

الباب الأول

المطلوبات الأساسية لعلم الاجتماع

1- مقدمة:

علم الاهتزازات الميكانيكية (*Mechanical Vibration*) يبحث في كل ما تتعرض له الاجسام المرنة تحت تأثير القوى المسببة للحركة الاهتزازية والتي تنشأ من عدم اتزان الكتل المتحركة حركة دورانية أو ترددية , ويعتبر هذا العلم أيضا من اهم مجالات الدراسة في الفيزياء لان كل الانظمة الفيزيائية فى الطبيعة قادرة على القيام بحركات اهتزازية بشكل او بأخر حيث ان الصوت والضوء هما الا حركتان اهتزازيتان , واذا تعرض جسم ما الى تأثير قوة خارجية مثل الرياح أو خلافة وجعلتة يهتز بدرجة تردد تتوافق مع تردد الجسم ذاته فيؤدى ذلك الى اهتزازات باهتزازات ذات اتساع كبير والتي تجعله ينهار مثل كوبرى تاكوما الشهير بولاية اوريجون بالولايات المتحدة والتي تعرض لرياح أحدثت به اهتزازات ذات تردد متوافق مع تردد الكوبرى الطبيعى والذى أدى الى اهتزازة بدرجة كبيرة جدا مما أدى الى انهياره بالرغم من جودة تصميمه وتنفيذه من الناحية الهندسية وذلك لعدم أخذ حركة الاهتزازية فى الحسابات التصميمية.

أما بالنسبة للاعمدة الدورانية فقد تحدث انحرافات كبيرة عند سرعات عالية وهى السرعات الحرجة *Critical Speeds* نتيجة تأثير قوى غير مترنة مهما كانت صغيرة ويؤدى هذا الى اخفاق العمود اذا دار على هذه الحالة لفترة طويلة. أما فى الحياة العملية فعند تصميم سيارة أو طائرة مثلا يجب عزل الاهتزازات بأكبر قدر ممكن حتى لاتصل الى الراكب وذلك بدراسة نظام هذه المركبة من ناحية علم الاهتزازات الميكانيكية , وكذلك عزل الاهتزازات الناتجة من الآلات والماكينات بالطرق الهندسية عن جدران المنشآت(المباني) فى المصانع أو فى محطات توليد القوى أو الورش الصغيرة التى بها الآت يصدر منها اهتزازات والموجودة بالمباني وسط السكان فى المدن.

2- فوائد الاهتزازات:

توجد اهتزازات مفيدة فى الحياة ومرغوب فيها مثل اهتزاز اوتار الاجهزة الموسيقية التى نسمعها الحان موسيقية عذبة , وكذلك أمكن التوصل عن طريق البحث و الدراسة لعلم الاهتزازات الى تصنيع اجهزة تصدر موجات عالية جدا تستطيع تفتيت الحصاوى بجسم الانسان بدون عمليات جراحية , وأيضا أمكن تصنيع الاجهزة الالكترونية التى تتحكم فى الترددات الاهتزازية المختلفة التى ترسلها الاقمار الصناعية لدول العالم وامكن استقبالها على جهاز التلفزيون بواسطة الاستقبال الالكترونى مما حول العالم الى قرية صغيرة.

الغرض من دراسة علم الاهتزازات في الهندسة الميكانيكية هو العمل على إيجاد حل لكثير من المشاكل بالبحث والدراسة للقوانين التي تتحكم في اهتزاز المنظومات الميكانيكية والتي أمكننا من السيطرة على الجانب السلبي الغير مرغوب فيه من الاهتزازات والتي امكن اخادها حتى لاتصل الى راكب السيارة وتعمل على اجهاذة وتعبه. وكذلك التحكم في الاصوات الصادرة من المحركات وخاصة الطائرات والعمل على اخاد نسبة كبيرة منها ايضا حتى لاتصل الى راكب الطائرة وذلك بجانب البحث في علم الضوضاء Noise .

3- عيوب الاهتزازات:

ان عيوب الاهتزازات هو الجانب الغير مرغوب فيه لما لها من خواص تدميرية وتحطيمية مثل انهيار الكبارى والجسور واجنحة الطائرات وكذلك انهيار اجزاء الماكينات بسبب الاهتزازات الناتجة عن عدم توازن الكتل الدورانية بها ويكون تأثير الاهتزازات على عمل أجهزة القياس الدقيقة الموجودة بالقرب من الماكائن الدوارة سلبى والذي يؤدي الى زيادة نسبة الخطأ فى الاجهزة أو قد يؤدي الى تلفها او تعطيلها عن أداء وظيفتها , وهذا بالاضافة الى الاصوات المزعجة المنبعثة من هذه الماكينات والتي تتعب راحة الناس وخاصة المرضى.

4- تعريف المصطلحات الفنية :

يلزم لدراسة علم الاهتزازات الميكانيكية تعريف المصطلحات الفنية التي سنتناولها فى دراستنا لهذا العلم فى هذا الكتاب وفيما يلى أهم هذه المصطلحات :-

(4-1) الحركة الاهتزازية (الترددية او التذبذبية) : *Vibratory or Oscillatory*

هى حركة دورية تكرر نفسها كل فترة زمنية وتسمى هذه الفترة بزمن التذبذبة *Period of*

Oscillatory

(4-2) الدورة : *Cycle*

هى وحدة الحركة فى الفترة الزمنية الواحدة.

(4-3) التردد (تردد الحركة الاهتزازية): *Frequency*

هو عدد الدورات فى وحدة الزمن ويسمى بالتردد الطبيعى الدورى او الدائرى ويعبر عنه بالدورة

لكل ثانية (*cycle/sec*) ويرمز له بالرمز (ω).

(4-4) زمن الدورة : *Time of Period*

هو الزمن المطلوب للحركة الدورية لتكرر نفسها ويرمز له بالرمز (t_p).

(4-5) التردد الطبيعى (f_n) : *Natural of Frequency*

هو تردد المنظومة المهتزة اهتزاز حر دون حدوث احتكاك او مقلوب الزمن الدورى ويعبر

$$\frac{1}{t_p}$$

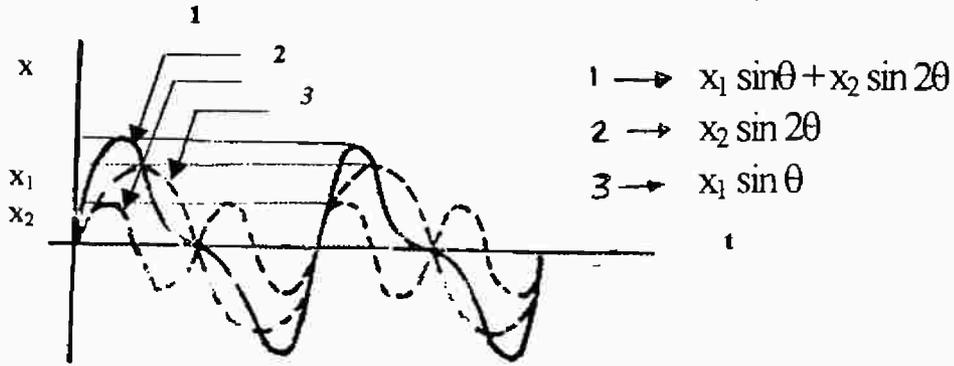
عنه بالهرتز (Hz)

(4-6) التردد الطبيعي المخمد (f_d) : Damping Frequency

هو تردد المنظومة المهتزة اهتزاز حر بوجود الاحتكاك.

