

الفصل الأول

Chapter One

القياسات في الفيزياء

Physical Measurements

مسألة (1.1) Problem

من المعلوم أن (النيوتن) هو وحدة قياس القوة، وما هو إلا اسم العالم الفيزيائي المعروف " إسحاق نيوتن *Isaac Newton* "، و(النيوتن) هو وحدة مشتقة أو مركبة وليس وحدة أساسية، وضَّح ذلك مستخدماً مفهوم القوة.

الحل Solution

من المعلوم أن القوة *Force* تساوي : $\vec{F} = m\vec{a}$

حيث m كتلة الجسم، (\vec{a}) تسارع الجسم؛ وهو عبارة عن تغير السرعة خلال وحدة الزمن، وبما أن وحدة قياس السرعة هي (m / sec)، ووحدة قياس الزمن هي (sec) يكون التسارع :

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{(m/sec)}{(sec)} = (m/sec^2)$$

وعليه فإن القوة التي تجعل كتلة مقدارها ($1 kg$) تكتسب تسارعاً مقداره ($1 m/sec^2$) ما هي إلا النيوتن، وبما أن :

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

إذن (فالنيوتن) هو ($kg.m / sec^2$)، وهذا ما يؤكد أن (النيوتن) وحدة قياس مشتقة وليست أساسية، فهو مركب من الكتلة والطول والزمن.

مسألة (1.2) Problem

من المعلوم أن (الجول) هو وحدة لقياس الطاقة أو الشغل، وهو عبارة عن القوة مضروبة في الإزاحة، وضَّح ذلك مبيناً أن الجول هي وحدة قياس مشتقة وليست أساسية.

الحل Solution

من المعلوم أن الشغل عبارة عن : $W = \vec{F} \cdot \vec{r}$

حيث : (\vec{F}) هي القوة.

(\vec{r}) هي الإزاحة التي عملت خلالها هذه القوة، وهكذا تبدو المسألة على درجة من السهولة، (فالجول) هو عبارة عن حاصل ضرب القوة في الإزاحة، إذن :

$$1J = \left(kg \frac{m}{s^2} \right) (m)$$
$$= \left(kg \frac{m^2}{s^2} \right)$$

وعليه فإن الشغل المبذول لإزاحة نقطة مادية تخضع لتأثير قوة مقدارها $(1 N)$ مسافة مقدارها $(1 m)$ ، هو عبارة عن (الجول)، ولا بد من التأكد من مقدار الزاوية بين متجه القوة ومتجه الإزاحة، ذلك أن الشغل هو حاصل الضرب القياسي (العددي) لكميتين اتجاهيتين هما (\vec{F}) و (\vec{r}) .

مسألة (1.3) Problem

من المعلوم أن كثافة الماء تساوي $(1.0 g.m cm^{-3})$ ، أحسب كتلة كمية من الماء حجمها $(1.0 cm^3)$ ، باستخدام التعريف العام للكثافة.

الحل Solution

$$\text{الكثافة} = \frac{\text{الكتلة}}{\text{الحجم}}$$

$$\text{Mass density} = \frac{\text{Mass}}{\text{Volume}}$$

$$\rho = \frac{M}{V}$$

$$M = \rho V = (1.0 g.cm^{-3})(1.0 cm^3)$$
$$= 1.0 g$$

وهذا في نظام (CGS).

أما في نظام وحدات (MKS) فإن قيمة كثافة الماء تساوي (1.0 kg m^{-3}) ، وعليه فإن كتلة الكمية نفسها ذات الحجم $(1 \times 10^{-3} \text{ m}^3)$ تساوي :

$$\begin{aligned} M &= \rho V \\ &= (1.0 \text{ kg m}^{-3})(1.0 \times 10^{-3} \text{ m}^3) \\ &= 10^{-3} \text{ kg} \end{aligned}$$

وهكذا نجد أن المعادلة التي تعبر عن كثافة الكتلة تربط بين الكميات الفيزيائية الثلاثة : الكتلة، الحجم، الكثافة تضمن عملية التوافق والانسجام في أنظمة الوحدات على اختلافها. كما أننا نستطيع الربط بين مفهومي الوحدات وأبعادها من خلال معادلات بسيطة تظهر فيها الكميات الفيزيائية وما يمثلها من وحدات وأبعاد. ففي المسألة السابقة، تأمل الآتي :

$\rho = A$	الكثافة
$M = B = [M]^\alpha$	الكتلة
$V = C = [L]^\beta$	الحجم
$A = B^\alpha \cdot C^\beta$	والآن

حيث (α) تمثل أس المقدار (B) وهو عبارة عن (1) واحد، أما (β) فتمثل أس المقدار (C) وهو عبارة عن (-3)، وهذا ما يجعلنا نعبر عن الكثافة وفقاً لنظرية الأبعاد كالآتي :

$$\begin{aligned} A &= \rho = B^1 \cdot C^{-3} \\ &= [M] [L]^{-3} \end{aligned}$$

مسألة (1.4) Problem

عبر مستخدماً نظرية الأبعاد عن الطاقة الحركية لجسم كتلته (m) ويتحرك بسرعة ثابتة (v) .

