الفصل الثامن

التيار المتناوب

Alternating Current

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

1. أن يميّز الفروق الأساسية بين دوائر التيار المتناوب ودوائر التيار المستمر.
2. أن يكون قادراً على وصف كلٍ من التيار وفرق الجهد عبر أجزاء دائرة التيار المتناوب.
3. أن يحسب القيمة الفعالة لكل من: التيار، فرق الجهد، القوة الدافعة الكهربائية في دائرة التيار المتناوب.
4. أن يحسب كلاً من القيمة العظمى والقيمة اللحظية لفرق الجهد، عبر أي جزء من أجزاء الدائرة، كما يتمكن من حساب زاوية الطور يسبق بها التيار أو يتخلف عن فرق الجهد.
5. أن يحسب تردد الرنين في دائرة التيار المتناوب.
6. أن يستخدم متجهات الطور للتيار والفولتية لوصف دائرة التيار المتناوب.
7. أن يحسب كلاً من الرادة السعوية، الرادة الحثية، وكذلك ممانعة الدائرة بشكل عام.

التيار المتناوب

Alternating Current

8-1 المقدمة *Introduction*:

بات من المعروف للجميع بأن منازلنا ومكاتبنا ومعاملنا يتم تغذيتها بالتيار المتناوب *alternating current*، والذي يكتفى بالإشارة إليه بالحرفين الإنكليزيين (*a c*)، وذلك لتشغيل جميع الأجهزة الكهربائية علاوة على تأمين الإنارة اللازمة لهذه الأماكن، والمعروف كذلك بأن التيار المتناوب ذا التردد (*60 HZ*) يتغير اتجاهه في الثانية الواحدة 120 مرة بين القيمتين السالبة والموجبة على شكل تابع جبي *sinusoidal fashion*.

إن الأجهزة التي تصنعها الشركات لتوليد القوة الكهربائية الدافعة من النوع المتردد *alternating emf* تنتشر *propagate* هذه القوة الدافعة على طول السلك الناقل بسرعة تقترب من سرعة الضوء، وهذا ما يؤكد على أن كافة الإلكترونات بغض النظر عن مكان تواجدها في الناقل تغير اتجاهها في الوقت ذاته. إن الحكمة الأساسية وراء الاعتماد على التيار المتناوب تتمثل في أنَّ التيار المتناوب يتردد كما يتردد المجال المغناطيسي المحيط بالناقل الكهربائي وهذا ما يتيح الفرصة كاملة لاستخدام قانون فاراداي في الحث الكهرومغناطيسي *Faraday's law of induction*، بمعنى أننا نستطيع التحكم بمقدار الجهد الكهربائي زيادةً أو نقصاناً وذلك باستخدام المحولة الكهربائية *transformer device*، إضافة إلى أن التيار

المتناوب يعتبر ملائماً جداً للمكائن الدوارة كالمولدات والمحركات كما سنوضح ذلك في الفقرة القادمة.

8-2 القوة الدافعة الكهربائية والتيار المتناوب

:*Electromotive force and alternating current (a c)*

إن القوة الدافعة الكهربائية تنشأ عند دوران ملف في مجال مغناطيسي خارجي (B)، انظر الشكل (1-8) وهي من النوع المتناوب *alternating*، وذلك بسبب مرور التيار الكهربائي في الملف. إنَّ هذا الترتيب المبسط والموضح في الشكل (1-8) يمكننا من الحصول على فرق في الجهد المتناوب *alternating potential difference* بمقدار وقطبية ثابتين.

إن القوة الدافعة الكهربائية المتناوبة التي حصلنا عليها يُعبَّر عنها بالصيغة الرياضية الآتية:

$$\xi = \xi_m \sin \omega t \qquad (8\text{-}1)$$

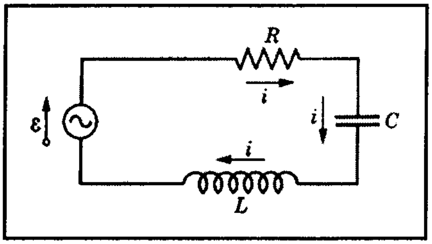
والتي ينتج التيار المتناوب $(a\ c)$ الذي تمثله الصيغة الرياضية الآتية:

$$i = I_m \sin \omega t \qquad (8\text{-}2)$$

حيث إن (I_m, ξ_m) تمثلان القيم العظمى *Amplitude* للقوة الدافعة الكهربائية والتيار المتناوبين، بينما تمثل (i,ξ) القيمة الآنية *Instantaneous* لكلٍ منهما. وبصفة عامة يمكننا توضيح العلاقة بين كلٍ من القوة الدافعة الكهربائية (ξ) المتناوبة، والتيار الكهربائي (i) المتناوب، عندما تُستخدم لتزويد دائرة كهربائية مكونة من مقاومة (R) ومكثف (C) وملف (L)، انظر الشكل (1-8).

إن القوة الدافعة الكهربائية التي تعبّر عنها المعادلة *(8-1)* تؤدي إلى مرور تيار متناوب *(a c)* نعبِّر عنه بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$i = I_m \sin(\omega t + \phi) \qquad (8\text{-}3)$$



الشكل (1-8)

يبين الدائرة التي يظهر فيها مولد التيار المتناوب والقوة الدافعة الكهربائية *(ξ)*

كما يظهر فيها مكوناتها الثلاثة *(R)*، *(C)*، *(L)*

وفيها يمتلك التيار اللحظي *(i)* القيمة نفسها في أي لحظة زمنية وذلك في جميع أجزاء دائرة التيار المتناوب، كما أن التردد الزاوي *(ω)* *angular frequency* للمولد أي للقوة الدافعة، يساوي التردد الزاوي نفسه للتيار المتناوب.

إنَّ القيم الأساسية للقوة الدافعة الكهربائية المتناوبة هي سعتها العظمى (ξ_m) وترددها الزاوي *(ω)*، أما القيم الأساسية للتيار المار في الدائرة المبينة في الشكل (1-8) والمكونة من المقاومة *(R)* والمكثف *(C)* والمحث *(L)* فهي سعته *(I)* وثابت متجه الطور *phase constant* *(φ)*. ونستطيع أن نلخص القيم المعلومة والقيم التي نهدف إلى تحديدها في الجدول (1-8).

المعطيات (معلومة)	المطلوب تحديده
ω, ξ_m, *generator* المولد	I, ϕ
L, C, R الدائرة	I, ϕ

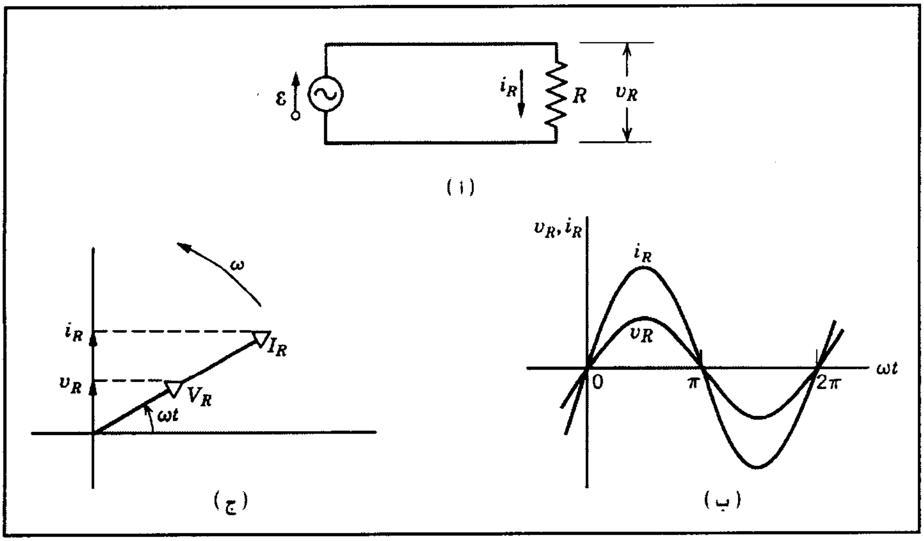
الجدول (1-8)

8-3 ثلاث دوائر بسيطة *Three simple Circuits* :

إن الهدف من هذه الفقرة هو تبسيط المفاهيم الأساسية للدائرة المبينة بالشكل (8-1)، وذلك باعتماد ثلاث دوائر للتيار المتناوب يحتوي كل منها على جزء واحد من مكوناتها وتشتمل كذلك على مولد للقوة الدافعة الكهربائية لضمان مرور التيار المتناوب فيها.

8-3-1 دائرة مقاومة *Aresistive Circuil*:

بهدف دراسة المقاومة في دائرة التيار المتناوب، دعنا نتأمل الشكل (8-2).



الشكل (8-2)

أ- دائرة بسيطة تحتوي على مقاومة *(R)* موصولة مع مولد التيار المتناوب.

ب- كل من التيار والجهد عبر المقاومة ولهما متجه الطور نفسه *(ϕ)*.

ج- توضيح ما حصل في الجزء (ب) بواسطة متجه الطور.

من خلال الشكل (8-2 أ) نجد أنَّ الدائرة الكهربائية تحتوي مولداً للقوة

الدافعة الكهربائية المتناوبة (ξ) تمَّ وصل مقاومة مقدارها (R) معه على التوالي، يمر بها تيار كهربائي متناوب لحظي (i_R)، وبتطبيق قانون الدائرة الكهربائية في أي لحظة زمنية (قانون كيرشوف الثاني) نجد:

$$\xi - \upsilon_R = 0$$

ومن المعادلة *(8-1)* نجد أن فرق الجهد اللحظي بالنسبة للمقاومة هو:

$$\upsilon_R = \xi_m \sin \omega t$$

وبما أن السعة العظمى لفرق الجهد المتناوب أو الفولتية المارة خلال المقاومة (υ_R) مساوية للسعة العظمى للقوة الدافعة الكهربائية المتناوبة (ξ_m)، إذن نستطيع أن نعبِّر عن فرق الجهد المتناوب عبر المقاومة بالمعادلة الآتية:

$$\upsilon_R = V_R \sin \omega t \qquad (8\text{-}4)$$

ومن تعريفنا للمقاومة وفق قانون أوم نستطيع أن نعبِّر عن التيار المار خلالها (i_R) على النحو الآتي:

$$i_R = \frac{\upsilon_R}{R} = \frac{V_R}{R} \sin \omega t$$

$$i_R = I_R \sin \omega t \qquad (8\text{-}5)$$

وبمقارنة المعادلتين *(8-2)* و*(8-5)*، وبملاحظة أن متجه الطور في هذه الحالة يساوي إلى الصفر $(\phi = 0)$، نستطيع أن نستنتج أن القيمة العظمى لكلٍ من الفولتية والتيار المتناوبين عبر المقاومة يرتبطان بالمعادلة الآتية:

$$V_R = I_R R \qquad \text{(مقاومة)} \qquad (8\text{-}6)$$

وتستخدم المعادلة *(8-6)* عندما تحتوي دائرة التيار المتناوب على مقاومة فقط مهما كانت الدائرة معقدة.

