

الفصل الحادي عشر
Chapter Eleven

التوصيل (النقل) الكهربائي في الأجسام الصلبة
Conduction of Electricity In Solids

مسألة (11.1) Problem

احسب عدد الكثرونات التوصيل في مكعب من النحاس طول ضلعه $a = 1 \text{ cm}$.

الحل Solution

من المعلوم أن في كل ذرة نحاس هناك الكثرونات واحداً موصلًا.

$$N = n a^3$$

n هو عدد الإلكترونات في وحدة الحجم.

$$n = \frac{N_A d}{A}$$

حيث (N_A) هو عدد أفوكادرو ويساوي $(6.02 \times 10^{23} \text{ atom/mol})$ ، (d) هي كثافة النحاس ويمكن معرفة قيمتها من الجداول وتساوي (8900 kg/m^3) ، (A) هي الكتلة المولية للنحاس وتساوي (0.0635 kg/mol) .

$$n = 8.43 \times 10^{28} \text{ electrons/m}^3$$

وهكذا نجد أن عدد الكثرونات التوصيل هو :

$$\begin{aligned} N &= 8.43 \times 10^{28} (\text{electrons/m}^3)(1.0 \times 10^{-2} \text{ m})^3 \\ &= 8.43 \times 10^{23} \text{ electrons} \end{aligned}$$

مسألة (11.2) Problem

احسب سرعة الإلكترون في حزمة التوصيل لمعدن النحاس، إذا كانت طاقته الحركية مساوية لطاقة فيرمي $Fermi - energy = 7.0 \text{ eV}$.

الحل Solution

$$E = E_F = \frac{1}{2} m v_F^2$$

$$v_F = \sqrt{\frac{2E_F}{m}} = \left[\frac{(2)(7 \text{ eV}) \left(1.6 \times 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}} \right)}{9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}} \right]^{\frac{1}{2}} = 1.6 \times 10^6 \text{ m/s}$$

مسألة (11.3) Problem

أوجد زمن الاسترخاء والذي يمكن تسميته أيضاً متوسط الزمن بين التصادمات للإلكترونات الموصلة في النحاس، إذا كانت مقاومة النحاس تساوي $(1.7 \times 10^{-8} \Omega m)$.

الحل Solution

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{m}{ne^2 \rho} \\ &= \frac{9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}}{8.43 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \times 1.7 \times 10^{-8} \Omega m} \\ &= 2.5 \times 10^{-14} \text{ s} \end{aligned}$$

مسألة (11.4) Problem

استخدم النتائج التي حصلنا عليها في المسألتين (11.2) و (11.3) لحساب متوسط المسار الحر *mean free path* للإلكترونات في النحاس.

الحل Solution

متوسط المسار الحر = λ

$$\begin{aligned} \lambda &= v_F \tau \\ &= (1.6 \times 10^6 \text{ m/s})(2.5 \times 10^{-14} \text{ s}) \\ &= 4 \times 10^{-8} \text{ m} \end{aligned}$$

مسألة (11.5) Problem

مكعب من النحاس طول ضلعه (1.0 cm). أوجد عدد مستويات الطاقة *quantum states* الواقعة بين ($E = 5.0 \text{ eV}$) و ($E = 5.01 \text{ eV}$).

الحل Solution

حيث إن نهايتي هذا المجال من الطاقة متقاربتان، وحيث إن الفرق بينهما ($\Delta E = 0.01 \text{ eV}$) فإن عدد المستويات N هو :

$$N = n(E) \Delta E V$$

$$n(E) = \frac{8\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3} E^{1/2}$$

$$= \frac{(8\sqrt{2}\pi)(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})^{3/2} (5 \text{ eV})^{1/2} (1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV})^{1/2}}{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s})^3}$$

$$= 9.48 \times 10^{46} \text{ m}^{-3} \text{ J}^{-1} = 1.52 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1}$$

$$N = (1.52 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1})(0.01 \text{ eV})(1 \times 10^{-2} \text{ m})^3$$

$$= 1.52 \times 10^{20}$$

مسألة (11.6) Problem

عند درجة الحرارة (800 K) ما هي احتمالية إشغال مستوى من الطاقة مقداره (0.1 eV) فوق مستوى فيرمي؟