Solution الحل

على وجه العموم يمكننا التعبير عن أي مقدار فيزيائي (A) وفقاً لنظرية الأبعاد بالشكل التالي :

$$A = L^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma}$$

حيث إن الأسس (β, γ, α) من الممكن أن تكون أعداداً سالبة أو موجبة أو صفراً، كما يمكن أن تكون أعداداً كسرية.

وفي هذه المسألة من المعلوم أن المعادلة الرياضية التي تعبر عن الطاقة الحركية *Kinetic Energy* هي :

$$K.E = \frac{1}{2} m v^2$$

حيث (m) كتلة الجسم المتحرك، (v) سرعته، ووفقاً لنظرية الأبعاد :

$$[K.E] = [M]^1 [L T^{-1}]^2$$

$$= [M] [L]^2 [T^{-2}]$$

$$\alpha = 1 , \beta = 2 , \gamma = -2 \quad \text{أي أن :}$$

مسألة (1.5) Problem

تأكد من صحة المعادلة الفيزيائية الآتية :

$$Q = k A \frac{(T_2 - T_1)}{d} t$$

وذلك باستخدام طريقة تحليل الأبعاد للكميات الفيزيائية، حيث :

Q : كمية الحرارة المنتقلة خلال التوصيل *Conduction*.

k : معامل التوصيل الحراري *Thermal Conduction Coefficient*.

A : مساحة سطح التوصيل . T_1 ، T_2 : درجتَي الحرارة على جانبي التوصيل .
 t : زمن التوصيل ، d : مسافة التوصيل .

Solution الحل

أبعاد الطاقة هي مكونات الجول *Joule* إذا : $Q = [M] [L]^2 [T]^{-2}$

$k = [M] [L] [T]^{-3} [K]^{-1}$ = معامل التوصيل الحراري

$A = [L]^2$ = سطح التوصيل

$T = [K]$ = درجة الحرارة

$d = [L]$ = مسافة التوصيل

ولكي تكون المعادلة صحيحة فإن أبعاد الطرف الأيسر يجب أن تكون مساوية لأبعاد الطرف الأيمن

$$[M][L]^2[T]^{-2} = [M][L][T]^{-3} \times [K]^{-1}[L]^2[K][L]^{-1}[T]$$

$$[M][L]^2[T]^{-2} = [M][L]^2[T]^{-2}$$

وهكذا نجد أن المعادلة صحيحة.

مسألة (1.6) Problem

استخدم مفهوم نظرية الأبعاد، لاشتقاق المعادلة الفيزيائية التي تعبر عن الطاقة الكهربائية في دائرة تحتوي مقاومة (R) ويمر فيها تيار كهربائي (I)، علماً بأن الطاقة الكهربائية تتناسب طردياً مع شدة التيار المار في المقاومة.

Solution الحل

$R = [M][L]^2 [T]^{-3} [A]^{-2}$ من المعلوم أن أبعاد المقاومة هي :

$E = [M][L]^2 [T]^{-2}$ أما أبعاد الطاقة الكهربائية فهي :

$I = [A]$ وأخيراً أبعاد التيار :

بما أن الطاقة الكهربائية (E) تتناسب طردياً مع كل من المقاومة والتيار، إذن الصيغة الرياضية المعبرة عن ذلك هي :

$$E = k I^\alpha R^\beta$$

باستخدام نظرية الأبعاد :

$$\begin{aligned} [M][L]^2[T]^{-2} &= k[A]^\alpha [M]^\beta [L]^{2\beta} [T]^{-3\beta} [A]^{-2\beta} \\ &= k[A]^{\alpha-2\beta} [M]^\beta [L]^{2\beta} [T]^{-3\beta} \end{aligned}$$

بمقارنة الطرفين نجد أن أس التيار في الطرف الأيسر هو الصفر، أي أن :

$$\begin{aligned} \alpha - 2\beta &= 0 \\ \alpha &= 2\beta \end{aligned}$$

وبمقارنة أس $[L]$ في الطرفين نجد أس الطول هو الواحد، أي أن :

$$\begin{aligned} 2\beta &= 2 \\ \beta &= 1 \\ \alpha &= 2 \end{aligned}$$

وهكذا نجد أن :

$$\begin{aligned} [M][L]^2[T]^{-2} &= k[A]^2[M][L]^2[T]^{-3}[A]^{-2} \\ [M][L]^2[T]^{-3}[A]^{-2} &= R \\ [A]^2 &= I^2 \end{aligned}$$

وهكذا نجد أن :

$$E = k I^2 R$$

حيث : $k = 1$

مسألة (1.7) Problem

استخدم مفهوم نظرية الأبعاد للتعبير عن الكميات الفيزيائية الآتية مستخدماً النظام الدولي (SI) :

الطول، المساحة، الحجم، الزمن، السرعة، تسارع الجاذبية الأرضية، الكثافة، الكثافة النوعية، القوة، القدرة، التردد.