(4-7) أنواع الحركات الاهتزازية: Types of Vibration Motions

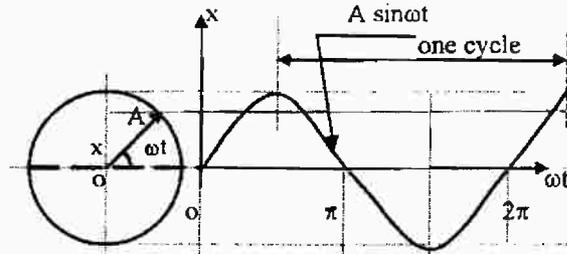
يبين الشكل (1-1) دالة تذبذبية وهي التي تكرر نفسها كل فترة زمنية، أما الحركة التوافقية Harmonic Motion فهي التي يمكن تمثيلها بأى من الدالتين الدائريتين Sine or Cosine وتعتبر كل دالة توافقية هي تذبذبية أما الدالة التذبذبية فقد لا تكون توافقية، وقد أثبت فوريير Fourier أن الدالة التذبذبية يمكن تركيبها من عدة متتاليات توافقية، وعلى ذلك يمكن تمثيل دالة بالشكل (1-1) بمركبتين توافقيتين:



الشكل (1-1) يمثل الحركة التذبذبية ومركباتها التوافقية.

$$x = x_1 \sin \theta + x_2 \sin 2\theta$$

يسمى الحد الاول $x_1 \sin \theta$ أولى Primary، والحد الثاني $x_2 \sin 2\theta$ ثانوى Secondary، ويتردد بضعف سرعة الحد الاول، ومن حسن الحظ ان كثير من الدوال التذبذبية الهامة يمكن ارجاعها الى دوال توافقية ببساطة.



الشكل (1-2) يمثل الحركة التوافقية البسيطة

(4-8) أنواع الاهتزازات: Types of Vibrations

ينقسم الاهتزاز الى الاهتزازات الحرة والاهتزازات الجبرية (القسرية).

أ- الاهتزاز الحر: *Free Vibration*

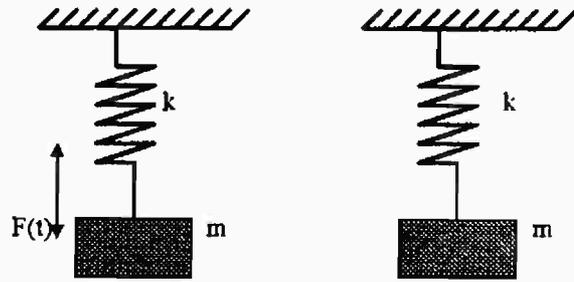
هو اهتزاز المنظومة المرنة *Elastic System* وازاحتها من وضع الاتزان الاستاتيكي بدون تأثير قوة خارجية تؤثر في المنظومة ويكون ترددها هو التردد الطبيعي تحت تأثير معامل النابض ووزن كتلة المنظومة ويكون الاحتكاك بين المنظومة والهواء ولهذا تتضائل الاهتزازات مع الزمن بسبب وجود الاحتكاك ولذلك تسمى بالاهتزازات الحرة أو الاهتزازات العابرة , كما مبين بالشكل (1-3a) والذي يوضح ابسط المنظومات الاهتزازية الحرة وهو الهزاز الميكانيكي البسيط.

ب- الاهتزازات الجبرية (القسرية): *Forced Vibrations*

هو اهتزاز المنظومة المرنة تحت تأثير قوة خارجية تؤثر عليها والتي يمكن تمثيلها عادة بالعلاقات:

$$F \sin \omega t, F \cos \omega t, Fe^{i\omega t}, F(t)$$

ويكون التردد الجبري مختلفا عن التردد الطبيعي للمنظومة لان هذا التردد يكون نتيجة القوة المؤثرة , والشكل (1-3b) يوضح الاهتزاز الجبري لمنظومة الهزاز الميكانيكي البسيط تحت تأثير قوة الاستثارة الخارجية $F(t)$.



الشكل (1-3b) الاهتزاز الجبري

الشكل (1-3a) الاهتزاز الحر

(4-9) الرنين: *Resonance*

يحدث الرنين في حالة الاهتزاز الجبري او القسري وذلك اذا حدث وتوافق التردد الناتج من تأثير القوة الخارجية مع التردد الطبيعي للمنظومة فان سعة النبذات تزيد بدرجة كبيرة جدا والتي تصل الى مرحلة خطيرة وتسمى هذه المرحلة بالرنين حيث انها تشبه نبذات الرنين في الاجهزة الصوتية ولن السعة في هذه الحالة تكون محكومة فقط بمقدار الخمد الموجود في المنظومة , ولتجنب الوصول لهذه المرحلة يجب معرفة التردد الطبيعي مسبقا للمنظومة وكذلك دراسة التردد الحادث نتيجة قوة الاستثارة وتعيينه بأجهزة القياس العلمية.

(4-10) الكبت (الخمد): *Damping*

تعرض المنظومات المهتزة الى مقاومة نتيجة الاحتكاك والذي يعبر عنه بالكبت أو الخمد أو التضائل وذلك بصور مختلفة مثل الكبت الجاف الكولمبي , والكبت بالهواء , او الكبت نتيجة احتكاك السوائل أو نتيجة لاي أنواع اخرى للمقاومة الداخلية... وتحت تأثير الكبت تقل اهتزازات المجموعة حرة الحركة

الى أن تتوقف.

(4-11) معامل الياى (الكزازة او الاكتزاز): *Stiffness Coefficient*

إذا أثرت قوة شد (F) على نابض فأنه يحدث استطالة للياي مقدار Δ وبزيادة قوة الشد المؤثرة على النابض يزداد مقدار الاستطالة والعكس صحيح وبذلك فإن مقدار الاستطالة (مقدار التغيير فى طول النابض) يتناسب مع القوة المؤثرة بغض النظر عن شكل النابض أو مساحة مقطعة ويسمى ثابت التناسب بمعامل النابض k كما بالمعادلة الآتية:

$$\therefore F \propto \Delta \quad \therefore F = k\Delta \quad \therefore k = \frac{F}{\Delta}$$

وتكون وحدات k للنوابض البسيطة عبارة عن قوة لكل وحدة طول kgf/cm أو ib/in , أما فى حالة المجموعات الالتوائية فيعرف معامل الياى بمعامل الالتواء q لوحدة الازاحة حيث

$$q = \frac{T}{\theta^\circ}$$

($kg.cm/degree$) or ($ib.in/degree$) حيث T هي عزم الالتواء.

