الفصل الثالث عشر
Chapter Thirteen

أشباه الموصلات
Semiconductors

Problem (13.1) مسألة

تم تطعيم قطعة من الجيرمانيوم (Ge) في درجة حرارة الغرفة بشوائب موجبة *Donors* بنسبة $(1:10^8)$.

أوجد مقاومية الجيرمانيوم (ρ) إذا علمت أن تحركية الثقوب $(\mu_P = 1800 cm^2 / V.s)$ وتحركية الإلكترونات $(\mu_n = 3800 cm^2 / V.s)$.

Solution الحل

إن العلاقة الرياضية بين كلٍ من المقاومية (ρ) والإيصالية (σ) هي :

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

إلا أن الإيصالية :

$$\sigma = (n \, \mu_n + P \, \mu_p) e$$

إذن نحتاج لمعرفة قيمتي كلٍ من n و p ، وهذا ما يحتاج إلى معرفة كل من الكثافة والوزن الذري للجيرمانيوم، وبالرجوع إلى الجداول نجد أنّ :

كثافة الجيرمانيوم = $5.32 \; gm / cm^2$

الوزن الذري = 72.6

من المعروف أنّ :

$$\frac{n}{N_A} = \frac{d}{A}$$

وهكذا :

$$n_{Ge} = 6.02 \times 10^{23} \frac{atoms}{mole} \times \frac{1 \, mole}{72.6 \, gram} \times 5.32 \frac{gram}{cm^3}$$

$$= 4.41 \times 10^{22}$$

وهكذا :

$$N_D = \frac{1}{10^8} \times 4.41 \times 10^{22} = 4.41 \times 10^{14} \, atom / cm^3$$

$$n \cong N_D$$

ولكن للجيرمانيوم :

$$n_i = 2.5 \times 10^{13} cm^3$$

$$p = \frac{(2.5 \times 10^{13})^2}{4.41 \times 10^{14}} = 1.42 \times 10^{12} \left(\frac{mole}{cm^3} \right)$$

وبما أنَّ $p << n$ نجد أنَّ :

$$\sigma \cong n \mu_n e$$

$$= 4.41 \times 10^{14} \times 3800 \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$= 0.268 (\Omega.cm)^{-1}$$

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = 3.72\, \Omega.cm$$

مسألة (13.2) *Problem*

ناقل معدني يحتوي السنتيمتر المكعب الواحد منه (10^{23}) ألكتروناً حراً *Free Electrons*، وتبلغ مقاوميته *Resistivety* ($5 \times 10^{-5} \Omega.cm$) أوجد مقدار تحركية الكتروناته الحرة *Electron Mobility*.

الحل *Solution*

عدد الإلكترونات الحرة في السنتيمتر المكعب الواحد : $(n = 10^{23} cm^{-3})$

مقاومية الناقل المعدني : $(\rho = 5.0 \times 10^{-5} \Omega.cm)$

المطلوب إيجاد تحركية الإلكترونات الحرة : $\mu_n = ?$

من المعادلة العامة للإيصالية (σ) نجد أنَّ :

$$\sigma = (n\mu_n + p\mu_p)e$$

وبما أنَّ الناقل معدني فإن ناقلات التيار هنا هي عبارة عن الإلكترونات، أي أنَّ :

$$n >> p$$

$$\sigma = n\mu_n e$$

$$\mu_n = \frac{\sigma}{n\,e}$$

والعلاقة العامة بين المقاومية والإيصالية بشكل عام هي :

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{5.0\times 10^{-5}\,\Omega.cm}$$

$$= 2.0\times 10^{4}\,(\Omega.cm)^{-1}$$

$$\mu_n = \frac{2.0\times 10^{4}\,(\Omega.cm)^{-1}}{(1.0\times 10^{23}\,cm^{-3})(1.6\times 10^{-19}\,C)}$$

$$= 1.25\ \ cm^2/V.s$$

Problem (13.3) مسألة

شريحة من السليكون الموجب *P- Type Silicon Wafer* ، مقاومية *Resistivity* تساوي $(100\ \Omega.m)$، وتبلغ تحركية الإلكترونات فيها $(0.12m^2\ V^{-1}\sec^{-1})$ وهي تساوي ثلاثة أضعاف تحركية الثقوب، أوجد منسوب التطعيم *Acceptor Level* لشريحة السيليكون.