الحل Solution

الكميات الفيزيائية وأبعادها حسب النظام الدولي (SI) :

الكمية <i>Quantity</i>	الرمز <i>Symbol</i>	الوحدة <i>Unit</i>	البعد <i>Dimensions</i>
Length	الطول L	meter	L
Area	المساحة A	m^2	L^2
Volume	الحجم V	m^3	L^3
Speed	السرعة v	m/s	L/T
Acceleration	التسارع a	m/s^2	L/T^2
Mass	الكتلة m, M	Kilogram(kg)	M
Density	الكثافة ρ	k/gm^3	M/L^3
Specific Density	الكثافة النوعية —	—	$(M/L^3)/(ME^3)$
Force	القوة F	N	ML/T^2
Power	القدرة P	Watt(W)	ML^2/T^3
Frequency	التردد f, ν	Hertz (Hz)	T^{-1}

مسألة (1.8) Problem

التأكد من صحة القوانين الفيزيائية هو أحد الفوائد لنظرية الأبعاد، استخدم مفهوم هذه النظرية للتحقق من صحة القوانين الآتية :

$$1- \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad \text{قانون نيوتن :}$$

$$2- F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \text{قانون نيوتن للجذب العام :}$$

قوانين الحركة على خط مستقيم بتسارع منتظم

$$3- \vec{v} = \vec{v}_0 + st$$

$$4- \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

$$5- x = x_0 + \vec{v}t + (1/2) \vec{a}t^2$$

الحل Solution

$$1- \text{Newton law} = \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

لكي يكون هذا القانون صحيحاً، لا بد أن تكون أبعاد وحدات طرفيه (الأيمن والأيسر) متساويتان، ولهذا لا بد من التأكد من ذلك :
الطرف الأيسر :

$$\begin{aligned} \vec{F} = \text{Newton} &= kg \frac{m}{s^2} \\ &= [M][L][T^{-2}] \end{aligned}$$

الطرف الأيمن :

$$m \cdot \vec{a} = kg \frac{m}{s^2} = [M][L][T^{-2}]$$

نلاحظ من خلال استخدامنا لمضمون الوحدات وأبعادها أن القانون صحيحاً، وهو ما يعرف بقانون نيوتن الثاني.

$$2- F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

الطرف الأيسر : هو ذات الطرف الأيسر من الفرع (1) من هذا السؤال، أي أن :

$$\vec{F} = [M][L][T^{-2}]$$

الطرف الأيمن :

$$G \frac{m_1 m_2}{r^2} = (N.m^2 kg^{-2}) \frac{kg kg}{m^2} = N m^2 kg^{-2} kg^2 m^{-2}$$

$$= N = kg \frac{m}{s^2}$$

$$= [M][L][T^{-2}]$$

أي أن الطرف الأيسر يساوي الطرف الأيمن وحداتاً وأبعاداً، فالقانون إذاً صحيح.

$$3- \vec{v} = \vec{v}_0 + st$$

حيث :

v : السرعة النهائية وتقاس بوحدات السرعة (m/s) وأبعادها $[L][T^{-1}]$

v_0 : السرعة الابتدائية وتقاس بوحدات السرعة (m/s) وأبعادها $[L][T^{-1}]$

s : هي المسافة المقطوعة وتقاس بوحدات الطول (m) وأبعادها $[L]$

t : هي الزمن اللازم لقطع المسافة ويقاس بوحدات الزمن (t) وأبعاده $[T]$

والآن :

$$[L][T^{-1}]$$

الطرف الأيسر :

$$[L][T^{-1}] + [L][T]$$

الطرف الأيمن :

وبمقارنة الطرفين وحداتاً وأبعاداً نجد أنهما ليسا متساويين وبهذا تكون المعادلة غير

صحيحة.

$$4- \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

هذا مشابه إلى حد كبير للفرع (3) من هذا السؤال، والفرق الوحيد هو استخدامنا للإزاحة (\vec{d}) بدلا من المسافة (s) التي تقاس بنفس وحدات المسافة أي بالأمتار وأبعادها $[L]$ ، وبالرجوع إلى العلاقة (4) ومقارنتها بنفس الطريقة مع العلاقة (3) نجد أنها غير صحيحة أيضا.

$$5- x = x_0 + \vec{v}t + (1/2)\vec{a}t^2$$

حيث :

x : هي المسافة النهائية التي قطعها الجسم المتحرك، وتقاس بوحدات الطول (m) وأبعادها $[L]$.

x_0 : هي المسافة الابتدائية التي قطعها الجسم المتحرك، وتقاس بوحدات الطول (m) وأبعادها $[L]$.

v : السرعة النهائية وتقاس (m/s) وأبعادها $[L][T^{-1}]$.

t : الزمن ويقاس بالثواني (s) وأبعاده $[T]$.

