# المقالة السابعة

أ تعريفات الحجاج

ب ـ تعريفات النسوي

ج ـ مبرهنات النسوي

## أ ـ تعريفات الحجاج

## المقالة السابعة من كتاب الأصول لأوقليدس

### بسم الله الرحمن الرحيم

● الوحدة هي الشيء الذي به يقال لكل واحد من الموجودات: واحد؛ وهي مبدأ العدد

Heath: 1/7: An unit is that by virtue of which each of the things that exist is called one.

●والعدد هو الجماعة المركبة من وحدات

2. A number is a multitude composed ot units.

● والعدد الأقل يكون جزءاً من العدد الأكثر؛ ويكون أجزاء له متى لم يعدّه.

3. A number is a part of a number the less of the greater, when if measures the greater.

4. but parts when it does not measure it.

● والعدد الأكثر يكون أضعافاً للعدد الأقل متى كان الأقل يعده.

5. The greater number is a multiple of the less when it is measured by th less.

● العدد الزوج هو الذي يقسم بقسمين متساويين.

6. An even number is that which is divisible into two equal parts.

● والعدد الفرد هو الذي لا يمكن ان يقسم بقسمين متساويين؛ وهو الذي يخالف العدد الزوج [بواحد].

7. An odd number is that which is not divisible int two equal parts, or that which differs by an unit from an even number*

---

هنا ينتهي ما في كتاب النيريزي من تعريفات. ويذكر هيث في المقالة السابعة ٢٢ تعريفاً تتعلق كلها بالأعداد وانواعها.

## ب ـ تعريفات النسوي

## المقالة السابعة من كتاب التجريد في أصول الهندسة

● الشكل المجسم ما له طول وعرض وعمق

Heath: 1/11 A solid is that which has length, breadth and depth.

● وأطراف المجسم بسيط

2. An extremity of a solid is a surface.

● واذا قام خط على سطح حتى يحيط بزاوية قائمة مع كل خط مستقيم يخرج منه في السطح ، فإنه يكون عموداً على ذلك السطح .

3. A straight line is at right angles to a plane, when it makes right angles with all the srtaight lines which meet it and are in the plane.

● السطح القائم على السطح على زوايا قائمة : اذا كان كل خط مستقيم يخرج في أحد السطحين عموداً على فصلهما المشترك ، يكون عموداً أيضاً على السطح الآخر.

4. A plane is at right angles to a plane when the straight lines drawn in one of the planes at right angles to the common section of the planes are at right angles to the remaining plane.

● السطوح المتوازية هي التي اذا اخرجت لم تلتق في جهة من الجهات .

8/11. Parallel planes are those which do not meet.

● اذا ثُبِّت قطر نصف دائرة ، وادير نصف الدائرة إلى ان يعود إلى حيث بُدىء بالحركة ، فان الجسم الذي يحدث يقال له الكرة

14/11. When, the diameter of a semicircle remaining fixed, the same circle is carried round and restored again to the same position from which it began to be moved, the figure so comprehended is a sphere.

● والبسيط الذي يحدث على قوس نصف الدائرة يقال له بسيط الكرة.

● وقطر نصف الدائرة المثبت يقال له محور الكرة. وطرفاه قطبا الكرة. ومركز نصف الدائرة مركز الكرة.

15/11. The axis of the sphere is the straight line which remains fixed and about which the semicirele is turned.

16. The centre of the sphere is the same as that of the semicircle

● وقطب الدائرة على بسيط الكرة هي نقطة على بسيط الكرة تكون الخطوط المستقيمة التي تخرج منها إلى محيط تلك الدائرة: متساوية.

● والدوائر التي على بسيط الكرة وتمر بمركز الكرة يقال لها الدوائر العظام.

● والدوائر المتوازية على بسيط الكرة هي التي سطوحها متوازية.

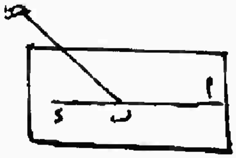
● ونريد بالأشكال الكرية: الأشكال التي تحيط بها قسي الدوائر العظام.

● والزوايا التي على [٥٨ أ] بسيط الكرة هي الزوايا التي تحيط بها أيضاً قسي دوائر عظام.

واذا تقاطع دائرتان عظيمتان على بسيط كرة، على زوايا متساوية، قيل لكل واحدة من الزوايا الأربع التي تحدث: زاوية قائمة. وما صغر عن الزاوية القائمة هي حادة. وما عظم عنها هي منفرجة.

## ج - مبرهنات النسوي.

### [المبرهنة ١/ ٧ تقابل ١/ ١١]



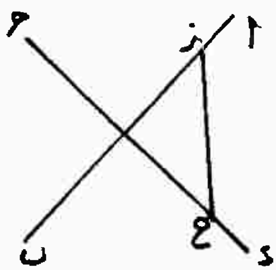
ن ١/٧

الخط الواحد لا يكون بعضه في السطح وبعضه في السمك.

A part of a straight line cannot be in the plane of reference and a part in a plane more elevated.

فإن أمكن، فليكن أ ب، من خط أ ب جـ، في السطح، ب جـ في السمك. ونخرج من أ ب خط ب د في السطح. فقد اتصل أ ب بخط ب جـ، وبخط ب د، على استقامة، من غير تطابق ب جـ، ب د. وذلك خلف.

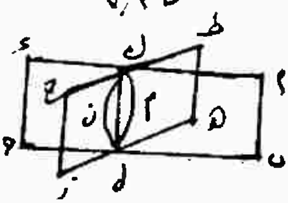
### [المبرهنة ٢/ ٧، تقابل ٢/ ١١]



كل خطين يتقاطعان، وهما أ ب، جـ د، تقاطعا في هـ: أقول انهما في سطح واحد. لا يمكن غير ذلك. فإن أمكن. فلنخرج خط ز ح، كيف وقع. فيكون مثلث ز هـ ح في سطح واحد، لأنه يمكن ان يكون بعض هـ ز، هـ ح في السطح، وبعضه في السمك. ولكن السطح الذي فيه مثلث ز هـ ح فيه خطا أ ب، جـ د. فخطا أ ب، جـ د في سطح واحد.

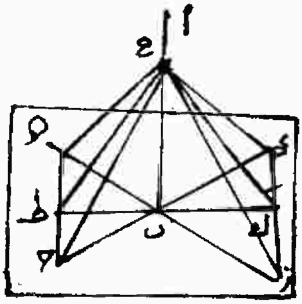
ن ٢/٧

### [المبرهنة ٣/ ٧، تقابل ٣/ ١١]



كل سطحين يتقاطعان، وهما أ ب جـ د، هـ ز ح ط، فإن فصلهما المشترك، وهو ك ل، مستقيم واحد.

