الفصل الرابع

الشغل والطاقة

Work & Energy

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

1. أن يوضّح علاقة الشغل المنجز بالطاقة.
2. أن يفسّر معنى الشغل المنجز فيزيائياً، ويتعلم حساب الشغل بدلالة القوة والإزاحة، وذلك في حال ثبوت القوة.
3. أن يتمكّن من تحديد الطاقة الحركية لجسم متحرك بدلالة كتلته وسرعته.
4. أن يتمكّن من تحديد الطاقة الكامنة لجسم في مجال تأثير الجاذبية الأرضية.
5. أن يميّز بين مفهومي القدرة والطاقة.
6. أن يشرح مفهوم حفظ الطاقة الميكانيكية.
7. أن يستخدمَ العلاقة بين كل من قانون نيوتن الثاني والحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت، وأن يفسّر كلاً من الطاقة الحركية والطاقة الكامنة على أساس هذه العلاقة.
8. أن يكون قادراً على التمييز بين حفظ الطاقة وحفظ كمية العزم الخطي.

الشغل والطاقة

Work & Energy

4-1 المقدمة *Introduction*:

مما لا شك فيه أن استخدام قوانين الحركة التي درسناها في الفصل الثالث يعتبر وسيلة فعالة لدراسة وتحليل المسائل الميكانيكية، إلا أن مبدأ حفظ الطاقة *conservation of energy* هو الآخر يقدم لنا طريقة ثانية لبلوغ الغايات نفسها، لكنه ليس بديلاً عن قوانين الحركة، ومضمون هذا المبدأ أنَّ الطاقة لا تفنى ولا تُستحدَثُ من العدم *energy neither be created nor destroyed*، ولكن يمكن أن تتحول من شكل إلى آخر، حيث يبقى المجموع الكلي لجميع أشكال الطاقة ثابتاً.

ومن الناحية العلمية عندما نتحدث عن الطاقة فإننا نبحث دائماً عن مفهوم علاقة القوة بالإزاحة التي يظهر تأثير القوة خلالها، وهو مفهوم عام، سواء بالنسبة للطاقة الحركية أو الطاقة الكامنة.

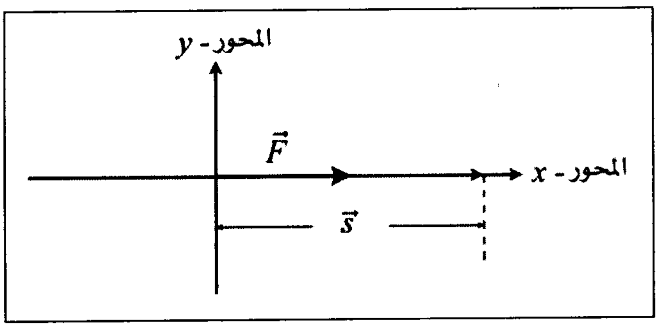
وبهدف دراسة العلاقة بين الشغل والطاقة الميكانيكية وتسهيلاً على القارئ، سوف ندرس في هذا الفصل العلاقة بين الشغل والطاقة الحركية من جهة والشغل والطاقة الكامنة من جهة أخرى، كلٌ على انفراد، وفي كلا

الحالتين يبقى القانون الثاني لنيوتن في الحركة محافظاً على دوره الرئيس في هذه المسألة الهامة.

وفي نهاية هذا الفصل سوف نتناول موضوع حفظ كمية العزم الخطي *conservation of momentum* باعتباره يربط بين القوة والزمن، وتمييزاً عن حفظ الطاقة الميكانيكية التي تربط بين القوة والإزاحة.

4-2 الشغل *Work*:

إذا أثرت قوة خارجية مقدارها $(\vec{F})$ على جسيم كتلته (m)، خلال انتقاله إزاحة مقدارها $(\vec{s})$ فإننا نقول: إنّ القوة قد أنجزت شغلاً، ولكننا نحتاج إلى تحديد طبيعة العلاقة الرياضية بين كل من $(\vec{F})$ و $(\vec{s})$ باعتبارهما كميتين اتجاهيتين، فعلى سبيل المثال عندما تكون الزاوية بين هاتين الكميتين مساوية للصفر، فهذا يعني أن خط عمل القوة ومتجه الإزاحة منطبقان على بعضهما البعض وهي الحالة الأكثر تداولاً في المراحل الدراسية الأولية، ولتبسيط المسألة افرض أنهما يقعان على المحور السيني الموجب، تأمل الشكل (4-1).

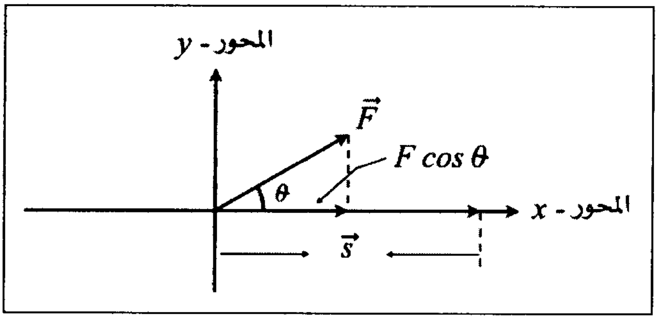


الشكل (4-1) يوضح العلاقة بين متجه القوة ومتجه الإزاحة

إن الشغل المنجز بواسطة القوة (F) خلال الإزاحة (s) هو حاصل الضرب القياسي لهما، أي أنَّ:

$$\vec{W} = \vec{F}.\vec{s}$$
$$\vec{W} = F\,s\,\cos\theta \qquad (4\text{-}1)$$
$$\vec{W} = F\,s$$

وذلك لأن الزاوية بينهما تساوي صفراً، ومعلوم أن جيب تمام الزاوية صفر $cos\,(0)$ يساوي الواحد، ولكن الحالة العامة تتطلب منا توضيح العلاقة بين كلٍ من $(\vec{F})$ و $(\vec{s})$ ولتحقيق ذلك، تأمل الشكل (2-4)



الشكل (2-4) يوضح العلاقة العامة بين المتجهين $(\vec{F})$ و $(\vec{s})$

من خلال ملاحظتنا للمقدار $(F\cos\theta)$ نجد أن المركبة الأفقية للقوة $(\vec{F}_x)$ هي المسؤولة عن إنجاز الشغل، وعليه فإن العلاقة الرياضية (4-1) تأخذ الشكل الآتي:

$$\boxed{\vec{W} = Fs\cos\theta = sF\cos\theta} \qquad (4\text{-}2)$$

ومن الضروري أن نفهم هنا بأن القوة $(\vec{F})$ ثابتة وليست متغيرة، على طول الإزاحة $(\vec{s})$. إنَّ وحدة قياس الشغل في النظام الدولي (SI) هي الجول *Joule*، كما يقاس في النظام الجاوسي (CGS) بوحدة صغيرة هي الإرغ *erge*.

والجول *Joule*: هو مقدار الشغل الذي تنجزه قوة مقدارها $(1\,N)$ على جسم، محدثة إزاحة مقدارها $(1\,m)$ باتجاهها، أي أنَّ:

$$1\,J = (1\,N)\,(1\,m)$$

أما عندما نتعامل مع الذرات أو مكوناتها فإننا نستخدم وحدة صغيرة جداً لقياس الشغل مقارنة بالجول، وهي الإلكترون فولت *electron volt*، ومن الممكن تعريف الإلكترون فولت على النحو الآتي: هو عبارة عن الطاقة المساوية للشغل المطلوب إنجازه لتحريك شحنة أولية كالإلكترون أو البروتون عندما يخضع لفرق جهد يساوي تماماً واحد فولت، ويعبّر عنه بالشكل الآتي:

$$\begin{aligned} 1eV &= (e)(1volt) \\ &= (1.6\times10^{-19}\,C)(1volt) \\ &= 1.6\times10^{-19}\,J \end{aligned}$$

ولبيان العلاقة العامة بين القوة والإزاحة في مقدار الشغل المنجز تأمل المثال الآتي:

مثال (4-1) *Example*

صندوق شحن تبلغ كتلته $(15\,kg)$ تم سحبه إلى الأعلى مسافة مقدارها $(5.7\,m)$ على مستوٍ عديم الاحتكاك مائل بزاوية (θ) على الأفق، حيث يبلغ الارتفاع العمودي للمستوي المائل مسافة $(h = 2.5\,m)$، تأمل الشكل (4-3).

