الفصل التاسع
Chapter Nine

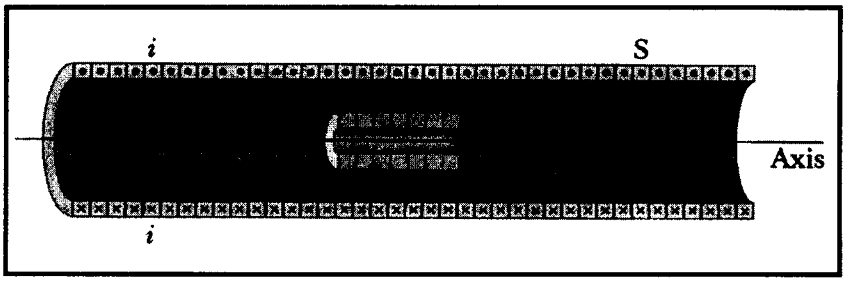
قانون فاراداي
Faraday's Law of Electromagnetic Induction

Problem (9.1) مسألة

مــلف (C) انظر الشكل (9.1) موضوع داخل ملف حلزوني (S)، وعندما يتغير التيار في الملف الحلزوني (S) تحصل قوة دافعة كهربائية في الملف.

أوجد مقدار هذه القوة إذا علمت أن عدد اللفات في الملف (S) تساوي ($220\ Turns\ /\ cm$) وقيمة التيار المار فيه ($1.5\ A$)، وقطره ($3.2\ cm$)، بينما عدد لفات الملف (C) ($150\ Turns$) وقطره ($2.1\ cm$)، ومن المفيد ذكره هنا أن التيار يزداد من الصفر إلى ($1.5\ A$) خلال زمن قدره ($50\ ms$).

Solution الحل



شكل (9.1)، المسألة (9.1)

الملف (C) موجود داخل الملف الحلزوني (S)، عندما يتغير التيار خلال الملف الحلزوني تتولد قوة دافعة كهربائية محتثة (emf).

$$\xi = -\frac{N\,\Delta\,\Phi_B}{\Delta t}$$

$$\Phi_B = \vec{B}\,A$$

$$\vec{B} = \mu_0\, i\, n$$

$$= (4\pi \times 10^{-7}\,T.m/A)(1.5A)(220Turns/cm)(100\,cm/m)$$

$$= 4.15 \times 10^{-2}\,T$$

$$A_c = \frac{1}{4}\pi d^2 = \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{22}{7}\right)(2.1\times 10^{-2})^2 = 3.46\times 10^{-4}\,m^2$$

$$\Phi_B = (4.15 \times 10^{-2} T)(3.4 \times 10^{-4} m^2) = 1.44 \times 10^{-5} Wb$$

$$= 14.4 \times 10^{-6} Wb$$

ولكن الفيض المغناطيسي يتغير مقداره عندما ينعكس اتجاه التيار وهكذا يتغير الفيض بالنسبة للملف (C) بمقدار $(2 \times 14.4 \times 10^{-6} Wb)$ وهو يحصل في زمن قدره $(50 \times 10^{-3} s)$.

$$\xi = \frac{N \, \Delta \Phi_B}{\Delta t} = \frac{(130 \, Turns)(28.8 \times 10^{-6} Wb)}{50 \times 10^{-3} s}$$

$$= 7.5 \times 10^{-2} V = 75 mV.$$

مسألة (9.2) *Problem*

ملف مسطح مكوّن من خمسمائة لفة ، مساحته $(50 \; cm^2)$ ، يدور حول قطر فيه ، في مجال مغناطيسي منتظم شدته $(0.14 \; Wb.m^{-2})$ بحيث يكون محور الدوران عمودياً على المجال المغناطيسي ، وتبلغ قيمة السرعة الزاوية للدوران $(150 \; rads^{-1})$ بينما تساوي مقاومة الملف (5Ω)، والمقاومة الخارجية المتصلة بحلقتي الانزلاق تساوي (10Ω).

أوجد قيمة التيار القصوى المار في الدائرة.

الحل *Solution*

إنّ قيمة التيار القصوى تعرف فيما إذا عرفت قيمة القوة الكهربائية الدافعة المحتثة ، أي أنّ :

$$I_{\max} = \frac{\xi_{\max}}{R}$$

حيث R هي المقاومة الخارجية.

$$\xi_{\max} = \vec{B} \, A n w \sin(wt)$$

عندما : $wt = \frac{\pi}{2}, \; \xi_{\max} = \vec{B} \, A n \, w$

$$I_{\max} = \frac{0.14\, Wb.m^{-2} \times 50 \times 10^{-4}\, m^2 \times 500 \times 150 \times 2\pi\, s^{-1}}{15}$$

$$= 11\, A$$

مسألة **Problem (9.3)**

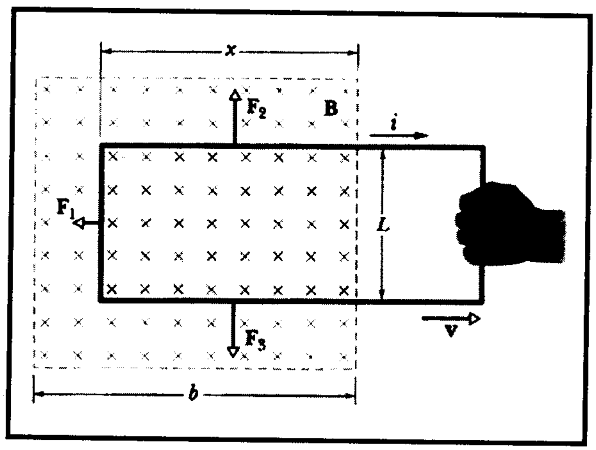
في الشكل (9.2) افرض أنّ الدائرة المغلقة (*Closed loop*) هي عبارة عن ملف مرصوص بشدة مكون من (85) لفة، ومصنوع من النحاس، طول هذا الملف ($L = 13\ cm$) ويبلغ المجال المغناطيسي ($B = 1.5\,T$) والمقاومة ($R = 6.2\,\Omega$)، أما السرعة فتساوي ($v = 18\ cm/s$) أوجد كلاً من :

1- القوة الكهربائية المحتثة (emf) في الملف.