لايمكن غيره. فإن امكن فليخرج ك م ل في سطح أ ب جـ د، ك ن ل في سطح هـ ز ح ط. فقد التقى خطان مستقيان [٥٨ ب] على نقطتي ك، ل. فخطان مستقيان قد أحاطا بسطح. وذلك خلف.




## [المبرهنة ٤/ ٧ تقابل ٤/ ١١]

اذا قام عمود في السمك على فصل مشترك لخطين متقاطعين، فإنه عمود على سطحهما

if a straight lins be set up at right angles to two straight lines which cut one another, at their common point of section, it will also be at right angles to the plane through them.

فلنقم عمود أ ب على فصل خطي جـ د، هـ ز المشترك: أقول انه عمود على سطح الخطين:

فنفصل ب د، ب هـ، ب جـ، ب ز متساوية. ونصل هـ جـ، د ز. ونجيز على ب خط ط ك في سطح جـ د، هـ ز. ونعلم على أ ب نقطة ح. ونصل هـ ح، ط ح، جـ ح، ز ح، ك ح، د ح.

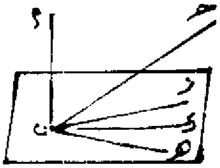
فضلع ب هـ مثل ب ز، ب جـ مثل ب د. فزاويتا د، جـ المتبادلتان متساويتان. فَـ هـ جـ، د ز متوازيان، وهما أيضاً متساويان.

وكذلك ط جـ مثل ك د، ب ط مثل ب ك: لتشابه مثلثي د ب ز، هـ ب جـ، ومثلثي ب د ك، ب ط جـ، متساويي الأضلاع. ولأن ب جـ مثل ب د؛ ب ح عمود على د جـ؛ وكذلك ب هـ مثل ب ز؛ ب ح عمود على هـ ز: يكون جـ ح من مثلث جـ هـ ح مثل ز ح من مثلث ز د ح، مثل د ح. ولكن هـ جـ مثل ز د. فزاوية جـ هـ ح مثل زاوية ز د ح.

وأيضاً جـ ح من مثلث جـ ط ح مثل د ح من مثلث د ك ح؛ ط جـ مثل د ك؛ وزاوية ط جـ ح مثل زاوية ك د ح. فقاعدة ط ح مثل قاعدة ك ح. ولكن ب ط من مثلث ب ط ح مثل [٥٩ أ] ب ك من مثلث ب ك ح؛ ب ح مشترك. فزاوية ط ب ح مثل زاوية ك ب ح. فهما قائمتان: أ ب عمود على ك ط.

وكذلك نبين ان كل خط يخرج من ب في سطح خطي جـ د، هـ ز، فإنه يحيط مع أ ب بزاوية قائمة.

## [المبرهنة ٥/ ٧ تقابل ٥/ ١١]

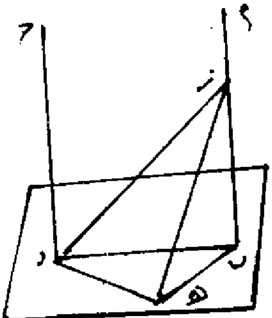


ن ٥/٧

اذا قام خط، وهو أ ب، على فصل مشترك لثلاثة خطوط، وهي ب جـ، ب د، ب هـ، يحيط مع كل منها بزاوية قائمة، أقول ان الخطوط في سطح واحد.

لا يمكن غير ذلك. فإن أمكن، فليكن ب جـ منها في سطح في السمك. فيمَّر بخطي أ ب، ب جـ سطح ويقع على سطح ب د، ب هـ؛ فليكن فصلهما المشترك خط ب ز فزاوية أ ب ز قائمة. وقد كانت زاوية أ ب جـ قائمة. ولكن أ ب، ب ز، ب جـ في سطح واحد، وزاوية أ ب ز مساوية لزاوية أ ب جـ: الكبرى للصغرى. وذلك خلف.

## [المبرهنة ٦/ ٧ وتقابل ٦/ ١١]

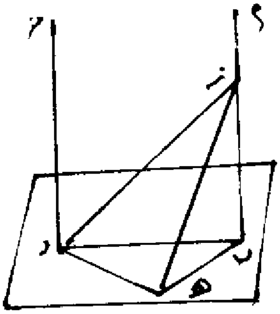


٦/٧، ٧/٧

كل عمودين قائمين على سطح، وهما أ ب، جـ د: فهما متوازيان. فنخرج ب د في السطح المفروض، ونخرج د هـ على زاوية قائمة من ب د. فزاوية هـ د جـ قائمة، لأن جـ د عمود على سطح خطي د هـ، د ب. ونفصل ز ب مثل د هـ، ونصل ز د، ز هـ، ب هـ. فَـ ز ب مثل د هـ، من مثلثي ز ب د، ب د هـ؛ ب د مشترك، وزاويتا ز ب د، ب د هـ قائمتان. فقاعدة ز د مثل قاعدة ب هـ.

ولأن ز د مثل ب هـ من مثلثي ز د هـ، ب ز هـ؛ ز ب مثل د هـ، ز هـ مشترك [٥٩ ب] فزاويتا ز د هـ، ز ب هـ متساويتان؛ ز ب هـ قائمة: لأن أ ب هـ عمود على سطح ب د، ب هـ. فزاوية ز د هـ قائمة. فَـ د هـ قائم على فصل مشترك. فخطوط ب د، ز د، د جـ الثلاثة على زوايا قائمة. وفي ذلك السطح مثلث ز ب د. وفيه أيضاً ز ب، أعني أ ب. فَـ أ ب، جـ د في سطح واحد؛ وقد وقع عليهما ب د فصير زاويتي ب، د الداخلتين متساويتين. فهما متوازيان.

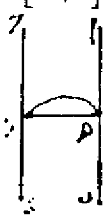
## [المبرهنة ٧/ ٧ وتقابل ٨/ ١١]



وأيضاً كل خطين متوازيين، كخطي أ ب، جـ د، يكـون أحـدهمـا، وليكن أ ب، عمـوداً على سطح مفروض، فإن الآخر، وهو جـ د، عمود على ذلك السطح.

