

قانون فراداي للحث الكهرومغناطيسي

Faraday's Law of Electromagnetic Induction

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

1. وصف وتفسير ظاهرة الحث الكهرومغناطيسي.
2. أن يعرف العلاقة بين خطوط المجال المغناطيسي والسطح الذي تمر خلاله وصولاً إلى المعرفة الصحيحة لمفهوم الفيض المغناطيسي.
3. أن يعرف كلاً من التيار الحثي والقوة الدافعة الكهربائية الحثية.
4. أن يشتق العلاقة الرياضية بين كل من القوة الدافعة الكهربائية الحثية في موصل وشدة المجال المغناطيسي وطول هذا الموصل وسرعته.
5. أن يفسر قانون فراداي في الحث الكهرومغناطيسي.
6. أن يتعلم كيفية استخدام قاعدة العالم لنز في تحديد اتجاه التيار الحثي.

قانون فراداي للحث الكهرومغناطيسي

Faraday's Law of Electromagnetic Induction

11-1 المقدمة *Introduction*:

عندما نضع ناقلاً كهربائياً على شكل دائري مغلق في مجال مغناطيسي خارجي ، ونمرر فيه تياراً كهربائياً فإن عزمياً *torque* مغناطيسياً سوف يؤثر على الشكل الدائري ويجعله يتحرك حركة دورانية حول محوره، ويمكننا التعبير عن ذلك على النحو الآتي:

$$(11-1) \quad \text{current} \rightarrow \text{torque} \quad (\text{حلقة في مجال مغناطيسي})$$

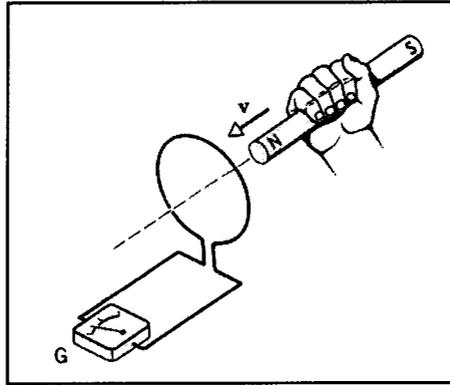
وتعد المعادلة البسيطة (1-11) هي الأساس في صناعة المولدات الكهربائية *electric generators*، ويمكننا أن نعكس هذه المعادلة عندما نتمكن من تأمين العزم اللازم لدوران الملف (وهو مجموعة من الحلقات) داخل المجال المغناطيسي، لنحصل بعد ذلك على التيار الكهربائي، وببساطة أكثر يمكننا التعبير عن ذلك على النحو الآتي:

$$(11-2) \quad \text{torque} \rightarrow \text{current} \quad (\text{حلقة في مجال مغناطيسي})$$

كما تعد المعادلة (2-11) هي التعبير الحقيقي عن عمل المولدات الكهربائية، والقانون الذي تعتمد عليه عملية الحصول على تيار كهربائي حتى هو ما نسميه قانون فراداي للحث الكهرومغناطيسي *Faraday's law of*

induction. ومن خلال الملاحظة البسيطة لكلا المعادلتين (1-11) و(2-11) نجد أن التماثل والتناظر قائم بين الظاهرتين المذكورتين.

إن ملاحظة الشكل (1-11) تؤكد على أن كلاً من اتجاه حركة خطوط المجال المغناطيسي قريباً أو بعيداً عن الملف، وكذلك وضع القطب المغناطيسي شمالاً أو جنوباً تؤثر على مقدار واتجاه التيار الحثي المار في الملف وكذلك اتجاهه، وهذا ما يمكننا أن نتأكد منه تقنياً بمراقبة حركة مؤشر الجلفانومتر. من جهة أخرى يمكننا أن نقوم بهذه التجربة بتثبيت المغناطيس وتحريك الملف نحوه في الاتجاهين قريباً وبعيداً عنه لنحصل على تيار حثي أيضاً، وهي ذات النتيجة التي حصلنا عليها في المرة الأولى.



الشكل (1-11)

ينحرف مؤشر الجلفانومتر عندما يتحرك المغناطيس مع بقاء الحلقة الدائرية ثابتة وهذا يشير إلى مرور تيار كهربائي لحظي في الحلقة

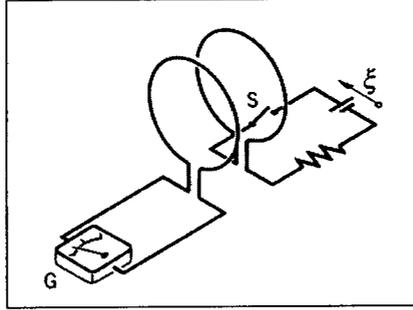
2-11 القوة الكهربائية الحثية وقانون فراداي

Faraday's Law of Induction and the Induced emf

بيناً في مقدمة هذا الفصل أن تحريك قضيب مغناطيسي قريباً من حلقة ناقلية دائرية موصولة على التوالي مع جلفانومتر (G) يؤدي إلى تحريك مؤشر الجلفانومتر منحرفاً باتجاه معين، ولو حركنا المغناطيس بالاتجاه المعاكس للمرة الأولى، لوجدنا أن انحراف الجلفانومتريكون في الاتجاه المعاكس لانحرافه في المرة الأولى أيضاً. ويمكننا تكرار ملاحظة ما حدث في المرة الأولى عندما نثبت القضيب المغناطيسي ونحرك الملف الدائري مع الجلفانومتر نحوه. إذن في النتيجة لا فرق بين أن نحرك الملف باتجاه القضيب المغناطيسي أو القضيب المغناطيسي باتجاه الملف.

إن النتائج التجريبية التي حصلنا عليها في المرة الأولى⁽¹⁾ والتي بينتها من خلال الشكل (1-11)، يمكننا الحصول عليها مرة أخرى وذلك عند تحريك ملف باتجاه ملف آخر بالقرب منه يحمل تياراً كهربائياً ثابتاً، وهذا هو الأساس المبدئي لعمل المحولات الكهربائية، انظر الشكل (2-11)، ويتم ملاحظة الانحراف في مؤشر الجلفانومتر عند غلق الدائرة بواسطة المفتاح (S) وذلك بسبب مرور التيار الحثي الناشئ في الدائرة. ويمكننا عملياً أن نحصل على الظاهرة نفسها عندما نحرك الملف الموصول بالدائرة مع بقاء الملف الموصول بالجلفانومتر ثابتاً.

(1) ننصح بإجراء هذه التجربة البسيطة خلال وقت المحاضرة.



الشكل (2-11)

ينحرف مؤشر الجلفانومتر فور إغلاق الدائرة بواسطة المفتاح (S) بسبب التيار الحثي، ونلاحظ في هذه الحالة أن كلا الملفين أو الحلقتين تبقى ثابتة

إن المجال المغناطيسي الحثي الذي يمر خلال سطح الملف الموصل بالجلفانومتر يزداد من الصفر إلى أن يصل قيمته العظمى، أو يهبط من هذه القيمة العظمى إلى الصفر، ولهذا نجد أن المجال المغناطيسي الحثي في حال تغير مستمر.