الحل Solution

$$P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

$$\frac{E - E_F}{kT} = \frac{0.1 \text{ eV}}{(8.62 \times 10^{-5} \text{ eV})(800 \text{ K})} = 1.45$$

$$P(0.1) = \frac{1}{e^{1.45} + 1} = 0.19 \quad \text{or } 19 \%$$

وعلى سبيل الإيضاح افرض أن مستوى الطاقة المطلوب يقع تحت مستوى فيرمي وليس فوقه، الفرق الآن هو :

$$\frac{E - E_F}{kT} = 1.45$$

$$P(-0.1) = \frac{1}{e^{1.45} + 1} = 0.81 \quad \text{or } 81 \%$$

الآن افرض أن المستوى المطلوب هو تحديداً مستوى فيرمي :

$$P(E_F) = \frac{1}{e^0 + 1} = \frac{1}{1 + 1} = 0.50 \quad \text{or } 50 \%$$

مسألة (11.7) Problem

قطعة من الجيرمانيوم ذات مقطع مربع طول ضلعه (1.0 cm)، تم تسليط جهد قدره (1.5 V) عبر سمكها البالغ (0.25 mm) أوجد قيمة التيار المار في القطعة علماً أن :

$$\text{عدد الإلكترونات الحرة في المتر المكعب} = 2 \times 10^{19}$$

$$\text{حركية الإلكترون} \mu_n = 0.36$$

$$\text{حركية الثقوب} \mu_p = 0.17$$

الحل Solution

$$J = \sigma \vec{E}$$

$$\vec{E} = \frac{V}{d} = \frac{1.5 \text{ V}}{0.25 \times 10^{-3}} = 6 \times 10^3 \text{ V/m}$$

$$\begin{aligned}\sigma &= (\mu_n + \mu_p)n_i e \\ &= (0.36 + 0.17) \times 2 \times 10^{19} \times 1.6 \times 10^{19} \\ &= 1.696(\Omega m)^{-1}\end{aligned}$$

$$J = 10176 \text{ A/m}^2$$

$$a = 1.0 \text{ cm} \times 1.0 \text{ cm} = 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\therefore I = a.J = 10176 \text{ A}$$

مسألة (11.8) Problem

الذهب هو معدن أحادي التكافؤ حيث تبلغ كتلته المولية (197 g/mol)، وكثافته (19.3 g/cm³).

أوجد كثافة الشحنات الناقلة للتيار الكهربائي للذهب.

الحل Solution

عدد الذرات لوحدة الحجم، تعرّف على النحو الآتي :

$$n = \frac{d}{M} = \frac{\text{كثافة الكتلة للذهب (للمعدن)}}{\text{كتلة الذرة الواحدة}}$$

وبما أن عدد الإلكترونات لكل ذرة في هذه المسألة هو الكترون واحد، إذا عدد الإلكترونات يساوي عدد الذرات، والآن :

$$M = \frac{A}{N_A} = \frac{\text{الكتلة المولية للذهب}}{\text{عدد أفوكادرو}}$$

$$M = \frac{(197 \text{ g/mol})}{(6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})} = 3.271 \times 10^{-22} \text{ g}$$

$$d = 19.3 \text{ g/cm}^3$$

$$n = \frac{19.3 \text{ g/cm}^3}{3.271 \times 10^{-22} \text{ g}} = 5.90 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

مسألة (11.9) Problem

لدينا المعادلة التي نستخدمها لحساب عدد المستويات للطاقة الكمية وهي :

$$n(E) = \frac{8\sqrt{2} \pi m^{3/2}}{h^3} E^{1/2}$$

1- أثبت أننا نستطيع كتابتها على الشكل :

$$n(E) = C E^{1/2}$$

2- أوجد قيمة الثابت (C) العددية ملحقاً إياها بوحداتها الصحيحة.

الحل Solution

$$n(E) = \frac{8\sqrt{2} \pi m^{3/2}}{h^3} E^{1/2}$$

$$C = \frac{8\sqrt{2} \pi m^{3/2}}{h^3} = \frac{8\sqrt{2} \pi (9.109 \times 10^{-31} \text{ Kg})^{3/2}}{(6.626 \times 10^{-34} \text{ J.s})^3}$$

$$= 8\sqrt{2} \pi \left[\frac{(9.109 \times 10^{-31} \text{ Kg})^{1/2}}{6.626 \times 10^{-34} \text{ J.s}} \right]^3$$

$$= 1.0622 \times 10^{56} \text{ Kg}^{3/2} \text{ J}^3 \text{ s}^3$$

For the conduction electrons.

$$n(E) = CE^{\frac{1}{2}}$$

$$n(E) = 1.0622 \times 10^{56} E^{\frac{1}{2}}$$

مسألة (11.10) Problem

استخدم نتيجة المسألة (11.9) لحساب $n(E)$ للالكترونات الناقلة لمعدن تبلغ قيمة الطاقة فيه $E = 8.0 \text{ eV}$.