(4-12) درجات الحرية: *Degrees of Freedom*

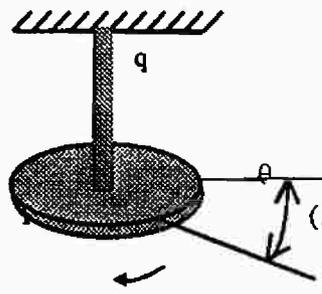
لدراسة الاهتزاز لمنظومة ميكانيكية معينة يجب أولاً تحديد أقل عدد للمتغيرات التى تلتزم لوصف حركة المنظومة وتحديد موضعها , ويسمى هذا العدد من المتغيرات بعدد درجات الحرية للمنظومة , ويمكن تقسيم المنظومات الميكانيكية الى ثلاث مجموعات كما يلى:

أ-منظومات ذات درجة حرية واحدة : *Systems of one Degree of Freedom*

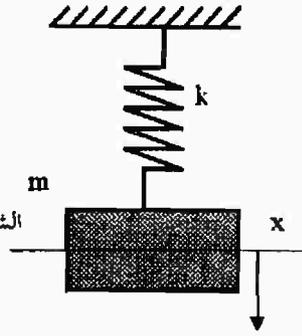
تعرف المنظومات ذات درجة الحرية الواحدة بأنها المنظومات التى تحتاج الى احدائى واحد فقط لوصف الحركة وتحديد موضع كتل المنظومات فى الفراغ مع العلم بأنه يمكن أن تهتز كثيراً من النظم بأكثر من طريقة وأكثر من اتجاه كما بالأمثلة الموضحة بالاشكال الآتية:-

1- الشكل (1-4A) يبين منظومة الهزاز الميكانيكى البسيط ذات درجة حرية واحدة لأنها مقيدة لتتحرك راسياً ولهذا فأنه يلزم احدائى واحد فقط $x(t)$ لوصف حركة المنظومة وتحديد وضع الكتلة فى الفراغ عند زمن (t) من وضع الاتزان الاستاتيكي.

2- الشكل (1-4B) يبين منظومة البندول الالتوائى وهو عبارة عن قرص مثبت فى عمود مسرن معامل الالتواء q ويلاحظ انه عند التأثير بعزم $Torque (T)$ على القرص فأنه يتحرك بزاوية (θ) بعد فترة زمنية (t) ولهذا يلزم احدائى واحد فقط $\theta(t)$ لوصف الحركة وتحديد وضع القرص وبذلك فهى منظومة ذات درجة حرية واحدة.



شكل (1-4B)

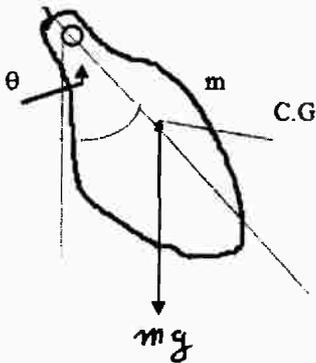


شكل (1-4A)

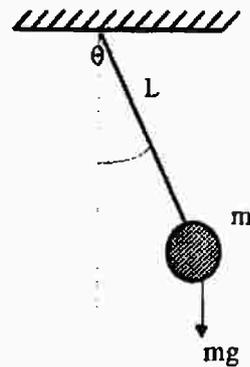
3- الشكل (1-4c,d) يبين البندول البسيط والبندول الصلب وكل منهما يحتاج الى احدائى واحد فقط $\theta(t)$ لوصف حركة حول المحور الراسى وتحديد موضعة فى الفراغ ولهذا فكل منهما تعتبر منظومة ذات درجة حرية واحدة.

4- الشكل (1-4e) يبين منظومة تتكون من كتلة m وبكرة و نابض معاملته k ونلاحظ من حركة المنظومة وجود احدائين أحدهما $\theta(t)$ وهو يمثل الازاحة الزاوية لدوران البكرة حول مركزها والاحدائى $x(t)$ يمثل الازاحة الخطية للكتلة m فى الاتجاه الراسى وهذين الاحدائين غير مستقلين عن بعضهما ولكنهم مرتبطين معا ولهذا يكفى احدائى واحد فقط من هذين الاحدائين لوصف حركة المنظومة وتحديد موضع الكتلة فى الفراغ عند زمن (t) من موضع الاتزان الاستاتيكى

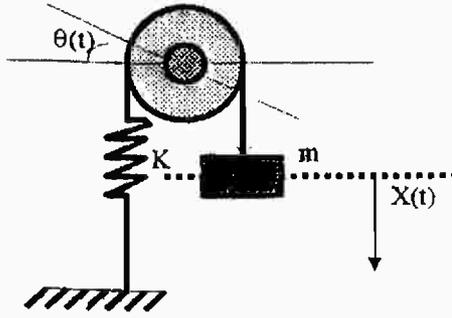
5- الشكل (1-4f) يبين منظومة جهاز لاقط الاهتزازات لقياس درجة الزلازل حيث يتم ربط قاعدة المنظومة بالجسم المراد قياس حركة الاهتزازية وذلك بايجاد الحركة النسبية بين القاعدة والكتلة التى تمثلها المعادلة $x = x_1 + x_2$ ولهذا يلزم احدائى واحد فقط $x(t)$ لوصف حركة المجموعة وتحديد موضعها فى الفراغ.



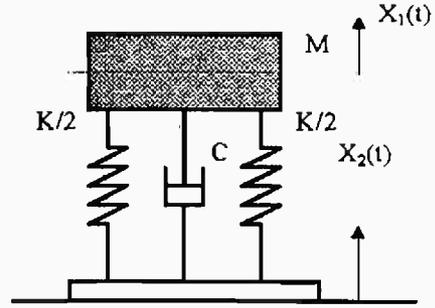
الشكل (1-4d) البندول الصلب



الشكل (1-4c) البندول البسيط



الشكل (1-4e) منظومة ذات درجة حرية واحدة



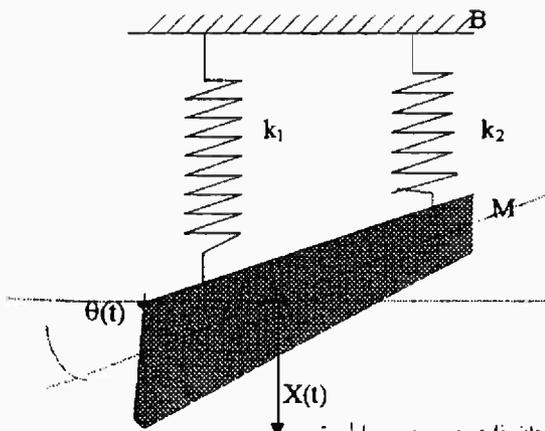
الشكل (1-4f) يوضح جهاز لاقط الاهتزاز ذات درجة حرية واحدة

ب- المنظومات ذات درجتين من الحرية: Systems of Two Degree of Freedom

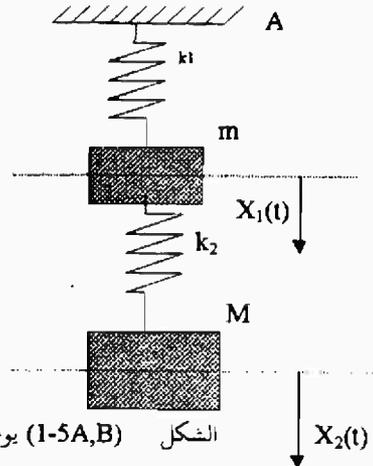
تعرف المنظومات ذات درجتى الحرية بأنها المنظومات التى تحتاج الى احدائيتين فقط لوصف الحركة وتحديد موضع كتل المنظومات فى الفراغ وكثيرا منها يهتز بأكثر من طريقة واكثر من اتجاه كما بالامثلة الموضحة بالاشكال الاتية :-

1- الشكل (1-5A) يبين منظومة مكونة من كتلتين m, M وكذلك نابضين k_1, k_2 وكل منهما مقيد للحركة فى الاتجاه الراسى فقط اى يحدث ازاحة خطية رأسية وهما $x_1(t), x_2(t)$ ويلاحظ ان احد الاحداثيين لايكفى لوصف الحركة وتحديد وضع الكتلتين فى الفراغ من وضع الاتزان الاستاتيكي عند زمن (t) ولكن يلزم الاحداثيين معا ليحققان ذلك ولهذا فهى منظومة ذات درجتين من الحرية.