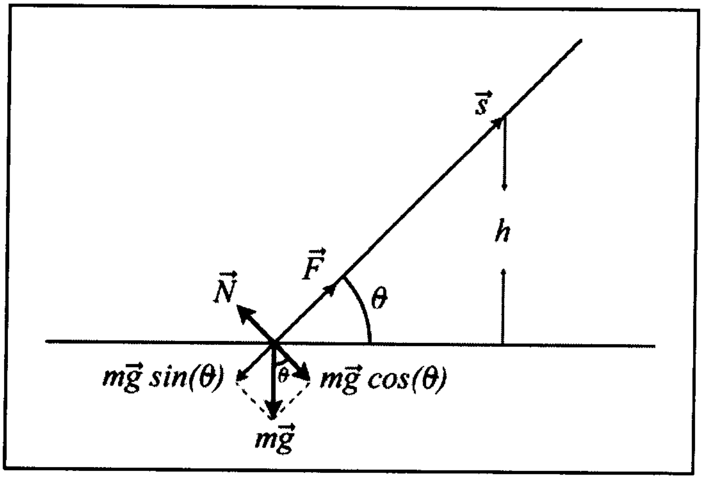
أوجد حسابياً:

1- مقدار القوة التي يجب أن تؤثر على صندوق الشحن.

2- مقدار الشغل الذي تم إنجازه بواسطة القوة $(\vec{F})$.

3- هل يتغير مقدار العمل المنجز إذا تغيرت الزاوية (θ)؟ وضّح ذلك.

الحل ***Solution***:



الشكل (3-4) المثال (1-4)

1- مـن الواضـح أن القـوة $(\vec{F})$ الـتي تعمـل علـى سـحب الصـندوق إلى الأعلى، تقابل بالاتجاه المعاكس المركبة السينية للوزن $(m\vec{g})$ وهي عبارة عن $(m\vec{g}\sin\theta)$.

$$\begin{cases} \sin\theta = \dfrac{h}{s} = \dfrac{2.5}{5.7} = 0.438 \\ \theta = \sin^{-1}(0.438) \\ \quad = 26^\circ \end{cases}$$

$$F = mg\sin\theta = mg\left(\frac{h}{s}\right)$$

$$= (15\,kg)\left(9.8\frac{m}{s^2}\right)\left(\frac{2.5\,m}{5.7\,m}\right) = 65\,N$$

-2 $$W = Fs\cos\theta$$

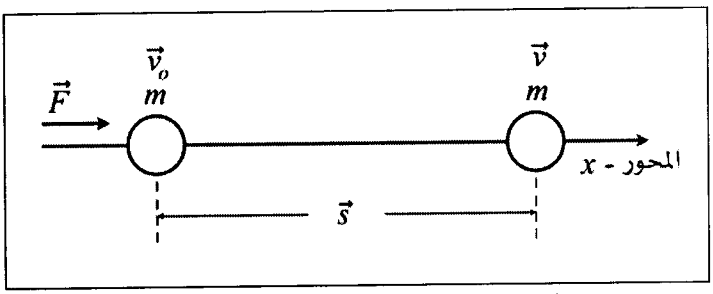
نلاحظ أن الزاوية (θ) هي الزاوية بين متجه الإزاحة $(\vec{s})$ ومتجه القوة $(\vec{F})$ وتساوي صفراً، وعليه فإن الشغل المنجز بواسطة القوة هو:

$$W_F = (65\,N)\ (5.7\,m)\cos\ (0)\ = 368\,J$$

3- عندما تتغير الزاوية (θ) فإنَّ هذا سيؤدي إلى تغيير الإزاحة وعليه فإن المقدار $(\sin\theta)$ سوف يتغير، أي أن القوة $(\vec{F})$ سوف تتغير بالمقدار الذي طرأ على $(\sin\theta)$ نفسه، وهكذا نجد أن الشغل أيضاً سوف يتغير.

4-3 الطاقة الحركية *Kinetic Energy*:

نحن نعلم أن وحدة قياس كلٍ من الشغل والطاقة الحركية هي الجول، وهذا ما يقودنا بالضرورة إلى التساؤل عن طبيعة العلاقة بين هذين المفهومين الهامين في الفيزياء عموماً وفي دراسة الحركة الميكانيكية على وجه الخصوص، بل نستطيع القول: إنَّ العلاقة بين الشغل والطاقة الحركية أو الطاقة الكامنة هي علاقة مباشرة وأساسية، بل إن التمييز والفهم السليم لكل منهما لا يكون إلا من خلال تمييزنا لمفهوم الشغل بصورة واضحة، وسوف نبدأ أولاً ببيان علاقة الشغل بالطاقة الحركية، تأمل الشكل (4-2).



الشكل (4-4) ويبين العلاقة بين الشغل والطاقة الحركية

عندما تؤثر القوة $(\vec{F})$ على الجسم ذي الكتلة (m)، فإنها تؤدي إلى انتقاله إزاحة مقدارها $(\vec{s})$ تكون القوة قد أنجزت خلالها عملاً مقداره $(\vec{W})$، كما أن القوة أدت إلى تغيير سرعة الجسم من $(\vec{v}_o)$ وهي السرعة الابتدائية إلى $(\vec{v})$ وهي السرعة النهائية عند نهاية الإزاحة $(\vec{s})$، وبمعنىً آخر فإن هناك فرقاً في الطاقة الحركية قد حصل بين الموقعين الابتدائي والنهائي، وهذا الفرق هو عبارة عن الشغل المنجز خلال هذه الإزاحة.

إن عملية الربط بين مفهوم قانون نيوتن الثاني في الحركة $(\vec{F} = m\vec{a})$، ومفهوم الشغل $(\vec{W} = \vec{F}.\vec{d})$ -وذلك عندما يكون كل من متجهي القوة $(\vec{F})$ والإزاحة $(\vec{s})$ على خط التأثير نفسه وبذات الاتجاه- تبيِّن لنا مفهوم العلاقة بين الشغل والطاقة الحركية، إننا نعبِّر عن الشغل بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$\vec{W} = (m\vec{a})\vec{s} \qquad (4\text{-}3)$$

حيث $(\vec{a})$ تسارع الجسم ذي الكتلة (m)، أما تَغيُّر السرعة فنعبِّر عنه بواسطة قوانين الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت -كما مرَّ معنا في الفصل الثالث- على النحو الآتي:

$$v^2 = v_o^2 + 2as \qquad (4\text{-}4)$$

لنضرب الآن طرفي المعادلة *(4-4)* بالمقدار الثابت (m)، وهو عبارة عن كتلة الجسم المتحرك.

$$m(v^2 - v_o^2) = 2mas$$

وبقسمة طرفي هذه المعادلة على العدد (2) نجد أن:

$$(1/2)m(v^2 - v_o^2) = mas$$

أو بكتابتها مرة أخرى على النحو الآتي:

$$(1/2)mv^2 - (1/2)mv_o^2 = mas \qquad (4\text{-}5)$$

وهكذا نجد أن الطرف الأيسر للمعادلة *(4-5)* يمثل كلاً من:

$K = (1/2)mv^2$: تمثل الطاقة الحركية النهائية *final kinetic energy*.

$K_o = (1/2)mv_o^2$: تمثل الطاقة الحركية الابتدائية *initial kinetic energy*.

أما الطرف الأيمن:

(mas) : والذي يساوي (Fs) فهو عبارة عن الشغل المنجز، والآن نستطيع القول: إذا تمكنا من تحديد سرعة وكتلة الجسم فإن طاقته الحركية يتم التعبير عنها بشكل عام على النحو الآتي:

$$\boxed{K = (1/2)mv^2} \qquad \text{(الطاقة الحركية)} \qquad (4\text{-}6)$$

وهي تشير بصراحة إلى أن الطاقة الحركية للجسم تعتمد على كتلته ومربع سرعته، أي أنها دائماً تكون مقداراً موجباً.

كما أن المعادلة التي تعبّر عن التغيُّر في الطاقة الحركية للجسم تصبح على النحو الآتي:

$$K - K_o = W \qquad (4\text{-}7)$$

أي أن الفرق في الطاقة الحركية للجسم، هو عبارة عن الشغل المنجز خلال الإزاحة $(\vec{s})$ التي ظهر فيها تأثير القوة $(\vec{F})$. وهذا هو مضمون نظرية

الشغل - الطاقة الحركية *work-kinetic energy theorem*، كما يمكن التعبير عن الطاقة الحركية النهائية على النحو الآتي:

$$K = W - K_o \qquad (4\text{-}8)$$

ومن الممكن تعميم هذه الدراسة على الحالة التي يظهر فيها تأثير أكثر من قوة واحدة على الجسم، وذلك بإيجاد محصلة القوى المؤثرة فيه.

ولبيان علاقة الطاقة الحركية بالسرعة تأمل المثال الآتي:

مثال (4-2) Example

تبلغ الطاقة الحركية لإلكترون معدن النحاس عند درجة حرارة الصفر المطلق $(6.7\times10^{-19}\,J)$.