إن مقارنة المعادلتين *(8-3)* و*(8-4)* تؤكد أن القيم اللحظية لكل من الفولتية (υ_R) والتيار (i_R) لهما متجه الطور نفسه *inphase*، وهذا ما يؤكد أيضاً أنَّ قيمها العظمى تحصلان عند الزمن نفسه، انظر الشكل (3-8 ب) حيث يبيّن رسماً بيانياً لكل من $\upsilon_R(t)$ و $i_R(t)$.

يمكننا بطريقة أخرى أن نوضح كيف أنَّ كلاً من (υ_R) و (i_R) لهما متجه الطور نفسه، وذلك باستخدام طريقة المتجه الدوار *pharos* بعكس عقارب الساعة، انظر الشكل (2-8 ج)، وذلك عند أية لحظة زمنية حيث تكون فيها زاوية الطور *phase angle* مساوية إلى (ωt). مرةً أخرى، ومن خلال الشكل نفسه وبأخذ مسقط كل من المتجه الدوار للفولتية (υ_R) والمتجه الدوار للتيار (i_R) على المحور العمودي (y) نحصل على المقادير الآنية لهاتين الكميتين المتاوبتين (υ_R) و (i_R)، واللتين لهما الطور نفسه *in phase*، أي أنهما متطابقتي الطور، وهذا ما يؤكد دائماً بأن متجه الطور لكل منهما يقع على الآخر وعلى طول الخط المستقيم نفسه.

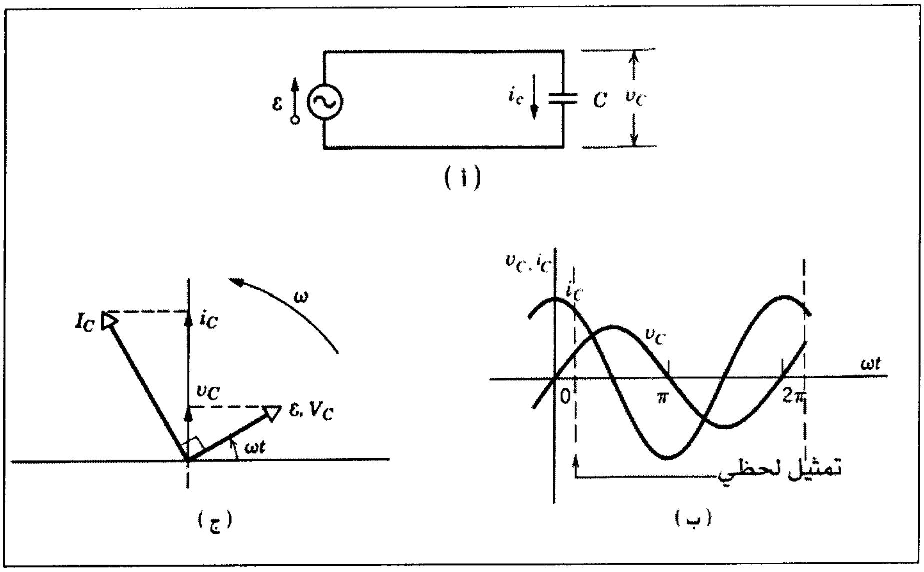
8-3-2 المكثف في دائرة التيار المتناوب *A capacitive Circuit*:

بهدف دراسة المكثف في دائرة التيار المتناوب، دعنا نتأمل الشكل (3-8)

من خلال الشكل (3-8 أ) نجد أن الدائرة الكهربائية تحتوي مولداً للقوة الدافعة الكهربائية المتناوبة تساوي إلى (ξ) تمّ وصل مكثف سعته (C) معها على التوالي، يمر بها تيار كهربائي متناوب لحظي (i_C)، وبتطبيق قانون الدائرة

الكهربائية عليها في أي لحظة زمنية، نجد أن فرق الجهد اللحظي عبر المكثف عبارة عن:

$$\upsilon_C = V_C \sin \omega t \qquad (8\text{-}7)$$



الشكل (3-8)

أ- دائرة بسيطة تحتوي على مكثف (C) ومولد للتيار المتناوب.

ب- كل من فرق الجهد والتيار عبر المكثف، وفيه يظهر كيف أنّ الجهد يتأخر بمقدار $(90°)$ عن التيار.

ج- متجه الطور يوضح ما يحصل في الجزء (ب) من هذا الشكل.

حيث تمثل (V_C) السعة العظمى للفولتية المارة عبر المكثف، وباستخدام تعريف سعة المكثف *capacitance* نستطيع إعادة صياغة المعادلة *(8-7)* على النحو الآتي:

$$q_C = C\upsilon_C = CV_C \sin \omega t \qquad (8\text{-}8)$$

وبما أننا نسعى إلى معرفة التيار اللحظي المار خلال المكثف وليس الشحنة

الكهربائية، فلا بد من اشتقاق طرفي المعادلة (8-8) بالنسبة للزمن لهذا الغرض، وهكذا نجد أنَّ:

$$i_C = \frac{dq_C}{dt} = \omega C V_C \cos \omega t$$

$$i_C = \omega C V_C \cos \omega t \qquad (8\text{-}9)$$

نستطيع الآن إعادة صياغة المعادلة (8-9) للمكثف، وذلك لغرض مقارنتها مع المعادلة الرياضية (8-6) للمقاومة، ولهذا الغرض سوف نعرّف الكمية (X_C) والتي يُطلق عليها اسم المرادَّة السعوية *Capacitive reactance* والتي نعبِّر عنها رياضياً على الشكل الآتي:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \qquad \text{(المرادَّة السعوية)} \qquad (8\text{-}10)$$

ويتضح من خلال المعادلة الرياضية (8-10) أن مقدار المرادَّة السعوية يعتمد على كل من مقدار سعة المكثف (C) وكذلك التردد الزاوي (w) *angular frequency* الذي يعمل عنده المكثف.

ومن خلال تعريف ثابت الزمن السعوي *Capacitive time constant* $(\tau = RC)$، نستطيع معرفة وحدة قياس المرادَّة السعوية (X_C) في النظام الدولي للقياس، وهي كما يتضح ببساطة وحدة قياس المقاومة نفسها، أي الأوم *Ohm*، ذلك أن وحدة قياس السعة (C) في النظام الدولي للقياس يمكننا التعبير عنها بوحدة الثانية لكل أوم ووحدة قياس التردد الزاوي هو راديان لكل ثانية، وبتعويض ذلك في المعادلة (10-8) نجد أنَّ وحدة قياس المرادَّة السعوية هي الأوم.

وبالرجوع مرة أخرى إلى المعادلة (8-9) وبعد استبدال الدالة $(\cos \omega t)$ بما يساويها بدلالة الدالة $(\sin \omega t)$، ذلك أنّ:

$$\cos \omega t = \sin (\omega t + 90°)$$

يمكننا إعادة صياغة المعادلة *(8-9)* على النحو الآتي:

$$i_C = \left(\frac{V_C}{X_C} \right) \sin(\omega t + 90°)$$

$$i_C = I_C \sin(\omega t + 90°) \qquad (8\text{-}11)$$

وبمقارنة المعادلتين *(8-3)* و*(8-11)* نجد أن ثابت الطور يساوي إلى $(\phi = -90°)$، وذلك إذا كانت الدائرة الكهربائية تحتوي على مكثف فقط، كما أننا نستطيع أن نعبِّر رياضياً عن السعة العظمى للفولتية المارة خلال المكثف بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$V_C = I_C X_C \qquad \text{(مكثف)} \qquad (8\text{-}12)$$

ومن المناسب ذكره هنا أن المعادلة *(8-12)* تُستخدم في حال وجود مكثف مفرد في أي دائرة يمر بها تيار متناوب $(a\,c)$ مهما كانت الدائرة معقدة.

ومن خلال الشكل (3-8 ب) وكذلك من خلال مقارنة المعادلتين *(8-7)* و*(8-11)* نجد أنَّ الكميات اللحظية لكل من الفولتية والتيار (v_C) و(i_C) تفصلهما عن بعضهما زاوية مقدارها $(90°)$ أو ربع دائرة أي أنهما متفاوتتي الطور *out of phase*، وهذا ما يؤكد بأن التيار المتناوب في المكثف (i_C) يصل إلى قيمته العظمى قبل أن تصل الفولتية (v_C) إلى قيمتها العظمى بمقدار ربع دائرة أو $(90°)$. وهذا ما يمكن توضيحه تماماً بوساطة رسم المتجه الدوار *pharos diagram*، انظر الشكل (3-8 ج) لتجد أنَّه متفق تماماً مع المعادلتين *(8-7)* و*(8-11)*.

مثال (8-1) *Example*

في الشكل (3-8 أ) إذا كان مقدار سعة المكثف يساوي $(C = 15.0\ \mu F)$،
ويبلغ مقدار تردد التيار المتناوب المار في الدائرة $(f = 60\ HZ)$، بينما تبلغ السعة العظمى للفولتية $(\xi_m = V_C = 36V)$.

أوجد حسابياً:

1- مقدار المرادة السعوية *capacitive reactance* (X_C) للمكثف.

2- مقدار السعة العظمى للتيار (I_C).