2- التيار الكهربائي المحتث في الملف(i).

3- ما هي القوة التي يجب أن تؤثر بها على الملف لسحبه ؟

4- ما هي نسبة الشغل المطلوب لسحب الملف ؟



شكل (9.2)، المسألة (9.3)

الحل **Solution**

1- القوة emf المحتثة التي تظهر في اللفة الواحدة هي : $\xi = BLv$

وهكذا في الملف بأكمله $\xi = BLvN$

$$\xi = (1.5\,T)(0.13\,m)(0.18\,m/s)(85\,turns)$$
$$= 2.98\ V$$

-2
$$i = \frac{\xi}{R} = \frac{2.98\,V}{6.2\,\Omega} = 0.48\,A$$

-3
$$F = iLBN$$
$$= (0.48\,A)(0.13\,m)(1.5\,T)(85\,turns)$$
$$= 8.0\,N$$

-4
$$P = \frac{dW}{dt} = Fv$$
$$= (8.0\,N)(0.18\,m/s)$$
$$= 1.4W$$

Problem (9.4) مسألة

يتولد مجال مغناطيسي قدره $(30.0\ \ mT)$ على طول ملف حلزوني قطره $(12.2\,cm)$ وذلك عند مرور تيار $(\ i\ )$ خلاله، حيث يكون المجال بداخل الملف منتظما، يتم بعد ذلك إنقاص المجال المغناطيسي بنسبة $(6.5\,mT/s)$.

1- أوجد مقدار المجال الكهربائي المحتث على بعد $(2.2\ cm)$ من محور الملف.

2- أوجد مقدار المجال الكهربائي المحتث على بعد $(8.2\ cm)$ من محور الملف.

Solution الحل

-1
$$\oint \vec{E}.d\,\vec{s} = -\frac{d\,\Phi_B}{dt}$$
$$\Phi_B = BA = B(\pi r^2) = (30\times 10^{-3}\,T)\frac{22}{7}(2.2\times 10^{-2}\,m)^2$$
$$= 4.56\times 10^{-5}\ T.m^2$$

المسار المغلق هنا عبارة عن دائرة نصف قطرها $(2.2\ cm)$.

$$\oint ds = 2\pi\, r = 2\times\left(\frac{22}{7}\right)\times 2.2\times 10^{-2} = 0.138 m$$

ولكن المجال المغناطيسي يتغير على النحو الآتي :

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(B\,\pi\, r^2) = -\pi\, r^2\,\frac{dB}{dt}$$

حيث :

$$\frac{dB}{dt} = 6.5 \;\; T/s$$

$$E(2\pi\, r) = (\pi\, r^2)\frac{dB}{dt}$$

$$E = \frac{1}{2}\left(\frac{dB}{dt}\right) r$$

$$= \frac{1}{2}(6.5\times 10^2\; T/s)(0.022\; m)$$

$$= (7.15\times 10^5\; V/m)$$

2- في هذه الحالة المجال خارج الملف، وهذا يعني أن المسار المغلق له قطر أكبر من قطر الملف إذن :

$$E(2\pi\, r) = -(\pi\, r^2)\frac{dB}{dt}$$

$$E = \frac{1}{2}\left(\frac{d\vec{B}}{dt}\right)\frac{R^2}{r}$$

$$= \frac{1}{2}(6.5\times 10^{-3}\; T/s)\frac{(0.06\; m)^2}{0.082\; m}$$

$$= 1.43\times 10^{-4}\; V/m$$

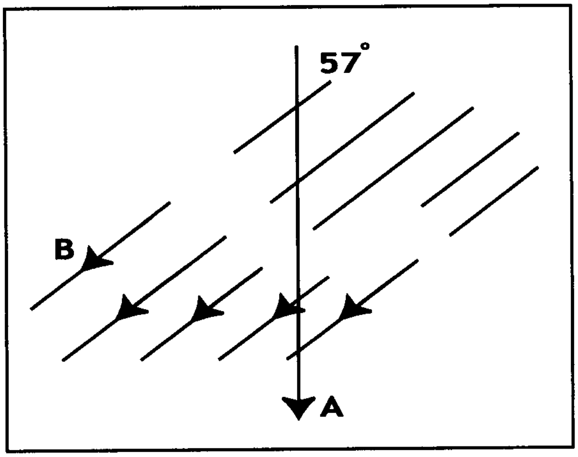
حيث : (R) هي نصف قطر الملف.

(r) هي نصف قطر المسار المغلق.

Problem (9.5) مسألة

في موقع محدد في النصف الشمالي من الكرة الأرضية تبلغ قيمة المجال المغناطيسي للأرض $(42\ \mu T)$ وتشير نقطة تحديد الموقع إلى الأسفل بزاوية $(\theta = 57^o)$ انظر الشكل (9.3).

أوجد الفيض المغناطيسي خلال سطح أفقي مقدار مساحته $(2.5\ m^2)$.



شكل (9.3)، المسألة (9.5)

Solution الحل

من المعلوم أن الفيض المغناطيسي (Φ_B) يمكن حسابه من القانون :

$$\Phi_B = \int B.dA$$

$$= B.A = |B||A|\cos\theta$$

$$= (4.2 \times 10^{-6} T)(2.5\ m^2)(\cos 57^o)$$

$$= 5.7 \times 10^{-5} Wb.$$

Problem (9.6) مسألة

حلقة صغيرة تبلغ مساحتها (A) موجودة داخل ملف حلزوني حيث إنّ لهما نفس المحور على طول الملف، تبلغ عدد لفاته (n) لكل وحدة طول. بينما يمر خلاله تيار :

$$i = i_o \sin wt$$

أوجد القوة الدافعة الكهربائية في الحلقة الصغيرة.