فنخرج ب د في السطح. ونقيم د هـ عموداً على السطح. ونفصل ز ب مثل د هـ. ونصل ز د، ز هـ، ب هـ. فَـ. ز ب مثل د هـ؛ ب د مشترك؛ زاويتا ز ب د، ن ٧/٦، ٧/٧
ب د هـ قائمتان. فقاعدة ز د مثل قاعدة ب هـ.

ولكن ز ب مثـل د هـ؛ ز هـ مشتـرك. فزاوية ز د هـ مثل زاوية ز ب هـ القائمة؛ فهي أيضاً قائمة. فَـ د هـ قائم على فصل مشترك لخطي ب د، د ز؛ د جـ في سطح خطي ب د، د ز. فهو عمود على د هـ. وهو أيضاً عمود على ب هـ. فهو عمود على سطح خطي ب د، د هـ المفروض. وذلك ما [٦٠ أ] أردنا ان نبين.

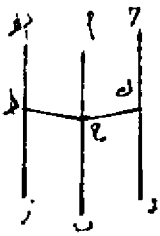


## [البرهنة ٨/ ٧ وتقابل ٧/ ١١]

كل خطين متوازيين، وهما أ ب، جـ د، يخرج من أحدهما، وهو ن ٧/٨
أ ب، الى الآخر: خط مستقيم، وهو هـ ز، كيفما خرج، فإنه يكون في سطحهما.

لا يمكن غير ذلك. فان امكن فكان في سطح في السمك (more elevated)، مثل هـ ح ز، فان سطح هـ ح ز منفصل عن سطح أ ب جـ د، وفصلهما المشترك هـ ز، هـ ح ز: خطان مستقيمان قد التقت اطرافهما، ولم يتطابقا. وذلك خلف.

## [المبرهنة ٩/ ٧]

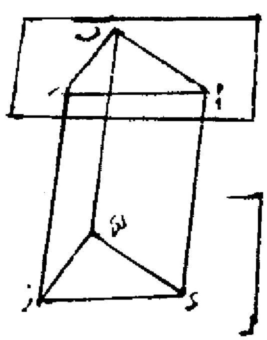


ن ٧/٩

كل خطين، وهما جـ د، هـ ز، موازيين لخط، وهو أ ب، وليست الخطوط في سطح واحد، فإن الخطين متوازيان.

فنخرج ك ح عموداً على أ ب في سطح خطي جـ د، أ ب؛ ط ح عموداً على أ ب في سطح خطي أ ب، هـ ز. فَـ أ ب قائم على فصل خطي ط ح، ك ح، المشترك، على زوايا قائمة. فهو قائم على سطح خطي ط ح، ح ك. وكذلك جـ د، هـ ز عمودان على هذا السطح. فهما متوازيان.

## [المبرهنة ١٠/ ٧ ويقابل ١٠/ ١١]



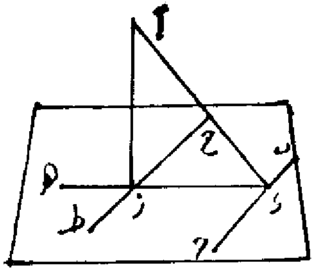
ن ٧/١٠

كل خطين، وهما أ ب، ب جـ، يحيطان بزاوية، وهي ب، ويوازيان خطين آخرين، وهما د هـ، هـ ز يحيطان بزاوية أخرى، وهي هـ؛ وليست أ ب، ب جـ، د هـ، هـ ز في سطح واحد: أقول ان الزاويتين متساويتان.

فنفصل أ ب، د هـ، ب جـ، هـ ز متساوية؛ ونصل أ د، ب هـ، جـ ز، ز د، أ جـ. فَـ أ ب، د هـ متساويان متوازيان [٦٠ ب]؛ ب جـ، هـ ز متساويان متوازيان فَـ ب هـ، أ د متساويان متوازيان؛ وكذلك ب هـ، ز جـ. فَـ أ د، ز جـ متوازيان وكل واحد منهما مثل

ب هـ، فهما متساويان. فَـ أ د، جـ ز متساويان متوازيان. فضلع أ ب مثل ضلع د هـ؛ وضلع ب جـ مثل ضلع هـ ز؛ وقاعدة أ جـ مثل قاعدة د ز. فزاوية أ ب جـ مثل زاوية د هـ ز. وذلك ما أردنا ان نبين.

## [المبرهنة ١١/ ٧ وتقابل ١١/ ١١]

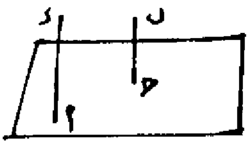


ن ١١/ ٧

كيف نخـرج من نقطة مفروضة في السمك (elevated point)، وهي أ، عموداً على سطح.

فنخرج ب جـ في السطح المفروض، كيف وقع. ونرسل عمود أ د على ب جـ ونخرج عمود د هـ على ب جـ في السطح ونرسل عمود أ ز على د هـ. أقول انه المطلوب. فنجيز على ز خط ط ح يوازي ب جـ. فـ ب جـ عمود على فصل مشترك لخطي أ د، د هـ؛ ط ح عمود على أ ز؛ أ ز عمود على ز هـ فهو عمود على فصل خطي د هـ، ط ح، المشترك. فَـ أ ز عمود على سطحها، وهو السطح المفروض.

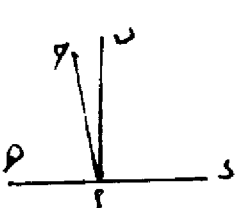
## [المبرهنة ١٢/ ٧ تقابل ١٢/ ١١]



ن ١٢/ ٧

كيف نقـيم على سطح مفـروض، على نقـطة مفروضة منه، وهي أ: عمود أ د. فنفرض في السمك نقـطة ب، كيف وقـع؛ ونرسل منها عمود ب جـ على السطح المفروض. ونخرج من أ خط أ د يوازي ب جـ. فهو عمود عليه أيضاً [٦١ أ].

## [المبرهنة ١٣/ ٧ وتقابل ١٣/ ١١]

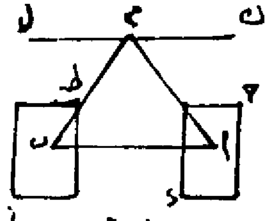


ن ١٢/ ٧

ليس يقـوم على سطح واحـد عمـودان، من نقـطة منه مفروضة، وهي أ فإن أمكن، فلنقم عمودي أ ب، أ جـ على السطح المفروض. ونخرج سطح خطي أ ب، أ جـ. وليكن

د هـ الفصل المشترك للسطحين. فزاوية ب أ د قائمة. وزاوية جـ أ د قائمة: الضغرى مثل العظمى. هذا خلف.