الحل *Solution*:

1- من المعادلة *(8-10)* نجد أنَّ:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$
$$= \frac{1}{(2\pi)(60HZ)(15.0\times 10^{-6} F)}$$
$$= 177\Omega$$

ومن المناسب هنا أن يتذكر القارئ بأن وحدة قياس المرادَّة السعوية هي الأوم، ولكنها ليست مقاومة، بل مَرادَّة سعوية.

2- ومن المعادلة *(8-12)* نجد أنَّ:

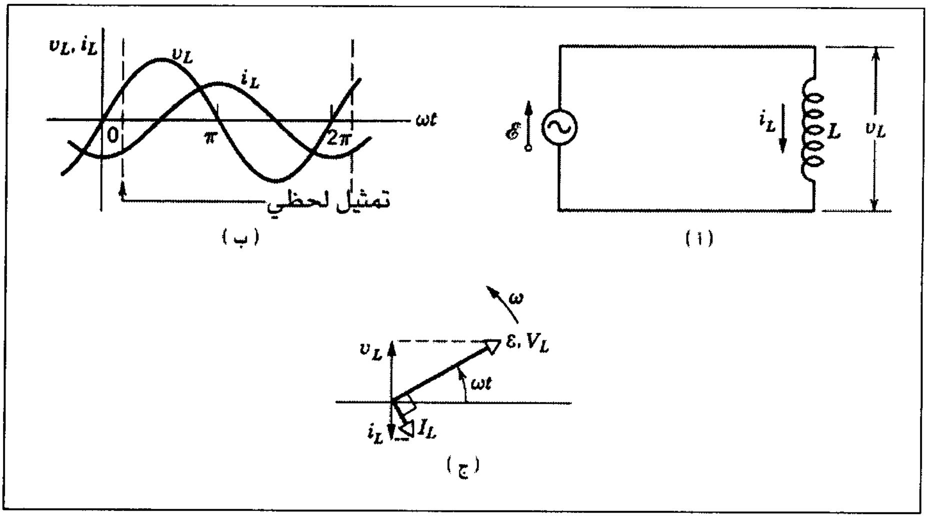
$$I_C = \frac{V_C}{X_C} = \frac{36V}{177\Omega} = 0.203A$$

ومن المناسب أن نؤكد مرة أخرى هنا أنَّ المرادَّة السعوية تقوم بدور

المقاومة نفسه في دائرة التيار المتناوب، كما أننا ننوه بأن العلاقة بينها وبين التردد هي علاقة عكسية، أي أنَّه كلما زاد التردد قلَّت المرادَّة السعوية.

8-3-3 المحث في دائرة التيار المتناوب *An inductive Circuit*:

بهدف دراسة المحث في دائرة التيار المتناوب، دعنا نتأمل الشكل (4-8)



الشكل (4-8)

أ- دائرة بسيطة تحتوي على مكثف (L) ومولد للتيار المتناوب.

ب- يوضح العلاقة بين فرق الجهد والتيار عبر الملف، كما يتبين كيف أنَّ فرق الجهد يتقدم التيار بمقدار $(90°)$.

ج- متجه الطور يوضح ما يحصل في الجزء (ب) من هذا الشكل.

من خلال الشكل (4-8 أ) نجد أن الدائرة الكهربائية تحتوي مولداً للقوة الدافعة الكهربائية المتناوبة $(\mathcal{E})$ تمَّ وصله مع ملف (L) على التوالي، يمر به تيار كهربائي متناوب لحظي (i_L)، وبتطبيق قانون الدائرة الكهربائية عليها في أي لحظة زمنية، نجد أنَّ فرق الجهد اللحظي عبر الملف عبارة عن:

$$\upsilon_L = V_L \sin \omega t \qquad (8\text{-}13)$$

حيث (V_L) هي السعة العظمى للفولتية المارة عبر الملف، وباستخدام تعريف مَحَاثة الملف *inductance* نستطيع إعادة صياغة المعادلة *(8-13)* على النحو الآتي:

$$\upsilon_L = L\frac{di_L}{dt} \qquad (8\text{-}14)$$

وبدمج المعادلتين *(8-13)* و*(8-14)* نجد أنَّ:

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{V_L}{L}\sin \omega t \qquad (8\text{-}15)$$

وبما أننا نسعى إلى معرفة التيار اللحظي المار خلال الملف وليس على مشتقته الأولى بالنسبة للزمن فلا بد إذن من إجراء عملية التكامل *integration* على طريق المعادلة *(8-15)*، وهكذا نجد أنّ:

$$i_L = \int di_L = \frac{V_L}{\omega L}\int \sin \omega t \, dt(\omega)$$

$$iL = -\left(\frac{V_L}{\omega L}\right)\cos \omega t \qquad (8\text{-}16)$$

ونستطيع الآن إعادة صياغة المعادلة *(8-16)* لغرض مقارنتها مع المعادلة الرياضية *(8-6)* والمعادلة *(8-12)*، ولتحقيق هذا الغرض سوف نعرِّف الكمية (X_L) التي يطلق عليها المرادَّة الحثية *inductive reactance* والتي تعرَّف على النحو ا لآتي:

$$X_L = \omega L \qquad \text{(المرادة الحثية)} \qquad (8\text{-}17)$$

ويتضح من خلال المعادلة الرياضية *(8-17)* أنَّ مقدار المرادة الحثية يعتمد على كل من محاثة الملف (L) وكذلك التردد الزاوي (ω) الذي يعمل عنده الملف. ومن خلال وحدات قياس كلٍ من (ω) و(L) في النظام الدولي نستطيع التأكد بأن وحدة قياس (X_L) هي الأوم تماماً مثلها مثل: (X_C).

وبالرجوع مرةً أخرى إلى المعادلة *(8-16)* وبعد استبدال $(- \cos \omega t)$ بما يساويها بدلالة $(\sin \omega t)$، ذلك أنَّ:

$$- \cos \omega t = \sin (\omega t - 90°)$$

إذاً نستطيع إعادة صياغة المعادلة *(8-16)* على النحو الآتي:

$$i_L = \left(\frac{V_L}{X_L} \right) \sin (\omega t - 90°)$$

$$i_L = I_L \sin (\omega t - 90°) \qquad (8\text{-}18)$$

وبمقارنة المعادلتين *(8-13)* و*(8-18)* نجد أنَّ متجه الطور يساوي $(\phi = + 90°)$، وذلك إذا كان الحمل في الدائرة الكهربائية عبارة عن ملف فقط، كما أننا نستطيع أن نعبِّر رياضياً عن السعة العظمى للفولتية المارة خلال الملف بالعلاقة الآتية:

$$V_L = I_L X_L \qquad \text{(ملف)} \qquad (8\text{-}19)$$

وتستخدم المعادلة *(8-19)* في حال وجود ملف مفرد في أي دائرة يمر بها تيار متناوب $(a c)$ مهما كانت الدائرة معقدة.

إن مقارنة المعادلتين *(8-18)* و*(8-13)* وكذلك ملاحظة الشكل (4-8 ب) يؤكد أنَّ الكميتين (i_L) و(v_L) يفصلهما عن بعضهما فرق في الطور مقداره

$(90°)$، كما نلاحظ أن (i_L) متخلف عن (υ_L) بهذا المقدار، وبمعنى آخر فإنّ التيار اللحظي في الملف (i_L) يصل إلى قيمته العظمى بعدما تصل الفولتية اللحظية في الملف (υ_L) قيمتها العظمى بربع دورة *one-quarter cycle*. ومرة أخرى نجد أنَّ المتجه الدائر يؤكد كذلك أنَّ (i_L) يتخلف أو يتأخر بزاوية $(90°)$ عن الفولتية (υ_L)، انظر الشكل (4-8 ج). ولأهمية العلاقة بين كلٍ من التيار اللحظي (i) والفولتية في كلٍ من المكونات الثلاثة المقاومة والمكثف والمحث $(R$ و C و $L)$ في دائرة التيار المتناوب $(a\ c)$، نرى من الضرورة بمكان أن يتأمل القارئ الجدول (2-8) الذي تم ترتيبه لمساعدته على سرعة تذكر هذه العلاقة الهامة.

العلاقات الرياضية لمتجه الطور وسعة كلٍ من ا لتيار والفولتية المتناوبة العظمى

عنصر الدائرة	الرمز	الممانعة	طورا لتيار	مقدار متجه الطور	علاقة السعة
مقاومة	R	R	*In phase with* υ_R	$0°$	$V_R=IR$
مكثف	C	X_C	*Leads by* υ_C $90°$	$-90°$	$V_C=IX_C$
محث	L	X_L	*Lags by* υ_L $90°$	$+90°$	$V_L=IX_L$

الجدول (2-8)

Many student remember these phase relationswith mnemonic "ELI the ICE man"

يبين طور كل من التيار وفرق الجهد عبر المكونات الثلاثة لدائرة (RLC) على التوالي،

كما يبيِّن مقادير زوايا الطور بينهما

يوضح الجدول أيضاً العلاقات الرياضية التي يمكن استخدامها لحساب السعة العظمى للفولتية في مكونات الدائرة الأساسية

Example (8-2) مثال

في الشكل (8-4 أ) يبلغ مقدار محاثة الملف $(L = 230\,mH)$، ويبلغ مقدار تردد التيار المتناوب المار خلاله $(f = 60\,HZ)$، إذا علمت أنَّ مقدار السعة العظمى للفولتية $(V_L = 36.0\,V)$.

1- أوجد حسابياً مقدار المَرَادَّة الحثية *Inductive reactance* (X_L).

2- أوجد حسابياً مقدار السعة العظمى للتيار (I_L) المار في الدائرة.

الحل *Solution*:

1- باستخدام المعادلة الرياضية *(8-17)*، نجد أنَّ:

$$\begin{aligned} X_L &= \omega L = 2\pi f L \\ &= (2\pi)(60\,HZ)(230 \times 10^{-3}\,H) \\ &= 86.7\,\Omega \end{aligned}$$

2- وبتطبيق العلاقة الرياضية *(8-19)*، نجد أنَّ:

$$I_L = \frac{V_L}{X_L} = \frac{36\,V}{86.7\,\Omega} = 0.415\,A$$

من المناسب أن يتنبه الطالب هنا إلى أنَّ العلاقة بين المَرَادَّة الحثية والتردد هي علاقة طردية. أي أنَّ الترددات العالية ترافقها مرادات حثية عالية.