الحل Solution

$$E = 8.0 \text{ eV}$$

$$C = 1.062 \times 10^{56} \text{ J}^{3/2} \text{ m}^{-3} \quad \text{Because of.}$$

$$1 \text{ J} = 1 \text{ Kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}, \quad \text{Thus :}$$

$$1 \text{ Kg} = 1 \text{ J} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{m}^{-2}$$

وهكذا نجد أن وحدات C يمكن كتابتها على النحو الآتي :

$$(\text{J} \cdot \text{s}^2)^{3/2} \cdot (\text{m}^{-2})^{3/2} \cdot \text{J}^{-3} \cdot \text{s}^{-3} = \text{J}^{3/2} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$C = (1.602 \times 10^{56} \text{ J}^{3/2} \cdot \text{m}^{-3}) (1.602 \times 10^{-19} \text{ J/eV})^{3/2} \\ = 6.81 \times 10^{27} \text{ m}^{-3} \cdot \text{eV}^{-3/2}$$

$$n(E) = C E^{\frac{1}{2}} \\ = (6.78 \times 10^{27} \text{ m}^{-3} \cdot \text{eV}^{-3/2}) (8 \cdot \text{eV})^{1/2} \\ = 1.9 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \text{eV}^{-1}$$

مسألة (11.11) Problem

أوجد مقدار احتمالية وجود مستوى مقداره (0.062 eV) فوق مستوى فيرمي للطاقة

وذلك : 1- عندما تكون $T = 0 \text{ K}$

2- عندما تكون $T = 320 \text{ K}$

Solution الحل

1- عندما تكون $T = 0 K$.

$$P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

ثابت بولتزمان : $k = 8.62 \times 10^{-5} eV/K$

الفرق في الطاقة : $E - E_F = 0.062 eV$

درجة الحرارة : $T = 0 K$

$$P(E) = 0$$

ومعنى ذلك أن أي مستوى يمتلك طاقة أكبر من طاقة فيرمي (E_F) يكون مشغولا.

2- $T = 320 K$

$$P(E) = \frac{1}{e^{2.248} + 1} = 0.0956$$

وذلك لأن : $(0.062 eV) / (8.62 \times 10^{-5} eV/K)(320 K) = 2.248$

مسألة (11.12) Problem

استخدم معادلة دالة الاحتمالية $P(E)$ لإيجاد الطاقة التي تكون فيها احتمالية الإشغال $(P(E) = 0.9)$ للنحاس وذلك عند درجة الحرارة $(1000 K)$ إذا كانت طاقة فيرمي للنحاس تساوي $(7.0 eV)$. بعد ذلك أوجد كثافة مستويات الطاقة $n(E)$ ، ثم أوجد كثافة المستويات المشغولة $n_0(E)$.

Solution الحل

إن معادلة الاحتمالية $P(E)$ هي :

$$P(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1} \quad \dots (1)$$

لحل مثل هذه النوع من المسائل التي يطلب فيها إيجاد الطاقة (E)، ويعطى للطالب باقي المعلومات، اعتمد الخطوات الآتية :

1- اقلب طرفي المعادلة (1) :

$$\frac{I}{P(E)} = e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1$$

2- خذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين (\ln)، بعد أن نقلنا المقدار ($+1$) إلى الطرف الأيسر للمعادلة.