أوجد حسابياً مقدار سرعة الإلكترون، إذا علمت أن كتلته تساوي $(9.11\times10^{-31}\,kg)$.

الحل **Solution**:

$$K = (1/2)mv^2$$

$$v^2 = \frac{2K}{m}$$

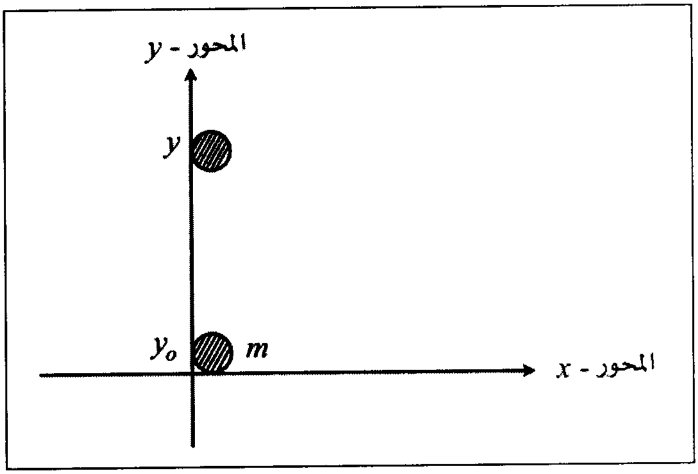
$$v = \left(\frac{2K}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[\left(\frac{(2)(6.7\times10^{-19}\,J)}{(9.11\times10^{-31}\,kg)}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$$

$$v = 1.2\times10^{6}\,(m/s)$$

4-4 الطاقة الكامنة Gravitational Potential Energy:

كنا قد أشرنا إلى وجود علاقة مباشرة بين كل من الشغل من جهة والطاقة الحركية، والشغل والطاقة الكامنة من جهة أخرى، وذلك في الفقرة (4-3) من هذا الفصل، فما هي حقيقة العلاقة بين الشغل والطاقة الكامنة؟ للإجابة عن هذا التساؤل تأمل الشكل (4-5).



الشكل (4-5) يبين العلاقة بين الشغل والطاقة الكامنة

إن التغيُّر في الطاقة الكامنة للجسم ذي الكتلة (m) الموضَّح في الشكل (4-5) بين الموضعين (y_o) و(y) لهذه المجموعة البسيطة (الأرض والجسم) هو عبارة عن التغيُّر الحاصل في الشغل المنجز بين الموقعين (y_o) و(y) والذي تمثله الإزاحة العمودية (Δy)، أي أن:

$$\boxed{U - U_o = mg\,\Delta y} \qquad (4\text{-}9)$$

حيث إن الطرف الأيسر للمعادلة *(4-9)* يمثل كلٍ من:

$U = m g y$: تمثل الطاقة الكامنة للجسم عند وضعه النهائي *final potential energy*.

$U_o = m g y_o$: تمثل الطاقة الكامنة للجسم عند وضعه الابتدائي *initial potential energy*.

أما الطرف الأيمن للمعادلة *(4-9)*:

$mg\ \Delta y$: فيمثل العمل المنجز خلال الإزاحة العمودية (Δy). حيث تمثل (Δy) صافي الارتفاع، أو الانخفاض عن مستوى سطح الأرض[1].

ويلاحظ من الشكل (5-4) أن اختيار الاتجاه الصادي لمحور الأرض (y) هو للدلالة على أن القوى التي تؤثر على امتداد المحور الموازي لمحور الأرض هي التي تؤثر في طاقة الجسم الكامنة والتي تجعل تسميتها أحياناً بطاقة الوضع التثاقلية *gravitational potential energy* تسمية مقبولة جداً.

إذن خلاصة القول: إنَّ العمل المبذول لرفع أو خفض الجسم إزاحة مقدارها (Δy) في الاتجاه العمودي يساوي تماماً مقدار التغير في طاقة الجسم الكامنة، وهذا ما يجيب عن تساؤلنا حول طبيعة العلاقة بين الشغل المنجز والطاقة الكامنة.

4-5 القدرة *Power*:

إنَّ هذا المفهوم الفيزيائي الهام، هو الآخر مرتبطٌ بمفهوم الشغل الذي يتم إنجازه خلال فترة زمنية معلومة، وتعرّف القدرة بأنها معدل الشغل المبذول

(1) يتم اعتماد مستوى سطح البحر كمرجع قياسي للارتفاع في بعض الدراسات.

خلال وحدة الزمن. فإذا كان الشغل الذي تنجزه القوة يساوي (W) مقاساً بالجول، وأن هذه القوة أنجزت شغلاً قدره (ΔW) خلال زمن مقداره (Δt) فإن متوسط قدرة القوة *force average power* على إنجاز الشغل يُعبّر عنه بالعلاقة الرياضية:

$$\boxed{P = \frac{\Delta W}{\Delta t}} \qquad \text{(متوسط القدرة)} \qquad (4\text{-}10)$$

أما القدرة اللحظية *instantaneous power*، فيعبَّر عنها بالعلاقة الرياضية:

$$P = lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

أي أن:

$$\boxed{P = \frac{dW}{dt}} \qquad \text{(القدرة اللحظية)} \qquad (4\text{-}11)$$

وأما إذا كانت القوة ثابتة المقدار فإن القدرة اللحظية يعبّر عنها بالعلاقة الرياضية:

$$\begin{aligned} P &= F\cos\theta \frac{dx}{dt} \\ &= Fv\cos\theta \end{aligned} \qquad (4\text{-}12)$$

نلاحظ أننا عوضنا عن المقدار (dx/dt) بالسرعة الآنية (v). تقاس القدرة في النظام الدولي (SI) بالواط $(Watt)$ وهو عبارة عن قدرة آلة تنجز شغلاً مقداره واحد جول لكل ثانية واحدة.

$$1Watt = 1W = 1\frac{J}{s}$$

وغالباً ما نستخدم وحدة أخرى لقياس القدرة وهي الحصان البخاري *horse power* والذي يُعبّر عنه بالعلاقة الآتية:

$$1\ horse\ power = 1\ hp = 746\ W$$

ومن الأمثلة على ثبوت القوة المؤثرة بالمقدار، هي الحالات التي يتبع العمل المنجز فيها لجزيء أو ذرة من خلال تأثير القوة $(\vec{F})$ ومقدار السرعة $(\vec{v})$، وعليه فإن القدرة اللحظية هي الصيغة المناسبة للاستخدام في هذه الحالات.

ولبيان علاقة الشغل بكلٍ من القوة والإزاحة وعلاقة الشغل بالقدرة المستهلكة، تأمل المثال الآتي:

مثال (4-3) *Example*

جسم مقدار كتلته $(102\ kg)$ يسير بسرعة ابتدائية مقدارها $(53\ m/s)$ على خط مستقيم، تم إيقافه بواسطة تعجيل تباطئي مقداره $(-2\ m/s^2)$.

أوجد حسابياً مقدار كلٍ من:

1- القوة اللازمة لعملية الإيقاف.

2- الإزاحة التي قطعها الجسم خلال تأثير التعجيل التباطئي عليه.

3- الشغل الذي تم إنجازه بواسطة قوة الإيقاف.

4- القدرة المستهلكة، إذا كان الزمن الذي استغرقه الجسم حتى يتوقف $(t = 26.5\ s)$.

5- أعد الطلب الأول مستخدماً المقدار $(4\ m/s^2)$ كتعجيل تباطئي.

الحل *Solution*:

1- باستخدام قانون نيوتن الثاني، فإن القوة المؤثرة:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$
$$= (102\,kg)(-2\,m/s^2) = -204\,N$$

-2

$$v_o^2 = 2as$$
$$s = \frac{v_o^2}{2a} = \frac{(53\,m/s)^2}{2\times 2(m/s^2)} = 702.2\ m$$

3- الشغل المنجز هو:

$$W = Fd = (-204\,N)(702.2\,m)$$
$$= 14.33\times 10^4\ J$$

-4

$$p = \frac{W}{t} = \frac{(14.33\times 10^4\ J)}{(26.5\,s)}$$
$$= 5467.5\,W$$

5- القوة المؤثرة في هذه الحالة هي:

$$F = ma = (102\,kg)(-4.0\,m/s^2)$$
$$= -408\,N$$

لاحظ أن مقدار القوة في كلا الحالتين هو مقدار سالب، (ناقش هذا الأمر).