8-4 دائرة RLC على التوالي *Series RLC Circuit*:

بعد أن أتممنا دراسة الدوائر البسيطة لعناصر الدائرة الكهربائية التي يمر بها تيار متناوب، وذلك لكلٍ من المقاومة (R) والملف (L) والمكثف (C)

على انفراد، أصبح من المناسب الآن دراسة الدائرة التي تشتمل على المكونات الثلاثة في آن معاً.

تأمل الشكل (1-8) سابق الذكر، تجد أن العناصر الثلاثة (R) و(L) و(C) تمّ وصلها على التوالي بمصدر للقوة الدافعة الكهربائية في الدائرة والتي عبَّرنا عنها بالعلاقة الرياضية:

$$\xi = \xi_m \sin \omega t \qquad (8\text{-}20)$$

أما التيار المتناوب $(a\,c)$ المار خلال الدائرة فتمثله العلاقة الرياضية:

$$i = I \sin(\omega t - \phi) \qquad (8\text{-}21)$$

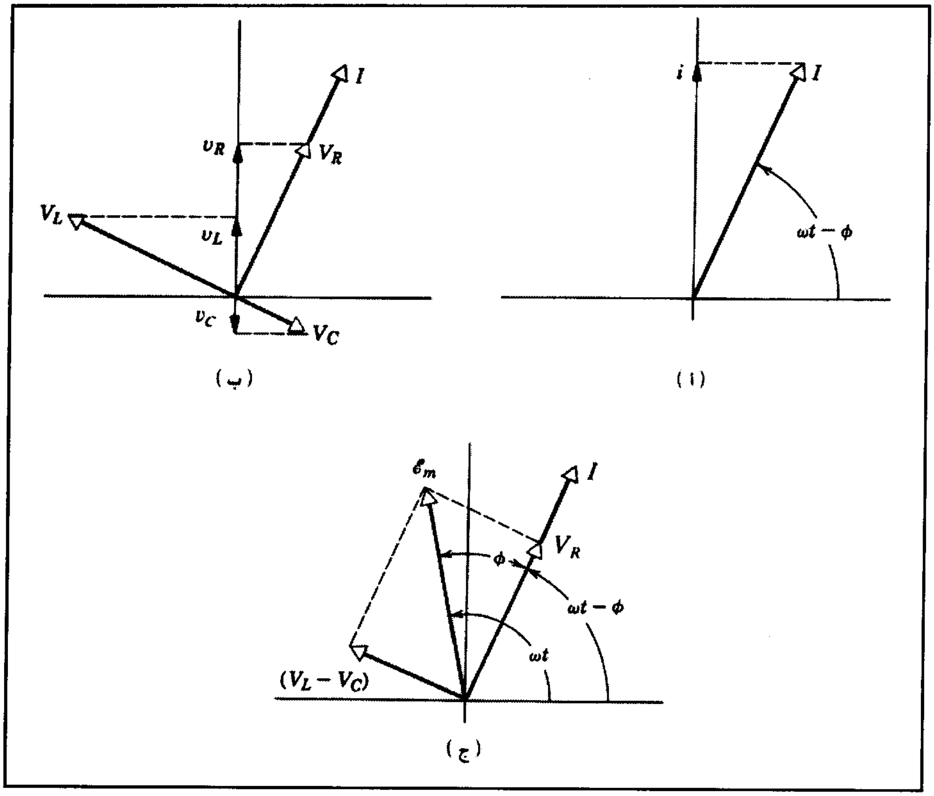
إنّ هدفنا الآن هو تحديد العلاقات الرياضية المعبّرة عن كلٍ من السعة العظمى للتيار (I) وكذلك ثابت الطور (ϕ).

وسوف نبدأ الآن باستخدام قانون المسار المغلق *loop rule* على الدائرة المبينة في الشكل (1-8)، والذي سوف يؤدي إلى:

$$\xi = \upsilon_R + \upsilon_L + \upsilon_C \qquad (8\text{-}22)$$

إنَّ هذه المعادلة ذات الحدود الأربعة المتغيرة تبقى صحيحة في أي لحظة من عمل الدائرة. ولإكمال دراسة كلٍ من (I) و(ϕ) انظر الشكل (5-8) حيث يمثل مواقع متجهات الطور *pharos diagram*.

تأمل الشكل (5-8 أ) وستلاحظ أنَّ القيمة العظمى للتيار هي (I) وطوره هو $(\omega t - \phi)$، أما القيمة الآنية للتيار فهي (i) وتلاحظ أيضاً أنها مشتركة لجميع عناصر الدائرة.



الشكل (5-8)

(أ) متجه الطور لكلٍ من القيمة العظمى للتيار (I) والقيمة الآنية له (i).

(ب) متجهات الطور لفرق الجهد عبر المقاومة، المكثف والملف، ويلاحظ فروق الطور بالنسبة للتيار.

(ج) محصلة الفولتية عبر كلٍ من المكثف والملف، وموقع فولتية المقاومة، مع بيان موقع القوة الدافعة الكهربائية (emf).

إنَّ المعلومات التي أوردناها في الجدول (2-8) تمكّننا من تحديد متجهات الطور *pharos* والتي تمثل الجهد عبر كلٍ من (R)، (L)، (C)، انظر الشكل (5-8 ب) وذلك عند اللحظة التي يكون فيها الطور مساوياً إلى $(\omega t-\phi)$. بعد ذلك تأمل الشكل (5-8 ب) ثم ابدأ باستخدام العمليات

الجبرية على الكميات المتجهة لتجد أنَّ ذلك يقودنا إلى الشكل (5-8 ج)، حيث يمكننا تحديد القيمة العظمى للتيار (I) على النحو الآتي:

$$\xi_m^2 = \upsilon_R^2 + (V_L - V_C)^2$$
$$\xi_m^2 = (IR)^2 + (IX_L - IX_C)^2 = I^2[R^2 + (X_L - X_C)^2]$$

$$I = \frac{\xi_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \qquad (8\text{-}23)$$

إن المقام في هذه المعادلة $(8\text{-}23)$ يسمى ممانعة الدائرة المكونة من المقاومة والمكثف والملف *Impedance* ويشار إليها بالحرف الإنكليزي (Z)، أي أنَّ:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \qquad (8\text{-}24)$$

وبناءً على ذلك يمكننا أن نعيد التعبير عن القيمة العظمى للتيار المار في الدائرة على النحو الآتي:

$$I = \frac{\xi_m}{Z} \qquad (8\text{-}25)$$

كما يمكننا أن نعبّر عنه مرة أخرى، وذلك بتعويض المقادير (X_L) و(X_C) من المعادلتين $(8\text{-}17)$ و$(8\text{-}10)$ لنحصل على:

$$I = \frac{\xi_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad \text{(السعة العظمى للتيار)} \qquad (8\text{-}26)$$

إنَّ المعادلة $(8\text{-}26)$ تسمى معادلة الرنين لهذه الدائرة *resonance*، وذلك لأن قيمة التيار (I) كما أسلفنا هي القيمة العظمى وهي القيمة التي يحدث

عندها الرنين، ولكي نحصل على قيمة التيار العظمى، ومن خلال المعادلة *(8-26)* نجد أنَّ، الشرط اللازم لذلك هو:

$$\frac{1}{\omega C} = \omega L$$

$$\omega^2 CL = 1$$

أي أنَّ مقدار التردد الزاوي (ω) عند حدوث الرنين *resonance* يساوي إلى:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

كما أن المعادلة *(8-26)* تبيّن أنَّ القيمة العظمى للتيار في حالة الرنين تزداد إذا نقصت قيمة المقاومة.

8-4-1 ثابت الطور لدائرة *phase constant (RLC) circuit*:

بعد أن تمكنا من إيجاد الصيغة الرياضية المعبرة عن القيمة العظمى للتيار، لا بد لنا من أن نحدد الصيغة الرياضية لحساب ثابت الطور (ϕ)، إنَّ الرجوع مرة أخرى إلى الشكل (5-8 ج) والجدول (1-8) يمكننا من التعبير عن ثابت الطور (ϕ) باستخدام النسبة المثلثية المعروفة لظل هذه الزاوية وذلك على النحو الآتي:

$$tan\phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{IX_L - IX_C}{IR}$$

والتي تؤدي إلى:

$$tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R} \qquad \text{(ثابت الطور)} \qquad (8\text{-}27)$$

إنَّ ملاحظة المعادلة *(8-27)*، وبعد استخدام تعريف كلٍ من (X_L)

و (X_C) يقودنا إلى الاستنتاج بأننا تمكنا من التعبير عن ثابت الطور (ϕ) بدلالة كلٍ من (L) و(C) و(R) و(ω) دون أن يكون هناك أثر للمقدار (ξ_m) الذي يمثل القيمة العظمى للقوة الدافعة الكهربائية. إنَّ هذه المعادلة تقودنا إلى إيجاد ثابت الطور للتيار بالنسبة للقوة الدافعة الكهربائية (emf) المستخدمة في الدائرة. ولربما حان الوقت لنتساءل لماذا افترضنا خلال دراستنا لهذه الدائرة $(R\ L\ C)$ بأن المَرَادّة الحثية (X_L) تكون أكبر من المَرَادّة السعوية (X_C)، إنَّ ملاحظةً بسيطة لمعادلة التيار *(8-23)* تفيدنا بأن المقدار $(X_L - X_C)^2$ سوف لن تتغير قيمته باعتباره مرفوعاً للقوة الموجبة $(+2)$، أي المقدار $(X_L - X_C)$ للتربيع يبقى مقداراً موجباً.