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{I}{P(E)} - 1\right) &= \ln e^{\frac{E-E_F}{kT}} \\ &= \frac{E - E_F}{kT} \end{aligned}$$

$$kT \ln\left(\frac{I}{P(E)} - 1\right) = E - E_F$$

$$E = E_F + kT \ln\left(\frac{I}{P(E)} - 1\right)$$

$$= 7.0 \text{ eV} + (8.62 \times 10^{-5} \text{ eV / K})(1000 \text{ K}) \ln\left(\frac{1}{0.9} - 1\right)$$

$$= 7.0 \text{ eV} + (-0.189) = 6.81 \text{ eV}$$

$$n(E) = C E^{\frac{1}{2}}$$

$$n_0(E) = P(E) n(E)$$

$$= (0.9)(6.78 \times 10^{27})(7.0) = 4.27 \times 10^{28}$$

مسألة (11.13) Problem

تبلغ كثافة الذهب (19.3 g/cm^3)، كما أن الكتلة المولية له (197 g/mol)، إذا كانت الذرة الواحدة تساهم بالكترون ناقل واحد. أوجد مستوى طاقة فيرمي للذهب.

الحل Solution

$$n = \frac{(19.3 \text{ g/cm}^3)(6.022 \times 10^{23} \text{ g/mol})}{(197 \text{ g/mol})}$$

$$= 5.90 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3}$$

$$E_F = \frac{0.12 h^2}{m} = \frac{0.121(1240 \text{ eV.nm})^2}{0.511 \text{ MeV}} \times (5.90 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3})^{2/3}$$

$$= 5.5 \text{ eV}$$

مسألة (11.14) Problem

تبلغ قيمة طاقة مستوى فيرمي للفضة 5.5 eV .

1- عند درجة الحرارة $T = 0^\circ \text{C}$ ، ما هي احتمالات إشغال المستويات عند قيم الطاقة الآتية: 5.6 eV , 5.5 eV , 5.4 eV , 4.4 eV .

2- عند أية قيمة لدرجة الحرارة تكون احتمالية إشغال المستوى 5.6 eV تساوي 0.16؟

الحل Solution

$$P(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1}$$

For :	$E = 4.4 \text{ eV}$	$P(E) = 1.0$	-1
	$E = 5.4 \text{ eV}$	$P(E) = 0.99$	
	$E = 5.5 \text{ eV}$	$P(E) = 0.50$	
	$E = 5.6 \text{ eV}$	$P(E) = 0.014$	
	$E = 6.4 \text{ eV}$	$P(E) = 2.5 \times 10^{-17}$	

$$kT \ln\left(\frac{1}{P} - 1\right) = E - E_F \quad -2$$

$$T = \frac{E - E_F}{k \ln(P^{-1} - 1)} = \frac{5.6 \text{ eV} - 5.5 \text{ eV}}{(8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K}) \ln(0.16^{-1} - 1)}$$

$$= 7.0 \times 10^2 \text{ K.}$$

مسألة (11.15) Problem

أثبت أن الصيغة الرياضية التي تستخدم لتحديد مستوى طاقة فيرمي، وهي :

$$E_F = \left(\frac{3}{16\sqrt{2}\pi}\right)^{3/2} \frac{h^2}{m} n^{2/3} = \frac{0.121 h^2}{m} n^{2/3}$$

يمكننا كتابتها على النحو الآتي :

$$E_F = A n^{2/3} \quad \text{حيث إن :}$$

$$A = 3.65 \times 10^{-19} \text{ m}^2 \cdot \text{eV}$$

الحل Solution

في المعادلة المذكورة (n) هو عدد الكترونات التوصيل لوحدة الحجم، (m) هي كتلة الإلكترون الواحد، بينما (h) هو ثابت بلانك، وعليه نجد أن :

$$A = \left(\frac{3}{16\sqrt{2}\pi} \right)^{2/3} \frac{h^2}{m} = \left(\frac{3}{16\sqrt{2}\pi} \right)^{2/3} \frac{(6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})^2}{(9.109 \times 10^{-31} \text{ kg})}$$

$$= 5.842 \times 10^{-38} \text{ J}^2 \cdot \text{s}^2 / \text{kg}$$

ولكننا نعلم أن :

$$1.0 \text{ J} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2$$

نعوض الآن عن (J) بما يساويه ونترك الآخر، أي أننا نكتب :

$$J^2 = J J$$

كما يمكننا أن نستخدم الإلكترون فولت بدلاً من الجول، ذلك أن :

$$1.0 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$A = \frac{5.842 \times 10^{-38} \left(\frac{\text{J} \cdot \text{s}^2}{\text{kg}} \right) \left(\text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right)}{1.602 \times 10^{-19} \text{ J/eV}}$$

$$= 3.65 \times 10^{-19} \text{ m}^2 \cdot \text{eV}$$

إذا يمكننا أن نعبر عن المعادلة بالصيغة الرياضية :

$$E_F = A n^{2/3}$$

مسألة (11.16) Problem

تبلغ طاقة فيرمي لمعدن النحاس (7.0 eV) عند درجة الحرارة (1000 K).