4-6 حفظ الطاقة *Conservation of Energy*:

تَظهر الطاقة على أشكال كثيرة، وهي معروفة في جملتها، فمنها على سبيل المثال، الطاقة الميكانيكية *mechanical energy* وهي عبارة عن مجموع الطاقة الحركية *kinetic energy* والطاقة الكامنة أو طاقة الوضع التثاقلي *gravitational potengal energy*، والطاقة الحرارية *thermal energy*، والطاقة الكيميائية *chemical energy*، والطاقة الضوئية *optical energy*، والطاقة الذرية *atomic energy* إلى ما هنالك من أشكال الطاقة الأخرى، وبصرف النظر عن الشكل الذي تظهر عليه الطاقة، فإن مبدأ حفظ الطاقة يبقى صحيحاً ممكن التطبيق. إلا أنّنا في دراستنا هذه سنقتصر فقط على الطاقة الميكانيكية.

إنَّ الطاقة مفهوم فيزيائي يعرّف بأنه القدرة على إنجاز شغل، مثلما أوضحنا في الفقرات (4-2) و(4-3) من هذا الفصل، وطاقة جسم ما، هي قدرته أو إمكانيته على إنجاز هذا الشغل، والطاقة الحركية كما أشرنا (K) هي الطاقة التي يكتسبها الجسم بسبب حركته، فإذا ما افترضنا بأن جسماً كتلته (m) يتحرك بسرعة $(\vec{v})$ فإن طاقته الحركية هي:

$$K = (1/2)mv^2 \qquad (4\text{-}13)$$

وأما الطاقة الكامنة (U) فهي الطاقة التي يكتسبها الجسم بسبب وضعه وتحديداً ارتفاعه عن سطح الأرض، فإذا ما افترضنا أن جسماً كتلته (m) ويرتفع مسافة (h) عن سطح الأرض فإن طاقته الكامنة هي:

$$U = mgh \qquad (4\text{-}14)$$

حيث $(\vec{g})$ تسارع الجاذبية الأرضية *gravitational acceleration*.

أما إذا كان الجسم متصلاً بطرف نابض حلزوني *spring*، وأزيح بمقدار (x) عن موضع توازنه *equilibrium position*، فإن طاقته الكامنة تُعطى بالعلاقة الرياضية:

$$U = (1/2)k\,x^2 \qquad (4\text{-}15)$$

حيث (k) هو ثابت النابض الحلزوني، أما تعريفه، فيكون بالرجوع إلى قانون هوك[1] *Hock's low* والذي يعبَّر عنه بالعلاقة الرياضية:

$$\vec{F} = -k\,x \qquad (4\text{-}16)$$

ومعنى الإشارة السالبة أن اتجاه تأثير القوة يكون بعكس الإزاحة (x). وبمعاينة هذا القانون نجد $(k = -\vec{F}/x)$ أي أنَّ ثابت النابض هو القوة اللازمة لإحداث زيادة في طوله بمقدار وحدة طول واحدة، ووحدة قياسه في النظام الدولي هي: $(N.m^{-1})$.

وسواء في الحالة العامة، أو في حالة النابض الحلزوني، فإن مبدأ حفظ الطاقة يتم التعبير عنه بالعلاقتين الرياضيتين الآتيتين:

$$E = (1/2)m\,v^2 + m\,g\,h \qquad (4\text{-}17)$$

$$E = (1/2)m\,v^2 + (1/2)k\,x^2 \qquad (4\text{-}18)$$

أي أن الطاقة الميكانيكية الكلية هي عبارة عن مجموع الطاقتين الحركية والكامنة، ومعنى ذلك رياضياً:

(1) سوف نناقش هذا القانون في الفصل الثالث عشر.

$$\boxed{E = K + U} \qquad \text{(حفظ الطاقة الميكانيكية)} \qquad (4\text{-}19)$$

ومن الضروري إعادة صياغة المعادلة *(4-19)* بشكلها العام والتي يظهر فيها أن الطاقة الكلية لجسم معزول، لا يخضع لتأثير أي قوة خارجية تبقى ثابتة، وهو ما يشير بشكل قطعي إلى أن مجموع التغيرات لمختلف أشكال الطاقة يساوي صفراً، أي أن:

$$0 = \Delta K + \Delta U + \Delta E_{ther} + \text{(التغير في جميع أشكال الطاقة)} \qquad (4\text{-}20)$$

حيث:

$$\Delta K = K - K_o$$
$$\Delta U = U - U_o$$

أي أن الطاقة الحركية أو الكامنة النهائية ناقصاً الطاقة الحركية أو الكامنة الابتدائية يساوي صفراً، وهكذا بالنسبة لباقي أشكال الطاقة.

أما إذا كان الجسم خاضعاً لتأثير قوة أو مجموعة من القوى الخارجية فإن الجسم في هذه الحالة لا يكون معزولاً كما أن العلاقة *(4-20)* تأخذ شكلاً آخر وهو:

$$\Delta K + \Delta U + E_{ther} + \ldots = W \qquad (4\text{-}21)$$

وفي هذه الحالة لا تكون الطاقة محفوظة بل متغيرة، وحريّ بنا في هذا المقام أن نشير إلى بعض الحالات الخاصة فيما يتعلق بمبدأ حفظ الطاقة:

1- في التفاعلات الكيميائية تعد كلاً من الطاقة والكتلة محفوظة.

2- في التفاعلات النووية تكون الطاقة المتحررة أكبر ملايين المرات من الطاقة المتحررة في التفاعلات الكيميائية، وفي هذه الحالة يرتبط كل من

الطاقة والكتلة بما يعرف بمعادلة الطاقة المكافئة للكتلة *mass-energy* والتي تنسب لأينشتاين، أما صيغتها الرياضية فهي:

$$\boxed{E = mc^2} \qquad (4\text{-}22)$$

حيث إن:

(E) هي طاقة الكتلة.

(m) هي الكتلة.

(c) هي سرعة الضوء *speed of light*.

3- إن الطاقة في الذرة تكون مكممة *quantized*، أي أن لها قيم محددة، فعلى سبيل المثال لو تغيرت طاقة الذرة من المستوى (E_x) إلى المستوى (E_y) ذي طاقة أقل فإن الذرة في هذه الحالة يجب أن تحرر طاقة مقدارها:

$$\boxed{E_x - E_y = hf} \qquad (4\text{-}23)$$

حيث إن (h) هو ثابت بلانك *Planck's constant* ويساوي عددياً:

$$h = 6.63 \times 10^{-34}\ J.s$$
$$= 4.14 \times 10^{-15}\ eV.s$$

أما (f) فهو تردد الموجة التي ربما تكون ضوئية، ويقاس بوحدات التردد المعروفة.

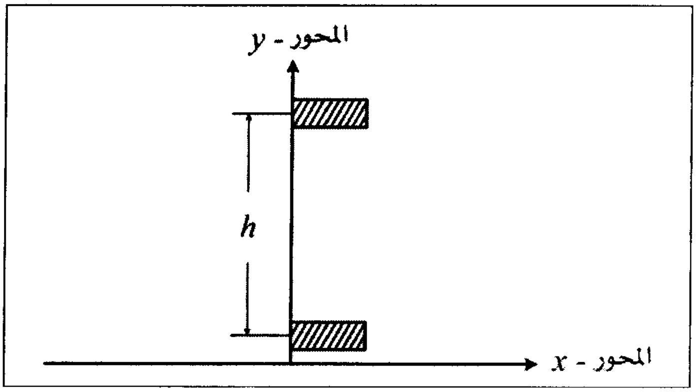
ولبيان كيفية استخدام معادلات حفظ الطاقة لدراسة الجسم الذي يتحرك بتسارع ثابت، تأمل المثال الآتي:

مثال (4-4) *Example*

سقط جسم كتلته (m) من ارتفاع (h) عن سطح الأرض، وأصبحت سرعته قبل أن يمس الأرض مباشرة (v)، انظر الشكل (6-4).

1- أوجد رياضياً معادلات كلاً من الطاقة الكامنة والطاقة الحركية للجسم قبل بدء السقوط.

2- أوجد رياضياً معادلات كلاً من الطاقة الكامنة والطاقة الحركية للجسم قبل ملامسته للأرض مباشرة.



الشكل (6-4) المثال (4-4)

الحل *Solution*:

هذا مثال بسيط على طبيعة العلاقة بين كلٍ من الطاقة الحركية والطاقة الكامنة، وهو يمثل مرحلتين مختلفتين:

1- المرحلة الأولى: وفيها نجد أن الجسم ساكن أي أن سرعته الابتدائية تساوي الصفر، وهذا يعني أن الطاقة الحركية أيضاً تساوي الصفر، وبتطبيق القانون العام لحفظ الطاقة نجد أن:

$$U + K = m\vec{g}h + 0$$

2- المرحلة الثانية: وفيها يكاد الجسم يلامس سطح الأرض، وهذا يعني أن ارتفاعه عن الأرض يساوي الصفر مما يؤدي إلى أن طاقته الكامنة تساوي الصفر، أي أن:

$$U + K = 0 + (1/2)mv^2$$

وكما هو معروف بأن مجموع الطاقتين (الكامنة والحركية)، قبل وبعد الحركة يجب أن يكونا متساويين وفقاً لمبدأ حفظ الطاقة.

$$0 + (1/2)mv^2 = mgh + 0$$

ومن هنا نجد أن السرعة (v_o) وهي سرعة الجسم الابتدائية:

$$v_o = \sqrt{2\vec{g}h}$$

أما إذا عدنا إلى قوانين الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت في الفصل الثالث من هذا الكتاب، فإن السرعة عند بدء حركة الجسم، يمكن حسابها أيضاً على النحو الآتي:

$$v^2 = v_o^2 + 2ax$$

حيث إن:

(v) : هي السرعة النهائية وهي تساوي الصفر في هذه المسألة.