8-4-2 حالتان محدودتان لدائرة *(RLC)*

:*Two Limiting Cases of the (RLC) Circuit*

1- إذا كان المقدار $(R = X_L = 0)$ في المعادلتين *(8-23)* و*(8-27)*، فإن التعبير الرياضي عن التيار يؤول إلى المعادلة:

$$I = \frac{\xi_m}{X_C}$$

أما ثابت الطور فيؤول إلى المعادلة:

$$\tan\phi = -\infty$$

إذاً:

$$\phi = -90^\circ$$

وهذا ما يؤكد أنَّ الدائرة في هذه الحالة هي عبارة عن دائرة مَرَادَّة سعوية *capacitive ciruit* فقط.

2- إذا كـان المقـدار $(R = X_C = 0)$ في ذات المعـادلتين المـذكورتين في الحالة الأولى، فإن التعبير الرياضي عن التيار يؤول إلى المعادلة:

$$I = \frac{\xi_m}{X_L}$$

أما ثابت الطور فيؤول إلى المعادلة:

$$\tan\phi = +\infty$$
$$\phi = +90^\circ$$

وهذا ما يؤكد أنَّ الدائرة في هذه الحالة هي عبارة عن دائرة مَرَادّة حثية *inductive circuit* فقط.

من الجدير بنا أن نؤكد بأن التيار الذي تمَّ تحديده في المعادلات *(8-21)* و*(8-23)* و*(8-26)* هو تيار ثابت *steady-state* وهو ما يحصل عادة بعض مضي وقت قصير من استخدام القوة الدافعة الكهربائية *(emf)* في الدائرة، ولكن لا بد من التأكيد مرةً أخرى بأن هناك تياراً مؤقتاً *transient current* لا يستهان به، فهو قد يؤدي إلى تلف المحرك إذا لم نحتط لتأثيره خلال عملية تصميم الدائرة الكهربائية الخاصة بالمحرك الكهربائي، ويمكن استئصاله بوساطة ثوابت الزمن الفعال للدائرة والذي نعبر عنه بالمعادلة $(\tau_L = L/R)$ للملف، وتساوي $(\tau_C = RC)$ للمكثف.

مثال (8-3) Example

في الشكل (8-1) اخترنا القيم التالية لعناصر الدائرة:

$$\xi_m = 36\,V, \quad f = 60\,HZ, \quad L = 230\,mH, \quad C = 15\,\mu F, \quad R = 160\,\Omega$$

1- أوجد حسابياً مقدار ممانعة الدائرة *impedance* (Z).

2- أوجد حسابياً مقدار السعة العظمى للتيار *amplitude* (I).

3- أوجد حسابياً مقدار ثابت الطور *phase constant* (ϕ).

الحل ***Solution***:

1- باستخدام المعادلة الرياضية *(8-24)*، نجد أنَّ:

$$
\begin{aligned}
Z &= \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \\
X_L &= \omega L = 2\pi f L \\
&= 2\pi (60\,HZ)(230 \times 10^{-3}\,H) = 86.7\,\Omega \\
X_C &= \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \\
&= \frac{1}{2\pi (60\,HZ)(15 \times 10^{-6}\,F)} = 177\,\Omega \\
Z &= \sqrt{(160\,\Omega)^2 + (86.7\,\Omega - 177\,\Omega)^2} = 184\,\Omega
\end{aligned}
$$

2- وباستخدام المعادلة الرياضية *(8-25)*، نجد أنَّ:

$$
I = \frac{\xi_m}{Z} = \frac{36\,V}{184\,\Omega} = 0.196\,A
$$

3- وباستخدام المعادلة *(8-27)*، نجد أنَّ:

$$
\tan(\phi) = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{86.7\,\Omega - 177\,\Omega}{160\,\Omega} = -0.564
$$

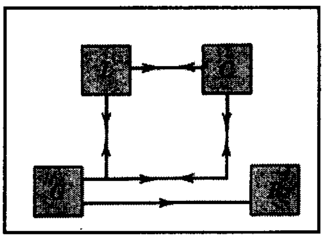
$$
\phi = \tan^{-1}(-0.564) = -29.4^{\circ}
$$

ويلاحظ في هذا المثال أنَّ:

$$
X_C > X_L
$$

8-5 القدرة الكهربائية في دوائر التيار المتناوب :*Power in Alternating Current Circuits*

إنَّ مصدر الطاقة الذي يغذي الدائرة الكهربائية المبينة في الشكل (8-1) هو عبارة عن مولد للتيار المتناوب *generator* (*a c*)، جزء من هذه الطاقة يتم تخزينه *stored* في المجال الكهربائي بين لوحي المكثف (*C*)، وجزء آخر يتم تخزينه في المجال المغناطيسي للملف (*L*)، وجزء آخر يتبدد *dissipated* على شكل طاقة حرارية *thermal energy* في المقاومة . وفي حالة العملية المستقرة التي افترضناها في الدائرة المشار إليها *steady state operation* فإن معدل الطاقة المختزنة في كل من المكثف والملف يبقى ثابتاً، ويبقى صافي الطاقة المنتقلة في الدائرة هو عبارة عن الطاقة الواصلة من المولد إلى المقاومة، والتي تتحول بدورها من طاقة كهرومغناطيسية *electromagnetic* إلى طاقة حرارية، انظر الشكل (8-6) حيث يوضح هذه العملية في الدائرة الكهربائية المذكورة.



الشكل (8-6)

يبين سريان الطاقة في دائرة (*RLC*) المبينة في الشكل (8-1)

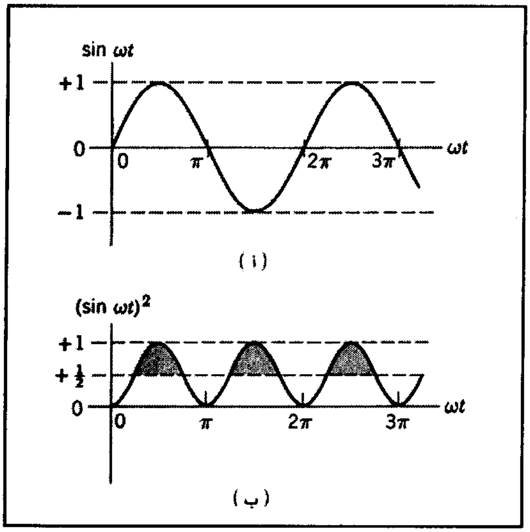
إنَّ متوسط انتقال القدرة المتحولة في المقاومة *transformed power*، وهي بطبيعة الحال قدرة متبددة *dissipated power* يساوي إلى:

$$P = i^2 R = [I \sin(\omega t - \phi)]^2 R$$

$$P = I^2 R \sin^2(\omega t - \phi) \qquad (8\text{-}28)$$

وهذه المعادلة تمثل متوسط انتقال القدرة الكهربائية للمقاومة مع الزمن *average rate over time*، والتي تعد هدفاً أساسياً في هذه الفقرة.

إن متوسط القيمة للمقدار $(\sin^2\theta)$ خلال دورة واحدة حيث يتغير التردد الزاوي $(0-2\pi)$ هو فقط المقدار $(1/2)$، انظر الشكل (7-8).



الشكل (7-8)

يبين كيفية تغير $\sin\theta$ مع الزاوية (θ)

وكذلك تغير $(\sin^2\theta)$ مع (θ) وأن متوسطه خلال دورة واحدة يساوي $(1/2)$

إذن نستطيع الآن إعادة كتابة المعادلة *(28-8)* على النحو الآتي:

$$P_{av} = \frac{1}{2} I^2 R = \left(\frac{I}{\sqrt{2}}\right)^2 R \qquad (8\text{-}29)$$

إن المقـدار $(I/\sqrt{2})$ هـو عبـارة عـن جـذر متوسـط مربـع التيـار (i) ‏*root-mean-square*، والذي نشير إليه بالشـكل (I_{rms}^2)، وهـكـذا وباسـتبدال هذا المقدار في المعادلة *(8-29)* فإنها تأخذ الشكل الآتي:

$$P_{av} = I_{rms}^2 R \qquad \text{(متوسط القدرة)} \qquad (8\text{-}30)$$

إن اسـتخدام جـذر متوسـط مربـع المقـادير $(I,\ V,\ \xi)$ في دوائـر التيـار المتناوب يؤكد بأن متوسط القدرة المتبددة في دوائر التيار المتنـاوب هـي القـدرة المتبددة نفسها في دوائر التيار المستمر وهذا ما تشير إليه المعادلتان $(P = i^2 R)$ و $(P_{av} = I_{rms}^2 R)$ اللتان تؤكدان أيضاً بأن القوة الدافعة الكهربائيـة في دائـرة التيار المتناوب تبقى ثابتة.

إنّ أجهزة القياس من قيـاس الجهـد الكهربـائي *voltmeter* وقيـاس شـدة التيار الكهربائي *ammeters* المستخدمة في دوائـر التيـار المتنـاوب يتم معايرتهـا *calibrated* لتقرأ $(I_{rms}, V_{rms}, \xi_{rms})$. فعلى سبيل المثال عندما نقرأ علـى مقيـاس الجهد الكهربائي الموصول مع دائـرة المنـزل الكهربائيـة $(120\ V)$ فهـذا يعـني من الناحية العملية أنَّ أعلى مقدار لفرق الجهد في هذه الحالة هو:

$$\sqrt{2} \times (120) = 170V$$

ويرجـع السـبب في اسـتخدامنا لهـذه المقـادير المعـبرة عـن جـذر المتوسـط التربيعي في دوائر التيـار المتنـاوب، إلى إبقـاء إمكـانيـة اسـتخدام معادلـة القـدرة المألوفة $(P = i^2 R)$ قائمة وممكنة. ولعله من المناسب هنا توضيح العلاقـة بـين أعلى قيمة للمقادير المذكورة وجذر المتوسط التربيعي لها، والـتي تأخـذ الصيغ الرياضية الآتية:

$$I_{rms} = \frac{I}{\sqrt{2}}, \quad V_{rms} = \frac{V}{\sqrt{2}}, \quad \xi_{rms} = \frac{\xi}{\sqrt{2}} \qquad (8\text{-}31)$$

وعلى هذا الأساس وبملاحظة أن معامل التناسب $(1/\sqrt{2})$ في المعادلة *(31-8)*، فإننا نستطيع إعادة صياغة المعادلتين *(8-25)* و*(8-23)* على النحو الآتي:

$$I_{rms} = \frac{\xi_{rms}}{Z} = \frac{\xi_{rms}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \qquad (8\text{-}32)$$

إن الصيغة الرياضية المبينة في العلاقة *(8-32)* هي الصيغة التي تستخدم غالباً في التطبيقات العملية، وبطريقة مماثلة نستطيع إعادة صياغة المعادلة *(30-8)* من جديد على النحو الآتي:

$$P_{av} = \frac{\xi_{rms}}{Z} I_{rms} R = \xi_{rms} I_{rms} \frac{R}{Z} \qquad (8\text{-}33)$$

ومن خلال ملاحظة كلٍ من الجدول (1-8) والشكل (4-8 ج) نجد أنّ المقدار:

$$\frac{R}{Z} = \frac{V_R}{\xi_m} = \frac{IR}{IZ} = \cos\phi$$

$$\cos\phi = \frac{R}{Z}$$

أي أنّ النسبة بين المقاومة وممانعة الدائرة هو عبارة عن جيب تمام زاوية الطور.