ومما يجدر ذكره هنا أن كلا التجريبتين السابقتين تدل على أن التغير الحاصل في الفيض المغناطيسي *magnetic flux*، وهو التعبير المناسب عن العلاقة بين خطوط المجال المغناطيسي والمساحة التي يمر خلالها في دائرة كهربائية لسبب أو لآخر، يسبب نشوء قوة دافعة كهربائية حثية *electromotive force* واختصاراً (*emf*) تكون باتجاه معين ومحدد إذا كان الفيض المغناطيسي في حالة زيادة وبتجاه معاكس إذا كان في حالة نقصان. إن مقدار القوة الدافعة الكهربائية وكذلك التيار المار في الجلفانومتر يعتمدان على سرعة حدوث الزيادة أو النقصان في الفيض المغناطيسي. ولمزيد من البيان الرياضي، نفترض الآن وجود سطح محدد المعالم، يمكن أن يكون

مستوياً أو غير مستوٍ ولكنه معروف بحدوده الخارجية المعروفة بواسطة مسار مغلق ناقل، ويمكننا التعبير عن عدد الخطوط المغناطيسية التي تمر خلال ذلك السطح الذي سبق تعريفه بواسطة الفيض المغناطيسي، وسوف نرمز له رياضياً (Φ_B) بالرمز اليوناني على النحو الآتي:

$$\Phi_B = \int B \cdot dA \quad (11-3) \quad (\text{تعريف الفيض المغناطيسي})$$

حيث تعتبر (dA) عنصر تفاضلي صغير من المساحة السطحية، ومن الواضح أن عملية التكامل يجب أن تكون على السطح بكامله، وهنا لا بد من الإشارة إلى أن مركبة المجال المغناطيسي العمودية على المساحة هي المسؤولة عن تحديد مقدار الفيض المغناطيسي، ذلك أن:

$$\vec{B} \cdot d\vec{A} = |B| |dA| \cos(\theta)$$

إن المقدار $|B| \cos(\theta)$ نعبّر عنه عادة بالرمز (\vec{B}_n) أي المركبة العمودية، وهي حالة خاصة يكون فيها المجال المغناطيسي عمودياً على المساحة (A)، وتأخذ المعادلة (11-3) الشكل الآتي:

$$\Phi_B = BA \quad (11-4) \quad (\text{منتظم } A, \vec{B} \perp \text{ المساحة } \vec{B})$$

أي أن المجال المغناطيسي عمودياً على المساحة، ومقدار جيب التمام يساوي إلى الواحد. إن عملية الضرب بالمعامل ($\cos \theta$) تتم عندما لا يكون (\vec{B}) عمودياً على المساحة (A). والآن يمكننا أن نستنتج من المعادلة (11-4) أن وحدة قياس الفيض المغناطيسي هي:

$$1 \text{ weber} = \Phi = 1T \cdot 1m^2 = 1 \text{ Wb} \quad (11-5)$$

إن القوة الدافعة الكهربائية الحثية (emf) في حلقة موصولة هي عبارة عن النسبة السالبة لتغير الفيض المغناطيسي (Φ_B) خلال تلك الحلقة بالنسبة للزمن، ونعبر عن ذلك رياضياً بالعلاقة:

$$\xi = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (11-6) \quad (\text{تعريف قانون فراداي})$$

ومن الملاحظ في هذه العلاقة أن الفيض المغناطيسي (Φ_B) يقاس بالويبر (Wb) والزمن (t) يقاس بالثواني، أما القوة الدافعة الكهربائية الحثية (ξ) فتقاس بوحدة قياس الجهد نفسها، أي الفولت. إن الإشارة السالبة تدل على أن اتجاه القوة الدافعة الكهربائية الحثية يكون باتجاه معاكس للتغير الذي أدى إلى نشوئها، وهذا هو فحوى قانون العالم لنز *Lenz's Law*.

وفي الحالة العامة إذا تغير الفيض المغناطيسي خلال ملف يحتوي على عدد (N) من اللفات فإن القوة الدافعة الكهربائية الحثية تظهر في كل لفة، وتضاف الواحدة إلى الأخرى تماماً كما يحدث عند إضافة عدد (N) من البطاريات على التوالي إلى بعضها البعض، وهكذا إذا كان الملف متقن الصنع ومتلاصق اللفات فإن القوة الكهربائية الحثية هي:

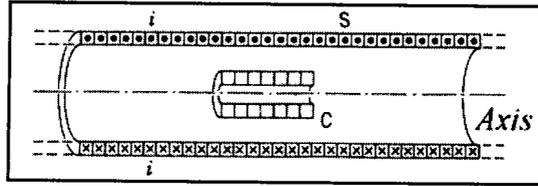
$$\xi = -N \frac{d\Phi_B}{dA} \quad (11-7) \quad (\text{ملف مكون من } N \text{ لفة})$$

مثال (11-1) Example

ملف (C) يبلغ قطره (2.1 cm) وعدد لفاته (150) لفة، موضوع داخل ملف حلزوني قطره (3.2 cm) وعدد لفاته (220) لفة، انظر الشكل (11-3)،

وعندما يتغير التيار في الملف الحلزوني (S) تمر قوة دافعة كهربائية في الملف (C)
 (. أوجد مقدار هذه القوة إذا كان التيار الحثي يزداد من الصفر إلى ($1.5 A$)
 خلال زمن قدره ($25 ms$)

الحل **Solution**:



الشكل (11-3)، المثال (11-1)

$$\xi = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\Phi_B = \vec{B}A$$

$$\vec{B} = \mu_0 i n$$

$$= (4\pi \times 10^{-7} T.m / A)(1.5 A)(220 \text{ Turns / cm})(100 \text{ cm / m})$$

$$= 4.15 \times 10^{-2} T$$

$$A_C = \frac{1}{4} \pi d^2 = \left(\frac{1}{4}\right) \left(\frac{22}{7}\right) (2.1 \times 10^{-2})^2 = 3.46 \times 10^{-4} m^2$$

$$\Phi_B = (4.15 \times 10^{-2} T)(3.4 \times 10^{-4} m^2) = 1.44 \times 10^{-5} Wb$$

ولكن الفيض المغناطيسي يتغير مقداره عندما ينعكس اتجاه التيار
 وهكذا يتغير الفيض بالنسبة للملف (C) بمقدار ($2 \times 14.4 \times 10^{-6} Wb$)
 ويحدث هذا في زمن قدره ($50 \times 10^{-3} s$) ، أي ضعف مقدار تغير التيار الحثي.

$$\xi = \frac{Nd\Phi_B}{dt} = \frac{(130 \text{ turns})(28.8 \times 10^{-6} Wb)}{50 \times 10^{-3} s}$$

$$= 7.5 \times 10^{-2} V = 75 mV$$

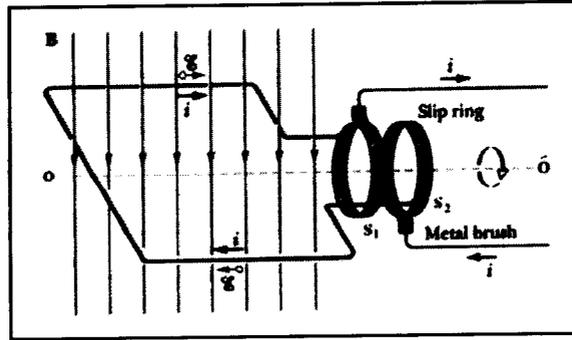
11-3 القوة الدافعة الكهربائية الحثية في ملف دائر

: The Induced emf in a rotating coil

إذا تأملنا الشكل (11-4) نلاحظ أن ملفاً ناقلاً يدور في مجال مغناطيسي منتظم مقداره (\vec{B}) ، حول محور ثابت (oo') حيث تتولد قوة دافعة كهربائية يتم نقلها عن طريق حلقتي الانزلاق (s_1) و (s_2) إلى دائرة كهربائية خارجية. والآن لو افترضنا أن السرعة الزاوية لدوران الملف مقدارها (ω) ، نجد أن الفيض المغناطيسي خلال الملف يكون على النحو الآتي:

$$\Phi_B = BA \cos \theta$$

$$\theta = \omega t$$



الشكل (11-4) يبين المبدأ الأساسي لمولد التيار المتناوب

(حلقة تدور في مجال مغناطيسي منتظم، الحلقات المتحركة مثبتة حول محور الدوران وكل واحدة منها تم ربطه بنهاية طرف من أطراف الحلقة، وتتصل كل حلقة بفرشاة معدنية لغرض الاتصال بباقي أطراف الدائرة)

أما القوة الدافعة الكهربائية (ξ) فهي:

$$\begin{aligned} \xi &= -\frac{d\Phi_B}{dt} \\ &= -BA \sin(\omega t) \cdot \omega \end{aligned}$$

$$\xi = -BA\omega \sin(\omega t) \quad (11-8)$$

ولكن إذا تأملنا المقدار $(BA\omega)$ نجد أنه يمثل القيمة العظمى للقوة الدافعة الكهربائية الحثية وذلك عندما يكون مقدار الزاوية $(\pi/2)$ حيث يكون الملف في وضع موازٍ للمجال المغناطيسي، وهكذا نجد أن جيب الزاوية يساوي إلى:

$$\begin{aligned} \sin(\pi/2) &= 1 \\ \xi &= \xi_0 \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (11-9)$$

وبعد أن تصل القوة الدافعة الكهربائية الحثية إلى أعلى قيمة لها عندما تكون $(\omega t = \theta = \pi/2)$ ، تهبط إلى أقل قيمة لها عندما يكون الملف عمودياً على المجال، تأمل الشكل (11-7) حيث يبيّن أن كلاً من القوة الدافعة الكهربائية والتيار الحثيان هما دالتان للزمن. ونشير هنا إلى أنه يمكننا التأكد من مرور التيار الحثي وذلك عند توصيل مقاومة بين حلقتي الانزلاق (s_1) و (s_2) ، تأمل الشكل (11-4).

