة اليها ثابت قائم علي حجم العينة الكلي وحجم العينتين المناظرتين لاعلي وادني متوسط كالاتي:

$$|\bar{R}_u - \bar{R}_v| \geq Z\alpha / K(K-1) \sqrt{\frac{N(N+1)}{12} \left(\frac{1}{n_u} + \frac{1}{n_v} \right)}$$

فالجزء الايسر هو الفرق بين متوسط الرتب لمجموعتين ولكن خذ القيمة المطلقة لهذا الفرق (تجاهل الاشارة السالبة)، و K عدد المجموعات = 3 ، N حجم العينة الكلي = 17 ، عدد افراد المجموعة الاولى المناظرة لـ \bar{R}_u ، n_u عدد افراد المجموعة الاخرى المناظرة لـ \bar{R}_v . وعليه فمثلاً n_u (الثانوي) = 6 ، n_v (الابتدائي) = 6 والشئ غير معروف هو $Z\alpha / K(K-1)$. وحيث $\alpha = 0.05$ و $k(k-1) = 3(3-1) = 6$ وعليه فان:

$$\alpha / K(K-1) = \frac{0.05}{3 \times 2} = \frac{0.05}{6} = 0.00833$$

وبالبحث في جدول Z تحت العمود المسمى Smaller portion بالقيمة 0.0083 نجد ان اقرب قيمة لها 0.00842 وهي تناظر القيمة 2.39 في العمود Z وعليه فان :

$$\begin{aligned} \text{الفرق بين متوسطات الرتب} &= 2.39 \sqrt{\frac{17(18)}{12} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right)} \\ &= 2.39 \sqrt{25.5 (0.1944)} \\ &= 2.39 \sqrt{4.958} = 5.32 \end{aligned}$$

وعلي ذلك فان اذا كان الفرق بين الثالثة والاولي اكبر من 5.32 فانه توجد فروق احصائية بين المجموعتين، والفرق بين متوسطات الرتب للمجموعتين الاولي والثالثة هو: $9.00 = 13.67 - 4.67$ ، وبما ان $9.00 > 5.32$ وبالتالي توجد فروق ذات دلالة احصائية بين رتب المجموعة الثالثة والاولي ولصالح المتوسط لاعلى.

وعند حساب الفرق بين المجموعة الاولي والثانية وفي هذه الحالة يوجد عدم تساوي للعينات حيث $n_v = 5$ و $n_u = 6$ وعليه يتم تقدير قيمة Z كالاتي:

$$\begin{aligned} Z &= 2.39 \sqrt{\frac{17(18)}{12} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{5}\right)} \\ &= 2.39 \sqrt{25.5 (0.233)} \\ &= 2.39 \times 2.43 = 5.829 \end{aligned}$$

والفرق بين متوسطات رتب المجموعة الاولي والثانية: $3.93 = 8.60 - 4.67$

وبما ان: $3.93 < 5.32$ ، وبالتالي فان قيمة Z اكبر من الفرق بين المتوسطين وبالتالي لا توجد فروق ذات دلالة احصائية بين رتب المجموعتين الاولي و الثانية.

والفرق بين المجموعة الثالثة و الثانية: $5.07 = 13.67 - 8.60$

وبما ان: $5.32 < 5.07$ (الفرق)، وعليه لا توجد فروق ذات دلالة احصائية بين المجموعتين الثالثة والثانية . وعليه فالزوج الذي احدث الفروق هي المجموعتين الاولى والثالثة لصالح المجموعة الثالثة، وهذه النتيجة افرزها اختبار مان- ويتني لكل زوج من المجموعات.

اختبار الوسيط لاكثر من مجموعتين

Extended Median Test

كما سبق واشرنا ان اختبار الوسيط يستخدم لتقييم ما اذا كانت توجد فروق بين عينتين مستقلتين وهو اختبار لابارامتري مثل مان-ويتني وكولموجروف-سميرنوف لعينتين. ويمكن استخدام اختبار الوسيط لتقييم ما اذا كانت توجد فروق بين اكثر من عينتين مثل اختبار كروسكال-ولاس وعلي ذلك فهو يعتبر اختبار لابارامتري مقابل لاختبار البارامتري ANOVA. وبتطبيق اختبار الوسيط علي البيانات السابقة في اختبار كروسكال - ولاس كالاتي:

تنفيذ اختبار الوسيط لاكثر من مجموعتين في SPSS

1. اضغط K → Legacy Dialogs → Nonparametric tests → Analyze

Independent samples

2. اتبع الخطوات السابقة كما في كروسكال - ولاس

3. اضغط علي Median بجانب اختيار (H) Kruskal-Walls

4. اضغط OK

المخرج:

اعطي الجدول الاول Frequencies :

```

NPAR TESTS
/MEDIAN=confidence BY school(1 3)
/MISSING ANALYSIS.

```

NPar Tests

Median Test

Frequencies

	school		
	ابتدائي	اعدادى	ثانوى
confidence > Median	0	3	5
<= Median	6	2	1

حيث عدد الافراد في كل مجموعة اكبر من الوسيط حيث وسيط الدرجات 63.00 وكذلك عدد الافراد في كل مجموعة اقل او تساوي الوسيط.

الجدول الثاني Test statistics:

Test Statistics ^a	
	confidence
N	17
Median	63.0000
Chi-Square	8.838 ^b
df	2
Asymp. Sig.	.012

a. Grouping Variable:
school

b. 6 cells (100.0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 2.4.

حيث قيمة الوسيط = 63

وتقريب χ^2 القيمة المحسوبة التي يتم مقارنتها بالقيمة الجدولية 8.838 ودرجات الحرية: $df = 3 - 1 = 2$ ، وقيمة P هي: $Asmp. Sig = 0.012$ وعليه يُرفض H_0 وبالتالي توجد فروق بين المجموعات الثلاثة في الثقة بالنفس.