- 1- أوجد مقدار الطاقة التي تساوي عندها احتمالية إشغال مستوياتها (0.9).
- 2- عند الطاقة التي وجدتها في الطلب الأول من المسألة هذه، أوجد كثافة مستويات الطاقة بشكل عام.
- 3- أوجد كثافة مستويات الطاقة المشغولة.

الحل Solution

من معادلة دالة احتمالية الطاقة والتي صيغتها الرياضية :

$$P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} \quad -1$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين وبالرجوع إلى المسألة (11.5) نجد أن :

$$\begin{aligned} E &= E_F + kT \ln\left(\frac{1}{P(E)} - 1\right) \\ &= 7.0 \text{ eV} + (8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K})(1000 \text{ K}) \ln\left(\frac{1}{0.9} - 1\right) \\ &= 6.8 \text{ eV} \end{aligned}$$

$$n(E) = CE^{\frac{1}{2}} \quad -2$$

مسألة (11.17) Problem

تبلغ طاقة فيرمي لمعدن الألمنيوم (11.6 eV) وكثافته الكتلية (2.7 g/cm^3) كما أن كتلته المولية تساوي (27.9 g/mol) استخدم هذه المعلومات كي تحدد عدد الإلكترونات الحرة في ذرة الألمنيوم الواحدة.

الحل Solution

إن عدد الإلكترونات الحرة للذرة الواحدة هو : $\frac{n}{N}$

حيث إن : (n) عدد الإلكترونات الحرة لوحدة الحجم.

(N) عدد الذرات لوحدة الحجم.

وباستخدام النتيجة التي حصلنا عليها في المسألة (11.15) نجد أن طاقة فيرمي يمكننا

أن نعبر عنها بالصيغة الرياضية :

$$E_F = A n^{2/3}$$

$$A = 3.65 \times 10^{-19} \text{ m}^2 \cdot \text{eV}$$

بينما : (n) هي عدد الإلكترونات الحرة.

$$n = \left(\frac{E_F}{A} \right)^{3/2}$$

$$= \left(\frac{11.6 \text{ eV}}{3.65 \times 10^{-19} \text{ m}^2 \cdot \text{eV}} \right)^{3/2} = 1.79 \times 10^{29} \text{ m}^{-3}$$

$$M = \frac{d}{A} = \frac{(27.0 \text{ g/mol})}{(6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})} = 4.48 \times 10^{-23} \text{ g}$$

حيث (M) هنا هي كتلة ذرة الألمنيوم الواحدة.

$$N = \left(\frac{27.0 \text{ g/cm}^3}{4.48 \times 10^{-23} \text{ g}} \right) = 6.03 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3} = 6.03 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

وبناءً على ما تقدم نجد أن عدد الإلكترونات الحرة للذرة الواحدة هو :

$$\frac{n}{N} = \frac{1.79 \times 10^{29} \text{ m}^{-3}}{6.03 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}} = 2.97$$

مسألة (11.18) Problem

أثبت أن احتمالية إشغال مستويين من الطاقة متساويان في بعدهما فوق وأسفل مستوى طاقة فيرمي (E_F) تساوي الواحد.

الحل Solution

لإيجاد مقدار هذه الاحتمالية بمجموعها، أي الاحتمالية لإشغال مستوى يقع فوق مستوى طاقة فيرمي وآخر أسفل منه، نفرض أن هذين المستويين هما (E_1) و (E_2) .

$$E_1 = E_F + \Delta E$$

$$E_2 = E_F - \Delta E$$

حيث (ΔE) يمثل فرق الطاقة عن مستوى طاقة فيرمي. وعليه فإن احتماليتي إشغال هذين المستويين هما :

$$P(E_1) = \frac{1}{e^{(E_1 - E_F)/kT} + 1}$$

$$P(E_2) = \frac{1}{e^{(E_2 - E_F)/kT} + 1}$$

$$\begin{aligned} P(E_1) + P(E_2) &= \frac{1}{e^{(E_F + \Delta E - E_F)/kT} + 1} + \frac{1}{e^{(E_F - \Delta E + E_F)/kT} + 1} \\ &= \frac{1}{e^{\Delta E/kT} + 1} + \frac{1}{e^{-\Delta E/kT} + 1} \\ &= \frac{2 + e^{\Delta E/kT} + e^{-\Delta E/kT}}{(e^{\Delta E/kT} + 1)(e^{-\Delta E/kT} + 1)} = \frac{2}{2} = 1 \end{aligned}$$