\vec{a} : الإزاحة وتقاس بوحدات الطول (m) وأبعادها $[L]$.

وهكذا نجد أن :

الطرف الأيسر : أبعاده $[L]$

الطرف الأيمن : أبعاده $[L] + [L][T^{-1}][T] + (1/2)[L][T^{-2}]$

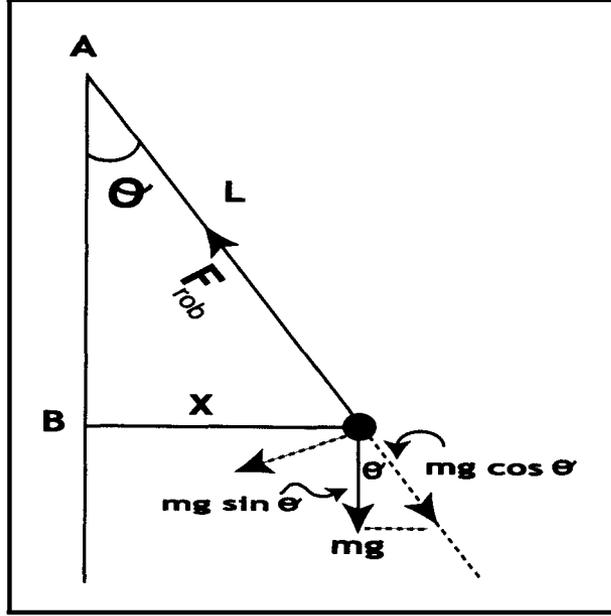
وهكذا نجد أن الطرف الأيسر لا يساوي الطرف الأيمن؛ أي أن هذه المعادلة غير صحيحة.

مسألة (1.9) Problem

اشتقاق المعادلات الفيزيائية هو الآخر من أهم فوائد نظرية الأبعاد، استخدم هذه النظرية لاشتقاق معادلة البندول البسيط، اعتبر طول البندول (l)، كتلة الجسم المعلق (m)، زمن الذبذبة الواحدة (T)، تسارع الجاذبية الأرضية (g).

الحل Solution

انظر الشكل (1.1).



شكل (1.1)، المسألة (1.9)

T : هي زمن الدورة (الذبذبة) الواحدة للبندول، الذي يخضع لتأثير تسارع الجاذبية الأرضية (g) .

إذا نستطيع أن نتبين بأن زمن الدورة الواحدة يخضع لتأثير كل من طول الخيط (l) وكتلة البندول (m) وتسارع الجاذبية (g) ، إلا أن هذا التأثير يحتاج إلى بيان وتوضيح، بمعنى الكيفية التي يؤثر بها كل من العوامل الثلاثة على زمن الذبذبة الواحدة؛ ولهذا نقول :

$$T \propto l^a m^b g^c$$

وإستخدامنا للأبعاد (الأسس) (a, b, c) هو دليل على عدم معرفتنا للشكل الذي تؤثر به العوامل الثلاثة على زمن (T) ، دعنا الآن نحول التناسب إلى مساواة، ثم نستخدم نظرية الأبعاد للتعبير عن المقادير الظاهرة في الطرف الأيمن للمعادلة، أي أن :

$$T = k[L]^a [M]^b [L]^c [T^{-2}]^c$$

$$T = k[L]^{a+c} [M]^b [T]^{-2c}$$

من الواضح أنّ العوامل التي ظهرت في الطرف الأيمن لم تظهر جميعها في الطرف الأيسر؛ ولهذا يمكننا أن نضرب الطرف الأيسر بأي من الكميات الواردة في الطرف الأيمن مرفوعة للأس صفر؛ ذلك أن أية كمية مرفوعة للأس صفر تساوي الواحد. ومعنى ذلك :

$$[L]^0 [M]^0 [T]^1 = k [L]^{a+c} [M]^b [T]^{-2c}$$

نستطيع الآن أن نستخدم عملية المساواة بين الكميات المتماثلة على الطرفين لمعرفة مقادير الأسس (الأبعاد) a, b, c .

$$[M]^0 = [M]^b \quad \text{واضح أنّ :}$$

$$\boxed{b = 0}$$

أي أن الأس الأول

$$a + c = 0$$

كما أنّ :

$$\boxed{a = -c}$$

أي أنّ :

$$1 = -2c$$

وأخيراً

$$\boxed{c = -\frac{1}{2}}$$

أي أنّ :

$$\boxed{a = +\frac{1}{2}}$$

ومنه :

$$b = 0$$

أي أنّ :

$$a = \frac{1}{2}$$

$$c = -\frac{1}{2}$$

وبالرجوع إلى المعادلة الأصلية نجد أن :

$$T = k l^{\frac{1}{2}} g^{-\frac{1}{2}}$$

$$T = k \sqrt{\frac{l}{g}}$$

وهي المعادلة التي تعبر عن الزمن الدوري للذبذبة الواحدة في البندول البسيط
Periodic time of the Simple Pendulum.