## [المبرهنة ١٤/ ٧ تقابل ١٤/ ١١]

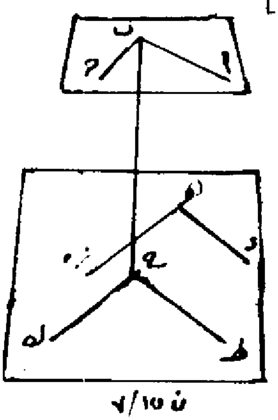


ن ٧/١٤

اذا وقع عمودٍ واحد، وهو أ ب، على سطحين، وهمـا د جـ، ز ط، فان السطحين، اذا أخرجا في الجهات بلا نهاية، لم يلتقيا.

فإن أمكن غير ذلك، فيصير ملتقاهما فصلاً مشتركاً، وهو خط ك ل. ونعلم عليه نقطة م، كيف وقعت. ونصل أ م، ب م. فَـ ك ل في سطح جـ د؛ أ م في سطح جـ د؛ ك ل أيضاً في سطح ز ط. فَـ م ب في سطح ز ط. وكل واحد من أ م، م ب يحيط مع أ ب بزاوية قائمة. فمثلث أ ب م قائم الزاويتين. وهذا خلف.

## [المبرهنة ١٥/ ٧ تقابل ١٥/ ١١]



ن ٧/١٥

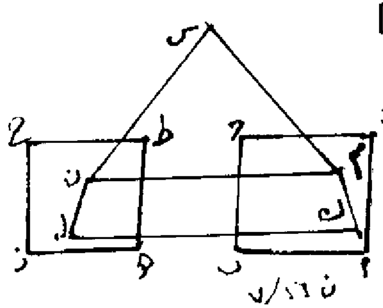
كل خطين، وهما أ ب، ب جـ، يحيطان بسطح، وهو أ ب جـ، ويوازيان خطين آخرين، وهما د هـ، هـ ز، يحيطان بسطح آخر، وهو د هـ ز؛ وليست الخطوط في سطح [٦١ ب] واحد، فإن السطحين متوازيان.

فنخرج عموداً على سطح د هـ ز، وهو ب ح، ونخرج خطي ط ح، ك ح يوازيان هـ د، هـ ز، في سطح د هـ ز.

فكل واحد من أ ب، ط ح يوازي هـ د؛ فهما متوازيان. وأيضاً كل واحد من ب جـ، ك ح يوازي هـ ز؛ فهما متوازيان. وقد وقع عليهما ب ح فزاويتا ب ح ط، أ ب ح الداخلتان مثل قائمتين. وزاوية ب ح ط قائمة فزاوية أ ب ح

قائمة. فَـ ب ح عمود على فصل خطي أ ب، ب جـ المشترك فهو عمود على سطح أ ب جـ. وكان عموداً على سطح د هـ ز. فالسطحان متوازيان، اي أنهما لا يلتقيان.

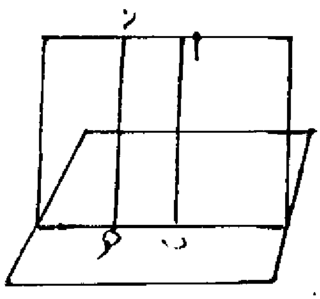
## [المبرهنة ١٦/٧]



اذا فصل سطح ما، وهو ك ل م ن، سطحين متوازيين، وهما أ ب جـ د، هـ ز ح ط، فإن فصليهما المشتركين، وهما ك م، ل ن، متوازيان.

لا يمكن غيره. فإن أمكن فليلتقيا على س. فَـ: ك س في سطح أ ب جـ د، ل س في سطح هـ ز ح ط فسطحا أ ب جـ د، هـ ز ح ط يلتقيان اذا أخرجا؛ وهما متوازيان، وهذا خلف. وذلك ما أردنا ان نبين.

## [المبرهنة ١٧/٧]

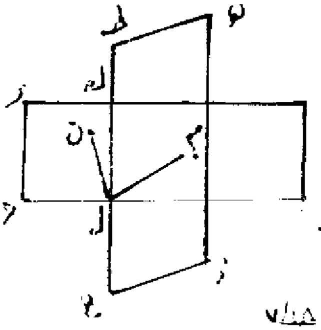


كل خط، وهو أ ب، يكون عموداً على سطح مفروض، أقول ان كل سطح يمر بذلك [٦٢ و] الخط يحيط مع السطح المفروض بزاوية قائمة.

فنجعل جـ د فصلاً مشتركاً بين السطحين، ونعلم عليه نقطة هـ، كيفما وقعت، ونخرج منها عمود هـ ز في سطح أ ب جـ د. فزاويتا أ ب جـ، ز هـ ب قائمتان. فَـ أ ب يوازي ز هـ؛ أ ب عمود على السطح المفروض. فَـ ز هـ عمود أيضاً عليه.

وكذلك نبين ان كل عمود يخرج من جـ د في سطح أ ب جـ د فهو عمود على السطح المفروض. وأحد السطحين قائم على الآخر.

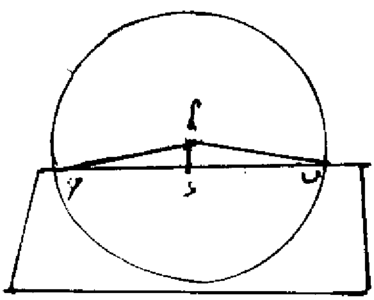
## [المبرهنة ٧/١٨]



كل سطحين، وهما أ ب جـ د، هـ ز ح ط، يتفاصلان، وهما قائمان على سطح مفروض، على زوايا قائمة، فإن فصلهما المشترك، وهو ك ل عمود على ذلك السطح.

لا يمكن غيره، لأنا نخرج من ل، من سطح هـ ز ح ط، عمود ل م على خط هـ ز؛ ونخرج منها أيضاً في سطح أ ب جـ د عمود ل ن على ب جـ فهما عمودان على السطح المفروض وقد خرجا من ل. وذلك خلف.

## [المبرهنة ٧/١٩]



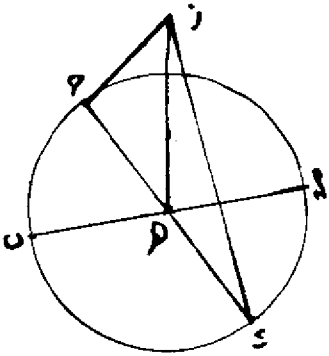
كل سطح قطع كرة فكان الفصل المشترك بينه وبينها. سطح ب جـ أقول ان ب جـ دائرة.