وعليه تصبح المعادلة *(8-33)* على النحو الآتي:

$$P_{av} = \xi_{rms} I_{rms} \cos\phi \qquad (8\text{-}34)$$

ومن المناسب ذكره هنا أن المقدار *(cos ϕ)* هو معامل القدرة *power factor*، ولا يؤثر على المعادلة *(8-34)* سواء كان سالباً أو موجباً ذلك أنَّ:

$$\cos\phi = \cos(-\phi)$$

وعلى وجه العموم فإن الجدول (3-8) يبين متوسط انتقال القدرة الكهربائية من مولد للتيار المتناوب في ثلاث حالات خاصة وهامة.

متوسط القدرة	معامل القدرة	ثابت الطور	الممانعة	عنصر الدائرة
$\xi_{rms} I_{rms}$	I	Zero	R	R
Zero	Zero	$-90°$	X_C	C
Zero	Zero	$+90°$	X_L	L

الجدول (3-8)

يبين متوسط انتقال القدرة من مولد للتيار المتناوب في ثلاث حالات خاصة

مثال (4-8) *Example*

سوف نعيد المعلومات الواردة في المثال (3-8):

$$(R = 160\,\Omega), (C = 15\,\mu F), (L = 230\,HZ), (f = 60\,HZ), (\xi_m = 36\,V)$$

وذلك لإيجاد كلٍ من:

1- جذر المتوسط التربيعي للقوة الدافعة الكهربائية.

2- جذر المتوسط التربيعي للتيار I_{rms}.

3- معامل القدرة $\cos\phi$.

4- متوسط القدرة المتبددة في الدائرة P_{av}.

الحل **Solution**:

1- باستخدام العلاقة الرياضية *(31-8)*، نجد أنَّ:

$$\xi_{rms} = \frac{\xi_m}{\sqrt{2}} = \frac{36V}{\sqrt{2}} = 25.45V$$

2- كما نجد باستخدام نفس العلاقة الرياضية *(31-8)*، أنَّ:

$$I_{rms} = \frac{I}{\sqrt{2}} = \frac{0.192\,A}{\sqrt{2}} = 0.139\,A$$

3- كنا قد أوجدنا ثابت الطور في المثال (3-8): $(\phi = -29.4°)$، إذن معامل القدرة يساوي إلى:

$$\cos(\phi) = 0.871$$

4- باستخدام العلاقة الرياضية *(30-8)*، نجد أنَّ:

$$\begin{aligned} P_{av} &= I_{rms}^2\, R = (0.139\,A)^2 (160\,\Omega) \\ &= 3.08\ Watt \end{aligned}$$

من ناحية أخرى وباستخدام المعادلة *(34-8)* نجد أنَّ:

$$\begin{aligned} P_{av} &= \xi_{rms}\ I_{rms}\ \cos\phi \\ &= (25.45V)(0.139\,A)(0.871) \\ &= 3.08\ Watt \end{aligned}$$

ونلاحظ أنَّ الناتجين متساويين.

8-6 المحولة الكهربائية Transformer:

8-6-1 متطلبات نقل القدرة الكهربائية

:Energy transmission requirements

إن معدل القدرة المتبددة في حمل المقاومة في دوائر التيار المتناوب لقراءات الأجهزة التي تقيس جذر المتوسط التربيعي لكلٍ من الجهد والتيار يساوي إلى:

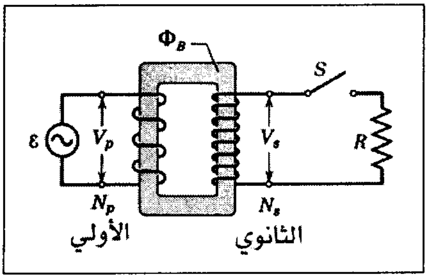
$$P_{av} = I V \qquad (8\text{-}35)$$

إنَّ هذه المعادلة تشير إلى أنّ هناك مجالاً واسعاً من الاختيارات لكل من المتغيرين، الجهد (V) والتيار (I) بدءاً من مقادير كبيرة نسبياً للتيار وأخرى صغيرة نسبياً للجهد، أو بالعكس، إلا أنَّ الأمر المرغوب في دوائر توزيع القدرة الكهربائية، وبهدف تأمين السلامة العامة وكذلك فعالية الأجهزة المراد تشغيلها، يُعمد إلى جعل فرق الجهد منخفضاً بين نهاية شبكة التوصيل ونهاية نقطة الاستقبال في المنازل والمكاتب، ولكننا من الناحية العملية نرغب في تخفيض مقدار التيار المار وزيادة فرق الجهد وذلك لتقليل المقدار المعروف بالطاقة المتبددة $(I^2 R)$ خلال خطوط نقل القدرة الكهربائية.

8-6-2 المحولة النموذجية Ideal transformer:

إن الحقائق التي ذكرناها في الفقرة السابقة تؤدي إلى تناقض أساسي بين الرغبة في جهد عالي وفعال في خطوط نقل القدرة الكهربائية من جهة ووجود مولدات تحقق شروط السلامة بوجود جهود منخفضة لغرض الاستهلاك. ولهذا فإننا نحتاج إلى جهاز نتمكن بواسطته من زيادة الجهد

لغرض نقله، وتخفيضه لغرض الاستخدام، بحيث يبقى (حاصل ضرب التيار في الجهد يساوي رقماً ثابتاً). إنّ هذا الجهاز هو عبارة عن المحولة *transformer*، انظر الشكل (8-8) وكما تلاحظ من الشغل فإنها لا تملك أجزاء متحركة، كما أنها تعمل من الناحية الفعلية وفقاً لقانون فراداي للحث الكهرومغناطيسي *Faraday's low of induction*، وليس هناك أية مركبات بسيطة للتيار الكهربائي بشكل مباشر.



الشكل (8-8)

يبين شكل المحولة النموذجية، وفيها يظهر ملفان موجودان على قلب حديدي

من الواضح تماماً أن المحولة النموذجية تتكون من ملفين ذات أعداد مختلفة من اللفات حول قلب حديدي، وهما معزولان عن القلب الحديدي، عدد لفات الملف الأولي *primary coil* عبارة عن (N_P) وهو موصول مع مولد للتيار المتناوب قوته الدافعة الكهربائية (emf) هي عبارة عن:

$$\xi = \xi_m \sin \omega t \qquad (8\text{-}36)$$

أما الملف الثانوي *secondary coil* فعدد لفاته (N_S) موصول مع حمل (R)، وتعتبر الدائرة في هذه الحالة مفتوحةً طالما بقي المفتاح (S) مفتوحاً، حيث لا يحدث مرور أي تيار في الملف الثانوي، ويبقى أن نشير إلى أن مقاومتي كل من الملفين الأولي والثانوي مهملتان وذلك في المحولة النموذجية فقط،

كما أن فقدان الطاقة في المحولات ذات السعات العالية يكون صغيراً وبحدود (1%).

إن التيار الكهربائي في الملف الابتدائي أو الأولي صغير للغاية ويدعى تيار المغنطة *magnetization current* (I_{mag}) وهو متخلف عن فرق الجهد الابتدائي (V_P) بطور مقداره (90°)، أما معامل القدرة $(\cos \phi = 1)$ في هذه الحالة، وهذا ما يؤكد أن القدرة الكهربائية المنتقلة من المولد إلى المحولة تساوي الصفر. وعلى أية حال فإن التيار الصغير المتناوب في الملف الأولي ينشأ عنه فيض مغناطيسي في القلب الحديدي مقداره (Φ_B)، وبما أن القلب الحديدي وكما تلاحظ من الشكل (8-8) مشتركاً بين الملفين، وبحسب قانون فراداي في الحث الكهرومغناطيسي فإن القوة الدافعة الكهربائية في أي لفة من لفات الملف الأولي تساوي القوة الدافعة الكهربائية في أي لفة من لفات الملف الثانوي، وكذلك فإن الجهد في دائرة كل ملف تساوي القوة الدافعة الحثية في الدائرة، وهكذا نستطيع أن نعبر عن كل ذلك رياضياً على النحو الآتي:

$$\xi_{turn} = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{V_P}{N_P} = \frac{V_S}{N_S}$$

وهكذا نجد أنَّ:

$$V_S = V_P\left(\frac{N_S}{N_P}\right) \qquad \text{(تحويل الجهد)} \qquad (8\text{-}37)$$

وإذا كان عدد اللفات $(N_S > N_P)$ فإن المحولة تسمى في هذه الحالة محولة رفع أو زيادة الجهد *step-up transformer* لأنها ترفع الجهد من (V_P) إلى (V_S)، وهذا معناه عملياً أنّ $(V_S < V_P)$.

أما إذا كان عدد الملفات $(N_S < N_P)$ فإن المحولة تسمى في هذه الحالة محولة خفض الجهد *step-down transformer* لأنها تخفض الجهد من (V_P) إلى (V_S)، وهذا معناه عملياً أنّ $(V_S > V_P)$.