مسألة (1.10) Problem

اشتقاق وحدات الثوابت الفيزيائية يعتبر أيضاً من الفوائد العامة لنظرية الأبعاد،
استخدم مفهوم هذه النظرية وذلك لاشتقاق وحدات الثوابت في المعادلات الآتية :

1- $\vec{F} = -k x$ قانون هوك :

2- $\vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ قانون الجذب العام لنيوتن :

الحل Solution

1- $\vec{F} = -k x$

هذا هو قانون هوك، ويظهر في طرفه الأيمن الثابت (k)، والمطلوب هو استخدام
مفهوم نظرية الوحدات وأبعادها لمعرفة وحدات وأبعاد الثابت. واضح من المعادلة أن
الثابت هو عبارة عن :

$$k = -\frac{\vec{F}}{x}$$

وكنا قد بيّنا في السؤال الثامن أن القوة (\vec{F}) تقاس بالنيوتن وأنّ النيوتن هو عبارة

$$N = kg (m/s^2)$$

عن:

$$= [M][L][T^{-2}]$$

أما المقام فهو عبارة عن الاستطالة التي تحصل في قانون هوك وتقاس بوحدات
الطول :

$$x = m = [L]$$

وهكذا نجد أن الثابت k :

$$k = \frac{[M][L][T^{-2}]}{[L]} = [M][T^{-2}]$$

$$k = (Kg s^{-2})$$

ملاحظة : الإشارة السالبة تشير هنا إلى أن القوة (\vec{F}) هي قوة إرجاع فقط.

$$2- \vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

هذا هو قانون نيوتن للجذب العام، وسبق أن مرّ ذكره أيضاً في السؤال الثامن، وبذات
الطريقة التي عالجنا فيها الجزء الأول من هذا السؤال نجد أن الثابت (G) يمكن
التعبير عنه رياضياً على النحو الآتي :

$$G = \frac{\vec{F} r^2}{m_1 m_2}$$

الكميات التي ظهرت في الطرف الأيمن وأبعادها هي :

$$\vec{F} = m a = [M][L][T^{-2}]$$

$$r^2 = m^2 = [L]^2$$

$$m_1 m_2 = kg kg = [M][M] = [M]^2$$

وهكذا نجد أن :

$$\begin{aligned} G &= \frac{[M][L][T^{-2}][L]^2}{[M]^2} \\ &= \frac{[L]^3 [T^{-2}]}{[M]} = m^3 s^{-2} kg^{-1} \\ &= Kg m s^{-2} m^2 kg^{-2} \end{aligned}$$

نضرب الطرف الأيمن ونقسمه على (kg).

$$G = N m^2 kg^{-2}$$

مسألة (1.11) Problem

استخدم مفهوم نظرية الأبعاد لتحويل النيوتن كوحدة لقياس القوة في النظام (MKS) إلى ما يعادلها في النظام (CGS)، ما اسم وحدة القوة في هذا النظام (CGS)؟ اذكرها.

الحل Solution

في نظام (MKS) :

$$\begin{aligned} 1 N &= kg \frac{m}{s^2} \\ &= 1000 gm \frac{100 cm}{s^2} \\ &= 10^5 gm \frac{cm}{s^2} \end{aligned}$$

إن الكميات $gm \left(\frac{cm}{s^2} \right)$ ظهرت في الطرف الأيمن بعد أن قمنا بتحويل الكيلوغرام

إلى غرام، والمتر إلى سنتيمتر وفقاً لنظام (CGS)، وهكذا أصبح واضحاً أن :

$$kg \left(\frac{m}{s^2} \right) = 10^5 gm \frac{cm}{s^2}$$

أما الوحدة التي تقابل النيوتن في نظام (CGS) فهي (الداين) وهذا يعني أن :

$$1 N = 10^5 dyne$$

مسألة (1.12) Problem

ما هي العلاقة بين كل من :

- a - الياردة المربعة والقدم المربع.
 - b - البوصة المربعة والسنتيمتر المربع.
 - c - الميل المربع والكيلومتر المربع.
 - d - المتر المكعب والسنتيمتر المكعب.
- وضح ذلك بإجراء الحسابات اللازمة.

الحل Solution

هذا السؤال يحاول الربط بين وحدات الطول في أنظمة القياس الثلاثة :

$$(FPS) , (CGS) , (MKS)$$

$$a - 1 ft^2 = (1 ft^2) (1 yd / 3 ft)^2 = 0.111 yd^2$$

$$b - 1 in^2 = (1 in^2) (2.54 cm / 1 in)^2 = 6.45 cm^2$$

$$c - 1 mi^2 = (1 mi^2) (1.609 km / mi)^2 = 2.59 km^2$$

$$d - 1 m^3 = (1 m^3) (10^2 cm / m)^3 = 1 \times 10^6 cm^3$$

مسألة (1.13) Problem

الأرض بشكل تقريبي عبارة عن كرة نصف قطرها $(6.37 \times 10^6 m)$.