برهانه: نخرج من مركز الكرة الى سطح ب جـ عمود أ د، ونصل [٦٢ ظ] خطوط أ ب، أ جـ، ب د، د جـ. فلأن أ د عمود على سطح ب جـ، تكون زاويتا أ د ب، أ د جـ قائمتين؛ أ ب مثل أ جـ لأنهما خرجا من مركز الكرة الى بسيطها. فمربع أ ب مثل مربع أ جـ. لكن مربع أ ب مثل مربعي أ د، د ب؛ ومربع أ جـ مثل مربعي أ د، د جـ. فمربعا أ د، د ب مثل مربعي أ د، د جـ. فنلقي مربع أ د المشترك، ويبقى مربع ب د مثل مربع جـ د. فخط ب د مثل خط جـ د.

وكذلك نبين ان جميع الخطوط التي تخرج من د الى استدارة ب جـ متساوية. فـ ب جـ اذن دائرة. وذلك ما أردنا ان نبين.

وهناك استبان ان العمود الذي يخرج من مركز الكرة الى سطح دائرة على بسيطها يمر بمركزها.

## [المبرهنة ٢٠/٧]



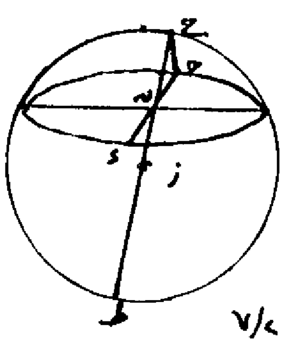

اذا خرج من مركز دائرة على الكرة خط الى مركز الكرة، فانه عمود على سطح الدائرة.

مثاله: لتكن كرة على ز، وعلى بسيطها دائرة أ ب جـ د، ومركز الدائرة هـ، ونصل خط هـ ز، فأقول ان ز هـ عمود على سطح دائرة أ ب جـ د.

برهانه: ان نخرج قطري أ ب، جـ د، وخطي ز جـ، ز د. فَـ د هـ مثل هـ جـ، هـ ز مشترك، وقاعدة جـ ز مثل قاعدة د ز. فزاوية [٦٣ و] ز هـ جـ مثل زاوية ز هـ د. فَـ ز هـ عمود على د جـ.

وبمثل ذلك نبين ان ز هـ عمود على أ ب. فَـ ز هـ عمود على فصل خطي أ ب، جـ د. فهو عمود على سطحها، أعني سطح دائرة أ جـ ب د. وذلك ما أردنا ان نبين.

## [المبرهنة ٢١/٧]




اذا كانت دائرة على بسيط كرة وأخرج من مركزها الى مركز الكرة خط مستقيم، فان ذلك الخط اذا اخرج في الجهتين يمر بقطبي تلك الدائرة.

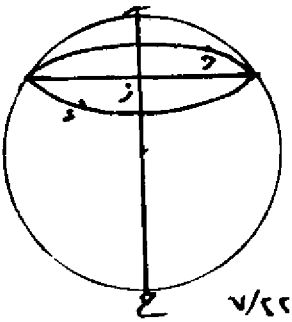
مثاله: دائرة أ ب جـ د على بسيط كرة، [مركزها نقطة هـ] ومركز الكرة نقطة ز. ووصل خط هـ ز، وأخرج في الجهتين الى بسيط الكرة عند نقطتي ح،

ط فأقول إن ح، ط قطبي دائرة أ جـ ب د.

برهانه: نخرج قطري أ ب، جـ د، ونصل خطي ح جـ، [ح د]. فلأن خط ز هـ وصل بين المركزين، يكون عموداً على دائرة أ جـ ب. فزاويتا ح هـ جـ، ح هـ د قائمتان، د هـ مثل هـ جـ، هـ ح مشترك، فقاعدة جـ ح مثل قاعدة د ح. وكذلك نبين ان جميع الخطوط التي تخرج من نقطة ح الى محيط دائرة أ جـ ب متساوية. فنقطة ح قطبها وكذلك نبين ان ط قطبها الآخر، بأن نصل ط د، ط جـ. وذلك ما أردنا ان نبين.

## [المبرهنة ٧/٢٢]

اذا أخرج من قطب دائرة على كرة، عمود على سطحها، فإنه يمر بمركزها، وينتهي إلى قطبها الآخر.




مثـالـه: ان نفرض [٦٣ ظ] دائرة أ جـ ب د، وأحـد قطبيهـا نقـطة هـ، وأخـرج من قطب هـ إلى سطحها عمود هـ ز، وأخرج إلى بسيط الكرة فلقيه عند نقطة ح، أقول: نقطة ز مركز دائرة أ جـ ب د، ونقطة ح قطبها الآخر.

برهانه: نخرج خطي أ ز، ز ب، ونصل خطوط هـ أ، هـ ب، ح أ، ح ب.

فلأن هـ ز عمود على سطح دائرة أ ب جـ د، تكون كل واحدة من زاويتي هـ ز أ، هـ ز ب قائمة. فمربع أ هـ مثل مربعي أ ز، ز هـ وكذلك مربع هـ ب مثل مربعي هـ ز، ز ب.

لكن مربـع هـ أ مثـل مربـع هـ ب، وذلك انهما خرجا من القطب إلى المحيط. فمـربعـا أ ز، ز هـ مثـل مربعي ب ز، ز هـ. فنسقط مربـع ز هـ المشترك، يبقى مربع ز أ مثل مربع ز ب. وكذلك نبين ان جميع الخطوط التي

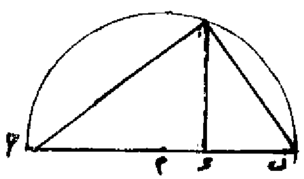
تخرج من ز إلى محيط أ جـ ب د متساوية. فَـ ز مركز دائرة أ جـ ب د.

فلأن أ ز مثل ز ب، ز ح مشترك، وزاويتا أ ز ح، ب ز ح قائمتان، فقاعدة ح أ مثل قاعدة ح ب وكذلك نبين ان جميع الخطوط التي تخرج من ح إلى محيط أ جـ د ب متساوية.