مسألة (11.19) Problem

يعتبر معدن الخارصين Zinc معدناً ثنائي التكافؤ أوجد كلا من :

- 1- عدد الكترونات التوصيل لوحدة الحجم، (m^3).
- 2- أوجد حسابياً مستوى طاقة فيرمي لمعدن الخارصين، (E_F).
- 3- أوجد حسابياً سرعة فيرمي (v_F).
- 4- أوجد طول موجة ديبرولي (λ) الموافقة لسرعة فيرمي علماً بأن الكثافة الكتلية للخارصين تساوي (7.13 g/cm^3). أما الكتلة المولية فتساوي (65.37 g/mol).

Solution الحل

$$\frac{n}{d} = \frac{N_A}{M}$$

1- نحن نعلم أنّ :

حيث إن : (n) عدد الكترونات التوصيل لوحدة الحجم.

$$(N_A) \text{ عدد أفوكادرو} = (6.02 \times 10^{23} \text{ atom/mol})$$

(M) الكتلة المولية.

(d) الكثافة الكتلية.

$$n = \frac{2dN_A}{M} = \frac{2(7.133 \text{ g/cm}^3)(6.02 \times 10^{23} / \text{mol})}{(65.37 \text{ g/mol})}$$

$$= 1.31 \times 10^{23} \text{ cm}^3$$

$$= 1.31 \times 10^{29} \text{ m}^3$$

ملاحظة : نلاحظ أننا ضربنا البسط بالعدد (2) لأن الخارصين معدن ثنائي

التكافؤ، كما هو مذكور في نص المسألة.

2- من المسألة (11.15) وجدنا بأننا نستطيع التعبير عن مستوى طاقة فيرمي

بالمعادلة الرياضية :

$$E_F = \frac{0.12 h^2}{m} n^{2/3}$$

$$= \frac{0.12(6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s})^2 (1.31 \times 10^{29} \text{ m}^{-3})^{2/3}}{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.60 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}$$

$$= 9.43 \text{ eV}$$

$$v_F = \left(\frac{2E_F c^2}{m c^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad -3$$

$$= \left(\frac{2(9.43 \text{ eV})(3.0 \times 10^8 \text{ m/s})^2}{0.511 \text{ MeV}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 1.82 \times 10^6 \text{ m/s}$$

ملاحظة : لاحظ أننا عوضنا عن المقدار (mc^2) بالعدد 0.511 MeV

$$\lambda p = h \quad -4$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv_F}$$

$$= \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s}}{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.82 \times 10^6 \text{ m/s})}$$

$$= 0.40 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$= 0.40 \text{ nm}$$

مسألة (11.20) Problem

من المعروف أن معدن الفضة هو من المعادن أحادية التكافؤ، تأسيساً على ذلك، أوجد متطلبات المسألة السابقة (11.19) وذلك إذا علمت أن الكثافة الكتلية للفضة تساوي (10.49 g/cm^3) وكتلتها المولية تساوي (107.87 g/mol) .

الحل Solution

$$n = \frac{d N_A}{M} = \frac{(10.49 \text{ g/cm}^3)(6.02 \times 10^{23} \text{ /mol})}{(107.87 \text{ g/mol})} \quad -1$$

$$= 5.86 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3} = 5.86 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

$$E_F = \frac{0.12 h^2}{m} n^{2/3} \quad -2$$

$$= \frac{0.12(6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s})^2 (5.86 \times 10^{28})^{2/3}}{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}$$

$$= 5.52 \text{ eV}$$

$$v_F = \left(\frac{2E_F c^2}{m c^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad -3$$

$$= \left(\frac{2(5.52 \text{ eV})(3.0 \times 10^8 \text{ m/s})^2}{0.511 \text{ M eV}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 1.39 \times 10^6 \text{ m/s}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s}}{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.39 \times 10^6 \text{ m/s})} \quad -4$$

$$= 0.522 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$= 0.522 \text{ nm}$$