وفي المولدات التجارية يدعى الجزء الدوار فيها المتحرض *armature* ويتكوّن من مجموعة كبيرة من الملفات الملفوفة على قلب حديدي *iron core* لغرض زيادة الفيض المغناطيسي بسبب نفاذية الحديد العالية. ومن الممكن استخدام مغناط ثابتة لهذا الغرض.

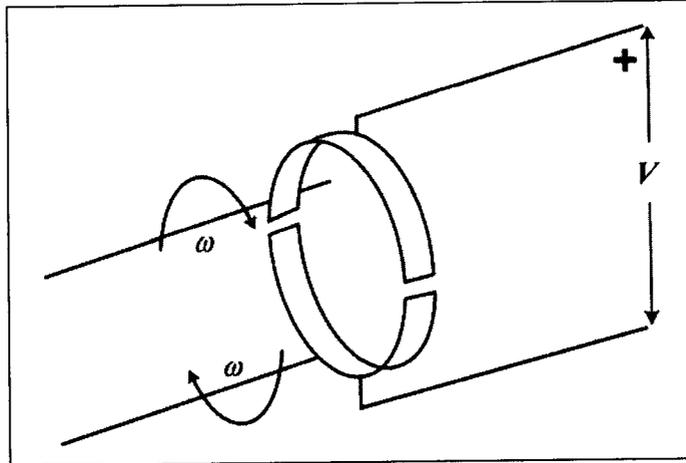
إن الشكل (11-5) يوضح المبدلة المكونة من نصفي حلقة، وذلك لغرض استخدامها للحصول على تيار ثابت الاتجاه في المولدات الكهربائية، ويوضح الشكل تلامس نهايتنا الملف لنصفي الحلقة *split ring commutator*،

حيث تنزلق النهاية العليا للملف على النصف العلوي وتنزلق النهاية السفلى على النصف السفلي.

ومن الممكن الحصول على قوة دافعة كهربائية ثابتة القيمة تقريباً وذلك باستخدام عدة ملفات متصلة مع بعضها البعض على التسلسل وذلك لتجميع التأثير الكلي. ولبيان هذا الجانب التطبيقي تأمل الشكل (11-6)، أما النتيجة التي يمكننا الحصول عليها باستخدام عدد من الملفات فإننا نستطيع أن نفهمها من متابعة الشكل (11-7).

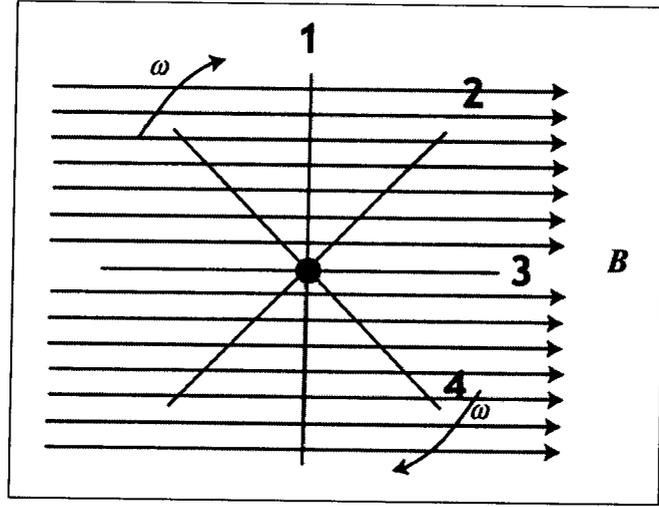
إن الشكل (11-6) يوضح أن كلاً من الملفات الأربعة الموضحة ينتج قوة دافعة كهربائية تختلف في الطور عن بعضها البعض وهذا ما هو مبين في المنحنى السفلي من الشكل (11-7).

أما المنحنى العلوي فيوضح المحصلة الناتجة عن الملفات الأربعة. ومن الممكن تقنياً تحسين النتيجة بزيادة عدد الملفات.



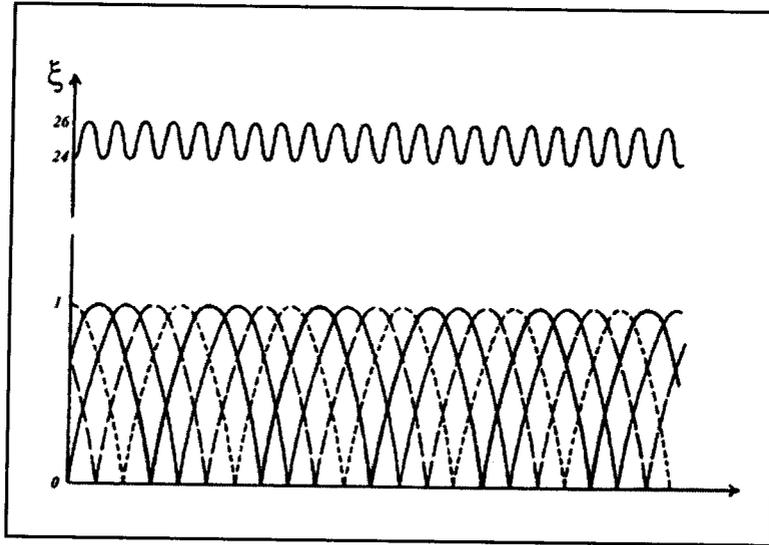
الشكل (11-5)

يبين المبدلة المكونة من نصفي حلقة



الشكل (11-6)

ترتيب خاص لأربع ملفات بهدف توليد قوة دافعة كهربائية ثابتة القيمة إلى حد ما أثناء دورانها في مجال مغناطيسي منتظم



الشكل (11-7)

يبين أن القوة الدافعة الكهربائية الحثية في كل من الملفات المبينة في الشكل (11-6) دالة للزمن، كما بين محصلة التأثير الكلي للملفات الأربعة

مثال (11-2) Example

ملف مسطح مكون من خمسمئة لفة، مساحته (50 cm^2)، يدور حول قطر فيه، في مجال مغناطيسي منتظم شدته (0.14 Wb.m^{-2}) بحيث يكون محور الدوران عمودياً على المجال المغناطيسي، وتبلغ قيمة السرعة الزاوية للدوران (150 rad s^{-1}) بينما تبلغ مقاومة الملف (5Ω)، والمقاومة الخارجية المتصلة بحلقتي الانزلاق تساوي (10Ω). أوجد حسابياً مقدار القيمة العظمى للتيار الكهربائي المار في الدائرة.

الحل Solution:

إن قيمة التيار العظمى يمكن معرفتها إذا عرفنا مقدار القوة الدافعة الكهربائية الحثية العظمى، أي أن:

$$I_{max} = \frac{\xi_{max}}{R}$$

حيث (R) تمثل المقاومة الكلية المكافئة في الدائرة:

$$\xi_{max} = \vec{B} A n \omega \sin(\omega t)$$

عندما:

$$\omega t = \frac{\pi}{2}, \xi_{max} = \vec{B} A n \omega$$

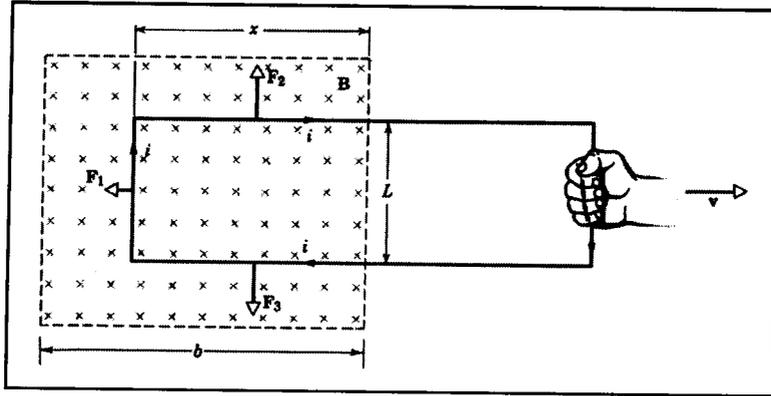
$$I_{max} = \frac{0.14 \text{ Wb.m}^{-2} \times 50 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \times 500 \times 150 : 2\pi \text{ s}^{-1}}{15}$$

$$= 22 \text{ A}$$

4-11 الحث المغناطيسي في دائرة موصلة

:Induced emf in a closed conducting loop

عندما تتعرض حلقة ناقلة مغلقة للشد، وهي واقعة تحت تأثير مجال مغناطيسي وتتحرك بسرعة ثابتة (v)، هذا يعني أن قوة ثابتة يجب أن تؤثر على الحلقة أو المسار المغلق تساوي مقدار القوة التي يؤثر بها المجال المغناطيسي عليها، أو أكبر منها وباتجاه معاكس لها، انظر الشكل (8-11)، وذلك كي نستطيع تحريك هذه الحلقة.