- a - ما هو محيط الكرة الأرضية مقاساً بالكيلومترات ؟
- b - ما هي مساحة الكرة الأرضية مقاسة بالكيلومترات المربعة ؟
- c - ما هو حجم الكرة الأرضية مقاساً بالكيلومترات المكعبة ؟

Solution الحل

a - محيط الكرة الأرضية :

$$\begin{aligned} &= 2\pi R \\ &= 2(22/7)(6.37 \times 10^6 \text{ m}) \\ &= 4 \times 10^7 \text{ m} = 4 \times 10^4 \text{ km} \end{aligned}$$

b - مساحة الكرة الأرضية :

$$\begin{aligned} &= 4\pi R^2 \\ &= 4(22/7)(6.37 \times 10^3 \text{ km})^2 \\ &= 5.10 \times 10^8 \text{ km}^2 \end{aligned}$$

c - حجم الكرة الأرضية :

$$\begin{aligned} &= (4\pi/3)R^3 \\ &= [4(22/7)/3](6.37 \times 10^3 \text{ km})^3 \\ &= 1.08 \times 10^{12} \text{ km}^3 \end{aligned}$$

مسألة (1.14) Problem

إذا علمت أن سرعة الضوء تساوي $(3.0 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1})$ ، فكم تبلغ سرعة الضوء بكل

من الوحدات الآتية :

a - قدم / ثانية.

b - ملليمتر / بيكو ثانية.

Solution الحل

$$\begin{aligned} a - \quad 3 \times 10^8 \text{ m/s} &= \left(\frac{3 \times 10^8 \text{ m}}{\text{s}} \right) \left(\frac{3.281 \text{ ft}}{\text{m}} \right) \left(\frac{\text{s}}{10^9 \text{ ns}} \right) \\ &= 0.98 \text{ ft / ns} \end{aligned}$$

وتلاحظ أننا ضربنا وقسمنا كلا من البسط والمقام بوحدات الطول ($1 m = 3.281 ft$) والزمن ($1 s = 10^9 ns$) وبقيت المعادلة صحيحة، وذلك لمعرفة مقدار سرعة الصوت بالوحدات المطلوبة، وهكذا يمكننا إجراء هذه العملية بأية وحدات أخرى.

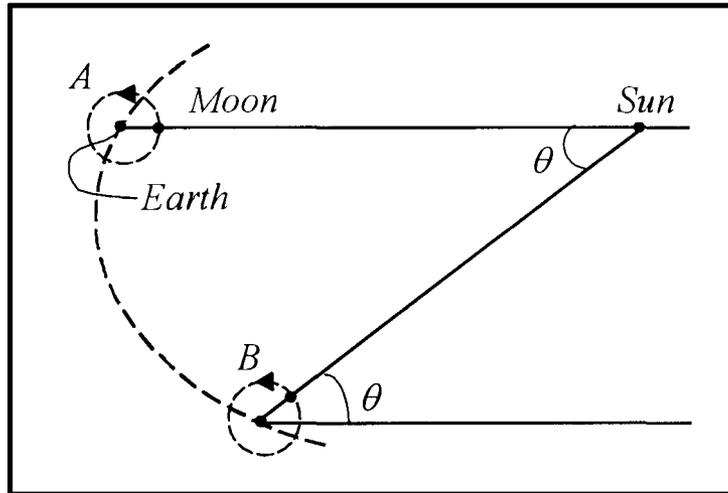
$$b - 3 \times 10^8 m/s = \left(\frac{3 \times 10^8 m}{s} \right) \left(\frac{10^3 mm}{m} \right) \left(\frac{s}{10^{12} ps} \right) \\ = 0.30 mm / ps$$

مسألة (1.15) Problem

الوقت الذي يستغرقه القمر ليعود إلى نفس الموقع بالنسبة إلى نجوم ثابتة يسمى بالشهر الفلكي. كما أن الوقت الذي يستغرقه القمر بين منزلين متطابقين من منازلهم يسمى بالشهر القمري. ولكن الشهر القمري هو أطول بقليل من الشهر الفلكي، ما هو السبب في ذلك؟ وكم يبلغ الفرق بينهما؟ احسب ذلك.

الحل Solution

انظر الشكل (1.2).



شكل (1.2)، المسألة (1.15)

معلوم أن الأرض تدور في مدارها حول الشمس، بينما القمر يدور حول الأرض. وبما أن القمر يأخذ زمناً قدره أكثر من زمن الدورة الواحدة للنجم الفلكي حول قطب الكرة الأرضية فإن اليوم (النهار والليل) للقمر يكون أكبر من اليوم للفلك. وعليه فإن هذه الزيادة تتمثل بحركة القمر للزاوية (θ) منذ نهاية الشهر الفلكي إلى نهاية الشهر القمري، والأرض كذلك تتحرك ذات الزاوية (θ) انظر الشكل (1.2).