2- الشكل (1-5B) يبين منظومة تتكون من نابضين معاملهما k_1, k_2 غير متساويين وكتلة M ولهذا يحدث ازاحة خطية $x(t)$ وازاحة زاوية $\theta(t)$ وهم احدائيتين لابد من ايجادهم لوصف حركة المنظومة وتحديد موضع الكتلة فى الفراغ من وضع الاتزان الاستاتيكي عند زمن (t) من بداية الحركة ولذلك فهى منظومة ذات درجتين من الحرية.

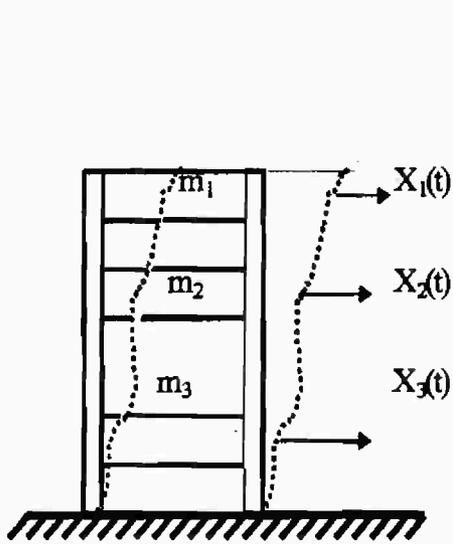


الشكل (1-5A,B) يوضح منظومتان ذات درجتين من الحرية

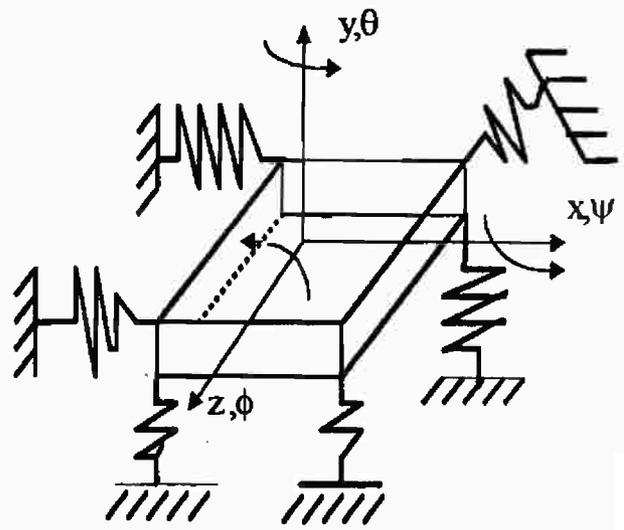


ج- منظومات متعددة درجات الحرية: *Multiple-Degree-of-Freedom System*

تعرف المنظومات التي لها عدد لانهاى من درجات الحرية (أكثر من احداثيين لوصف الحركة) بأنها المنظومات التي يمكننا أن نتصور كل منهما بأنها منظومة تحتوى على عدد لانهاى من الكتل والبيات وعلى ذلك فهي لانهاية الحرية ويمكن أن تتذبذب بعدد لانهاى من الاشكال وهذه المنظومات يقال عنها أنها فى المنوال الرئيسى *Principal Mode* عندما تتذبذب الكتل كلها بتردد مشترك . أما بقية كفيات الاهتزاز فيمكن اثبات انها عبارة عن عدد من الاهتزازات الرئيسة مجتمعة معا , ومن حسن الحظ ان التردد الطبيعى الاول يكون مهما من الناحية العلمية فى كثير من التطبيقات وكل درجة من درجات الحرية يقابلها منوال رئيسى , وعلى سبيل المثال ان المنظومة ثنائية درجات الحرية يكون لها منولان رئيسيان والشكل (1-6) يوضح منظومات ذات درجات متعددة الحرية او لانهاية الحرية.



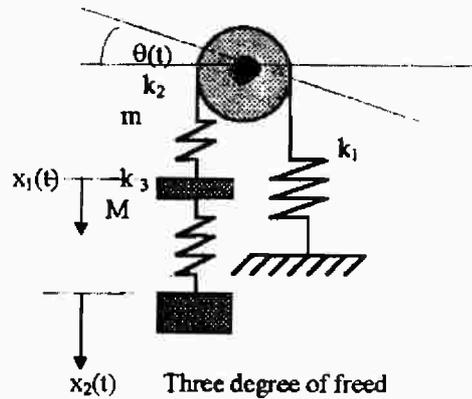
Three degree of freedom



The Rigid body with six degrees of freedom



مجموعات لانهاية الحرية

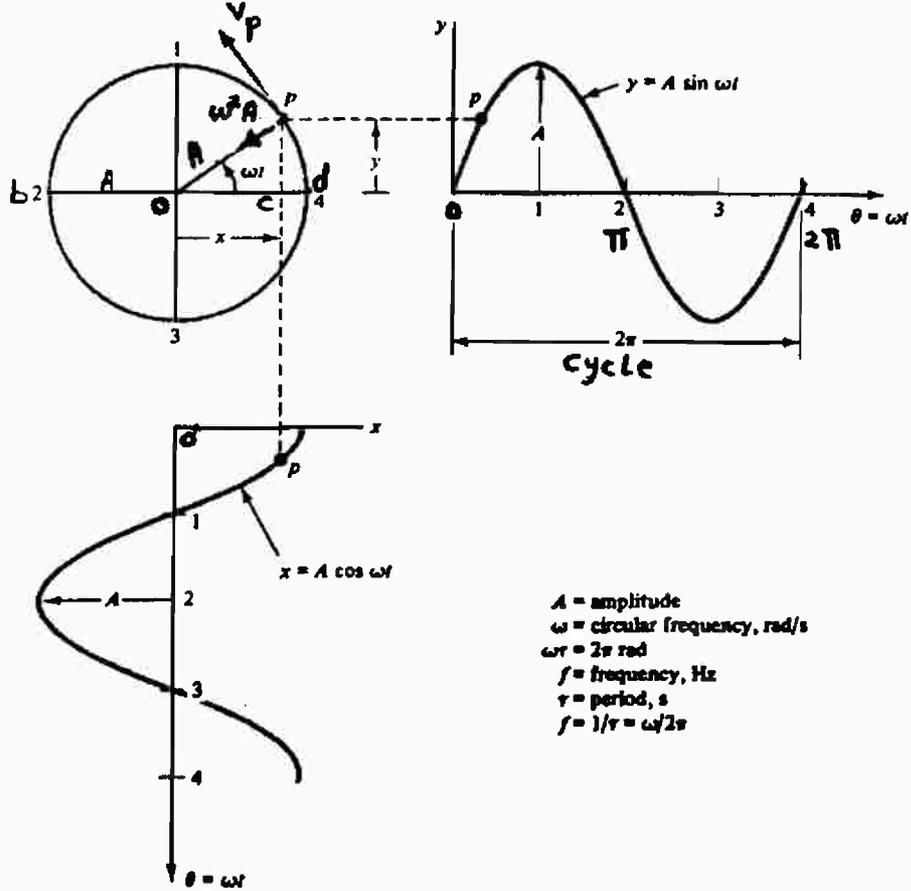


Three degree of freed

الشكل (1-6) يبين منظومات متعددة درجات الحرية.