الشكل (8-11)

يبين حلقة مغلقة واقعة تحت تأثير مجال مغناطيسي منتظم (B)

إن الهدف من دراسة هذه الفقرة هو إيجاد الطاقة اللحظية (P) بدلالة كل من المجال المغناطيسي (B) والتيار المار في المسار المغلق (i) والمسافة (L)، والتي نعرفها رياضياً بالعلاقة:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{Fdx}{dt} = Fv \quad (11-10)$$

$$P = Fv$$

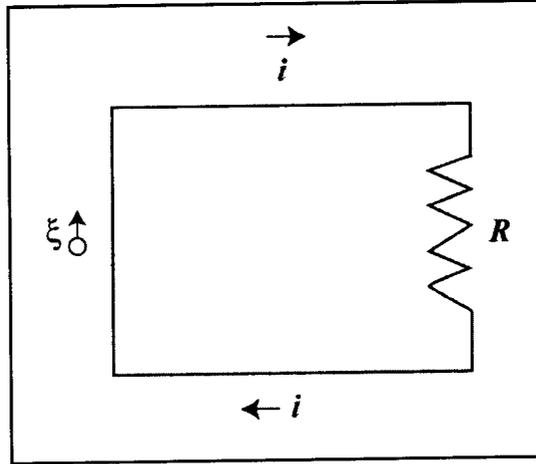
وبهدف تحقيق هذه الغاية يمكننا أولاً إيجاد الفيض المغناطيسي الناتج عن حركة المسار المغلق داخل المجال المغناطيسي وذلك على النحو الآتي:

$$\Phi = BLx = BA$$

حيث إن (x) تمثل طول المسار المغلق داخل المجال المغناطيسي، ومن الواضح أن الاستمرار بعملية الشد يؤدي إلى نقصان الطول (x) المعرض لتأثير المجال المغناطيسي، وبالتالي إلى نقصان الفيض المغناطيسي ونشوء قوة دافعة كهربائية حثية (emf)، أي أن:

$$\xi = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt}(BLx) = BL \frac{dx}{dt} = BLv \quad (11-11)$$

أما الدائرة الكهربائية الأساسية التي يمكن استخدامها لتمثيل ما حصل داخل المسار المغلق فهي الدائرة الموضحة في الشكل (9-11).



الشكل (9-11)

وبهدف تحديد التيار الكهربائي فإننا لا نستطيع استخدام قانون الدائرة الكهربائية المتعارف عليه ذلك أننا لا نستطيع أن نعرف الجهد لقوة

كهربائية حثية، ويهدف الوصول إلى تحديد التيار نستطيع أن نستخدم ما يعرف بطريقة الطاقة *energy method*، ذلك أن القوة الدافعة الكهربائية هي مقدار الطاقة لوحدة الشحنة أي أنها الطاقة المنقولة إلى الشحنة المتحركة لاستمرار مرور التيار الكهربائي، أما الكمية (iR) فهي مقدار الطاقة لوحدة الشحنة والتي تظهر كطاقة حرارية داخل الدائرة، ووفقاً لقانون حفظ الطاقة، نجد أن:

$$\begin{aligned} \xi &= iR \\ i &= \frac{\xi}{R} \end{aligned} \quad (11-12)$$

وبتعويض قيمة القوة الدافعة الكهربائية (ξ) من المعادلة (9-11) نجد أن:

$$i = \frac{BLv}{R} \quad (11-13)$$

وبالعودة مرة أخرى إلى الشكل (9-11) وبملاحظة القوى (F_3, F_2, F_1) فإننا نستطيع حساب مقاديرها من القانون التالي:

$$F_B = i\vec{L} \times \vec{B} \quad (14-11) \text{ (القوة الناتجة عن مرور تيار كهربائي)}$$

حيث إن:

(F_B): هي القوة المغناطيسية المؤثرة على السلك.

(i): شدة التيار الكهربائي الحثي.

(L): طول السلك.

(B): شدة المجال المغناطيسي.

(θ): مقدار الزاوية بين المتجهين (\vec{B}) و (\vec{L}).

ومن خلال الشكل ذاته نجد أن الزاوية بين كلٍ من القطعة التي تؤثر عليها القوة (F_2) وكذلك القطعة التي تؤثر عليها القوة (F_3) أن الزاوية بين (\vec{B}) و (\vec{L}) في كلا الحالتين تساوي إلى الصفر، أي أن:

$$F_2 = F_3 = 0$$

يبقى أخيراً القطعة التي تؤثر عليها القوة (F_1) والتي تساوي إلى:

$$F_1 = F = i\vec{L} \times \vec{B} = iLB \sin 90 = iLB \quad (11-15)$$

من المعادلتين (15-11) و (13-11) نجد أن:

$$F = \frac{B^2 L^2 v}{R} \quad (11-16)$$

أما الطاقة اللحظية أو معدل الشغل المنجز في هذه الحالة، فيمكننا الحصول عليه من المعادلتين (16-11) و (10-11).

$$P = Fv = \frac{B^2 L^2 v^2}{R} \quad (\text{نسبة الشغل المنجز}) \quad (11-17)$$

أما الطاقة الحرارية الناشئة عن تحريك هذا الموصل المغلق داخل منطقة تأثير المجال المغناطيسي المنتظم، فسنبينها وفقاً لمفهوم قانون جول في التسخين حيث تمثل القدرة في هذه الحالة معدل الطاقة الحرارية، وذلك على النحو الآتي:

$$P = i^2 R \quad (11-18)$$

حيث إن:

(i): هو مقدار التيار الحثي المار خلال المسار الموصل.

(R): هي مقاومة الموصل.

وبتعويض قيمة (i) من المعادلة (9-13) نجد أن:

$$P = \left(\frac{BLv}{R} \right)^2 R = \frac{B^2 L^2 v^2}{r} \quad (11-19) \text{ (معدل الطاقة الحرارية)}$$

مثال (11-3) Example

في الشكل (11-9) افرض أن الدائرة المغلقة *closed loop* هي عبارة عن ملف مرصوص بشدة مكون من (85) لفة، ومصنوع من معدن النحاس، يبلغ طول الملف ($L = 13 \text{ cm}$) ومقدار المجال المغناطيسي ($B = 1.5 \text{ T}$) ومقدار المقاومة ($R = 6.2 \Omega$)، أما مقدار السرعة ($v = 18 \text{ cm/s}$). أوجد حسابياً كلاً من:

- 1- مقدار القوة الدافعة الكهربائية الحثية (emf) في الملف.
- 2- مقدار التيار الكهربائي الحثي في الملف (i).
- 3- ما هي القوة التي يجب أن تؤثر بها على الملف لسحبه؟
- 4- ما هي نسبة الشغل المطلوب بذله، لسحب الملف؟

الحل Solution:

1- إن القوة الدافعة الكهربائية الحثية التي تظهر في اللفة الواحدة هي:

$$\xi = BLv$$

وهكذا فإن القوة الدافعة في الملف بأكمله تساوي:

$$\xi = BLvN$$

$$\begin{aligned}\xi &= (1.5T)(0.13m)(0.18m/s)(85\text{ turns}) \\ &= 2.98V\end{aligned}$$

-2

$$i = \frac{\xi}{R} = \frac{2.98V}{6.2\Omega} = 0.48A$$

-3

$$\begin{aligned}F &= iLBN \\ &= (0.48A)(0.13m)(1.5T)(85\text{ turns}) \\ &= 8N\end{aligned}$$