(v_o) : هي السرعة الابتدائية، أما $(x = h)$ و $(\vec{a} = \vec{g})$ إذن:

$$0 = v_o^2 - 2\vec{g}h$$
$$v_o = \sqrt{2\vec{g}h}$$

وهي ذات النتيجة التي حصلنا عليها عند استخدامنا لمبدأ حفظ الطاقة، أي أن هذا المثال يوضح لنا كيف وصلنا إلى حل هذه المسألة بطريقتين، الأولى باستخدام مبدأ حفظ الطاقة، والثانية باستخدام قوانين حركة الجسم على خط مستقيم بتسارع ثابت.

مثال (4-5) *Example*

قذيفة كتلتها $(4\ kg)$ أطلقت من فوهة مدفع بشكل عمودي نحو الأعلى حيث كانت سرعة الإطلاق $(300\ m/s)$.

1- أوجد حسابياً مقدار تسارع القذيفة بعد أن تغادر المدفع.

2- أوجد حسابياً مقدار الزمن الذي تستغرقه القذيفة كي تصل إلى أقصى ارتفاع.

3- إذا كانت مقاومة الهواء مهملة، أوجد حسابياً موقع وسرعة القذيفة بعد زمن قدره $(25\ s)$، ثم أوجد كلاً من الطاقة الحركية والطاقة الكامنة للقذيفة.

الحل ***Solution***:

1- بعد إطلاق القذيفة مباشرة وبشكل عمودي نحو الأعلى، نجد أن القوة الوحيدة المؤثرة عليها هي قوة وزنها والمتجهة نحو الأسفل، وباستخدام قانون نيوتن الثاني نجد أن:

$$\vec{F} = m\vec{a} = -m\vec{g}$$
$$\vec{a} = -\vec{g} = -9.8\,(m/s^2)$$

والإشارة السالبة تشير إلى أن اتجاه تسارع الجاذبية الأرضية نحو الأسفل.

2- وبتطبيق قوانين الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت نجد:

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}t$$
$$\vec{v} = \vec{v}_o - \vec{g}t$$

عندما تصل القذيفة إلى أعلى ارتفاع لها، هذا يعني أن سرعتها النهائية تساوي صفراً، أي أنَّ:

$$\vec{v}_o = \vec{g}t$$
$$300\,(m/s) = 9.8(m/s^2)t$$
$$t = \frac{300(m/s)}{9.8(m/s^2)} = 30.6(s)$$

-3

$$v = v_0 - gt$$
$$= 300(m/s) - 9.8(m/s^2)25(s)$$
$$v = 55(m/s)$$
$$K = \frac{1}{2}mv^2$$
$$= (1/2)(4kg)(55\,m/s)^2$$
$$= 6050J$$
$$U = mgh$$
$$v^2 = v_o^2 + 2ax = v_o^2 - 2gh$$

وهي خطوة هامة لإيجاد الارتفاع العمودي الذي تكون عليه القذيفة بعد زمن قدره $(25\,s)$.

$$h = \frac{v^2 - v_o^2}{2g}$$
$$= \frac{(55\,m/s)^2 - (300\,m/s)^2}{2(-9.8\,m/s^2)}$$

$$h = 4437.5(m)$$
$$U = (4\,kg)(9.8\,m/s^2)(4437.5\,m) = 173950(J)$$

ومن الممكن إيجاد الارتفاع (h) على النحو الآتي:

$$y = h = v_o t - (1/2)gt^2 = (300\,m/s)(25\,s) - (1/2)(9.8\,m/s^2)(25\,s)^2$$
$$h = 4437.5(m)$$

وهي ذات النتيجة التي حصلنا عليها باستخدام مبدأ حفظ الطاقة.

4-7 كمية العزم الخطي *Momentum*:

إنَّ كمية العزم الخطي هي مقدار اتجاهي يتعلق مباشرة بكل من سرعة الجسم $(\vec{v})$ وكتلته (m)، وتظهر كمية العزم الخطي عند تأثير الجسم المتحرك على جسم أخر يحاول إيقافه، وتُعرَّف بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$\boxed{\vec{P} = m\vec{v}} \qquad \text{(العزم الخطي)} \qquad (4\text{-}24)$$

حيث $(\vec{P})$ هي كمية العزم الخطي *momentum*، ومن التطبيقات والتفسيرات الفيزيائية المهمة، أنَّ نيوتن فسر قانونه الثاني معتمداً هذا المفهوم وذلك على النحو الآتي:

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} \qquad (4\text{-}25)$$

ونلاحظ ببساطة أنَّ المقدار: $(d\vec{v}/dt = \vec{a})$ وهو تسارع الجسم المتحرك.

كما أننا نستطيع التوصل إلى مفهوم كمية الدفع المؤثر على جسم يتعرض لتأثير متوسط القوة $(\vec{F})$ خلال زمن (t) وذلك عند دراسة حركة جسم على خط مستقيم بتسارع ثابت على النحو الآتي:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$v = v_o + at$$

$$v = v_o + \frac{F}{m}t$$

بعد توحيد المقامات نجد أن:

$$mv - mv_o = Ft \qquad (4\text{-}26)$$

ونلاحظ في الطرف الأيسر أنَّ المقدار $(mv - mv_o)$ ، هو عبارة عن التغير في كمية العزم الخطي، إذاً:

$$\Delta\vec{P} = \vec{F}t \qquad (4\text{-}27)$$

وهذا ما يشير إلى أن متجه كمية العزم الخطي باتجاه متجه القوة، أما الكمية $(\vec{F}t)$ فتسمى بالدفع والذي يمكن تعريفه على أنه التغير الحاصل في كمية التحرك، ونؤكد هنا أنَّ القوة $(\vec{F})$ هي متوسط القوة المؤثرة خلال الزمن (t).

مثال (4-6) *Example*

أوجد متوسط القوة $(\overline{F})$ المعوقة لسيارة كتلتها $(2000\,kg)$، نقصت سرعتها من $(40\,m/s)$ إلى $(30\,m/s)$ وذلك خلال زمن مقداره $(4\,s)$.

الحل *Solution*:

$$\overline{F}t = \Delta P = mv - mv_o = m(v - v_o)$$
$$= (2000\,kg)(30\,m/s - 40\,m/s)$$
$$= -2 \times 10^4\,kg(m/s)$$
$$\overline{F} = \frac{-2 \times 10^4\,kg(m/s)}{4s}$$
$$= -5000\,N$$

والإشارة السالبة تدل على أن القوة هي قوة معرقلة.

إنَّ المعادلة *(4-27)* تبقى صحيحة عند تطبيقها على مجموعة من الأجسام، ولكنها تأخذ الصيغة العامة الآتية.

$$\vec{P} = m\vec{v}_{cm} \qquad (4\text{-}28)$$

حيث (m) هي كتلة مجموعة من الأجسام، بينما $(\vec{v}_{cm})$ هي سرعة مركز الكتلة *center of mass velocity* لمجموع الأجسام الداخلة في التحرك.

4-8 قانون حفظ كمية العزم الخطي *Conservation of Momentum*:

عندما يكون المجموع الجبري لمجموع القوى المؤثرة على مجموعة من الجسيمات مساوياً للصفر، فهذا يؤدي بالضرورة إلى أن هذه المجموعة محفوظة *conservative*، أي أنّه لا يسمح بخروج أو دخول أي جسم منها أو

إليها، وبمعنى آخر، تكوّن جملةً أو (نظاماً مغلقاً) يخضع لقانون حفظ كمية العزم الخطي، وهذا ما يُفسَّر رياضياً على النحو الآتي:

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0 \qquad (4\text{-}29)$$

أو بمعنى آخر:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$
$$= m\frac{d\vec{v}}{dt} = 0$$

ومعنى ذلك أن مقدار كمية العزم الخطي ثابت، ونعبِّر عن ذلك رياضياً على النحو الآتي:

$$\vec{P} = constant \qquad \text{(حفظ العزم الخطي)} \qquad (4\text{-}30)$$

إنَّ هذه النتيجة المهمة هي ما يسمى بقانون حفظ كمية العزم الخطي والتي تؤدي إلى:

$$\Delta P = 0 = P - P_o$$

أي أنه:

$$\boxed{P = P_o} \qquad (4\text{-}31)$$

حيث إن:

(P_o) كمية العزم الخطي الابتدائية.