أفرض الآن أن :

T_s الوقت الكلي للشهر الفلكي

T_l الوقت الكلي للشهر القمري

T_e الوقت الكلي للأرض حول الشمس

نجد أن :

$$\theta = 360^\circ \frac{T_l}{T_s} \quad \dots (1)$$

$$\theta = 360^\circ \frac{T_e}{T_e - T_s} \quad \dots (2)$$

وبمساواة (1) و (2) نجد أن :

$$T_s = 27.8 \text{ da}$$

$$T_e = 365.3 \text{ da}$$

$$\begin{aligned} T_l &= \frac{T_s T_e}{T_e - T_s} \\ &= \frac{(27.8)(365.3)}{(365.3 - 27.8)} \end{aligned}$$

$$\therefore T_l = 29.5 \text{ da}$$

حل آخر *Another Solution*

باعتبار أن مسار القمر يتخذ شكلاً دائرياً، فإننا وباعتماد قوانين الحركة الدائرية نستطيع أن نعبر عن تسارع القمر بالمعادلة المعروفة :

$$a_m = \frac{v^2}{r_m}$$

حيث إن (r_m) هو نصف قطر مسار القمر حول الأرض.

كما أننا نستطيع أن نعبر عن قوة التجاذب وفقاً لقانون نيوتن للجذب العام بين الأرض والقمر وفقاً للقانون :

$$F = m_m g = G \frac{m_e m_m}{R_e^2} \dots (1)$$

$$F = m_m a_m = G \frac{m_m m_e}{r_m^2} \dots (2)$$

من المعادلة (1)، معادلة التجاذب بين الأرض والقمر نجد أن تسارع الجاذبية الأرضية (g) هو :

$$g = G \frac{m_e}{R_e^2} \dots (3)$$

كما نجد من المعادلة (2) معادلة التجاذب بين القمر والأرض أن تسارع القمر هو :

$$a_m = G \frac{m_e}{r_m^2} \dots (4)$$

بقسمة المعادلة (4) على المعادلة (3) نجد أن :

$$\frac{a_m}{g} = \left(\frac{R_e}{r_m} \right)^2$$

$$\begin{aligned} a_m &= g \left(\frac{R_e}{r_m} \right)^2 = 9.81 \text{ m.s}^{-2} \left(\frac{6.37 \times 10^6 \text{ m}}{3.84 \times 10^8 \text{ m}} \right)^2 \\ &= 2.7 \times 10^{-3} \text{ m.s}^{-2} \end{aligned}$$

$$a_m = \frac{v^2}{r_m} \quad \text{والآن من المعادلة :}$$

والمعادلة التي تعبر عن الزمن الدوري (T)، والمعروفة أيضاً ضمن قوانين الحركة الدائرية :

$$T = \frac{2\pi r_m}{v}$$

نجد أن :

$$a_m = \left(\frac{2\pi r_m}{T} \right)^2 \times \frac{1}{r_m} = \frac{4\pi^2 r_m^2}{T^2 r_m}$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r_m}{a_m}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \times 3.84 \times 10^8 \text{ m}}{2.7 \times 10^{-3} \text{ m.s}^{-2}}}$$

$$= 2.37 \times 10^6 \text{ s}$$

$$= 2.37 \times 10^6 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \times \frac{1 \text{ hour}}{60 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ da}}{24 \text{ hour}}$$

$$= 27.43 \text{ da}$$

وهو الشهر الفلكي.

وبما أن الشهر القمري يساوي (29.5 da) إذا الفرق هو :

$$29.5 \text{ da} - 27.43 \text{ da} = 2.07 \text{ da}$$

مسألة (1.16) Problem

من المعروف أن جزيئة الماء تحتوي على ذرتين من الهيدروجين وذرة واحدة من الأوكسجين، فإذا علمت أن كتلة ذرة الهيدروجين تساوي (1.0 u)، وكتلة ذرة الأوكسجين تساوي (16.0 u).

a - احسب كتلة جزيئة الماء بالكيلوغرام.

b - إذا علمت أن كتلة ماء المحيطات في العالم يساوي ($1.4 \times 10^{21} \text{ kg}$)، فكم يبلغ

عدد الجزيئات فيها ؟ احسب ذلك.

الحل Solution

إن كتلة جزيئة واحدة من الماء تساوي (m) :

a – The mass of one molecule of water :

$$\begin{aligned} m &= (2 \times 1u + 16u) (1.66 \times 10^{-27} \text{ kg/u}) \\ &= 2.99 \times 10^{-26} \text{ kg} \end{aligned}$$

عدد جزيئات الماء في المحيطات (N) :

b – Number of water molecules in the ocean is :

$$N = \frac{1.4 \times 10^{21} \text{ kg}}{2.99 \times 10^{-26} \text{ kg}} = 4.68 \times 10^{46} \text{ molecules}$$

مسألة (1.17) Problem

تعرف الوحدة الفلكية *astronomical unit* واختصاراً (AU) بمتوسط المسافة بين الأرض والشمس وتساوي عددياً على وجه التقريب $(1.5 \times 10^8 \text{ km})$ ، ومن المعلوم لدينا أن سرعة الضوء تساوي عددياً $(3 \times 10^8 \text{ m/s})$ ، كيف يمكننا أن نعبّر عن سرعة الضوء بوحدات الوحدة الفلكية لكل دقيقة؟ وضح ذلك حسابياً.