-4

$$\begin{aligned}P &= \frac{dW}{dt} = Fv \\ &= (8.0N)(0.18m/s) \\ &= 1.7W\end{aligned}$$

5-11 القوة الدافعة الكهربائية الحثية (*emf*) والمجال الكهربائي الحثي

: *emf and the Inducted Electric field*

إن القوة الدافعة الكهربائية الحثية (*emf*) حقيقة موجودة حتى إذا كان المسار المغلق الذي يتغير خلاله الفيض المغناطيسي ليس ناقلاً مادياً ملموساً، أي أنه من الممكن أن يكون في بعض الحالات عبارة عن خط مغلق يمكن تصويره وفقاً للحالة التي ندرسها، وهكذا فإن الفيض المغناطيسي

يعمل على إيجاد مجال كهربائي (\vec{E}) بطريقة الحث في كل نقطة من نقاط ذلك المسار المغلق (التخيلي) وتكون العلاقة بين كل من (emf) و (\vec{E}) على النحو الآتي:

$$\xi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (11-20)$$

وواضح من هذه المعادلة أن التكامل يجب أن يتم على خط سير مغلق *closed loop*، ومساحة محددة كما هو مبين في الطرف الأيمن للمعادلة (11-20)، ومن المعادلتين (11-6) و (11-20) نجد أن:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (11-21) \quad (\text{قانون فراداي})$$

إن أهمية قانون فراداي هذا، والموضح في المعادلة (21-9) تكمن في أن الفيض المغناطيسي المتغير يُحدث عن طريق الحث مجالاً كهربائياً حثياً مقداره (\vec{E}) *induced electric field*.

مثال (11-4) Example

ملف حلزوني قطره (12.2 cm)، يمر خلاله تيار كهربائي (i) يؤدي إلى توليد مجال مغناطيسي منتظم مقداره (30 mT)، فإذا تناقص المجال المغناطيسي بداخل بنسبة (6.5 mT/s).

أوجد حسابياً:

- 1- مقدار المجال الكهربائي الحثي على بعد (2.2 cm) من محور الملف.
- 2- مقدار المجال الكهربائي الحثي على بعد (8.2 cm) من محور الملف.

الحل *Solution*:

1- باستخدام قانون فراداي في الحث الكهرومغناطيسي نجد أن:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

حيث إن (Φ_B) تمثل الفيض المغناطيسي والذي يمكن حسابه على النحو الآتي:

$$\begin{aligned}\Phi_B &= BA = B(\pi r^2) = (30 \times 10^{-3} T)(3.14)(2.2 \times 10^{-2} m)^2 \\ &= 4.56 \times 10^{-5} T \cdot m^2\end{aligned}$$

المسار المغلق في قانون فراداي، هنا هو عبارة عن دائرة نصف قطرها (2.2 cm) ، إذن:

$$\oint ds = 2\pi r = 2 \times (3.14) \times 2.2 \times 10^{-2} = 0.138 \text{ m}$$

ولكن المجال المغناطيسي يتغير على النحو الآتي:

$$\begin{aligned}\frac{d\Phi_B}{dt} &= -\frac{d}{dt}(B\pi r^2) = -\pi r^2 \frac{dB}{dt} \\ \frac{dB}{dt} &= 6.5 \text{ T/s}\end{aligned}$$

حيث:

$$\begin{aligned}E(2\pi r) &= (\pi r^2) \frac{dB}{dt} \\ E &= \frac{1}{2} \left(\frac{dB}{dt} \right) r \\ &= \frac{1}{2} (6.5 \times 10^2 \text{ T/s})(0.022 \text{ m}) \\ &= (7.15 \times 10^{-5} \text{ V/m})\end{aligned}$$

2- نلاحظ في هذه الحالة أن المجال الكهربائي الحثي خارج الملف،

وهذا يعني أن المسار المغلق له قطر أكبر من قطر الملف إذن:

$$\begin{aligned} E(2\pi r) &= -(\pi r^2) \frac{dB}{dt} \\ E &= \frac{1}{2} \left(\frac{d\vec{B}}{dt} \right) \frac{R^2}{r} \\ &= \frac{1}{2} (6.5 \times 10^{-3} T/s) \frac{(0.06 m)^2}{0.082 m} \\ &= 1.43 \times 10^{-4} V/m \end{aligned}$$

حيث إن:

(R) نصف قطر الملف.

(r) نصف قطر المسار المغلق.

$$\xi = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$P_{thermal} \Delta t = \frac{I}{R} \left(-\frac{d\Phi_B}{dt} \right)^2 \Delta t$$

وبما أن نقصان المجال المغناطيسي حدث بشكل خطي، إذن:

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \frac{A\Delta B}{\Delta t}$$

$$P_{thermal} = \frac{I}{R} \left(-A \frac{\Delta B}{\Delta t} \right)^2 \Delta t$$

$$= \frac{A^2 \Delta B^2}{R \Delta t}$$

حيث إن:

$$\Phi_B = AB$$

$$\Delta\Phi_B = A \Delta B$$

بما أن المجال المغناطيسي (B) منتظم فإن $\Delta B = B$ إذاً:

$$P_{thermal} \Delta t = \frac{AB^2}{R \Delta t}$$

11-2 إذا كان التيار الكهربائي المار في ملف حلزوني، انظر الشكل (10)-

(11)، يتغير وفقاً للعلاقة الرياضية:

$$i = 3t + t^2$$

حيث يقاس التيار (i) بالأمبير، ويقاس الزمن (t) بالثواني.

1- ارسم الخط البياني الذي يمثل كيفية تغير القوة الدافعة الكهربائية

(ξ) مع الزمن في هذا الملف من ($t = 0$) إلى ($t = 4$).

مسائل عامة محلولة

solved problems

11-1 هوائي على شكل إطار دائري مغلق، مساحته الداخلية (A) ومقاومته (R)، تم تثبيته بشكل عمودي على مجال مغناطيسي منتظم مقداره (B). إذا أنقصنا المجال المغناطيسي وبشكل خطي إلى الصفر وذلك خلال زمن مقداره (Δt).

اشتق العلاقة الرياضية التي توضح كمية الطاقة الحرارية الكلية المفقودة خلال هذه العملية.

الحل Solution:

إنَّ المقدار الكلي للطاقة الحرارية المفقودة في هذه العملية تساوي مقدار الطاقة الحرارية الكلية المكتسبة خلالها، أي أن:

$$E_{thermal} = P_{thermal} \Delta t = i^2 R \Delta t$$

ولكننا نعلم أنَّ التيار المار خلال الحلقة الدائرية المغلقة هو عبارة عن:

$$i = \frac{\xi}{R}$$

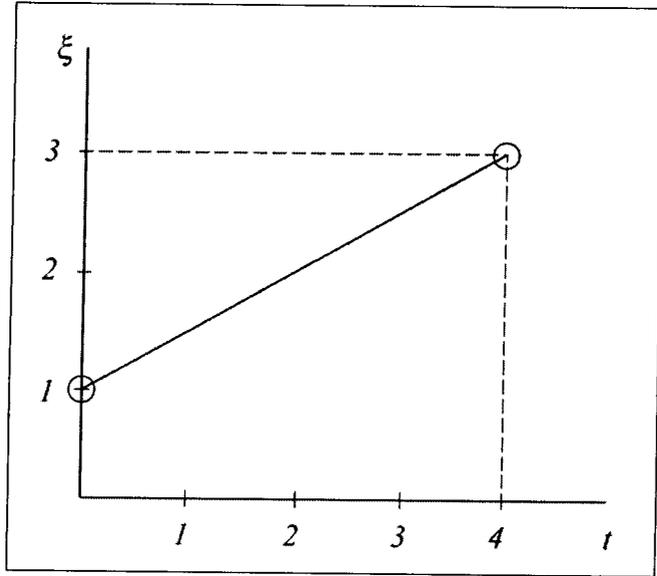
$$E_{thermal} = \frac{\xi^2}{R^2} R \Delta t$$

ولكن القوة الدافعة الكهربائية المحتثة تساوي إلى:

2- إذا كانت مقاومة الملف تساوي (0.15Ω) ، أوجد حسابياً مقدار التيار الكهربائي المار خلاله عند الزمن $(t = 2)$ ، إذا علمت أن قطر الملف يساوي $(d = 2.1 \times 10^{-2} m)$ ، وعدد اللفات لوحدة الطول (2.2 turns / m) ، أما عدد اللفات الكلي فهو (130) .