(4-13) الحركة التوافقية البسيطة: (S.H.M.) Simple Harmonic Motion

عندما يتحرك جسم على محيط دائرة وكانت عجلة حركة هذا الجسم تتناسب مع ازاحته من نقطة ثابتة (o) هي مركز الدوران للجسم وكان اتجاه العجلة دائما نحو النقطة الثابتة فان حركة هذا الجسم تسمى حركة توافقية بسيطة (S.H.M) ولائبات ذلك نلاحظ من الشكل (1-7) مايلي:



الشكل (1-7) يوضح الحركة التوافقية البسيطة.

من الشكل (1-7) نجد أن ازاحة النقطة c التي هي مسقط للنقطة p على القطر bd تعين من العلاقة $x = A \cos \omega t$ وذلك عندما يتحرك الجسم من الوضع od الى الوضع op في زمن t وبسرعة زاوية ثابتة ω فان الزاوية التي تحركها op في الزمن t هي ωt وان الازاحة القصوى A تسمى بسعة الحركة Amplitude وسرعة النقطة c هي مركبة سرعة النقطة p والموازية للقطر bd ونعين السرعة v_c بتفاضل الازاحة x بالنسبة للزمن t أي أن:

$$v_c = \frac{d(x)}{dt} = \frac{d(A \cos \omega t)}{dt} = -\omega A \sin \omega t = -\omega \cdot pc$$

$$\therefore v_c = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

وبإهمال الإشارة نجد ان أقصى سرعة للنقطة c تحدث عندما تعدم الازاحة x

$$\therefore v_{c(\max)} = \omega \cdot A$$

وبما أن عجلة النقطة c هي مركبة عجلة النقطة p الموازية للقطر bd ويمكن إيجاد العجلة بتفاضل السرعة بالنسبة للزمن كما بالمعادلة الآتية:

$$f_c = -\omega_n^2 \cdot A \cos \omega t = -\omega_n^2 \cdot x, \text{ assume } f_c = \ddot{x} \therefore \ddot{x} = -\omega_n^2 x$$

ونلاحظ من هذه المعادلة أن العجلة f_c تتناسب مع الازاحة x عن النقطة الثابتة o مركز الدوران للجسم وتتجه دائما نحو المركز بحيث أن ω_n^2 هي ثابت التناسب وتسمى بالتردد الدورى *Circular Frequency*

وتكون أقصى عجلة عند أقصى ازاحة أى عندما $x = A$ ومن ذلك يمكن تعيين أقصى عجلة من العلاقة $f_{c(\max)} = \omega_n^2 \cdot A$ وبذلك أمكن اثبات أن حركة النقطة c حركة توافقية بسيطة (S.H.M) ونلاحظ أن

الزمن الدورى هو الزمن الذى يستغرقه دوران النقطة p دورة واحدة كاملة أى أن $t_p = \frac{2\pi}{\omega}$ وعند

أقصى ازاحة وجدنا أن $x = A$ ومن ذلك يمكن اثبات أن المعادلة $\ddot{x} + \omega_n^2 x = 0$ هي معادلة توافقية

$$\therefore f_{c(\max)} = f_n = \omega_n^2 \cdot A = \omega_n^2 \cdot x, \therefore \omega_n = \sqrt{\frac{f}{x}} = \sqrt{\frac{f}{A}}, \therefore t_p = 2\pi \sqrt{\frac{x}{f}} = 2\pi \sqrt{\frac{A}{f}}$$

$$\therefore f_n = \frac{1}{t_p} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{f}{x}} = \sqrt{\frac{f}{A}}, \therefore t_p = \frac{1}{f_n} = 2\pi \sqrt{\frac{x}{f}}$$

حيث x هي الازاحة ، f هي العجلة وبذلك يمكن استنتاج العلاقة الآتية:

$$\therefore f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}, \therefore \omega_n = 2\pi f_n$$

وتسمى وحدة التردد الطبيعى (f_n) بالهرتز (HZ) وتقدر بذبذبة واحدة لكل ثانية.

ملاحظات:

1-العوامل التى تتوقف عليها الحركة التوافقية (الجيبية) البسيطة هي السعة A (Amplitude) ، التردد ω_n

(Frequency) ، وزاوية الطور ωt (Phase Angle).

2-يمكن تمثيل الحركة التوافقية البسيطة بالعلاقة $x = A \cos \omega t$ or $y = A \sin \omega t$ كما فى الشكل

(1-7) ونلاحظ أن المسقط الافقى *Horizontal Projection* للمتجه او السعة يعبر عنه بالعلاقة:

$$x = A \cos \omega t = A \cos(2\pi f_n t)$$

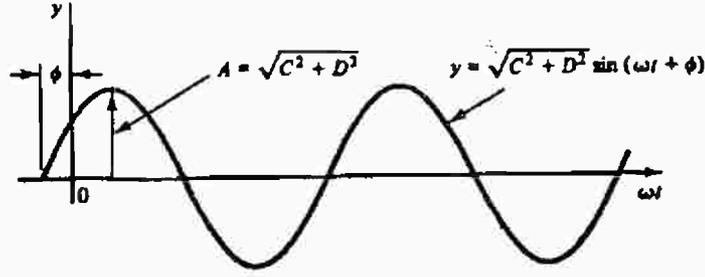
3-إذا كانت الحركة الموجية الجيبية *Sine Wave* فى اللحظة التى يبدأ فيها قياس الزمن $t \neq 0$ فإن هذه

الحركة يمكن تمثيلها بالشكل (1-8) ويمكن تمثيل ذلك بالعلاقة : $y = A \sin(\omega t + \phi)$ حيث الزاوية

$(\omega t + \phi)$ هي زاوية الحركة الموجية *The Phase Angle of the Motion Wave* بينما الزاوية ϕ هي زاوية

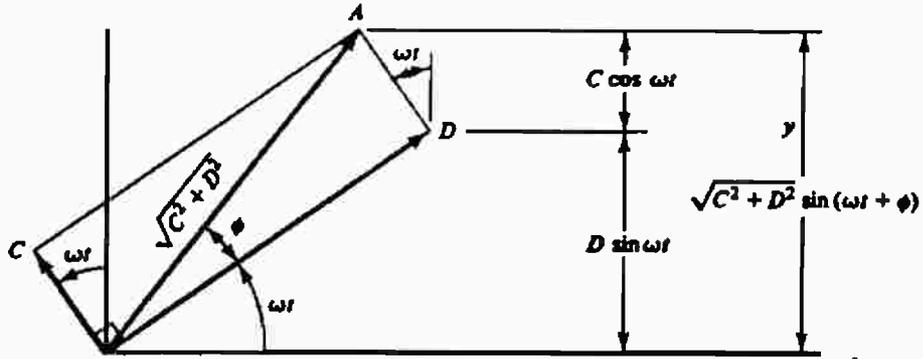
الطور البدائية *The Initial Phase Angle* وإشارة الزاوية ϕ الموجبة تدل على أن الحركة الموجية تتقدم

على الحركة الممثلة بالعلاقة $y = A \sin(\omega t)$ بمقدار زاوية الطور ϕ كما بالشكل (1-8)



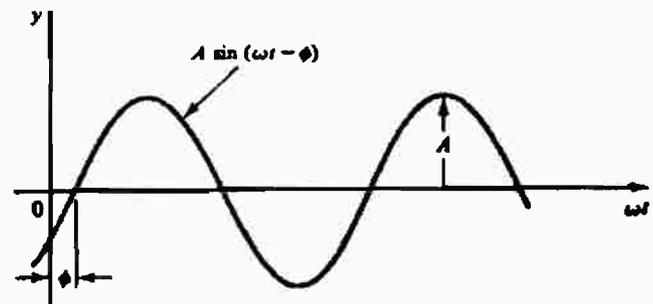
الشكل (1-8) يوضح ان الحركة الموجية تتقدم الحركة الممثلة بالعلاقة $\sin(\omega t)$ بالزاوية ϕ

4- الشكل (1-9) يوضح المعادلة $y = A \sin(\omega t + \phi)$ التي يمكن كتابتها على الصورة $y = C \cos(\omega t) + D \sin(\omega t)$ حيث ان حركة المنتجة الدورانية للنقطة p والتي يمكن تمثيلها بالعلاقة $y = C \cos(\omega t) + D \sin(\omega t)$ ونجد ان $C \cos(\omega t)$ تتقدم على $D \sin(\omega t)$ بزاوية 90° وتكون السعة القصوى ممثلة بالعلاقة $A = \sqrt{C^2 + D^2}$.