الحل Solution

التيار المار خلال الملف هو : $i = i_o \sin wt$

ومن المعروف أنّ القوة الدافعة الكهربائية (ξ) تعطى بالعلاقة الرياضية :

$$\xi = -\frac{d\,\Phi_B}{dt}$$

$$= -\frac{d(BA\cos(o))}{dt} = -\frac{d(BA)}{dt}$$

$$= -A\frac{d}{dt}(\mu_o in)$$

$$= -A\mu_o n\frac{di}{dt}$$

$$= -A\mu_o n\frac{d}{dt}(i_o \sin wt)$$

$$= -A\mu_o nw\cos wt.$$

نلاحظ أنّ كلا من الحلقة والملف لهما المحور نفسه وأن الزاوية بين المجال والمساحة تساوي صفر.

مسألة (9.7) Problem

هوائي تلفزيون UHF على شكل دائري قطره $(11\ cm)$، والمجال المغناطيسي لإشارة التلفزيون عمودي على مستوى المسار المغلق، إذا كانت نسبة تغير المجال المغناطيسي المنتظم في لحظة واحدة هي $(0.16\ T/s)$، أوجد القوة الكهربائية الدافعة للهوائي.

Solution الحل

يمكننا إيجاد الفيض المغناطيسي عند أي لحظة من المعادلة الرياضية :

$$\Phi_B = A.B = AB\cos(o)$$

ذلك أنّ المجال المغناطيسي (B) عمودي على المستوى الذي يحتوي الحلقة، أي أنّ الزاوية بينه وبين متجه المساحة تساوي الصفر. أما مساحة الحلقة فتساوي :

$$A = \pi r^2$$

وعليه يكون الفيض المغناطيسي :

$$\Phi_B = B\pi r^2$$

ووفقاً لقانون فاراداي نجد أنّ القوة الدافعة الكهربائية (ξ) هي :

$$\xi = \frac{d\Phi_B}{dt} = \pi r^2 \frac{dB}{dt}$$

$$= (3.14)(0.055m)^2(0.16T/s)$$

$$= 1.5\times 10^{-3}V$$

Problem (9.8) مسألة

مجال مغناطيسي منتظم عمودي على مستوى حلقة دائرية ذات قطر $(10\ cm)$ مصنوعة من النحاس ومن سلك قطره $(2.5\ mm)$.

1- أوجد مقاومة السلك إذا علمت أن المقاومة النوعية للنحاس $(1.68\times 10^{-8}\ \Omega m)$.

2- في أي نسبة يجب أن يتغيَّر المجال المغناطيسي كي نحصل على تيار محتث مقداره $(10\ A)$ وذلك بالنسبة للزمن.

Solution الحل

1- من المعلوم أنّ العلاقة الرياضية بين المقاومة والمقاومية هي : $R = \rho\frac{L}{A}$

حيث (L) هي طول المقاومة، (A) مساحة مقطع السلك المستخدم في صناعة المقاومة، إذن :

$$R = (1.68\times 10^{-8}\,\Omega.m)\left[\frac{\pi(0.1m)}{\pi(2.5\times 10^{-3})^2/4}\right]$$

$$= 1.1\times 10^{-3}\,\Omega$$

-2
$$i = \frac{|\xi|}{R} = \left|\frac{d\Phi_B}{dt}\right|$$

$$= \frac{\pi r^2}{R}\left|\frac{dB}{dt}\right|$$

$$\left|\frac{dB}{dt}\right| = \frac{iR}{\pi r^2}$$

$$= \frac{(10A)(1.1\times 10^{-3}\,\Omega)}{\pi\,(0.1m)^2/4}$$

$$= 1.4\,T/s.$$

مسألة (9.9) *Problem*

ملف حلزوني طويل نصف قطره $(25\ mm)$ وتبلغ عدد لفاته $(100\ turns/m)$ وضع حوله حلقة واحدة نصف قطرها $(5.0\ cm)$ حيث لهما المركز نفسه، وقد لوحظ أن التيار المار في الملف الحلزوني انخفض من $(1.0\ A)$ إلى $(0.5\ A)$ وبنسبة ثابتة خلال زمن قدره $(10\ ms)$.

أوجد مقدار القوة الدافعة الكهربائية في الحلقة.

الحل *Solution*

من المعلوم لدينا أن المجال المغناطيسي لملف لولبي هو : $B = \mu_o\, i\, n$

من المعلوم لدينا أنَّ القوة الدافعة الكهربائية (ξ) هي :

$$\xi = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$= \frac{d(BA)}{dt}$$

$$= -A\frac{d}{dt}(\mu_o ni)$$

$$= -\mu_o nA\frac{di}{dt}$$

$$= -(1.26\times 10^{-6}\,T.m/A)(100\,turns/m)(\pi)(25\times 10^{-3}\,m)^2\left(\frac{0.5A-1A}{10\times 10^{-3}\,s}\right)$$

$$= 1.2\times 10^{-3}\,V.$$

Problem (9.10) مسألة

ملف دائري حلقي *Toriod* مساحة مقطعه $(5.0\,cm^2)$ ونصف قطره الداخلي $(15\ cm)$ ويبلغ عدد لفاته $(500\ \ turns)$.

أوجد الفيض المغناطيسي خلال مساحة المقطع المذكورة إذا كانت قيمة التيار المار $(0.8\,A)$.