(P) كمية العزم الخطي النهائية.

مثال (4-7) *Example*

رجل كتلته $(75\ kg)$، يركب عربة صغيرة كتلتها $(39\ kg)$ وتبلغ سرعتها $(2.3\ m/s)$، قفز الرجل من العربة بسرعة أفقية مساوية للصفر، أوجد التغير الحاصل في سرعة العربة نتيجة لذلك.

الحل ***Solution***:

لسهولة الحل افرض أن:

كتلة السيارة (العربة): (m_c)

كتلة الرجل: (m_m)

سرعة السيارة والرجل الابتدائية: (v_o)

سرعة السيارة بعد أن قفز الرجل منها: (v_c)

إن قانون حفظ كمية التحرك يؤدي إلى:

$$(m_m + m_c)v_o = m_c\vec{v}_c$$

$$v = v_c = \frac{(m_m + m_c)v_o}{m_c}$$

$$= \frac{[(75kg) + (39kg)](2.3m/s)}{(39kg)}$$

$$= 6.7m/s$$

مقدار التغير في سرعة السيارة:

$$\Delta v = v - v_o = (6.7\,m/s) - (2.3\,m/s)$$

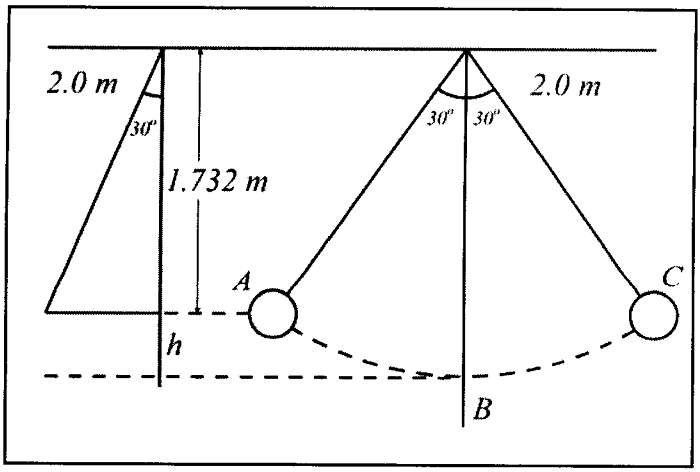
$$= (4.4\,m/s)$$

مسائل عامة محلولة
solved problems

4-1 بندول بسيط مكون من كرة حديدية كتلتها (m) وخيط طوله $(l = 2m)$ جُذِب نحو اليسار إلى النقطة (A)، انظر الشكل (4-7)، بحيث يصنع الخيط زاوية مقدارها $(30°)$ مع وضع الاستقرار للبندول، ترك بعد ذلك كي يتحرك مُبتدئاً من النقطة (A).

1- أوجد سرعة البندول عند النقطة (B).

2- أوجد سرعة البندول عند النقطة (C).



الشكل (4-7)

الحل *Solution*:

1- عندما تكون النقطة *(A)* هي بداية الحركة، انظر الشكل، فإن البندول يملك طاقة كامنة تساوي:

$$U_A = mgh = mg(2 - 1.732)$$

أما طاقته الحركية:

$$K_A = (1/2)mv_o^2 = 0$$

وذلك لأن (v_o^2) تساوي الصفر.

عند النقطة (B) نجد أن الطاقة الكامنة: $U_B = 0$ ، وذلك لأن الارتفاع $(h = 0)$ عند النقطة (B) ، بينما الطاقة الحركية:

$$K_B = (1/2)mv^2$$

وبتطبيق القانون العام لحفظ الطاقة، حيث أن مقاومة الهواء في هذا المثال مهملة نجد أنَّ:

$$\Delta W = \Delta U + \Delta K = 0$$
$$\Delta U = \Delta K$$
$$m(9.8\,m/s^2)(0.267\,m) = (1/2)mv_B^2$$
$$v_B = 2287\,m/s$$

وهي سرعة البندول عند النقطة (B).

2- لإيجاد سرعة البندول عند النقطة (C) نستخدم مرة أخرى الصيغة العامة لقانون حفظ الطاقة بين النقطتين (B) و (C):

$$\Delta W = 0$$
$$\Delta U = 0(h = 0)$$
$$\Delta U = \Delta K$$
$$0 = (1/2)mv_C^2 \quad m \neq 0 \Rightarrow v_C = 0$$

من الملاحظ أن (v_C) عند النقطة (C) لا تساوي (v_B)، كما أنه من المناسب هنا ضرورة ملاحظة أن هذا المثال يعد مثالاً رائعاً لعملية التبادل المستمرة بين الطاقة الحركية والطاقة الكامنة طوال فترة حركة البندول. وبعبارة أخرى وتمشياً مع جوهر قانون حفظ الطاقة، نؤكد على: أن أية زيادة في الطاقة الحركية للبندول يقابلها نقصان مساوٍ لها في الطاقة الكامنة، والعكس صحيح.

4-2 : 1- أوجد كمية طاقة الكتلة التي يمكن الحصول عليها من كتلة مقدارها $(102\ g)$ من أحد العناصر المشعة، مقدَّرة بالجول.

2- كم من السنوات تكفي هذه الطاقة التي أوجدتها في الجزء الأول من هذا السؤال لعائلة تستهلك طاقة سنوية قدرها $(1\ kW)$.

الحل ***Solution***:

1- هذا مثال على تحول الكتلة إلى طاقة، وفيه نستخدم علاقة الطاقة المكافئة للكتلة المعروفة:

$$E = mc^2$$

حيث (c) هي سرعة الضوء وتساوي $(3\times 10^8\ m/s)$.

$$E = (0.12\ kg)(3\times 10^8\ m/s^2)$$
$$= 1.08\times 10^{16}\ joule$$

2- من المعلوم أن العلاقة بين الطاقة والقدرة هي:

$$E = Pt$$

حيث (P) هي القدرة المستهلكة خلال الزمن (t):

$$t = \frac{E}{P} = \frac{1.08 \times 10^{16}\ Joule}{1000\ W}$$
$$= 1.08 \times 10^{13}\ s$$
$$= 3.44 \times 10^{5}\ y$$

4-3 أوجد مقدار التغير في طاقة الذرة لأحد العناصر، إذا صدر منها ضوء بتردد مقداره $(4.3 \times 10^{14}\ Hz)$.

الحل Solution:

هذا مثال بسيط على تكمم الطاقة وبالتالي تتم معاملته باستخدام قانون التغيُّر في الطاقة المرافق لتحرر الموجة الضوئية، ذات التردد المعلوم (f).

$$\Delta E = E - E_o = hf$$

نحن نعلم أن (h) هو ثابت بلانك ويساوي $(6.63 \times 10^{-34}\ J.s)$ ويساوي أيضاً $(4.14 \times 10^{-15}\ eV)$، أما (f) فهو تردد الفوتون ويساوي $(4.3 \times 10^{14}\ s^{-1})$ إذاً:

$$= -(4.14 \times 10^{-15}\ eV.s)(4.3 \times 10^{14}\ s^{-1})$$
$$\Delta E = -1.8\,eV$$

والإشارة السالبة تدل أن طاقة المستوى الأول (E_o) أكبر من طاقة المستوى الثاني (E).

4-4 قطعة من الحجر مقدار كتلتها (m) كليوغرام، سقطت من السكون من على سطح عمارة ارتفاعها $(90\,m)$.

1- أوجد حسابياً سرعتها النهائية مستخدماً قانون حفظ الطاقة الميكانيكية.

2- أوجد حسابياً الزمن الذي يستغرقه الحجر حتى يصل إلى سطح الأرض (استخدم قوانين الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت، معتمداً $(g = 9.8\,m/s^2)$).

الحل Solution:

1- إن قانون حفظ الطاقة يؤدي إلى:

$$m\,g\,h + \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 = \cancel{mgh_o} + \frac{1}{2}mv_o^2$$

حيث إن:

(h) : ارتفاع العمارة، (h_o) : سطح الأرض.

(v) : السرعة النهائية للحجر، (v_o) : السرعة الابتدائية للحجر.