الشكل (1-9) يوضح دوران المتجهات الممثلة بالمعادلة $y = C \cos(\omega t) + D \sin(\omega t) = \sqrt{C^2 + D^2} \sin(\omega t + \phi)$

5- اذا كانت الحركة الموجية الجيبية تتأخر بزاوية ϕ فان ذلك يمكن تمثيلة بالشكل (1-10) والممثلة بالعلاقة $y = A \sin(\omega t - \phi)$ وان الاشارة السالبة للزاوية ϕ توضح ان الحركة الموجية الممثلة بهذه العلاقة تتأخر بزاوية ϕ عن الحركة الموجية الجيبية الممثلة بالعلاقة $y = A \sin(\omega t)$



الشكل (1-10) يوضح ان الحركة الموجية تتأخر بزاوية الطور ϕ عن الحركة الممثلة بالعلاقة $y = A \sin(\omega t)$

6- إذا فرضنا ان الدالة التوافقية ممثلة بالعلاقة $x = A \sin(\omega t)$ فأنة يمكن تخيل هذه الحركة كمسقط جسم يتحرك على محيط دائرة نصف قطرها A كما بالشكل (1-7) وبسرعة زاوية ω على احد أقطار هذه الدائرة , وتتكرر الحركة كل زاوية $(\omega t = 2\pi)$ وعلى ذلك تعين فترة او زمن التردد من العلاقة $tim\ of$

$$period = t_p = \frac{2\pi}{\omega_p}$$

$$f_n = \frac{1}{t_p} = \frac{\omega_p}{2\pi}$$

7- إذا كانت الازاحة ممثلة بالعلاقة $x = A \sin(\omega t)$ فان السرعة تعين بتفاضل

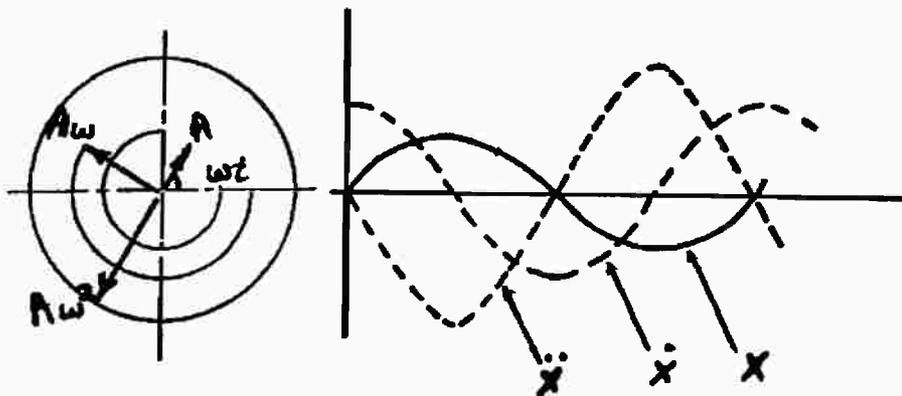
الازاحة بالنسبة للزمن t وتعين من العلاقة $\dot{x} = v = \omega A \cos \omega t$, وكذلك العجلة تعين من تفاضل السرعة بالنسبة للزمن كما بالعلاقة $f = \ddot{x} = -\omega^2 A \sin \omega t$

ومن المتطابقات المثلثية نجد ان

$$\dot{x} = \omega A \cos(\omega t) = \omega A \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \therefore \ddot{x} = -\omega^2 A \sin(\omega t) = \omega^2 A \sin(\omega t + \pi)$$

ومن هذا يمكن استنتاج ان كل من السرعة والعجلة هما دالتان توافقيتان أيضا وتدوران بنفس السرعة الزاوية ω ونجد ان السرعة تسبق الازاحة بزاوية ثابتة $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ بينما العجلة تسبق الازاحة بزاوية (π) كما

مبين بالشكل (1-11)



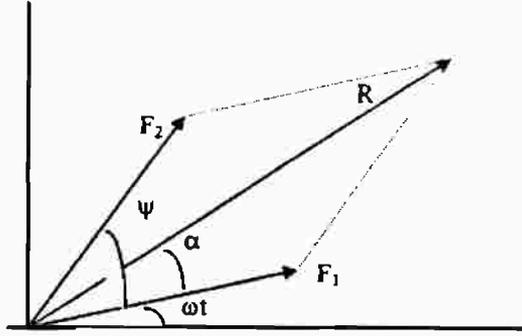
الشكل (1-11) يوضح الازاحة والسرعة والعجلة للحركة التوافقية البسيطة.

ويكن استنتاج معادلة الحركة كما يلي :

$$\therefore \ddot{x} = -\omega^2 A \sin(\omega t), x = A \sin(\omega t) \therefore \ddot{x} = -\omega^2 x \therefore \ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية ويمكن تمثيل الدالة التوافقية بكمية متجهة لها مقدار x واتجاه ωt وبتطبيق قواعد جمع المتجهات على هذه الدوال كما بالشكل (1-12) والتي تمثل بالعلاقة

$$F_1 \sin(\omega t) + F_2 \sin(\omega t + \psi) = R \sin(\omega t + \alpha)$$



الشكل (1-12) يوضح جمع الدوال التوافقية المشتركة في السرعة الزاوية.

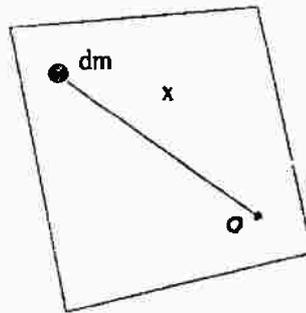
5- عزم القصور الذاتي: Moment of Inertia

هو مجموع حاصل ضرب كتلة كل جسيم لاي جسم في مربع بعده عن أى محور ويرمز له بالرمز I_0 .

إذا كانت dm هي كتلة عنصر أو جسيم صغير جدا على مسافة x من محور يمر بالنقطة o وعمودى على المستوى الواقع فيه عنصر الكتلة dm (أى عمودى على مستوى الصفحة التى امامك) فإن عزم القصور الذاتى لهذا العنصر يعين من العلاقة $I = dm \cdot x^2$ وعزم القصور الذاتى للعنصر للجسم كلة يعين بالتكامل من العلاقة:

$$I_0 = \int dm \cdot x^2 = m \cdot r_g^2 \quad \text{kg.m}^2$$

حيث m الكتلة الكلية للجسم ، r_g نصف قطر الحركة التدويمية Radius of Gyration الذى تتركز عنده الكتلة الكلية (أى ان المسافة x تتحول الى نصف قطر الحركة التدويمية عن المحور للجسم كلة).