Solution الحل

المجال المغناطيسي للملف اللولبي هو : $B = \mu_o\, i\, n$

أما الفيض المغناطيسي فهو :

$$\Phi = B.A = BA\cos(o)$$

$$= BA$$

$$= \mu_o\, i\, n\, A$$

ولكن :

$$n = \frac{N}{2\pi\, r}$$

$$= \frac{500}{2(3.14)(0.15m + 0.05m/2)}$$

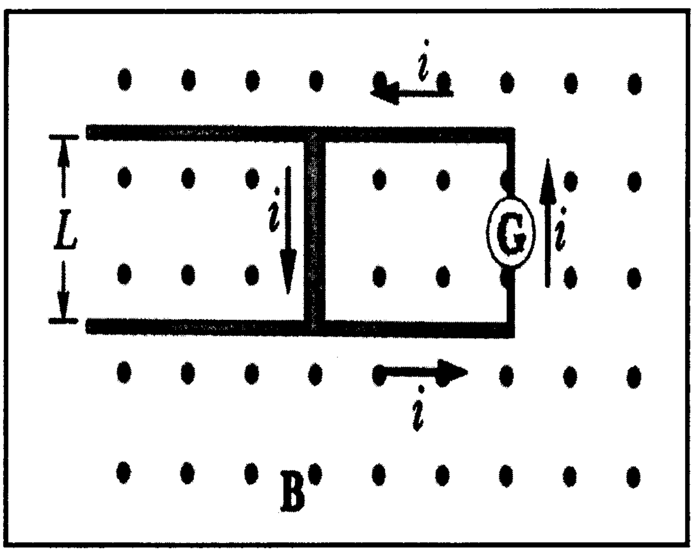
$$= 455\ \ turns/m$$

$$\Phi = (1.26\times10^{-6}\,T.m/A)(0.8A)(455turns/m)(5.0\times10^{-2}\,m)^2$$

$$= 1.146\times10^{-6}\,wb$$

Problem (9.11) مسألة

قضيب معدني ناقل كتلته (m) وطوله (L) ينزلق بدون احتكاك على سكتين أفقيتين، انظر الشكل (9.4) ويغطي كل منطقة الحركة مجال مغناطيسي عمودي $(\vec{B})$، المولد (G) يولد تياراً ثابتاً قدره (i) ليسلك المسار الموضح في الشكل المذكور. أوجد سرعة القضيب كتابع للزمن حيث يبدأ حركته من السكون عندما $(t = 0)$.



شكل (9.4)، المسألة (9.11)

Solution الحل

لحل مثل هذه المسألة يمكننا أن نستخدم قانون نيوتن الثاني، حيث :

$$F = ma = m\frac{dv}{dt}$$

أي أنّ المقدار $(i\ B\ L)$ هو القوة المغناطيسية المؤثرة على القضيب المعدني وتساوي القوة الميكانيكية. وعليه :

$$dv = \frac{iBL}{m}dt$$

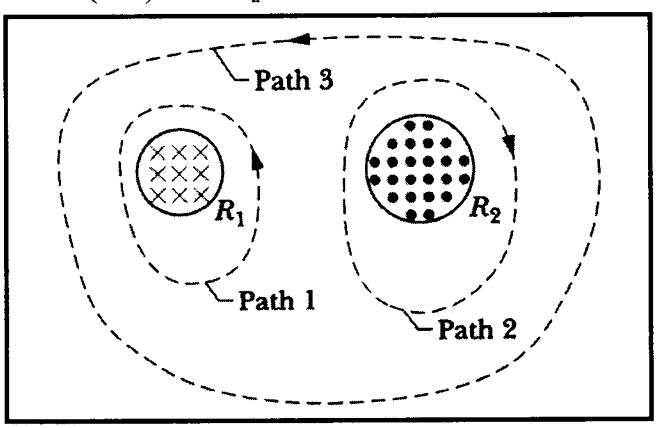
وبإجراء التكامل على الطرفين نجد أنّ :

$$v = \frac{iBLt}{m}$$

وهي مبتعدة عن المولد (G).

Problem (9.12) مسألة

في الشكل (9.5) تظهر منطقتان دائريتان (R_1) و (R_2) أنصاف أقطارهما $(r_1=20\ cm)$ و $(r_2=30\ cm)$ على التوالي، في المنطقة (R_1) يوجد مجال مغناطيسي منتظم $(B_1=50\ mT)$ واتجاهه إلى داخل الصفحة، بينما يوجد مجال مغناطيسي في المنطقة (R_2) أيضا منتظم $(B_2=75.0\ mT)$ أيضا واتجاهه إلى خارج الصفحة. كلا المجالين $(\vec{B}_1)$ و $(\vec{B}_2)$ يتناقصان بالنسبة $(8.5\ mT/s)$. أوجد التكامل $(\oint \vec{E}.ds)$ لكل من المسارات المتقطعة الثلاثة في الشكل (9.5).



شكل (9.5)، المسألة (9.12)

Solution الحل

المنطقة الأولى :

$$\oint_1 E.ds = -\frac{d\Phi_{B_1}}{dt}$$

$$= -\frac{d}{dt}(B_1 A_1)$$

$$= A_1 \frac{dB_1}{dt} = \pi r_1^2 \frac{dB_1}{dt}$$

$$= \pi (0.2m)^2 (-8.5 \times 10^{-3} T/s)$$

$$= -1.07 \times 10^{-3} V$$

المنطقة الثانية :

$$\oint_2 E.ds = -\frac{d\Phi_{B_2}}{dt}$$

$$= -\frac{d}{dt}(B_2 A_2)$$

$$= -\pi r_2^2 \frac{dB_2}{dt}$$

$$= \pi (0.3m)^2 (-8.5 \times 10^{-2} T/s)$$

$$= -2.4 \times 10^{-3} V$$

المنطقة الثالثة :

$$\oint_3 E.ds = \oint_1 E.ds - \oint_2 E.ds$$

$$= -1.07 \times 10^{-3} V - (-2.4 \times 10^{-3} V)$$

$$= 1.33 \times 10^{-3} V.$$

مسألة (9.13) ***Problem***

هوائي على شكل إطار دائري مغلق، مساحته الداخلية (A) ومقاومته (R)، تم تثبيته بشكل عمودي على مجال مغناطيسي منتظم مقداره (B). ثم تم إنقاص هذا المجال المغناطيسي وبشكل خطي إلى الصفر وذلك خلال زمن مقداره (Δt).