الحل *Solution*:

-1



الشكل (11-10)، المسألة (11-2)

من المعلوم لدينا أن القوة الدافعة الكهربائية الحثية خلال الملف (ξ) هي:

$$\xi = N \frac{d\Phi_B}{dt} = N \frac{d(BA)}{dt}$$

ولكن مقدار المجال المغناطيسي داخل الملف (B) هو:

$$B = \mu_0 n i$$

حيث إن:

(μ_0) هو ثابت النفاذية.

(n) عدد اللفات لوحدة الطول.

(i) التيار المار خلال الملف.

إذن من جديد:

$$\xi = N A \mu_0 n \frac{di}{dt}$$

وبما أن مساحة اللفة الواحدة هي:

$$A = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2$$

حيث إن (d) هو قطر اللفة الواحدة، إذن:

$$\xi = \left[N \mu_0 n \pi \frac{d^2}{4} \right] \frac{di}{dt}$$

وبما أن التيار هو عبارة عن تابع للزمن:

$$i = 3t + t^2$$

$$\frac{di}{dt} = 3 + 2t$$

$$\xi = \left[N \mu_0 n \pi d^2 \right] \frac{3 + 2t}{4}$$

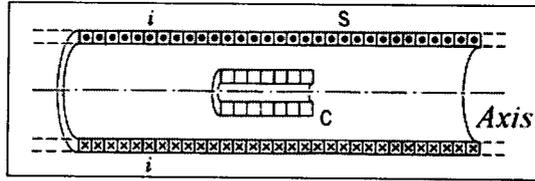
ولرسم الخط البياني، لوحظ أنَّ المقدار $[N \mu_o n \pi d^2]$ هو مقدار ثابت.

لنعوض الآن عن قيمة الزمن بالمقدار $(t = 0)$:

$$\xi = \text{const.} \frac{3 + 2t}{4} = \text{const.}(0.75)$$

أما عند الزمن $(t = 4 \text{ s})$:

$$\xi = \text{const.} \frac{3t + 8}{4} = \frac{11}{4} = 2.75$$



الشكل (11-11)، المسألة (11-2)

ومن الواضح أن الثابت هنا $(\text{const.} = N \mu_o n \pi d^2)$ يساوي ميل هذا الخط المستقيم.

2- إن مقدار التيار المار عند الزمن $(t = 2 \text{ s})$ هو:

$$\begin{aligned} i &= \frac{\xi_{t=2s}}{R} \\ &= [N \mu_o n \pi d^2] \frac{3 + 2t}{4R} \\ &= \frac{\pi(130)(1.26 \times 10^{-6} \text{ Tm/A})(2.2 \text{ turns/m})(7 \text{ A/s})(2.1 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{4(0.15 \Omega)} \\ &= 5.8 \times 10^{-2} \text{ A} \end{aligned}$$

11-3 سلك على شكل حلقة دائرية قطرها (10 cm) وضعت في مجال مغناطيسي منتظم مقداره $(B = 0.5 \text{ T})$ بحيث يصنع محورها زاوية

مقدارها (30°) مع اتجاه المجال المغناطيسي. بدأت الآن الحلقة الدائرية تدور بشكل مخروطي بحيث يبقى محورها يصنع ذات الزاوية مع اتجاه المجال أي (30°) وذلك بنسبة دوران ثابتة مقدارها (100 rev/min).
أوجد القوة الدافعة الكهربائية الحثية التي ستظهر في الحلقة نتيجة لذلك.

الحل Solution:

إنّ الفيض المغناطيسي في هذه الحالة هو:

$$\begin{aligned}\Phi_B &= AB \\ &= \left(\pi \frac{d^2}{4} \right) (B) \\ &= 3.14 \frac{(10 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{4} (0.5 \text{ T}) \\ &= 3.93 \text{ T} \cdot \text{m}^2\end{aligned}$$

وبما أن هذا الفيض يبقى ثابتاً وذلك لثبات الحلقة خلال الدوران نظراً لبقاء الزاوية (30°) فإن التغير في الفيض يساوي صفراً، أي أن:

$$\xi = - \frac{d\Phi_B}{dt} = 0$$

11-4 قضيب معدني يتحرك بسرعة ثابتة على طول سكة مكونة من قضيبين معدنيين متوازيين، انظر الشكل (11-11) بحيث يتصل طرفا القضيبين من جهة اليمين بقطعة معدنية، وتقع المجموعة كلها تحت تأثير مجال مغناطيسي منتظم يتجه خارجاً من وجه الورقة.

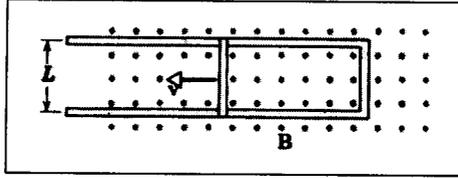
أوجد حسابياً:

1- القوة الدافعة الكهربائية الحثية (ξ) المتولدة، إذا علمت أن المسافة ($L = 25 \text{ cm}$) وأن السرعة ($v = 55 \text{ cm/s}$)، كما أن المجال المغناطيسي يساوي إلى ($B = 0.35 \text{ T}$).

2- التيار المار خلال القضيب المتحرك، إذا علمت أن مقاومته تساوي (18Ω) وأن مقاومة السكة المعدنية مهملة.

الحل Solution:

1- انظر الشكل (11-12).



الشكل (11-12)، المسألة (11-4)

بفرض أن القضيب المتحرك على مسافة (x) من الطرف الأيمن للسكة، تكون القوة الدافعة الكهربائية الحثية وكما هو معلوم على النحو الآتي:

$$\xi = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

ولكن الفيض المغناطيسي هو عبارة عن:

$$\Phi_B = AB = (Lx)B$$

$$\xi = -\frac{d}{dt}(LxB)$$

ولكن كلاً من (L) و (B) ثابتان، إذن:

$$\xi = BL \left(\frac{dx}{dt} \right)$$

وواضح أن المقدار $\left(\frac{dx}{dt} \right)$ هو عبارة عن السرعة، أي أن:

$$\begin{aligned} \xi &= BLv \\ &= (0.35 T)(0.25 m)(0.55 m/s) \\ &= 4.81 \times 10^{-2} V \end{aligned}$$

2- باستخدام قانون الدائرة الكهربائية البسيطة (قانون أوم) نجد أن:

$$\begin{aligned} i &= \frac{\xi}{R} = \frac{4.81 \times 10^{-2} V}{18 \Omega} \\ &= 2.67 \times 10^{-3} A \end{aligned}$$

11-5 في المسألة السابقة (4-11)، افرض أن طول القضيب المتحرك $(L = 10 \text{ cm})$ وأن السكة ذات القضيبين المتوازيين عديمة الاحتكاك بينما تبلغ السرعة $(v = 5 \text{ m/s})$ ، ومقدار المجال المغناطيسي $(B = 1.2 \text{ T})$.

أوجد حسابياً كلاً من:

- 1- القوة الدافعة الكهربائية الحثية في القضيب.
- 2- التيار الكهربائي المار في الحلقة الموصلة، إذا كانت مقاومة القضيب (0.4Ω) ، ومقاومة السلك مهملة.
- 3- النسبة التي تتولد بها الطاقة الحرارية في القضيب المعدني.

4- مقدار القوة الخارجية التي يجب أن تؤثر على القضيب المعدني حتى يستمر في حركته.

5- مقدار الشغل المطبق على القضيب بفعل القوة الخارجية.

6- قارن إجابة الفرع (5) بإجابة الفرع (3).

الحل Solution:

1- تماماً كما فعلنا في حل المسألة (4-11) نجد أن:

$$\xi = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

حيث إن: $(\Phi_B = AB)$ ، ولكن $(A = Lx)$ ، أي أن:

$$\Phi_B = Lx B$$

$$\xi = \frac{d\Phi_B}{dt} = BL = \left(\frac{dx}{dt} \right) = BLv$$

$$= (1.2T)(0.1m)(5m/s) = 0.6V$$

-2

$$i = \frac{\xi}{R} = \frac{0.6V}{0.4\Omega} = 1.5A$$

ومن الجدير بالذكر هنا أن هذا التيار ينشأ عنه مجال مغناطيسي اتجاهه داخل الورقة في المنطقة المحددة بالقضيب المتحرك.