الشكل (1-13)

6- عزم القصور الذاتى لبعض الحالات الهامة.

1- قرص منتظم أو اسطوانة نصف قطرها R يكون عزم القصور الذاتى حول المحور المركزى

$$I = \frac{mr^2}{2} , \text{ نصف قطر الحركة التدويمية } R_G = \frac{r}{\sqrt{2}}$$

2- قرص او اسطوانة جوفاء بنصفى قطر خارجى وداخلى (r_o, r_i) وبعين عزم القصور الذاتى حول

$$I_o = \frac{m(r_o^2 + r_i^2)}{2}$$

المحور المركزى من العلاقة التالية:

3- قرص رقيق نصف قطره r ، يكون $I_o = \frac{mr^2}{4}$ حول القطر ويكون نصف قطر الحركة

$$r_g = R_G = \frac{r}{2}$$

التدويمية

4- قضيب منتظم ورفيع طوله L ، فان عزم القصور الذاتى له يعين من العلاقة $I_o = \frac{mL^2}{12}$ حول محور

يمر بمنصفه ومتعامد مع الطول. وعزم القصور الذاتى للقضيب حول محور موازى عند أحد طرفيه

$$I_o = \frac{mL^2}{3}$$

يعين من العلاقة

5- اسطوانة مصممة نصف قطرها r وطولها L ، فان عزم القصور الذاتى يعين من العلاقة

$$I_o = m\left(\frac{r^2}{4} + \frac{L^2}{12}\right)$$

حول محور يمر بمنصفها ، ومتعامدا مع الطول.

6- كرة مصممة نصف قطرها r فان عزم القصور الذاتى حول محور قطرى يعين من العلاقة

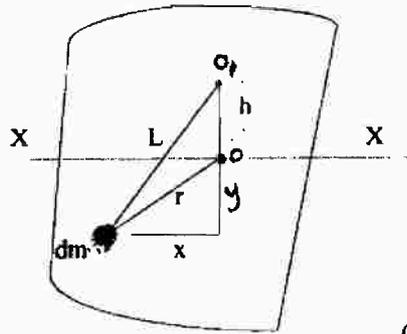
$$I_o = \frac{2mr^2}{5}$$

7- نظرية المحاور المتوازية: *Thorem of Parallel Axes*

بفرض ان I_o هو عزم القصور الذاتى لجسم ما حول محور يمر بمركز الكتلة O كما بالشكل (1-14)

(14) وان المطلوب ايجاد عزم القصور الذاتى حول محور موازى يمر بالنقطة O وعلى بعد h من

محور مركز الكتلة O .



الشكل (1-14)

ان عزم القصور الذاتى I للجسيم dm حول المحور O_1 يعين بالعلاقة الآتية:

$$I_o = dm.I^2 = dm[(h+y)^2 + x^2] = dm[h^2 + 2hy + y^2 + x^2] = dm[h^2 + 2hy + r^2]$$

وعزم القصور الذاتى I للجسم كله m حول المحور O_1 يعين من العلاقة الآتية:

$$I_o = \int dm.h^2 + 2h \int dm.y + \int dm.r^2 = mh^2 + 2hx + I_G$$

يث إن المحور XX يمر بمركز الكتلة G ، فإن العزم الكلى للكتلة حول المحور XX يساوى الصفر،
وبذلك يكون

$$I_O = I_G + mh^2$$

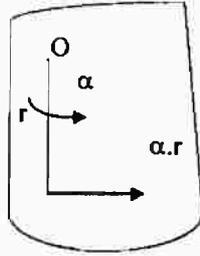
اذن نظرية المحاور المتوازية تعرف بأنها عزم القصور الذاتى لجسم ما حول أى محور يساوى عزم القصور الذاتى للجسم حول محور موازى يمر بمركز الكتلة ومضافا اليه حاصل ضرب الكتلة فى مربع البعد بين المحورين.

8- عزم الدوران والعجلة الزاوية *Torque and Angular Acceleration*

عند دوران جسم صغير جدا كتلته dm حول محور يمر بالنقطة O وان α هى العجلة الزاوية التى يسببها عزم الدوران T كما بالشكل (1-15) وبذلك تكون عجلة الجسم dm عن نصف قطر $r = \alpha r$ وأيضا تكون القوة اللازمة لتسارع الجسم $dm \cdot \alpha \cdot r$ ، أى ان عزم الدوران اللازم لتسارع الجسم $= dm \cdot \alpha \cdot r^2$ اذن عزم الدوران الكلى T اللازم لتسارع الجسم يعين من العلاقة

$$T = \int dm \cdot \alpha \cdot r^2$$

$$\therefore T = I_O \cdot \alpha = m \cdot r_g^2 \cdot \alpha$$



الشكل (1-15)

9- كمية التحرك الزاوية: *Angular Momentum*

كمية التحرك الزاوية لجسم ما حول محور دورانية هو عزم كمية التحرك حول هذا المحور.
نفرض ان جسم كتلته dm يدور حول محور يمر بالنقطة O كما بالشكل (1-16) وبسرعة زاوية ω فتكون سرعة هذا الجسم عند نصف القطر $r = \omega \cdot r$ ، وبذلك تكون كمية التحرك للجسم $dm \cdot \omega \cdot r$
: كمية التحرك الزاوية للجسم حول O تعين من المعادلة الآتية

$$dm \cdot \omega \cdot r \cdot r = dm \cdot \omega \cdot r^2$$

: كمية التحرك الزاوية الكلية للجسم كله يعبر عنها بالمعادلة الآتية

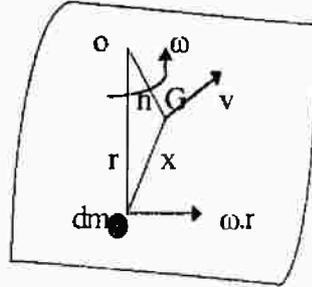
$$\int dm \cdot \omega \cdot r^2 = I_O \cdot \omega$$

وإذا فرض ان مركز الكتلة G فان $I_O = I_G + mh^2$ ويعبر عن كمية التحرك الزاوية حول O

$$I_G \cdot \omega + mh^2 \omega = I_G \cdot \omega + mvh$$

∴ كمية التحرك الزاوية حول أى محور θ تساوى كمية التحرك الزاوية حول محور موازى يمر بالنقطة G , مضافا اليها عزم كمية التحرك الخطية حول θ وتكون وحدات كمية التحرك الزاوية

والخطية على الترتيب $kg.m^2/sec$, $kg.m/sec$



الشكل (1-16)

10-العلاقة بين الحركة الخطية والزاوية: Relations between Linear and Angular Motion

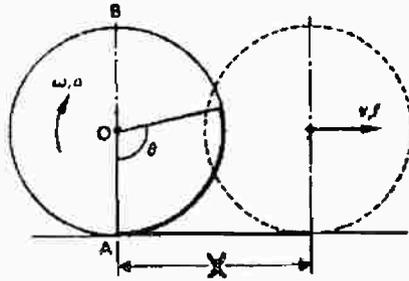
إذا تحركت نقطة ما مسافة x على محيط جسم دوار نصف قطر r كما بالشكل (1-17a) فإن الزاوية

المركزية المقابلة θ (مقاسة بالزوايا النصف قطرية) تتحدد بالعلاقة $\theta = \frac{x}{r}$ ومنها نجد ان $x = \theta r$