اشتق العلاقة الرياضية التي توضح كمية الطاقة الحرارية الكلية التي تم فقدها خلال هذه العملية.

الحل ***Solution***

إنّ المقدار الكلي للطاقة الحرارية المفقودة في هذه العملية تساوي مقدار الطاقة الحرارية الكلية التي تولدت أو نشأت خلال العملية، أي أنّ :

$$E_{thermal} = P_{thermal}\Delta t = i^2 R\,\Delta t$$

ولكننا نعلم أنّ التيار المار خلال الحلقة الدائرية المغلقة هو عبارة عن :

$$i = \frac{\xi}{R}$$

$$E_{thermal} = \frac{\xi^2}{R^2} R\,\Delta t$$

ولكن المقدار المتعارف عليه للقوة الدافعة الكهربائية المحتثة هو :

$$\xi = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$P_{thermal}\Delta t = \frac{1}{R}\left(-\frac{d\Phi_B}{dt}\right)^2 \Delta t$$

$$= \frac{1}{R}\left(-A\frac{\Delta B}{\Delta t}\right)^2 \Delta t$$

$$= \frac{A^2 \Delta B^2}{R\,\Delta t}$$

حيث أنّ :

$$\Phi_B = AB$$

$$\Delta\Phi_B = A\,\Delta B$$

بماأنّ المجال المغناطيسي (B) منتظم فإن $\Delta B = B$ إذاً :

$$P_{thermal}\,\Delta t = \frac{AB^2}{R\,\Delta t}$$

مسألة Problem (9.14)

انظر الشكل(9.6)، إنّ التيار المار في هذا الملف الحلزوني وفقاً للمعادلة الآتية :

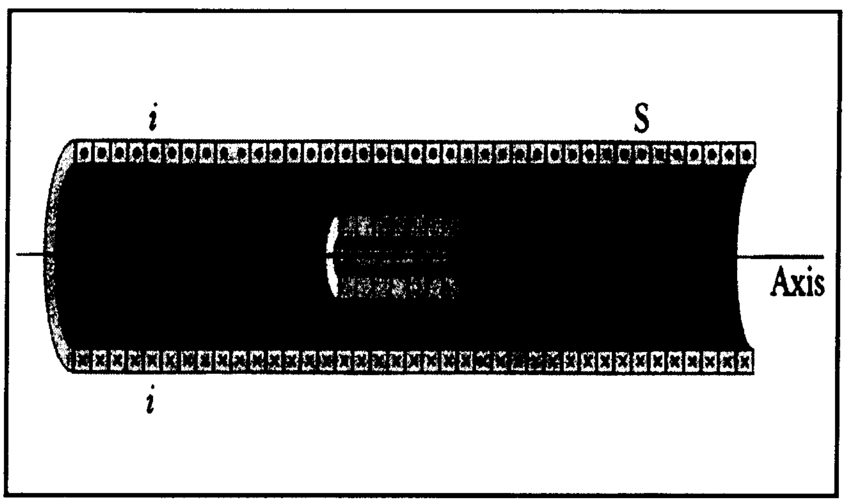
$$i = 3.0\,t + t^2$$

حيث يقاس التيار $(\,i\,)$ بالأمبير، ويقاس الزمن $(\,t\,)$ بالثواني.

1- ارسم الخط البياني الذي يمثل كيفية تغير القوة الدافعة الكهربائية (ε) مع الزمن في هذا الملف من $(t=0)$ إلى $(t=4.05)$.

2- إذا كانت مقاومة الملف الحلزوني تساوي (0.15Ω)، أوجد مقدار التيار المار في الملف عند الزمن $(t=2.0\ s)$، وذلك إذا كان قطر الملف $(d = 2.1\times 10^{-2} m)$ وعدد اللفات لوحدة الطول $(2.2\ turns/m)$، أما عدد اللفات الكلي فهو (130).

الحل Solution



شكل (9.6)، المسألة (9.14)

من المعلوم لدينا أنّ القوة الدافعة الكهربائية خلال الملف (ξ) هي :

$$\xi = N\frac{d\Phi_B}{d\,t} = N\frac{d(BA)}{d\,t}$$

ولكن مقدار المجال المغناطيسي داخل الملف (B) هو :

$$B = \mu_o n\, i$$

حيث (μ_o) هو ثابت النفاذية، (n) عدد اللفات لوحدة الطول، (i) التيار المار خلال الملف، إذاً من جديد :

$$\xi = N\,A\mu_o\, n\;\frac{d\,i}{d\,t}$$

وبماأنّ مساحة اللفة الواحدة هي :

$$A = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2$$

حيث (d) هو قطر اللفة الواحدة، إذاً :

$$\xi = \left[N\mu_o n\pi\frac{d^2}{4}\right]\frac{d\,i}{d\,t}$$

وبما أنّ التيار هو عبارة عن تابع للزمن :