-3

$$P = \frac{\xi^2}{R} = \frac{(0.6V)^2}{(0.4\Omega)} = 0.9W$$

4- بما أن سرعة القضيب المتحرك ثابتة، إذاً القوة المحصلة المراد تطبيقها تساوي الصفر. أي أن القوة الخارجية المطلوبة يجب أن تساوي بالمقدار وتعاكس بالاتجاه القوة الناشئة بفعل المجال المغناطيسي، وهي:

$$\begin{aligned} F_B &= iLB \\ &= (1.5 A)(0.1 m)(1.2 T) \\ &= 0.18 N \end{aligned}$$

وبتطبيق قانون اليد اليمنى نجد أن اتجاه القوة الخارجية يجب أن يكون نحو اليسار.

5- إذا تحرك القضيب مسافة متناهية الصغر (dx) فإن الشغل المنجز بواسطة القوة الخارجية هو:

$$dW = F dx$$

أما نسبة الشغل المطبق فهو:

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dt} &= F \frac{dx}{dt} = Fv = (0.18 N)(5 m/s) \\ &= 0.9 W \end{aligned}$$

6- وبمقارنة النتيجتين (3) و(5) نجد أن الشغل المبذول يساوي الطاقة الحرارية المتولدة، وهذا معناه أن الطاقة التي يعطيها المؤثر الخارجي تتحول إلى طاقة حرارية بالكامل.

11-6 مجال مغناطيسي منتظم (B) يؤثر عمودياً على حلقة دائرية مغلقة يحتويها مستوى افتراضي، يبلغ نصف قطر هذه الحلقة إذا علمت أن المجال المغناطيسي يتغير مع الزمن وفقاً للمعادلة الآتية:

$$B = B_0 e^{-t/\tau}$$

حيث إنَّ كلاً من (B_0) و (τ) مقادير ثابتة.

أوجد القوة الدافعة الكهربائية الحثية في هذه الحلقة كتابع للزمن.

الحل Solution:

من المعلوم لدينا ووفقاً لقانون فراداي للحث الكهرومغناطيسي أنَّ القوة

الدافعة الكهربائية الحثية (ξ) تساوي إلى:

$$\xi = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

حيث إن (Φ_B) هو الفيض المغناطيسي ويساوي إلى:

$$\Phi_B = AB \pi r^2 B$$

لاحظ أنَّ المقدار (πr^2) يساوي مساحة السطح الواقع تحت تأثير المجال المغناطيسي.

من المعادلة نجد أنَّ:

$$B = B_0 e^{-t/\tau}$$

$$\xi = \pi r^2 \frac{d}{dt} (B_0 e^{-t/\tau})$$

$$= \pi r^2 \frac{B_0}{\tau} (e^{-t/\tau})$$

$$= \frac{\pi r^2}{\tau} B$$

حيث عوضنا المقدار:

$$B = B_0 e^{-t/\tau}$$

11-7 مولد كهربائي يبلغ عدد لفات ملفه (100 turns) مصنوع من سلك على شكل هندسي مستطيل، طول أضلاعه (50 cm × 30 cm)، موضوع في مجال مغناطيسي منتظم وبشكل محكم، مقداره (3.5 T).
أوجد أقصى مقدار للقوة الدافعة الكهربائية الحثية (ξ) الناتجة عن دوران الملف بسرعة دائرية مقدارها (1000 rev/min) حول محور عمودي على المجال (B).

الحل Solution:

من المعلوم لدينا أن القوة الدافعة الكهربائية الحثية وكتابع للزمن نعبّر عنها بواسطة قانون فراداي:

$$\xi = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

أما الفيض المغناطيسي في هذه المسألة فيمكننا إيجاداه من المعادلة المعروفة:

$$\Phi_B = N(\vec{B} \cdot \vec{A})$$

حيث إن (\vec{B}) متجه المجال وهو عمودي على محور دوران الملف، أما (\vec{A}) فهو متجه المساحة، إذن:

$$\Phi_B = NB A \cos(\theta)$$

حيث إن (θ) هي الزاوية بين المتجهين، وفي حالة الحركة الدائرية نجد أن:

$$\theta = \omega t = 2\pi f t$$

وهكذا نجد أن:

$$\Phi_B = NB A \cos (2\pi f t + \phi_0)$$

حيث إن (ϕ_0) هو فرق الطور.

وعليه نجد أن:

$$\begin{aligned} \xi &= -BA \frac{d}{dt} \cos(2\pi f t + \phi_0) \\ &= -BA(2\pi f) \sin(2\pi f t + \phi_0) \end{aligned}$$

ولكننا نعلم أن المقدار:

$$2\pi f = \omega = 2\pi \left(\frac{1000}{60s} \right)$$

حيث إن (ω) هو التردد الزاوي أو السرعة الزاوية للملف الدائري، أما المساحة التي تدور داخل المجال المغناطيسي فهي:

$$A = (0.5 m \times 0.3 m) = 0.15 m^2$$

أما عدد اللفات:

$$N = 100 \text{ turns}$$

وعلى ذلك تكون القيمة العظمى للقوة الدافعة الكهربائية الحثية وعند

$$:(\phi_0 = \pi/2)$$

$$\xi_m = NB A \omega \sin (2\pi f t + \pi/2)$$

ولكن:

$$\sin(2\pi f t + \pi / 2)$$

$$= \sin(\pi / 2) = 1$$

$$\xi_m = N B A \omega$$

$$= (100)(3.5 T)(0.15 m^2) \left(2\pi \frac{1000}{60 s} \right) = 5.5 \times 10^3 V$$

11-8 ملف حلزوني طويل قطره (0.12 m)، ينشأ عن مرور تيار مقداره (i) خلال لفاته مجال مغناطيسي منتظم مقداره (30 mT) داخل الملف، وعندما نقوم بإنقاص مقدار التيار ينخفض المجال المغناطيسي بنسبة (6.5 m T/s).

أوجد مقدار المجال الكهربائي الحثي عند النقطتين الآتيتين:

1- 2.2 cm عن محور الملف.

2- 8.2 cm عن محور الملف.

3- قارن بين مقداري المجالين الكهربائيين في (1) و(2).

الحل Solution:

1- من قانون فراداي نجد أن:

$$\oint E \cdot ds = E \oint ds = E(2\pi r) = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

حيث إن التكامل حول سطح مغلق هنا هو عبارة عن التكامل حول

حلقة دائرية نصف قطرها (r) وعلى ذلك يكون:

$$\oint ds = 2\pi r$$

ومن الواضح أنَّ الزاوية بين هذا المسار والمجال الكهربائي هي صفر.

أي أنَّ ($\cos 0 = 1$). أما الفيض المغناطيسي فهو:

$$\Phi_B = AB = (\pi r^2)B$$

$$E = \frac{\pi r^2}{2\pi r} \frac{dB}{dt}$$

$$E = \frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$

$$E_1 = \frac{0.022 \text{ m}}{2} (6.5 \times 10^{-3} \text{ T/s})$$

$$= 7.15 \times 10^{-5} \text{ V/m}$$

-2

$$E_2 = \frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt}$$

حيث إنَّ (R) هو نصف قطر المساحة التي يؤثر عليها المجال المغناطيسي في الحالة الثانية وهي بطبيعة الحال أكبر من المساحة الأولى.

$$E_2 = \frac{(0.06 \text{ m})^2}{2(0.082 \text{ m})} (6.5 \times 10^{-3} \text{ T/s})$$

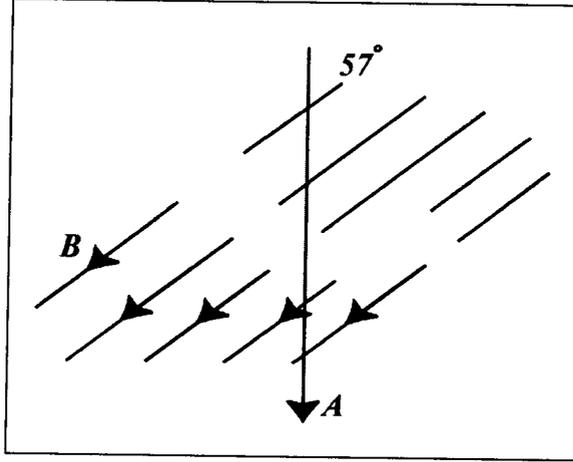
$$= 1.43 \times 10^{-4} \text{ V/m}$$

3- بمقارنة النتيجةين (1) و (2) نجد أنَّ المجال الكهربائي (E_2) هو أكبر من المجال (E_1) وذلك عندما ابتعدنا عن محور الملف.