(g) : تسارع الجاذبية الأرضية.

$$\therefore \quad \cancel{m}\,g\,h = \frac{1}{2}\cancel{m}v_o^2$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{(2)(9.8\,m/s^2)(90\,m)}$$

$$= 42\,(m/s)$$

2- إن العلاقة التي تربط بين سرعة الحجر النهائية وسرعته الابتدائية هي:

$$v = v_o + a\,t$$

$$(42\,m/s) = v_o + g\,t = 0 + (9.8\,m/s^2)\,t$$

$$\therefore \quad t = \frac{(42\,m/s)}{(9.8\,m/s^2)} = 4.28\,s$$

مسائل وتمارين الفصل الرابع

Chapter Four Exercises & Problems

4-1 أوجد حسابياً مقدار الشغل المبذول لسحب جسم كتلته $(50\ kg)$ على أرضية أفقية مسافة قدرها $(10\ m)$، إذا علمت أن معامل الاحتكاك بين الأرضية والجسم يساوي (0.5).

4-2 سُحِبتْ عربة طفل مسافة قدرها $(10\ m)$ فوق ممشى جانبي يميل بزاوية قدرها $(15°)$ فوق الطريق الأفقي. أوجد حسابياً مقدار الشغل المبذول في هذه العملية إذا كانت الكتلة الكلية للطفل والعربة $(20\ kg)$.

4-3 تستغرق شاحنة كتلتها $(3\times10^{4}\ kg)$ زمناً قدره $(30\ min)$ لتصعد طريقاً جبلياً من ارتفاع $(200\ m)$ إلى $(3000\ m)$.

1- أوجد حسابياً مقدار الشغل الذي تبذله الشاحنة ضد الجاذبية الأرضية.

2- أوجد حسابياً مقدار القدرة الحصانية التي تستهلكها الشاحنة ضد الجاذبية في هذه العملية.

4-4 مركبة فضائية متحدة مع مركبة الفضاء أبولو، تبلغ كتلة المركبتين $(2.9\times10\ \ kg)$، وتبلغ سرعتها $(11.2\ km/s)$. ما هي الطاقة الحركية للمركبتين معاً؟

4-5 كرة كتلتها $(200\ g)$ تتحرك بسرعة مقدارها $(20\ m/s)$ اصطدمت عمودياً بجدار تحرك خلاله مركز الكرة مسافة قدرها $(0.3\ cm)$، ارتدت بعد ذلك إلى الوراء وعلى المسار المستقيم الذي كانت تتحرك عليه نفسه.

1- أوجد مقدار زمن تلامس الكرة مع الجدار.

2- أوجد متوسط القوة التي أثرت بها الكرة على الجدار.

4-6 أثبت أن العلاقة الرياضية بين كمية العزم الخطي والطاقة الحركية هي:

$$K = \frac{P^2}{2m}$$

4-7 رصاصة كتلتها $(20\ \ g)$ تتحرك بسرعة قدرها $(50\ \ m/s)$، اصطدمت بقالب كتلته $(7\ kg)$ مستقر في حالة السكون على سطح منضدة.

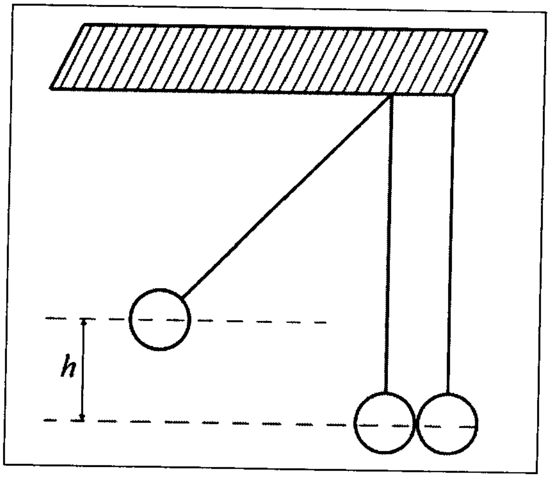
1- أوجد مقدار سرعة القالب بعد التصادم.

2- أوجد حسابياً مقدار قوة الاحتكاك بين المنضدة والقالب إذا تحرك القالب مسافة قدرها $(1.5\ cm)$ قبل التوقف.

4-8 الشكل (8-4) يمثل بندولين تتلاصق كرتيهما في حالة السكون، جذب البندول الأيسر جانباً، ثم تُرك ليصدم مع البندول الأيمن الذي كان ساكناً.

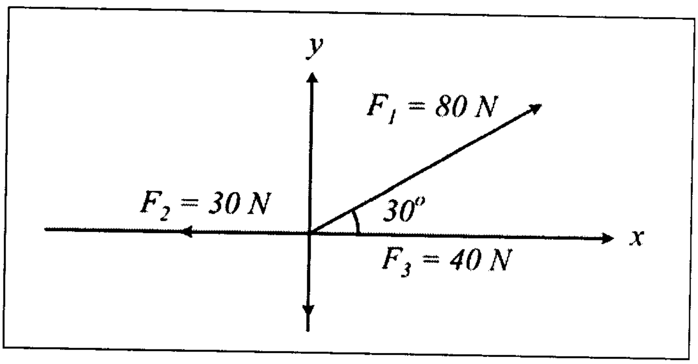
1- ما هي سرعة البندول الأيسر قبل التصادم مباشرة؟ أوجد مقدارها.

2- إذا كانت الكتلتان (m_1) و (m_2) متساويتين، أوجد الارتفاع الذي تصل إليه الكرتان بعد التصادم بدلالة الارتفاع (h).



الشكل (4-8)، المسألة (4-8)

4-9 جسم يتحرك على المحور السيني بفعل ثلاث قوى مسافة قدرها $(20\ m)$، انظر الشكل (4-9).



الشكل (4-9) المسألة (4-9)

1- أوجد حسابياً مقدار الشغل المنجز من قبل كل من القوى الثلاثة.

2- أوجد حسابياً مقدار التغير الحاصل في كلٍ من الطاقة الحركية والكامنة.

مسائل اختيارية

Optional Problems

4-1 كرة تبلغ كتلتها $(3\times10^{-4}\ kg)$ ، معلقة بخيط نحو الأسفل وبشكل عمودي على الأفق، أثَّر عليها تيار هوائي ثابت بحيث دفعها إلى اليسار حتى بلغت الزاوية بين الخيط والعمود $(37°)$.

1- أوجد حسابياً مقدار قوة دفع الهواء للكرة.

2- أوجد حسابياً مقدار قوة الشد في الخيط.

4-2 قذف إلكترون أفقياً بسرعة مقدارها $(1.2\times10^{7}\ m/s)$ خلال مجال كهربائي يؤثر بقوة عمودية على الإلكترون مقدارها $(4.5\times10^{-16}\ N)$ فإذا تحرك الإلكترون مسافة $(30\ mm)$ أفقياً.
أوجد حسابياً مقدار المسافة العمودية التي ينحرفها الإلكترون، إذا علمت أن كتلته تساوي $(m_e = 9.1\times10^{-31}\ mg)$.

4-3 سقط جسم كتلته $(2\ kg)$ من ارتفاع $(20\ m)$ إلى أسفل.

احسب متوسط قوة الاحتكاك التي تعاكس حركة الكتلة، إذا كانت سرعتها قبل الاصطدام بالأرض مباشرة هي $(8\ m/s)$.

4-4 لدفع صندوق كتلته $(25\ kg)$ إلى أعلى مستوٍ مائل بزاوية $(25°)$ مع الأفق، يبذل عامل المصلحة قوة موازية للسطح المائل مقدارها $(209\ N)$.
إذا دفع العامل الصندوق مسافة قدرها $(1.5\ m)$.

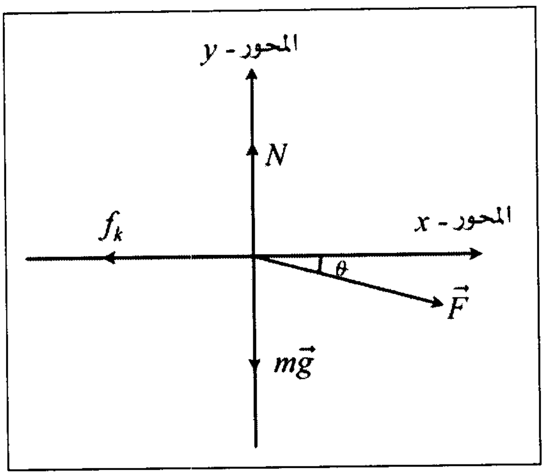
1- ما هو مقدار العمل الذي تم إنجازه على الصندوق (وزن الصندوق)؟ أوجد ذلك حسابياً.

2- ما هو مقدار العمل الذي أنجزه العامل؟

3- ما هو مقدار العمل الذي أنجزته القوة العمودية المطبقة بواسطة السطح المائل؟

4- ما هو مقدار العمل الكلي الذي تم إنجازه على الصندوق؟

4-5 يدفع عامل كتلة مقدارها $(27\ kg)$ على طول أرض مستوية مسافة مقدارها $(9.2\ m)$ بسرعة ثابتة وبقوة تصنع زاوية $(32°)$ تحت المستوى الأفقي. احسب مقدار العمل الذي أنجزه العامل على الكتلة إذا كان معامل الاحتكاك يساوي (0.20)، انظر الشكل (4-10).