## [المبرهنة ٢٣/٧]

اذا وصل بين نقطتين مفروضتين على بسيط [٦٤ و] كرة بخط مستقيم، واثبتت إحدى نهايتيه واديرت النهاية الأخرى على بسيط الكرة إلى أن ترجع إلى حيث بدأت الحركة، فان الخط الذي يحدث على بسيط الكرة محيط دائرة.

مثاله: نفرض كرة مركزها نقطة أ، ونفرض على بسيطها نقطتي ب، جـ، ونصل بينهما بخط ب جـ المستقيم، فأقول: اذا أثبتت نقطة ب، وأدير ب جـ حتى تكون نقطة جـ منه أبداً على بسيط الكرة، إلى ان يرجع إلى حيث ابتدأ بالحركة، فأقول ان الخط الذي يحدث من نقطة جـ على بسيط الكرة محيط دائرة.



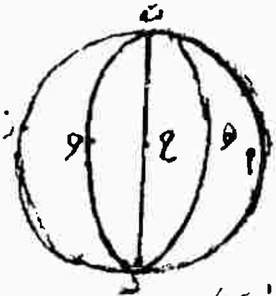
برهانه: نخرج قطر ب أ هـ للكرة، ونخرج من جـ عمود جـ د إلى قطر هـ ب، ويحدث مثلث ب جـ د القائم الزاوية. وكل الفصل الذي يحدث من سطح المثلث ب جـ د وسطح الكرة: نصف دائرة ب جـ هـ. فاذا اثبتنا نقطة ب، وأدرنا ب جـ حتى تكون جـ ملازمة لبسيط الكرة، تدور مع ب جـ نصف دائرة ب جـ هـ في جميع المواضع، فيحدث د جـ دائرة وتحدث نقطة جـ محيط تلك الدائرة. وذلك ما أردنا.

وهنالك استبان كيف نخط على بسيط كرة دائرة على أي قطب كان، وبأي بعد يكون أقصر من قطر الكرة.

## [المبرهنة ٧/٢٤]

الدوائر العظام على بسيط الكرة يقطع بعضها بعضاً بنصفين.

مثاله: دائرتا أ ب جـ د، هـ ب ز د عظيمتان [٦٤ ظ] على بسيط كرة، متقاطعتان على نقطتي ب، د. أقول: انهما تتقاطعان بنصفين.

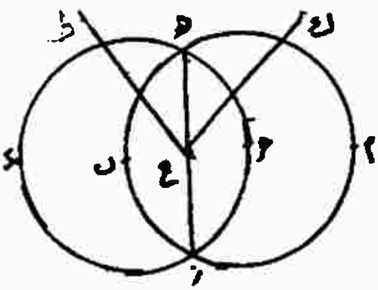


ش ٢٤/٧

برهانه: ان دائرتي أ ب جـ د، هـ ب ز ح عظيمتان. فمركزاهما ومركز الكرة واحد، فليكن نقطة ح. فلأن نقط ب، ح، د في سطح دائرة أ ب جـ د، وهي أيضاً في سطح دائرة ب ز د، فهي جميعاً على الفصل المشترك الذي هو خط ب ح د. ولأن ح مركز دائرة أ ب، فكل واحد من قوسي د أ ب، د جـ ب نصف محيط أ ب جـ د. وكذلك يكون قوسا ب هـ د، ب ز د متساويين. فقد قطعت هاتان الدائرتان، كل واحدة منهن الأخرى بنصفين؛ وذلك ما أردنا.

## [المبرهنة ٧/٢٥]

الدوائر التي تقطع بعضها بعضاً بنصفين في الكرة هي من الدوائر العظام.




**مثاله: دائرتا أ ب، جـ د تقطع كل منهما الأخرى بنصفين في الكرة، على نقطتي هـ، ز. أقول أنهما من الدوائر العظام.**

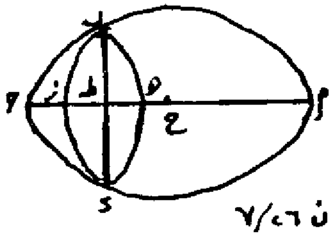
**برهانه: نصل فصلهما المشترك، وهو خط هـ ز، وننصفه على ح. فَـ ح مركزهما. ونخرج من ح على سطح دائرة جـ د عمود ح ط، وعلى سطح دائرة أ ب عمود ح ك.**

**فلأن دائرة جـ د في كرة، وخرج من مركزها عمود عليها، وهو ح ط. فَـ ح ط يمر بمركز الكرة.**

ويمثل ذلك نبين ان مركز الكرة على خط ح ك. فيكون الفصل المشترك بخطي ح ط، ح ك [٦٥ و] التي هي نقطة ح. فدائرتا أ ب، جـ د تمران بمركز الكرة، فهما من الدوائر العظام. وذلك ما أردنا.

## [المبرهنة ٢٦/٧]

اذا قطعت في كرة دائـرة عظيمـة [دائـرة] أخرى على زوايا قائمة، فإنها تقطعها بنصفين، وتمر بقطبيها. كدائرة أ ب جـ د العظيمة، . قطعت في الكرة دائرة ما، وهي هـ ب ز د. أقول انها تقطعها بنصفين وتمر بقطبيها.



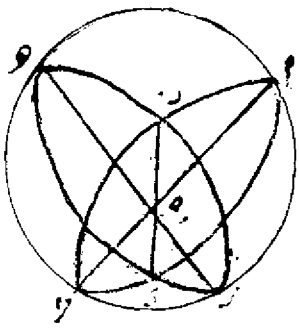
برهـانـه: نصل الفصل المشترك، وهو ب د؛ ونجعل مركز الدائرة أ ب جـ د ومركز الكرة: نقطة ح. ونخرج من ح إلى ب د، الذي هو الفصل المشترك: عمود ح ط فـ ح ط يكون عموداً على سطح دائرة هـ ب ز د.

فـ ط مركز دائرة هـ ب ز د. فـ ب د قطرها، فكل واحدة من قوسي ب هـ د، ب ز د نصف محيطها.

وأيضاً ان خط ح جـ وصل بين مركز الكرة ومركز دائرة هـ ب ز د. فإنه إذا أخرج انتهى إلى قطبي دائرة هـ ب ز د. وذلك ما أردنا ان نبين.