$$i = 3.0\,t + t^2$$

$$\frac{d\,i}{d\,t} = 3.0 + 2.0\,t$$

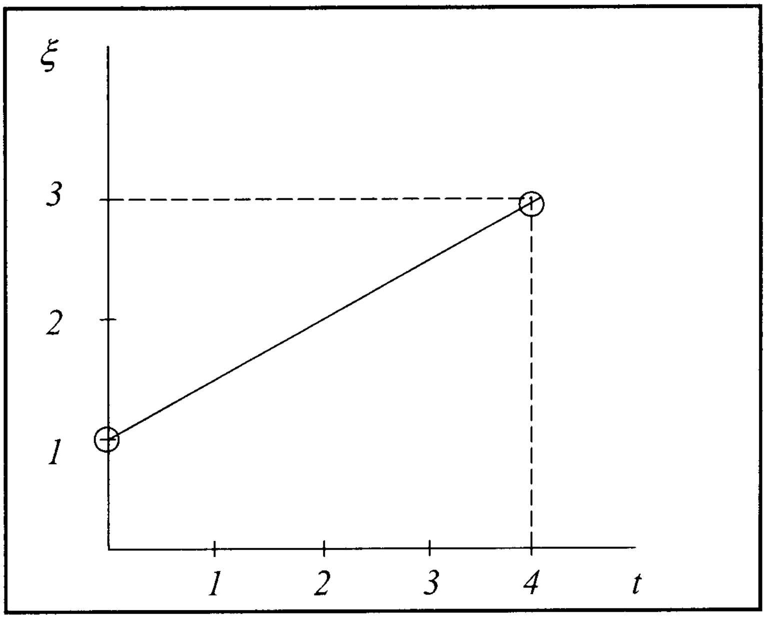
$$\xi = \left[N\mu_o n\pi\, d^2\right]\frac{3.0 + 2.0\,t}{4.0}$$

ولرسم الخط البياني، لوحظ أنّ المقدار : $\left[N\mu_o n\pi\, d^2\right]$ هو مقدار ثابت. لنعوض الآن عن قيمة الزمن بالمقدار $(t=0)$:

$$\xi = const.\frac{3.0\,t\,0}{4.0} = const.(0.75)$$

أما عند الزمن $(t = 4.0\ s)$:

$$\xi = const.\frac{3.0\,t\,8.0}{4.0} = \frac{11.0}{4.0} = 2.75$$



شكل (9.7)، المسألة (9.14)

ومن الواضح أنَّ الثابت هنا $(const. = N\mu_o n\pi\, d^2)$ يساوي ميل هذا الخط المستقيم.

2- إنَّ مقدار التيار المار عند الزمن $(t=2.0\ s)$ هو :

$$i = \frac{\xi_{t=2.0s}}{R}$$

$$= \left[N\mu_o n\pi\, d^2\right]\frac{3.0 + 2.0\,t}{4.0R}$$

$$= \frac{\pi(130)(1.26\times10^{-6}\,Tm/A)(2.2\,turns/m)(7.0A/s)(2.1\times10^{-2}\,m)^2}{4.0(0.15\,\Omega)}$$

$$= 5.8\times10^{-2}\,A.$$

مسألة (9.15) Problem

سلك على شكل حلقة دائرية قطرها ($10\ cm$) وضعت في مجال مغناطيسي منتظم مقداره ($B=0.5\ T$) بحيث يصنع محورها زاوية مقدارها (30^o) مع اتجاه المجال المغناطيسي. بدأت الآن الحلقة الدائرية تتمايل بحيث يبقى محورها يصنع ذات الزاوية مع اتجاه المجال أي (30^o) وذلك بنسبة دوران ثابتة مقدارها ($100\ rev/min$).

أوجد القوة الدافعة الكهربائية المحتثة التي ستظهر في الحلقة نتيجة لذلك.

الحل Solution

إنّ الفيض المغناطيسي في هذه الحالة هو :

$$\begin{aligned}\Phi_B &= AB \\ &= \left(\pi \frac{d^2}{4}\right)(B) \\ &= 3.14\,\frac{(10\times 10^{-2}\,m)^2}{4}(0.5\,T) \\ &= 3.93T.m^2\end{aligned}$$

وبما أنّ هذا الفيض يبقى ثابتا وذلك لثبات الحلقة خلال الدوران نظرا لبقاء الزاوية (30^o) فإن التغير في الفيض يساوي صفرا، أي أنّ :

$$\xi = -\frac{d\Phi_B}{dt} = 0$$

مسألة (9.16) Problem

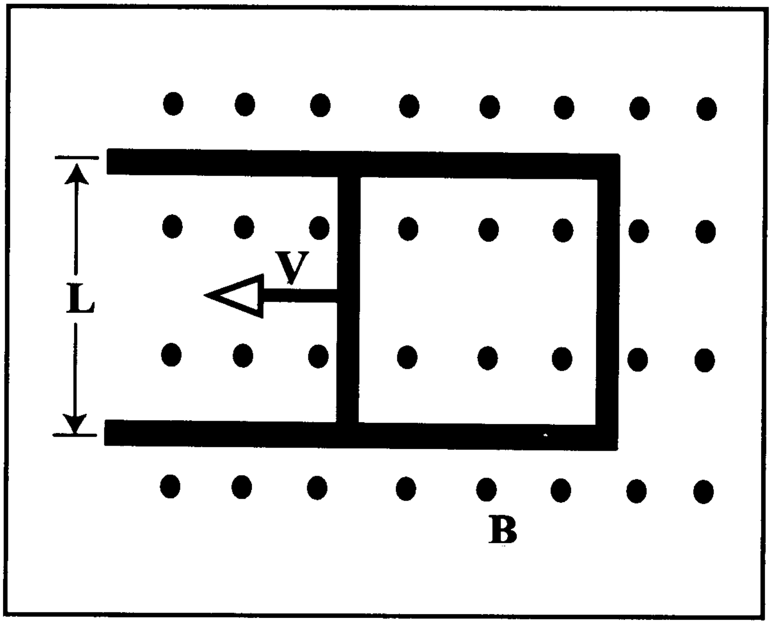
قضيب معدني يتحرك بسرعة ثابتة على طول سكة مكونة من قضيبين معدنيين متوازيين، انظر الشكل (9.8) بحيث يتصل طرفي القضيبين من جهة اليمين بقطعة معدنية. وتقع المجموعة كلها تحت تأثير مجال مغناطيسي منتظم يتجه خارجا من وجه الورقة، أوجد :

1- القوة الدافعة الكهربائية (ξ) المتولدة، إذا علمت أنَّ المسافة $(L=25.0\ cm)$ وأنَّ السرعة $(v = 55.0 cm/s)$، $(B=0.35\ T)$.