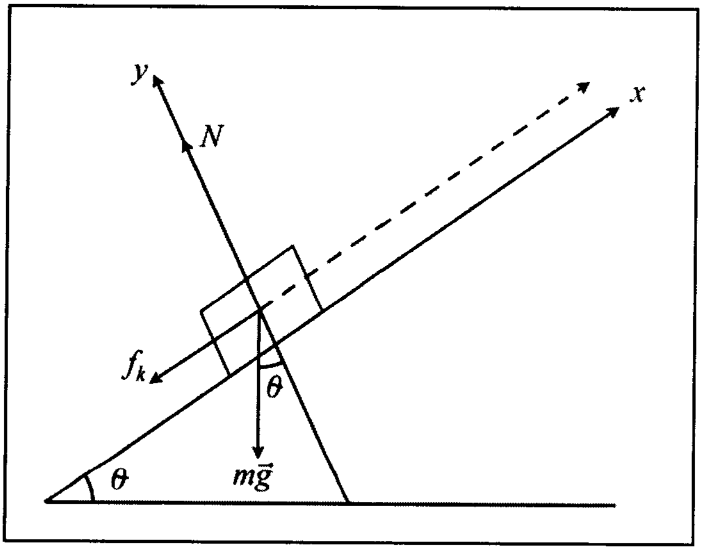


الشكل (4-10) المسألة الاختيارية (4-5)

4-6 صندوق كتلته $(50\,kg)$ دفع مسافة $(6\,m)$ بسرعة ثابتة إلى الأعلى على مستوٍ يصنع زاوية $(30°)$ مع الأفق، فإذا كان معامل الاحتكاك بين الصندوق وسطح المستوي (0.20)، أوجد حسابياً:

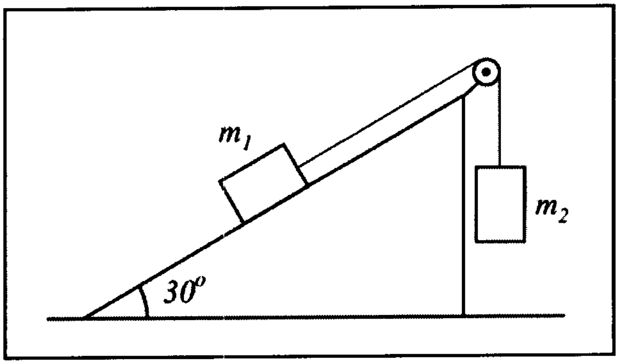
1- مقدار القوة المستخدمة لهذا الغرض.

2- وزن الصندوق هو الآخر قوة مؤثرة في هذه الحركة، ما هو مقدار الشغل المنجز بواسطة وزن الصندوق؟ انظر الشكل (4-11).



الشكل (4-11)، المسألة الاختيارية (4-6)

4-7 جسم كتلته $(m_1 = 3.7\,kg)$ موجود على سطح عديم الاحتكاك يميل على الأفق بزاوية $(30°)$ مربوط بجسم أخر كتلته $(m_2 = 2.3\,kg)$ معلق بشكل عمودي، انظر الشكل (4-12).



الشكل (4-12)، المسألة الاختيارية (4-7)

1- أوجد حسابياً مقدار تسارع كل من الكتلتين (m_1) و (m_2).

2- حدد اتجاه تسارع الكتلة (m_2).

3- أوجد حسابياً مقدار قوة الشد في الخيط.

4-8 جسم كتلته $(8\ kg)$ يسير بسرعة $(2\ m/s)$ بشكل لا يؤثر على حركته أية قوة خارجية. وفي لحظة من الوقت حدث له انفجار داخلي شطره إلى كتلتين متساويتين، حيث أدى هذا الانفجار إلى إكساب الكتلتين طاقة حركية إضافية مقدارها $(16\ J)$ بحيث بقيت كل منهما سائرة على الخط المستقيم الأصلي لبداية الحركة.

1- أوجد حسابياً مقدار سرعة كل من الكتلتين بعد الانفجار.

2- حدد اتجاه كل من الكتلتين بعد الانفجار.

الخلاصة
Summary

- **الشغل:** إذا أثرت قوة ثابتة مقدارها $(\vec{F})$ في جسم وأدت إلى دفعه إزاحة مقدارها $(\vec{s})$ فإن القوة قد بذلت شغلاً على هذا الجسم مقداره:

$$W = \vec{F}.\vec{s}$$

والشغل كمية قياسية ناتجة عن الضرب القياسي لكميتين اتجاهيتين، ويقاس الشغل بالجول، والجول هو الشغل الذي تعمله قوة مقدارها $(1\,N)$ تؤثر في جسم تؤدي إلى إزاحته $(1\,m)$ باتجاه القوة نفسه.

- **الشغل والطاقة الحركية:** إن العلاقة بين كلٍ من الشغل والطاقة الحركية هي:

$$K - K_o = W$$

ومضمون هذه العلاقة أنَّ التغيُّر الناشئ في الطاقة الحركية يساوي الشغل المنجز خلال حركة الجسم، حيث تمثل:

الطاقة الحركية النهائية للجسم: $K = \frac{1}{2}mv^2$

الطاقة الحركية الابتدائية للجسم: $K_o = \frac{1}{2}mv_o^2$

- **الشغل والطاقة الكامنة:** إن العلاقة بين كلٍ من الشغل والطاقة الكامنة هي:

$$U - U_o = W$$

حيث تمثل:

الطاقة الكامنة النهائية للجسم: $U = m g h$

الطاقة الكامنة الابتدائية للجسم: $U_o = m g h_o$

ولا بد من التأكيد هنا على أن كلاً من (h_o) و (h) تمثلان المسافات العمودية عن مستوى سطح الأرض.

- **حفظ الطاقة:** إن الطاقة الميكانيكية الكلية هي عبارة عن مجموع الطاقتين الحركية والكامنة للجسم، ونعبِّر عن ذلك بالعلاقة الرياضية:

$$E = K + U$$

وبشكل عام نقول: إنَّ الطاقة محفوظة إذا كان التغير في جميع أشكال الطاقة يساوي صفراً، أي أن:

$\Delta K + \Delta U +$ (التغير في جميع أشكال الطاقة) $=0$

أما إذا كان مجموع التغيرات لا يساوي صفراً فإن الطاقة لا تكون محفوظة.

- **كمية العزم الخطي:** إنَّ كمية العزم الخطي هي مقدار اتجاهي يتعلق بكل من سرعة الجسم وكتلته ونعبِّر عن ذلك رياضياً بالعلاقة:

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

- **حفظ كمية العزم الخطي:** إذا كانت محصلة القوى المؤثرة على مجموعة من الجسيمات مساوية إلى الصفر فهذا يؤدي بالضرورة إلى أن هذه

المجموعة محفوظة، أي أنها تمثل نظاماً مغلقاً ونعبِّر عن ذلك رياضياً بالعلاقة:

$$\sum F_{ext} = 0$$

وتؤدي إلى أن كمية العزم الخطي مقدار ثابت، ونعبر عن ذلك رياضياً بالعلاقة:

$$\vec{P} = const.$$
$$\Delta P = 0$$
$$P - P_o = 0 \Rightarrow P = P_o$$

الكميات الفيزيائية التي تمَّ تداولها في الفصل الرابع[1]

اسم الكمية		الرمز الشائع	وحدة القياس SI	
القوة	force	F	Newton	N
الإزاحة	displacement	s[2]	meter	m
الشغل	work	W	Joule	J
الوزن	weight	W	Joule	J
الطاقة الحركية	kinetic energy	K	Joule	J
الطاقة الكامنة	potential energy	U	Joule	J
السرعة الابتدائية	initial velocity	v_o	m/sec	m/s
السرعة النهائية	final velocity	v	m/sec	m/s
التسارع	acceleration	a	m/sec^2	m/s^2
القدرة	power	P	Watt	W
الطاقة الكلية	total energy	E	Joule	J
ثابت بلانك	Planek's const	h	Joule.sec	J.s
كمية العزم الخطي	momentum	P	kg m/sec	kg m/s
الكتلة	mass	m	kilogram	kg

(1) تسهيلاً على القارئ وضعنا قائمة بالكميات الفيزيائية مع وحدات قياسها والتي تمَّ تداولها في هذا الفصل.

(2) يمكننا أن نستخدم (x) للتعبير عن الإزاحة كما يمكننا استخدام الحرف (d)، ولكن استخدمنا (s) هنا للتعبير عن الإزاحة.