## [المبرهنة ٢٧/٧]

اذا تقاطع دائرتان على بسيط كرة، ومر بأقطابهما دائرة عظيمة، فإنها تقطع كل واحدة من القسي المتقاطعة من الدائرتين بنصفين



مثـاله: [٦٥ ظ] دائرتا أ ب جـ د، ب هـ د ز تتقاطعان على نقطتي ب، د؛ ومرَّ بأقطابهما دائرة أ ز جـ هـ العظيمة. أقول ان دائرة أ ز جـ هـ العظيمة

تقطع قسي ب ز د، ب أ د، ب جـ د، ب هـ د، الأربع المتقاطعة: بنصفين، على نقط ز، أ، جـ، هـ.

برهانه: ان الفصل المشترك بين دائرتي أ ب جـ د، أ ز جـ هـ: خط [أ جـ والفصل المشترك بين ب هـ د ز، أ ز جـ هـ: خط] ز هـ [وهما] يتقاطعان على نقطة ح.

ولأن نقط ب، ح، د في سطح دائرة أ ب جـ د، وأيضاً هـ ب ز د، فإنها جميعاً على الفصل المشترك بين دائرتي أ ب جـ د، هـ ب ز د، الذي هو خط ب ح د المستقيم.

ولأن كل واحدة من دائرتي أ ب جـ د، هـ ب ز د قائمة على دائرة أ ز جـ هـ، على زوايا قائمة، وذلك ان أ ز جـ هـ مارة بأقطابهما، يكون الفصل المشترك، الذي هو ب ح د، عموداً على دائرة أ ز جـ هـ. فَـ ب ح د عمود على كل واحد من خطي أ جـ، ز هـ.

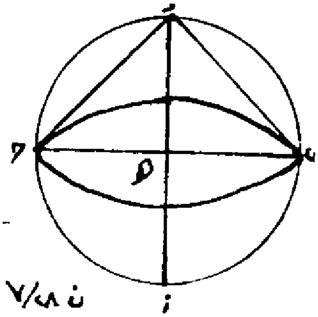
ولأن أ جـ قطر دائرة أ ب جـ د، وذلك لأن دائرة أ ز جـ هـ تقطعها بنصفين، وقطع قطر أ جـ: وتر ب د على زوايا قائمة، فيقطعه بنصفين. فَـ ب ح مثل د ح. فقوس ب جـ مثل قوس جـ د.

وبمثل ذلك نبين ان قوس ب أ مثل أ د، ب ز مثل ز د، ب هـ مثل هـ د. وذلك ما أردنا ان نبين.

## [المبرهنة ٢٨/٧]

الخط المستقيم الذي يخرج من قطب الدائرة العظيمة في الكرة الى محيطها مساوٍ [٦٦ و] لوتر ربعها.

مثاله: دائرة أ ب جـ عظيمة في الكرة، وقطبها د. وخرج من د إلى محيطها خط د ب؛ أقول انه مثل وتر ربع الدائرة.



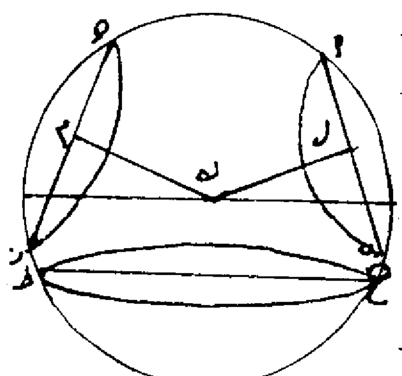
ن ٢٨/٧

برهـانه: نخرج قطر د ز، ونصل د جـ والفصل المشتـرك بين سطح الكـرة وسطح دائرة د ب جـ. ونقسم ب جـ بنصفين على هـ.

فلأن ب جـ قطر دائرة أ ب جـ، وهي من الدوائر العظام، يكون هـ مركزها ومركز الكرة معاً. ولأن دائرة أ ب جـ عظيمة، تقطع دائرة ب د جـ على زوايا قائمة، لأن ب د جـ مرت بقطب أ ب جـ، ويكون ب جـ أيضاً قطر الدائرة ب د جـ. فَـ ب د جـ مرت بمركز الكرة، فهي عظيمة. فوتر ربعها مثل ربع أ ب جـ، لأنهما متساويان، وذلك أن قطرهما قطر الكرة.

لكن ب د وتر ربع ب د جـ، لأن قوس ب د جـ نصف المحيط، وَب د مثل د جـ لأن د قطب. فَـ ب د مثل وتر الربع. وذلك ما أردنا ان نبين.

## [المبرهنة ٢٩/٧]



ن ٢٩/٧

الدوائر التي في الكرة أعظمها التي تمر بمـركز الكرة، والباقية: فما قرب من مركز الكـرة أعـظم ممـا بعـد. والتي بعدها من المركز متساوٍ فهي متساوية.

مثاله: دوائر أ ب، جـ د، هـ ز، ح ط؛ جـ د يمر بمركز الكرة، ح ط أقرب الى مركز الكرة من أ ب؛ أ ب، هـ ز بعدهما من مركز الكرة واحد. أقول ان دائرة جـ د أعظمها؛ وان ح ط أعظم من أ ب؛ وان أ ب، هـ ز متساويان.

برهـانـه: نخرج من مركز دائرة جـ د، وهو ك، [٦٦ ظ] وهو أيضاً مركز الكـرة، الى هذه الـدوائر: أعمدة ك ل، ك ن، ك م. فنقط ل، م، ن مراكز الدوائر. ونخرج خطوط د ك، ل أ، م ز، ن ط. ونصل أ ك، ط ك.

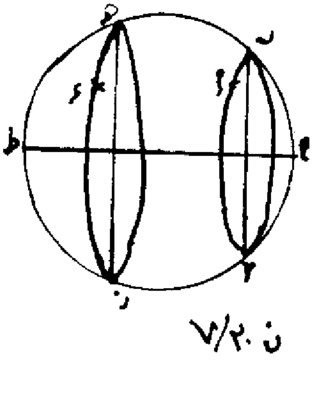
فلأن زاوية ل قائمة يكون خط أ ك أعظم من أ ل. لكن ك أ مثل ك د، لأنهما خرجا من مركز الكرة الى البسيط. فَـ ك د أعظم من أ ل؛ وَك د نصف قطر دائرة جـ د، أ ل نصف قطر دائرة أ ب. فدائرة جـ د إذن أعظم من دائرة أ ب.

وكذلك نبين أنها أعظم من جميع الدوائر التي تكون على بسيط كرتها.