الحل Solution

لحل هذه المسألة نحتاج إلى أن نحول الأمتار في سرعة الضوء إلى كيلومترات في الوحدة الفلكية والثواني إلى دقائق. ومعلوم لدينا :

$$1 \text{ m} = 1 \times 10^{-3} \text{ km}$$

$$1 \text{ AU} = 1.5 \times 10^8 \text{ km}$$

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$3.0 \times 10^8 \text{ m/s} = \left(\frac{3.0 \times 10^8 \text{ m}}{\text{s}} \right) \left(\frac{1 \times 10^{-3} \text{ km}}{1 \text{ m}} \right) \left(\frac{\text{AU}}{1.5 \times 10^8 \text{ km}} \right) \left(\frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \right)$$

$$= 0.12 \text{ AU/min}$$

أي أن سرعة الضوء بدلالة الوحدة الفلكية :

$$c = 0.12 \text{ AU/min}$$

مسألة (1.18) Problem

استخدم بندول في صناعة ساعة جدارية بحيث يعمل على نظام اثنتي عشر ساعة، فوجد أن الساعة تتقدم بمقدار دقيقة واحدة في اليوم الواحد. كم من الوقت يجب أن يمر على عمل هذه الساعة كي نستطيع أن نقرأ على تدريجاتها الزمن بدون تقديم أو تأخير؟ اعمل الحسابات اللازمة لذلك.

الحل Solution

حتى تتقدم الساعة ما مجموعه اثنتا عشر ساعة زمنية فإن هذا يستغرق الوقت :

$$12 \times 60 = 720 \text{ min}$$

أي بمعدل دقيقة واحدة في اليوم وهكذا نجد أن عدد الأيام التي يجب أن ننتظرها حتى تشير عقارب هذه الساعة إلى الوقت الصحيح هو (720) يوماً.

مسألة (1.19) Problem

تبلغ كتلة الكرة الأرضية ($5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$). فإذا كان متوسط كتلة الذرات المكونة للأرض (40 u). كم يبلغ عدد الذرات المكونة للأرض؟ اعمل الحسابات اللازمة لذلك.

الحل Solution

افرض أن :

M_e : كتلة الأرض الكلية.

m : متوسط كتلة الذرة الواحدة.

N : العدد الكلي للذرات المكونة للأرض.

$$N m = M_e$$

$$N = \frac{M_e}{m}$$

من المعلوم لدينا أن :

$$1 u = 1.661 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

إذا :

$$\begin{aligned} N &= \frac{M_e}{m} = \frac{5.98 \times 10^{24} \text{ kg}}{(40 u)(1.661 \times 10^{-27} \text{ kg/u})} \\ &= 9.0 \times 10^{49} \text{ atoms} \end{aligned}$$

مسألة (1.20) Problem

تبلغ كتلة ذرة الحديد ($9.27 \times 10^{-26} \text{ kg}$)، وتبلغ كثافة الحديد (7.87 g/cm^3). إذا افترضنا أن ذرة عنصر الحديد كروية الشكل ومجموع الذرات ملتصقة ببعضها البعض.

- 1- احسب عددياً حجم ذرة الحديد الواحدة.
- 2- احسب عددياً المسافة الفاصلة بين مركز ذرتي حديد متجاورتين.

الحل Solution

1- كما هو معلوم يمكننا دائماً أن نعبّر عن الكثافة الكتلية وفقاً للمعادلة :

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{\text{Mass of single atom}}{\text{Volume of single atom}}$$

ومن هذه المعادلة يمكننا إيجاد حجم الذرة الواحدة (V).

$$V = \frac{M}{\rho} = \frac{9.27 \times 10^{-26} \text{ kg}}{7.87 \times 10^3 \text{ m}^3} = 1.18 \times 10^{-29} \text{ m}^3$$

وذلك بعد أن أجرينا التحويل المناسب للكثافة وفقاً للنظام العالمي (SI).

2- من المعلوم أن حجم الكرة يعبر عنه رياضياً وفقاً للمعادلة :

$$V = \frac{4\pi}{3} R^3$$

حيث (R) هو نصف قطر الذرة الواحدة، وهكذا نجد أن :

$$R = \left(\frac{3V}{4\pi} \right)^{\frac{1}{3}} = [3(1.18 \times 10^{-29} \text{ m}^3) / 4\pi]^{\frac{1}{3}} = 1.41 \times 10^{-10} \text{ m}$$

والمسافة المطلوبة هي ضعف نصف القطر إذا :

$$d = 2R = 2.82 \times 10^{-10} \text{ m}$$