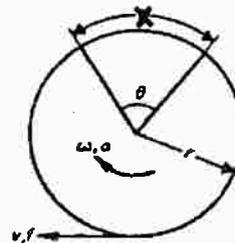
$$\therefore v = \frac{dx}{dt} = \frac{d\theta}{dt} r = \omega \cdot r$$

وباجراء التفاضل نحصل على السرعة (v) والعجلة (a)

$$f = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega r)}{dt} = \frac{d\omega}{dt} r = \alpha \cdot r$$



(a)



(b)

الشكل (1-17a,b)

وفى حالة العجلة او الاسطوانة التى تتدحرج على سطح مستوى دون ان تنزلق كما بالشكل (1-17b) فإن طول القوس x يكون مساويا للمسافة التى يتحركها المركز θ أى ان المسافة التى يتحركها المركز $\theta \cdot r = (a)$ وبذلك تكون السرعة والعجلة للمركز (a) كالاتى: $v = \omega r$, $f = \alpha r$ حيث ان نقطة

التماس A تعتبر لحظيا في حالة سكون ، وان قيم الازاحة والسرعة والعجلة للنقطة B تكون مساوية لضعف نظيرتها بالنسبة للمركز (O) اي انها تساوي $2\alpha r$, $2\omega r$, $2\theta r$ على التوالي.

11-قوانين الحركة:

هي قوانين نيوتن للحركة التي تربط حركة الجسم بالقوى المؤثرة عليه وهي كما يلي:

أ-القانون الاول للحركة:

كل جسم يبقى على حالة سكونة او حركته في خط مستقيم بسرعة منتظمة ما لم تؤثر عليه قوة تغير من حالته. ويوضح هذا القانون

ان القوى هي اسباب تغير الحالة الميكانيكية للجسم وتنقسم القوى الى نوعين:

1-قوة ميكانيكية: هي القوة التي تؤثر باللمس المباشر المستمر للجسم مثل الشد أو الضغط أو ردود أفعال المفاصل والسطوح.

2-قوة مجالية: هي القوة التي تؤثر دون لمس (أي عن بعد) مثل الوزن أو الجاذبية والتجاذب والتنافر الكهربى والقوة المغناطيسية.

ب-القانون الثانى للحركة:

التعريف الاول - يكتسب الجسم عجلة مقدارها يتناسب فقط مع محصلة القوى المؤثرة عليه وإتجاهها نفس إتجاه المحصلة.

التعريف الثانى - المجموع الإتجاهى لجميع القوى المؤثرة على جسم يتناسب تناسبا طرديا مع المعدل الزمنى لتغيير كمية حركة الخطية. .

ملاحظات هامة على القانون الثانى:

1-كمية الحركة الخطية (p) : هي حاصل ضرب كتلة الجسم m فى سرعة v اي ان $p = mv$ وإذا كانت القوة المؤثرة على جسم هي F_1, F_2, \dots, F_N فيمكن كتابة القانون الثانى للحركة على الصورة التالية:

$$\underline{F}_1 + \underline{F}_2 + \underline{F}_3 + \dots + \underline{F}_N = \mu \frac{d(\underline{p})}{dt} = \mu \frac{d(mv)}{dt}$$

حيث \underline{F} هي محصلة جميع القوى الخارجية المؤثرة على الجسم ، μ هي ثابت التناسب وتعتمد قيمة μ على نوع الوحدات المستخدمة وهي تكون مساوية للواحد الصحيح فى الحالتين التاليتين:

أ-فى حالة النظام العالمى للوحدات $(SI Units)$ وفيه تكون وحدة الكتلة هي الكيلوجرام kg ، ووحدة الطول هي المتر m ، ووحدة الزمن هي الثانية s ، ووحدة القوة هي النيوتن N .

ب-فى حالة النظام العلمى للوحدات $(SS Units)$ وفيه تكون الكتلة هي الجرام gm ، ووحدة الطول هي السنتميتير cm ، ووحدة الزمن هي الثانية s ، ووحدة القوة هي الداين $dyne$.

وعندما تكون $\mu = 1$ فان القانون الثانى للحركة يكون على الصورة التالية:

$$\underline{F} = \frac{d(m\underline{v})}{dt} = m \frac{d\underline{v}}{dt} + \frac{dm}{dt} \underline{v} \quad \therefore \underline{F} = m\underline{a} + m\underline{v}$$

حيث تحدد $m = \frac{dm}{dt}$ هي المعدل الزمني لتغير كتلة الجسم وفي الحالة الخاصة والتي تكون فيها كتلة

الجسم ثابتة أثناء حركته فإن $m = 0$ وبذلك يصير القانون الثاني لنيوتن على الصورة الشهيرة $\underline{F} = m\underline{a}$

2- القانون الثاني للحركة يربط بين كميات تختلف طبيعتها تماما والربط هو من خلال علامة التساوي (-) التي في المعادلة $\underline{F} = m\underline{a}$ مع ان القوة ليست هي حاصل ضرب الكتلة في العجلة.

3- القوة هي محصلة جميع القوى الخارجية المؤثرة على الجسم ، والعجلة التي يتحرك بها الجسم تكون دائما في إتجاه محصلة القوى المؤثرة عليه.

4- النسبة بين مقدارى محصلة القوى المؤثرة على الجسم وعجلته هي كتلة الجسم كما ينص القانون

$$m = \frac{F}{a} \quad \text{الثانى اى ان}$$

وهذا يعتبر تعريف ميكانيكى للكتلة ، اى ان الكتلة تعبر عن مدى مقاومة الجسم لتغيير حركته من السكون ، فكلما زادت كتلة الجسم كلما زادت القوة اللازمة لتحريكه .

5- القانون الثانى للحركة هي معادلة إتجاهية تسمى مركباتها بمعادلات الحركة ويمكن صياغتها على صورة إتزان ديناميكى بين قوتين هما القوة الحقيقية (وهي محصلة القوى الخارجية الميكانيكية والمجالية $-F$) ، والقوة القصورية (وهي قوة مدافعة الجسم عن بقاء حالته الميكانيكية $-ma$)

ويسمى القانون فى صورته الجديدة مبدأ دالامبيرت ويمكن كتابته معادلته على الصورة $\underline{F} + (-m\underline{a}) = 0$ واقرب الامثلة على تطبيق هذا المبدأ هو ان الارض (كجسيم) متزنا إتزان ديناميكيا تحت تأثير قوة جذب الشمس لها (قوة حقيقية مجالية) والقوى الطاردة المركزية (قوة قصورية)

ج-القانون الثالث للحركة:

لكل فعل رد فعل مساو لة فى القوة ومضاد لة فى الإتجاه

12-القوة *force*: هي مؤثر يعمل او يحاول ان يعمل على تغيير حالة الجسم من سكون او حركة الى سكون.

13-الشفق *Work Done*: هو حاصل ضرب القوة فى المسافة التي يتحركها الجسم فى إتجاه خط عمل القوة .

14-العجلة *Acceleration*: اذا كانت السرعة معطاة كدالة فى الزمن s فيمكن التعبير عن العجلة بدلالة

$$\text{معدل تغير السرعة بالنسبة للمسافة كما بالمعادلة التالية: } \underline{a} = \frac{d\underline{v}}{dt} = \frac{d\underline{v}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = v \cdot \frac{d\underline{v}}{ds} \quad \text{ويمكن إيجاد}$$

السرعة إذا علمت العجلة باستخدام التكامل:

$$\underline{v}(t) = \int_0^t \underline{a} dt + \underline{v}(0) \quad \text{حيث } \underline{v}(0) \text{ هي السرعة الابتدائية للجسيم.}$$