وأيضاً لأن دائرة ح ط أقرب الى مركز ك من دائرة أ ب، فعمود ك ن أقصر من عمود ك ل فمربع ك ن أصغر من مربع ك ل. لكن مربع ك ن مع مربع ن ط مثل مربع ك ل مع مربع أ ل. فيبقى مربع ن ط أعظم من مربع أ ل. فَـ ن ط، وهو نصف قطر دائرة ح ط، أعظم من أ ل، نصف قطر دائرة أ ب. فدائرة ح ط أعظم من دائرة أ ب.

وأيضاً لأن بعدي دائرتي أ ب، هـ ز عن المركز متساويان، يكون عمود ك ل مثل عمود ك م، ومربع ك ل مع مربع ل أ مثل مربع ك م ومربع م هـ. فنصف قطر دائرة أ ب، الذي هو خط أ ل، مثل نصف قطر [٦٧ و] هـ ز، الذي هو خط هـ م. فدائرتا أ ب، هـ ز متساويتان. وذلك ما أردنا ان نبين.

## [المبرهنة ٣٠/ ٧]

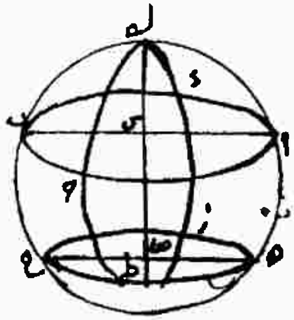


ن ٢٠/٧

الـدوائـر التي على قطب واحـد في الكرة هي متوازية. مثاله أ ب جـ، د هـ ز على قطبي ح، ط، أقول إنهما متوازيان.

برهانه: نصل ح ط، فخط ح ط خرج من أحد قطبي دائرة أ ب جـ الى الآخر، فهو عمود على سطحها.

وكذلك يكون ح ط أيضاً عموداً على سطح دائرة د هـ ز. فخط ح ط إذن عمود على كل واحد من سطحي دائرتي أ ب جـ، د هـ ز. فدائرتا أ ب جـ، د هـ ز متوازيتان وذلك ما أردنا ان نبين.



## [المبرهنة ٣١/ ٧]

اذا مرت بقطبي دوائر متوازية في الكرة: دوائر عظام، فان قسي الدوائر العظام التي فيما بين الدوائر المتوازيات متساوية، وقسي الدوائر التي فيما بين الدوائر العظام متشابهة.

مثاله: دائرتا أ ب جـ د، هـ ز ح ط. فليكن أحد قطبيها ك؛ ودائرتا أ هـ ح ب، د ز ط جـ العظيمتان تمران بقطب ك. فأقول ان قسي هـ أ، ح ب، ط جـ، ز د التي بين المتوازيات: متساوية وان قسي أ جـ، جـ ب، ب د، د أ التي بين الدوائر العظام متشابهة.

برهانه: ليكن أ ب الفصل المشترك بين دائرتي أ جـ ب د، أ ك ب؛ ز ط الفصل المشترك بين دائرتي ز ح ط، ز ك ط؛ جـ د الفصل المشترك بين [٦٧ ظ] دائرتي جـ ط ز د، أ جـ ب د، وخط هـ ح الفصل المشترك بين هـ ز ح ط، هـ ك ح؛ ولأن دائرة هـ ك ح ل مرت بقطبي دائرة أ ب جـ د، فهي تقطعها بنصفين. فَـ أ ب قطر دائرة أ جـ ب د. وكذلك يكون جـ د قطر دائرة أ ب جـ د. فَـ س مركز دائرة أ ب جـ د.

وكـذلـك يتبين أن خطي ط ز، هـ ح قطرا‌ن لدائرة هـ ز ح ط، وأن ص مركزها. ولأن دائرتي أ ب جـ د، هـ ز ح ط متوازيتان، وقطعهما دائرة جـ ط ز د، ففصلا جـ د، ز ط متوازيان. وبمثل ذلك نبين ان فصلي أ ب، هـ ح متوازيان.

ولأن خطي ب س، س جـ يحيطان بزاوية ب س جـ، ويوازيان خطي ح ص، ص ط المحيطين بزاوية ح ص ط، تكون زاوية ب س جـ مثل زاوية ح ص ط. وهما على المركزين، وعلى ب جـ، ح ط فقوس ب جـ تشبه قوس ح ط.

وكذلك تكون قوس د أ تشبه ز هـ، جـ أ تشبه هـ ط، د ب تشبه ح ز.

وأيضاً لأن ك قطب دائرة أ ب جـ، تكون قسي ك أ، ك ب، ك جـ، ك د متساوية ولأن ك أيضاً قطب دائرة ز ح ط تكون قسي ك هـ، ك ز، ك ح، ك ط متساوية* فقسيّ هـ أ، ح ب، ز د، ط جـ [٦٨ و] الباقيات التي بين المتوازيات متساوية وذلك ما أردنا أن نبين.

★ هنا تنتهي مخطوطة ظ.

ونختم المقالة السابعة بهذا الشكل، والكتاب بهذه المقالة، لأن هذا القدر رأيناه كافياً لمقصودنا، ولغرض أهل عصرنا في أقسام هذا العلم، وتركنا ذكر اختلاف وقوع هذه الأشكال، وحدّ سلوكها اجتناباً من التطويل، واعتماداً على ما قررناه في كتاب البلاغ الذي صنعناه في شرح كتاب اقليدس في الأصول. فمن أراد ذلك فسبيله أن يطلبه من الكتاب.

والحمد لله الملك الوهاب وصلى الله على سيدنا محمد وآله وصحبه، وسلم تسليماً كثيراً.

ووقع الفراغ من تعليق هذه النسخة

الثامن والعشرين من شهر ربيع الأول سنة ثلاث وأربعين وسبعمائة كتبه لنفسه احمد بن محمد بن سنان الرشنسي عفا الله عنهم أجمعين.

# المقالة السابعة
# في موازنة ختامية

المقالة ١١ من كتاب اقليدس تتألف من ٣٩ مبرهنة تتعلق بهندسة المجسمات. من هذه المقالات أخذ النسوي ١٥ بدأبها مقالته السابعة، ثم الحق بها ١٦ مبرهنة تتعلق بهندسة الكرة، وذلك ما لم يشمله اقليدس في مقالاته، فالمقالة السابعة عند النسوي هي في الهندسة المجسمة وتشمل هندسة المجسمات المستوية السطوح وهندسة الكرة ودوائرها. وهو بهذا يكمل ما بدأه اقليدس. ولكن هل هو كاقليدس يبني للرياضيات التطبيقية صرحاً متماسكاً؟ هذا ما نهيب بالدارس ان يتحرى أمره.

تم بحمد الله