مسائل وتمارين الفصل الحادي عشر

Chapter Eleven Exercises & Problems

- 11-1 في موقع محدد في النصف الشمالي من الكرة الأرضية تبلغ قيمة المجال المغناطيسي للأرض ($42 \mu T$) وتشير نقطة تحديد الموقع إلى الأسفل بزاوية ($\theta = 57^\circ$)، انظر الشكل (11-13).
أوجد الفيض المغناطيسي خلال سطح أفقي ومقدار مساحته ($2.5 m^2$).



الشكل (11-13)، المسألة (11-1)

- 11-2 حلقة صغيرة مساحتها (A) موجودة داخل ملف حلزوني ولهما المحور نفسه على طول مركز الملف، فإذا عدد لفاته (n) لكل وحدة طول، ويمر خلاله تيار كهربائي وفقاً للمعادلة:

$$i = i_0 \sin(\omega t)$$

أوجد القوة الدافعة الكهربائية الحثية في الحلقة الصغيرة.

11-3 هوائي تلفزيون UHF على شكل دائري قطره (11 cm)، فإن كان المجال المغناطيسي لإشارة التلفزيون عمودي على مستوى المسار المغلق، وإذا كانت نسبة تغير المجال المغناطيسي المنتظم في لحظة زمنية هي (0.16 T/s) ، أوجد القوة الكهربائية الدافعة الحثية للهوائي.

11-4 مجال مغناطيسي منتظم عمودي على مستوى حلقة دائرية ذات قطر مقداره (10 cm) مصنوعة من سلك من النحاس قطره (2.5 mm). أوجد حسابياً:

1- مقدار مقاومة السلك إذا علمت أن المقاومة النوعية للنحاس $(1.68 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})$.

2- في أي نسبة يجب أن يتغير المجال المغناطيسي بالنسبة للزمن كي نحصل على تيار حثي مقداره (10 A).

11-5 ملف حلزوني طويل نصف قطره (25 mm)، يبلغ عدد لفاته (100 turns/cm) وضعنا حوله حلقة واحدة نصف قطرها (5.0 cm) حيث إن لهما المركز نفسه، وقد لوحظ أن التيار المار في الملف الحلزوني انخفض من (1 A) إلى (0.5 A) ونسبة ثابتة خلال زمن قدره (10 ms).

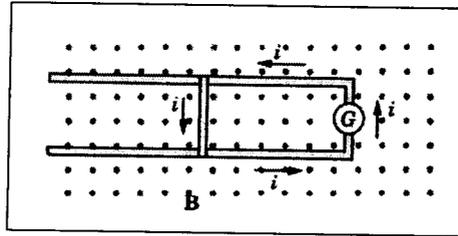
أوجد حسابياً مقدار القوة الدافعة الكهربائية الحثية في الحلقة.

11-6 ملف دائري حلقي *toroid* مساحة مقطعه (5 cm^2) ونصف قطره الداخلي (15 cm) ، يبلغ عدد لفاته (500 turns) .

أوجد حسابياً مقدار الفيض المغناطيسي خلال مساحة المقطع المذكورة إذا كان مقدار التيار المار (0.8 A) .

11-7 قضيب معدني ناقل كتلته (m) وطوله (L) ينزلق بدون احتكاك على سكتين أفقيتين، انظر الشكل (11-14) ويغطي كل منطقة الحركة مجال مغناطيسي عمودي، إذا كان الموصل (G) يولد تياراً ثابتاً قدره (i) لكي يسلك القضيب المسار الموضح في الشكل المذكور.

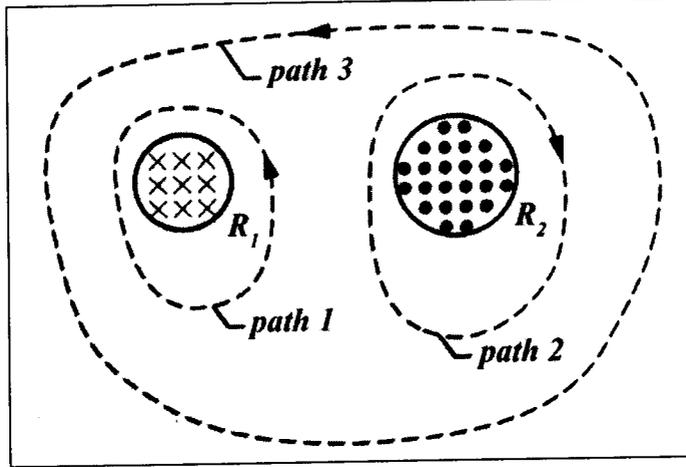
أوجد سرعة القضيب كتابع للزمن، إذا كان قد بدأ حركته من السكون عندما $(t = 0)$.



الشكل (11-14)، المسألة (11-7)

11-8 في الشكل (11-15) تظهر منطقتان دائريتان (R_1) و (R_2) أنصاف أقطارهما $(r_1 = 20 \text{ cm})$ و $(r_2 = 30 \text{ cm})$ على التوالي، في المنطقة (R_1) يؤثر مجال مغناطيسي منتظم $(B_1 = 50 \text{ mT})$ واتجاهه إلى داخل الصفحة، بينما يؤثر مجال مغناطيسي منتظم في المنطقة (R_2) مقداره

($B_2 = 75 \text{ mT}$) واتجاهه كذلك إلى خارج الصفحة. إذا علمت أن كلا المجالين (\vec{B}_1) و (\vec{B}_2) يتناقصان بنسبة (8.5 mT/s). أوجد مقدار التكامل ($\oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$) لكل من المسارات المتقطعة الثلاثة في الشكل.



الشكل (11-15)، المسألة (11-8)

الخلاصة

Summary

- إن حركة المجال المغناطيسي عند سلك موصل يمر به تيار كهربائي، أو حركة السلك الموصل في منطقة المجال المغناطيسي، تولد تياراً كهربائياً لحظياً، يمكننا أن نثبت من وجوده باستخدام الجفانومتر، ويسمى هذا التيار تياراً حثياً.
- إن معدل التغير في الفيض المغناطيسي بالنسبة للزمن $(d\Phi_B / dt)$ يساوي القوة الدافعة الكهربائية الحثية (ξ) ، وتعتمد (ξ) على معدل التغير للفيض المغناطيسي ولا تعتمد على نوع وشكل الموصل الكهربائي، وبتعبير رياضي:

$$\xi = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{قانون فراداي})$$

- إن الإشارة السالبة في قانون فراداي للحث الكهرومغناطيسي تشير إلى أن اتجاه التيار الحثي يكون بعكس اتجاه حركة المجال أو الفيض المغناطيسي، وهذا هو مضمون قانون العالم لنز.
- أما إذا كان الملف يتكون من عدد (N) من اللفات فإن الصيغة الرياضية لقانون فراداي تأخذ التعبير الآتي:

$$\xi = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

- إنَّ القوة الدافعة الكهربائية الحثية في ملف دائر داخل مجال مغناطيسي منتظم تساوي رياضياً:

$$\xi = \xi_0 \sin(\omega t)$$

حيث إنَّ (ω) تمثل السرعة الزاوية لدوران الملف.

- إن الطاقة اللحظية (P) الناشئة عن حركة دائرة موصلة مغلقة داخل مجال مغناطيسي (B) منتظم تساوي:

$$P = \frac{B^2 L^2 v^2}{R}$$

وهي تعبر عن نسبة الشغل المنجز خلال الحركة بسرعة ثابتة (v) ، (L) طول السلك، (R) مقدار مقاومته.

- إنَّ الفيض المغناطيسي المتغير ينشأ عنه مجال كهربائي حثي، وذلك في مسار مغلق، وفقاً لقانون فراداي في الحث الكهرومغناطيسي.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$