والسؤال الذي يبحث عن إجابة هو: ما الذي يحدث عند إغلاق دائرة المحولة؟

إنّ أول ما يمكن ملاحظته في الشكل (8-8) هو وجود الحمل (R) بالدائرة، وفي الحالة العامة يمكن أن تشتمل الدائرة كذلك على مكثف وملف، ولكن في هذه المرحلة سنكتفي بوجود المقاومة فقط، إذاً ما الذي يحدث عند إغلاق الدائرة بوجود المقاومة كحمل وحيد؟

1- ظهور تيار متناوب مقداره (I_S) في الملف الثانوي، كما يظهر نتيجة لذلك طاقة متبددة مقدارها $(I_S^2 R)$ أو (V_S^2 / R) في الحمل المقاوم.

2- إنّ هذا التيار سوف يؤدي إلى وجود الفيض المغناطيسي المتناوب في القلب الحديدي، وفي اتجاه معاكس للقوة الدافعة الكهربائية في الملف الابتدائي وذلك وفق قانوني فراداي ولورنتر *Faraday's law and Lorenter's law*.

3- إن مقدار الجهد (V_P) في الملف الابتدائي سوف لن يغير القوة الدافعة الكهربائية المعاكسة، أي أن مقدار (V_P) يجب أن يبقى دائماً ثابتاً ومساوياً للقوة الدافعة الكهربائية القادمة من المولد.

4- وللحفاظ على مقدار الجهد (V_P) فإن المولد يدفع تياراً مقداره (I_P) في الملف الابتدائي بطور ومقدار *magnitude and phase* ثابتين وذلك لإلغاء تأثير القوة الكهربائية الدافعة الحثية في الملف الثانوي، بتأثير التيار الحثي (I_S).

وبتطبيق مبدأ حفظ الطاقة في هذه الحالة، فإننا نستطيع أن نؤكد على أن المحولة المثالية *ideal transformer* هي ذات المقاومة (الحمل الوحيد) ومعامل القدرة $(\cos\phi = 1)$، كما يمكننا في هذه الحالة أن نعوض عن مقدار القوة الدافعة (ξ) بالجهد (V_P)، $(\xi = V_P)$ في المعادلة الرياضية *(8-34)* لنستنتج أن الطاقة التي تصل إلى الملف الابتدائي من مولد التيار المتناوب هي عبارة عن $(I_P V_P)$، وبطريقة مشابهة فإن الطاقة التي تصل إلى الملف الثانوي من الملف الأولي هي $(I_S V_S)$، وهكذا نجد أنَّ تطبيق مبدأ حفظ الطاقة يؤدي إلى النتيجة الهامة الآتية:

$$I_P V_P = I_S V_S$$

وبما أن المعادلة *(8-37)* تبقى صحيحة بغض النظر فيما إذا كانت دائرة المقاومة في الملف الثانوي مغلقة أم مفتوحة، إذاً:

$$I_S = I_P\left(\frac{N_P}{N_S}\right) \qquad \text{(تحويل التيار)} \qquad (8\text{-}38)$$

وبما أن التيار في الملف الثانوي يساوي إلى $(I_S = V_S / R)$ وباستخدام المعادلتين *(8-37)* و*(8-38)* نجد أنَّ التيار في الملف الابتدائي يساوي إلى:

$$I_P = \frac{V_P}{(N_P / N_S)^2 R}$$

ومن الواضح من خلال هذه المعادلة الرياضية أن المقاومة المكافئة للحمل هي ليست (R) ولكن هي:

$$R_{eq} = \left(\frac{N_P}{N_S} \right)^2 R \qquad \text{(تحويل المقاومات)} \qquad (8\text{-}39)$$

8-6-3 مطابقة الممانعة *Impedance matching*:

أصبح واضحاً لدينا أنَّ تأمين نقل أعلى قدر من طاقة مولد القوة الدافعة الكهربائية $(\ emf\ )$ إلى حمل مقاوم *resistive load* في الدائرة يقتضي توفر الشرط الآتي:

يجب أن تكون مقاومة مولد القوة الدافعة الكهربائية (emf) مساوية إلى مقاومة ذلك الحمل، وهي المعادلة التي تنطبق على مولدات التيار المتناوب من خلال مساواة مقاومة المولد مع مقاومة الحمل الموصول به، وهذا ما نسميه بمطابقة الممانعة *impedance matching*. إن هذا الشرط لا بد من تحقيقه وبصفة مستمرة، ولعل المحولات وبعدد مدروس ومحدد عملياً للنسبة بين عدد اللفات (N_P / N_S) هي أفضل وسيلة لذلك، ومن الأمثلة المباشرة مطابقة الممانعة بين كل من مكبر الصوت *amplifier* ولاقط الصوت *speaker* عن طريق ربطهما بمحولة مناسبة هو خير مثال على مطابقة الممانعة.

مثال (8-5) *Example*

تستخدم محولة تغذية منطقة سكنية تعمل على جهد $(V_P = 8.5\,KV)$ للملف الابتدائي بحيث يصل الجهد إلى البيوت السكنية بمقدار

$(V_S = 120V)$، كلا الجهدين يمثلان جذرا متوسط القيمة (rms)، بفرض أنَّ المحولة نموذجية *ideal transformer* وأن معامل القدرة $(\cos\phi = 1)$.

1- ما هي نسبة اللفات (N_P / N_S) لهذه المحولة الخافضة *step-down*؟

2- إذا كان معدل استهلاك الطاقة يساوي $(78\ KW)$، أوجد حسابياً مقدار (I_{rms}) في الملف الابتدائي والثانوي.

3- أوجد حسابياً مقدار الحمل المكافئ في دائرة الملف الثانوي.

4- أوجد حسابياً مقدار الحمل المكافئ في دائرة الملف الابتدائي.

الحل ***Solution***:

1- باستخدام العلاقة الرياضية *(8-35)*، نجد أنَّ:

$$\frac{N_P}{N_S} = \frac{V_P}{V_S} = \frac{8.5 \times 10^3\ V}{120V} \approx 71$$

2- وباستخدام العلاقة الرياضية *(8-35)* للمحولة النموذجية، نجد أنَّ:

$$P_{av} = I_P V_P$$

$$I_P = \frac{P_{av}}{V_P} = \frac{78 \times 10^3\ W}{8.5 \times 10^3\ V} = 9.176\ A$$

$$I_S = \frac{P_{av}}{V_S} = \frac{78 \times 10^{10}\ W}{120V} = 650\ A$$

3-

$$R_S = \frac{V_S}{I_S} = \frac{120\ V}{650} = 0.1846\ \Omega$$

-4

$$R_P = \frac{V_P}{I_P} = \frac{18.5 \times 10^3\, V}{9.176\, A} = 926\, \Omega$$

والتي يمكن إيجادها باستخدام المعادلة *(8-39)* على النحو الآتي:

$$R_P = \left(\frac{N_P}{N_S} \right)^2 R_S = (70.83)^2 \,(0.1846\, \Omega)$$

$$= 926\, \Omega$$

وهي ذات النتيجة في الطريق الأولى.

مسائل عامة محلولة

solved problems

8-1 مكيف هواء موصول على خط جهد متردد مقدار جذر متوسطه التربيعي يساوي $(120\ V)$، يكافئ دائرة تحتوي على مقاومة مقدارها $(12\ \Omega)$ ومرادة حثية مقدارها $(1.3\ \Omega)$ مربوطتين على التوالي.

1- أوجد حسابياً مقدار ممانعة مكيف الهواء.

2- أوجد حسابياً مقدار متوسط القدرة التي يحتاجها هذا المكيف.

الحل *Solution*:

1- نحن نعلم أن ممانعة الدائرة نعبِّر عنها رياضياً بالعلاقة:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

وبالتعويض في المقادير المعطاة في المسألة، وبملاحظة أنَّ $(X_C = 0)$ نجد أنَّ:

$$Z = \sqrt{(12)^2 + (1.3 - 0)^2} = 12.1\,\Omega$$

2- باستخدام العلاقة الرياضية:

$$P_{av} = \frac{\xi_{rms}^2}{Z} \cos\phi$$

نستطيع حساب متوسط القدرة، ولكننا نحتاج أولاً لحساب معامل القدرة:

$$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{12}{12.1} = 0.992$$

$$P_{ar} = \frac{(120)^2}{12.1}(0.992) = 1.18 \times 10^3\ V$$

8-2 مولد للتيار المتناوب، مقدار القيمة العظمى لقوته الدافعة الكهربائية $(220\ V)$، يعمل عند تردد مقداره $(400\ HZ)$، يؤدي إلى حدوث ذبذبات في دائرة (RLC) موصولة على التوالي، فإذا كان مقدار المقاومة $(220\ \Omega)$ والمحاثة $(150\ mH)$، وسعة المكثف $(24\ \mu F)$.

أوجد حسابياً:

1- مقدار المرادة السعوية.

2- مقدار ممانعة الدائرة.

3- القيمة العظمى للتيار الكهربائي.

الحل *Solution*:

1- المرادة السعوية:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

$$= \frac{1}{2\pi(400)(24 \times 10^{-6})} = 16.6\ \Omega$$

2- ممانعة الدائرة:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$
$$= \sqrt{(220)^2 + \left[2\pi(400)(150\times 10^{-3}) - 16.6\right]^2}$$
$$= 422\,\Omega$$

3- القيمة العظمى للتيار:

$$I = \frac{\xi_m}{Z}$$
$$= \frac{220}{422} = 0.521\,A$$

مسائل وتمارين الفصل الثامن

Chapter Eight Exercises & Problems

8-1 إذا كانت المعادلة الرياضية $\xi = \xi_m \sin \omega t$ تعبّر عن القوة الدافعة الكهربائية الفعالة لمقبس *outlet* اعتيادي وبتردد مقداره $(60\ Hz)$.

1- أوجد حسابياً مقدار التردد الزاوي (ω) الموافق لذلك؟

2- كيف تستطيع شركة الكهرباء تثبيت هذه القيمة؟ وضّح ذلك.

8-2 مكثف مقدار سعته $(C = 15\ \mu F)$ تم وصله على التوالي مع مولد للتيار المتناوب $(a\ c)$ يعمل بقوة دافعة كهربائية سعتها العظمى $(\xi_m = 30\ V)$.