2- التيار المار خلال القضيب المتحرك، إذا علمت أنَّ مقاومته تساوي (18.0Ω) وأن مقاومة السكة المعدنية مهملة.

Solution الحل

1- انظر الشكل (9.8).



شكل (9.8)، المسألة (9.16)

بفرض أنَّ القضيب المتحرك على مسافة (x) من الطرف الأيمن للسكة، تكون القوة الدافعة الكهربائية وكما هو معلوم على النحو الآتي :

$$\xi = -\frac{d\,\Phi_B}{dt}$$

ولكن الفيض المغناطيسي هو عبارة عن :

$$\Phi_B = AB = (Lx)\,B$$

$$\xi = -\frac{d}{dt}(Lx\, B)$$

ولكن كلاً من (L) و (B) ثابتان، إذاً :

$$\xi = BL\left(\frac{dx}{dt}\right)$$

وواضح أنّ المقدار $\left(\frac{dx}{dt}\right)$ هو عبارة عن السرعة، أي أنّ :

$$\xi = BLv$$

$$= (0.35\, T)(0.250\, m)(0.55\, m/s)$$

$$= 4.81 \times 10^{-2} V$$

2- باستخدام قانون الدائرة الكهربائية البسيطة (قانون أوم) نجد أنّ :

$$i = \frac{\xi}{R} = \frac{4.81 \times 10^{-2} V}{18.0\, \Omega}$$

$$= 2.67 \times 10^{-3} A$$

مسألة (9.17) *Problem*

في المسألة السابقة (9.16)، افرض أنّ طول القضيب المتحرك $(L{=}10\ cm)$ وأن السكة ذات القضيبين المتوازيين عديمة الاحتكاك بينما تبلغ السرعة $(v{=}5.0\, m/s)$ ومقدار المجال المغناطيسي $(B{=}1.2\ T)$ أوجد كلاً من :

1- القوة الدافعة الكهربائية المحتثة في القضيب.

2- التيار الكهربائي المار في الحلقة الموصلة، حيث مقاومة القضيب تبلغ (0.40Ω) ومقاومة السلك مهملة.

3- النسبة التي تتولد بها الطاقة الحرارية في القضيب المعدني.

4- مقدار القوة الخارجية التي يجب أن تؤثر على القضيب المعدني حتى يستمر في حركته.

5- مقدار الشغل المطبق على القضيب بفعل القوة الخارجية.

6- قارن إجابة الفرع (5) بإجابة الفرع (3).

***Solution* الحل**

1- تماماً كما فعلنا في حل المسألة (19.16) نجد أن :

$$\xi = -\frac{d\,\Phi_B}{dt}$$

حيث إنّ : $\Phi_B = AB$ ، ولكن $A = L\,x$ ، أي أنّ :

$$\Phi_B = Lx\,B$$

$$\xi = \frac{d\,\Phi_B}{dt} = BL\left(\frac{dx}{dt}\right) = BL\,v$$

$$= (1.2\,T)(0.10\,m)(5.0\,m/s) = 0.60\,V$$

-2

$$i = \frac{\xi}{R} = \frac{0.60\,V}{0.40\,\Omega} = 1.5\,A$$

ومن الجدير بالذكر هنا أنّ هذا التيار ينشأ عنه مجال مغناطيسي اتجاهه داخل الورقة في المنطقة المحددة بالقضيب المتحرك.

-3

$$P = \frac{\xi^2}{R} = \frac{(0.60\,V)^2}{(0.40\,\Omega)} = 0.90\,W$$

4- بما أنّ سرعة القضيب المتحرك ثابتة، إذاً القوة المحصلة المراد تطبيقها تساوي الصفر. أي أنّ القوة الخارجية المطلوبة يجب أن تساوي بالمقدار وتعاكس بالاتجاه القوة الناشئة بفعل المجال المغناطيسي، وهي :

$$F_B = iLB$$

$$= (1.5\,A)(0.10\,m)(1.2\,T)$$

$$= 0.18\,N.$$

وبتطبيق قانون اليد اليمنى نجد أنّ اتجاه القوة الخارجية يجب أن يكون نحو اليسار.

5- إذا تحرك القضيب مسافة متناهية الصغر (dx) فإن الشغل المنجز بواسطة القوة الخارجية هو :

$$dW = F\,dx$$

أما نسبة الشغل المطبق فهو :

$$\frac{dW}{dt} = F\,\frac{dx}{dt} = F\,v = (0.18\,N)(5.0\,m/s)$$
$$= 0.90\,W$$

6- وبمقارنة النتيجتين (3) و (5) نجد أنَّ الشغل المبذول يساوي الطاقة الحرارية المتولدة، وهذا معناه أن الطاقة التي يعطيها المؤثر الخارجي تتحول إلى طاقة حرارية بالكامل.

مسألة (9.18) *Problem*

مجال مغناطيسي منتظم (B) يؤثر بشكل عمودي على سلك دائري مغلق على شكل حلقة يحتويها مستوى افتراضي، يبلغ نصف قطر هذه الدائرة (r) يتغير مقدار المجال المغناطيسي مع الزمن وفقاً للمعادلة الآتية :

$$B = B_o\,e^{-t/\tau}$$

حيث كلاً من (B_o) و (τ) مقادير ثابتة.

أوجد القوة الدافعة الكهربائية في هذه الحلقة كتابع للزمن.

الحل *Solution*

من المعلوم لدينا ووفقاً لقانون فاراداي للحث الكهرومغناطيسي أنَّ القوة الدافعة الكهربائية (ξ) تساوي إلى :

$$\xi = -\frac{d\,\Phi_B}{dt}$$

حيث (Φ_B) هو عبارة عن الفيض المغناطيسي وهو يساوي إلى :

$$\Phi_B = AB = \pi\,r^2 B$$

حيث إن المقدار (πr^2) يساوي مساحة السطح الواقع تحت تأثير المجال المغناطيسي من المعادلة :

$$B = B_o\, e^{-t/\tau}$$

$$\xi = \pi r^2 \frac{d}{dt}(B_o\, e^{-t/\tau})$$

$$= \pi r^2 \frac{B_o}{\tau}(e^{-t/\tau})$$

$$= \frac{\pi r^2}{\tau} B$$

حيث عوضنا المقدار :

$$B = B_o\, e^{-t/\tau}$$

مسألة (9.19) *Problem*

مولد كهربائي يتكون ملفه من *(100 turns)* مصنوع من سلك على شكل هندسي مستطيل، طول أضلاعه $(50cm \times 30cm)$، موضوع في مجال مغناطيسي منتظم وبشكل محكم، مقداره *(3.50 T)*. أوجد أقصى قيمة للقوة الدافعة الكهربائية (ξ) الناتجة عن دوران الملف بسرعة دائرية مقدارها *(1000 rev/min)* حول محور **عمودي على المجال (B).**

الحل *Solution*

من المعلوم لدينا أنَّ القوة الدافعة الكهربائية وكتابع للزمن نعبِّر عنها بواسطة قانون فاراداي :

$$\xi = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

أما الفيض المغناطيسي في هذه المسألة فيمكننا إيجاده من المعادلة المعروفة :

$$\Phi_B = N\vec{B}.\vec{A}$$

حيث $(\vec{B})$ متجه المجال وهو عمودي على محور دوران الملف، أما $\vec{A}$ فهو متجه المساحة. إذن :

$$\Phi_B = NBA\cos(\theta)$$

حيث (θ) هي الزاوية بين المتجهين، وفي حالة الحركة الدائرية نجد أنّ :

$$\theta = wt = 2\pi f t$$

وهكذا نجد أنّ :

$$\Phi_B = NBA\cos(2\pi f t + \phi_o)$$

حيث (ϕ_o) هو فرق الطور.

وعليه نجد أنّ :

$$\xi = -BA\frac{d}{dt}\cos(2\pi f t + \phi_o)$$
$$= -BA(2\pi f)\sin(2\pi f t + \phi_o)$$

ولكننا نعلم أنّ المقدار :

$$2\pi f = w = 2\pi\left(\frac{1000}{60s}\right)$$

حيث (w) هو التردد الزاوي أوالسرعة الزاوية للملف الدائري، أما المساحة التي تدور داخل المجال المغناطيسي فهي :

$$A = (0.50\ m \times 0.30\ m) = 0.150\ m^2$$

أما عدد اللفات : $N = 100\ turns$

وعلى ذلك تكون القيمة القصوى للقوة الدافعة الكهربائية وعند $(\phi_o = \pi/2)$

$$\xi_m = NBAw\sin(2\pi f t + \pi/2)$$

ولكن :

$$\sin(2\pi f t + \pi/2)$$
$$= \sin(\pi/2) = 1$$

$$\xi_m = NBAw$$

$$= (100)(3.50\,T)(0.150\,m^2)\left(2\pi\frac{1000}{60s}\right) = 5.5\times 10^3\,V$$

Problem (9.20) مسألة

ملف حلزوني طويل قطره $(0.120\ m)$، ينشأ عن مرور تيار مقداره $(\ i\ )$ خلال لفاته مجال مغناطيسي منتظم مقداره $(30.0\ mT)$ وذلك داخل الملف، وعندما نقوم بإنقاص مقدار التيار ينخفض المجال المغناطيسي بنسبة $(6.50\ \ m\ T/s)$.

أوجد مقدار المجال الكهربائي المحتث عند النقطتين الآتيتين.

1- $2.20\ cm$ عن محور الملف.

2- $8.20\ cm$ عن محور الملف.

3- قارن بين مقداري المجالين الكهربائيين في (1) و (2) .

Solution الحل

1- من قانون فاراداي نجد أنَّ.

$$\oint E.ds = E\oint ds = E(2\pi\ r) = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

حيث إن التكامل حول سطح مغلق هنا هو عبارة عن التكامل حول حلقة دائرية نصف قطرها (r) وعلى ذلك يكون :

$$\oint ds = 2\pi\ r$$

ومن الواضح أنَّ الزاوية بين هذه المسار والمجال الكهربائي هي صفر.
أي أنَّ $(\cos 0 = 1)$. أما الفيض المغناطيسي فهو :

$$\Phi_B = AB = (\pi\ r^2)B$$

$$E = \frac{\pi\ r^2}{2\pi\ r}\ \frac{dB}{dt}$$

$$E = \frac{r}{2}\frac{dB}{dt}$$

$$E_1 = \frac{0.0220m}{2}(6.50 \times 10^{-3} T/s)$$

$$= 7.15 \times 10^{-5} V/m.$$

2- $$E_2 = \frac{R^2}{2r}\frac{dB}{dt}$$

حيث (R) هو نصف قطر المساحة التي يؤثر عليها المجال المغناطيسي في الحالة الثانية وهي بطبيعة الحال أكبر من المساحة الأولى.

$$E_2 = \frac{(0.0600m)^2}{2(0.0820m)}(6.5 \times 10^{-3} T/s)$$

$$= 1.43 \times 10^{-4} V/m$$

3- بمقارنة النتيجتين (1) و(2) نجد أنّ المجال الكهربائي (E_2) هو أكبر من المجـــال (E_1) وذلك عندما ابتعدنا عن محور الملف.