أوجد حسابياً مقدار السعة العظمى للتيار المتناوب إذا كان تردد القوة الدافعة الكهربائية (emf) يساوي إلى:

1- $1\ KHZ$.   2- $8\ KHZ$.

8-3 ملف مقدار محاثته $(L = 50\ mH)$ تم وصله على التوالي مع مولد للتيار المتناوب $(a\ c)$ يعمل بقوة دافعة كهربائية $(\xi_m = 30V)$.

أوجد حسابياً مقدار السعة العظمى للتيار المتناوب إذا كان تردد القوة الدافعة الكهربائية (emf) يساوي إلى:

1- $1\ KHZ$.

2- $8\ KHZ$.

3- استبدل الملف بمقاومة مقدارها $(R = 50\ \Omega)$ في هذه المسألة ثم كرر الحسابات، وذلك بإيجاد مقدار السعة العظمى للتيار المتناوب.

4- قارن بين النتائج التي حصلت عليها في كل من المكثف، الملف والمقاومة.

8-4 إذا كانت المَرَادَّة السعوية لمكثف تساوي إلى $(X_C = 12\,\Omega)$ حيث تبلغ سعته الكهربائية $(C = 1.5\ \mu F)$.

1- أوجد حسابياً مقدار التردد الذي يعمل عنده هذا المكثف.

2- أوجد مقدار المرادة السعوية (X_C) إذا كان مقدار التردد يساوي إلى ضعف مقدار التردد الذي أوجدته في الطلب الأول.

8-5 إذا كانت القوة الكهربائية الدافعة الناتجة *output* عن مولد التيار المتناوب $(a\,c)$ تعبّر عنها المعادلة الرياضية:

$$\xi = \xi_m \sin \omega t$$

حيث إن $(\xi_m = 25\ V)$ ، $(\omega = 377\ rad/s)$ ، تم وصله بملف محاثته $(12.7\ H)$.

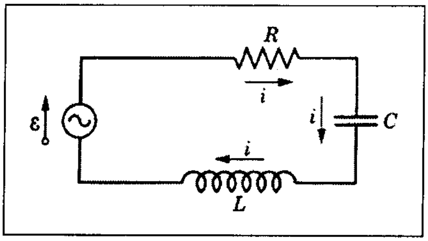
1- أوجد حسابياً مقدار أعلى قيمة للتيار الناتج عن هذا المولد.

2- عند أعلى قيمة للتيار، أوجد حسابياً مقدار القوة الدافعة الكهربائية (emf) لهذا المولد.

3- عندما تزداد القوة الدافعة الكهربائية للمولد إلى $(-12.5\ V)$، أوجد مقدار التيار الكهربائي الناتج عن المولد.

4- في الظروف المبينة في الطلب (ج) من هذه المسألة، قرر فيما إذا كان المولد يعطي أم يأخذ طاقة من باقي أجزاء الدائرة، ثم وضِّح كيف اتخذت قرارك.

8-6 إذا كانت لديك الدائرة الآتية، والمبينة في الشكل (8-9).



الشكل (8-9)، المسألة (8-6)

حيث إن المقاومة $(R = 160\ \Omega)$، $(L = 230\ mH)$، $(f = 60\ HZ)$، $(\xi_m = 36\ V)$.

أوجد حسابياً كلاً من:

1- مقدار ممانعة الدائرة (Z).

2- مقدار السعة العظمى للتيار (I).

3- مقدار ثابت الطور (ϕ).

8-7 دائرة مكونة من ملف ومكثف (LC) موصولان على التوالي بمولد للتيار المتناوب $(a\,c)$ تردده $(f = 930\ HZ)$، إذا كانت محاثة الملف تساوي إلى $(L = 88\ mH)$ ومقاومته مجهولة، أما سعة المكثف فتساوي $(C = 0.94\ \mu F)$، بينما يساوي ثابت الطور بين الجهد والتيار $(\phi = 75°)$.

أوجد حسابياً مقدار مقاومة الملف.

8-8 في دائرة مكونة من مقاومة ومكثف وملف (RLC) موصولة على التوالي بمولد للتيار المتناوب ($a\ c$) على التوالي، تبلغ أعلى قيمة للقوة الدافعة الكهربائية (emf) للمولد ($125\ V$)، وأعلى قيمة للتيار ($3.2\ A$). إذا كان التيار يسبق القوة الدافعة للمولد بمقدار ($0.982\ rad$).

أوجد حسابياً كلاً من:

أ- مقدار الممانعة في الدائرة المذكورة (Z) impedance.

ب- مقدار مقاومة الدائرة.

ج- ما هي الصفة الغالبة على هذه الدائرة؟ هل هي سعوية أم محاثة؟

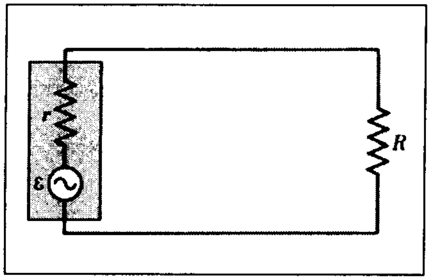
8-9 أثبت أن معدل القدرة التي تغذي الدائرة المبينة في الشكل (1-8) يمكن التعبير عنها رياضياً بالصيغة الآتية:

$$P_{av} = \frac{\xi_{rms}^{2}\ R}{Z^{2}}$$

8-10 محرك كهربائي موصول بفولتية قدرها ($120\ V$) وتردد مقداره ($60\ HZ$)، إذا كان التيار المتناوب لهذا المحرك ينتج عملاً ميكانيكياً بمعدل ($1\ hp$).

أوجد حسابياً مقدار المقاومة الفعالة بدلالة القدرة المنقولة، إذا كان المحرك يسحب تياراً مقداره $I_{rms} = 0.65\ A$.

8-11 تأمل الشكل التالي، الشكل (10-8).



الشكل (10-8)، المسألة (11-8)

ثم أثبت أن معدل القدرة المتبددة في المقاومة (R) يبلغ قيمته العظمى عندما تتحقق العلاقة $(R = r)$، حيث (r) هي المقاومة الداخلية لمولد التيار المستمر.

8-12 مولد للتيار المتناوب يغذي الملف الابتدائي لمحولة كهربائية بجهد مقدارها $(100\ V)$، يبلغ عدد لفاته $(N_P = 50\,turns)$، إذا كان عدد لفات الملف الثانوي يساوي إلى $(N_S = 500\,turns)$.

أوجد حسابياً مقدار الجهد في الملف الثانوي.

8-13 يبلغ عدد لفات الملف الابتدائي لمحولة كهربائية $(N_P = 500\,turns)$ وعدد لفات الملف الثانوي $(N_S = 10\,turns)$.

1- إذا كان مقدار الجهد في الملف الابتدائي يساوي إلى $(V_P = 120V_{rms})$، أوجد حسابياً مقدار الجهد في الملف الثانوي (V_S) بافتراض أن الدائرة مفتوحة.

2- تم ربط مقاومة مقدارها $(15\ \Omega)$ مع الملف الثانوي، أوجد حسابياً مقدار التيار في كلٍ من الملفين الابتدائي والثانوي.

الخلاصة

Summary

سنركز في هذا الموضوع على أهم الكميات الفيزيائية التي تسهل على القارئ الاستيعاب الصحيح لموضوع التيار المتناوب.

- **سعة التيار وزاوية الطور:** هما الكميتان الأساسيتان اللتان نريد نريد أن نعبِّر عنهما بشكل صحيح في التيار المتناوب، إذ أنَّ العلاقة الرياضية:

$$i = I \sin(\omega t - \phi)$$

هي التي تربطهما ببعضهما حيث تشير (I) إلى سعة التيار و(ϕ) إلى زاوية الطور وذلك عندما نسلط قوة دافعة كهربائية $\xi = \xi_m \sin \omega t$ خلال دائرة، مثل دائرة تحوي مقاومة ومحاثة ومكثف.

- **ثابت الطور:** هو الزاوية التي يسبق بها التيار القوة الدافعة الكهربائية، أو يتأخر عنها، ونرمز له بالحرف اللاتيني (ϕ).

- **دائرة المكوّن الواحد:** ويمكن أن تكون على أحد الحالات الآتية:

1- دائرة المقاومة: فرق الجهد يساوي إلى $(V_R = IR)$، ويكون لكل من فرق الجهد والتيار الطور نفسه.

2- دائرة المكثف: فرق الجهد يساوي إلى $(V_C = IX_C)$، حيث $(X_C = 1/\omega c)$، ويسبق التيار فرق الجهد بطور مقداره $(90°)$.

3- دائرة محاثة: فرق الجهد يساوي إلى $(V_L = IX_L)$، حيث $(X_L = \omega L)$ ويتأخر التيار عن فرق الجهد بطور مقداره $(90°)$

- **دائرة (RLC) على التوالي:** إن سعة التيار في دائرة مقاومة ومحاثة ومكثف مربوطة على التوالي تساوي إلى:

$$I = \frac{\xi_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{\xi_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$$

بينما نعبر عن زاوية الطور بالعلاقة:

$$\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R} \quad \text{(ثابت الطور)}$$

كما نعبر عن ممانعة الدائرة بالعلاقة:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad \text{(الممانعة)}$$

وهكذا نجد أنّ سعة التيار يمكننا أن نعبر عنها مجدداً على الشكل:

$$I = \frac{\xi_m}{Z}$$

- إن شرط الرنين في دائرة (RLC) هو:

$$X_C - X_L$$

وهذا يجعل سعة التيار تساوي إلى: (ξ_m / R).

- إن متوسط القدرة في دائرة (RLC) يساوي إلى:

$$P_{av} = I_{rms}^2 R = \xi_{rms} I_{rms} \cos\phi$$

- إن العلاقة الرياضية المستخدمة في محولات الفولتية هي:

$$V_s = V_p (N_s / N_p)$$

أما التيار:

$$I_s = I_p (N_p / N_s)$$

وأخيراً فإن معادلة تحويل المقاومة هي:

$$R_{eq} = (N_p / N_s) R$$

حيث (R) هي مقاومة الدائرة الثانوية.