Solution الحل

مقاومية السليكون الموجب : $(\rho = 100.0\ \Omega.m)$

تحركية الإلكترونات : $(\mu_n = 0.12\ m^2/V.s)$

وهذه تساوي ثلاثة أضعاف تحركية الثقوب : $(\mu_p = 0.04\ m^2/V.s)$

المطلوب تحديد منسوب التطعيم.

لتحديد منسوب التطعيم نحتاج إلى معرفة كل من عدد ذرات السليكون في السنتيمتر المكعب الواحد وكذلك عدد حاملات التيار الموجبة (الفجوات).

إنّ عدد ذرات السليكون في السنتيمتر المكعب الواحد هو عبارة عن : $n = \dfrac{N_A\,d}{M}$

حيث (d) هي الكثافة الحجمية للسيلكون، (N_A) عدد أفوكادرو و(M) هي الكتلة المولرية للسيلكون.

$$n = \frac{(6.02 \times 10^{23}\, atom/mol)(2.33\, g/cm^3)}{(28.1\, g/mol)}$$

$$= 4.992 \times 10^{22}\, Atoms/cm^3$$

$$= 5.0 \times 10^{28}\, Atoms/m^3$$

أما عدد الفجوات :

$$p = \frac{\sigma}{\mu_p\, e} \qquad , \qquad \sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{100.0\,\Omega.m} = 0.01(\Omega,m)^{-1}$$

$$p = \frac{0.01\,(\Omega.m)^{-1}}{(0.04 m^2/V.s) 1.6 \times 10^{-19} C} = 1.56 \times 10^{18}\, Atoms/m^3$$

إذن منسوب التطعيم هو : $\frac{5.0 \times 10^{28}\, Atom/m^3}{1.56 \times 10^{18}\, Atoms/m^3} = 3.2 \times 10^{10}$

أي أنّ كل (3.2×10^{10}) سيليكون فيها ذرة واحدة شائبة : $(1 : 3.2 \times 10^{10})$.

مسألة (13.4) *Problem*

نريد تحفيز الالكترونات في مادة السيليكون عند درجة حرارة الغرفة $(20°C)$، وذلك باستخدام موجة ضوئية.

أوجد أقصى طول لهذه الموجة يمكن استخدامه لهذا الغرض.

الحل *Solution*

درجة حرارة الغرفة : $(20°)$

المادة التي نريد تحفيزها هي السليكون.

المطلوب : طول الموجة المستخدمة لهذا الغرض.

نحن نعلم أنَّ الإلكترون يمكن تحفيزه إذا امتلك طاقة تمكنه من اجتياز الفجوة أو التغلب على طاقة الفجوة (E_G)، وعلاقة ذلك بالطول الموجي هي كما تعلم :

$$\lambda = \frac{1.24}{E_G}$$

حيث تقاس (E_G) بوحدات الإلكترون فولت (eV) وتقاس (λ) بالميكرون. كما نعلم بأن طاقة الفجوة في السليكون تساوي :

$$E_G = 1.1\, eV$$

$$\lambda = \frac{1.24}{1.1\, eV} = 1.127\, \mu m.$$

مسألة (13.5) Problem

إذا كانت احتمالية وجود الكترون يحمل مقداراً من الطاقة قدره $(0.3\, eV)$ فوق منسوب طاقة فيرمي *Fermi Energy Level* هي (1%) أوجد درجة الحرارة المناسبة لذلك.

الحل Solution

عدد الكترونات الجيرمانيوم عند درجة الحرارة : $20^\circ C$

عدد الكترونات الجيرمانيوم عند درجة الحرارة : $40^\circ C$

من خلال دراستنا لموضوع التوصيل الكهربائي في الأجسام الصلبة، وجدنا بأن كثافة الالكترونات في السنتيمتر الواحد لمادة الجيرمانيوم - شبه الموصلة – نعبِّرعنها رياضياً بالمعادلة :

$$n_i^2 = 3.1 \times 10^{23}\, T^3\, e^{-910/T}$$

حيث (T) هي درجة الحرارة مقاسة بالكلفن، إذاً عند درجة الحرارة $20^\circ C$:

$$T = 20^\circ C + 273 = 293\, K$$

$$n_i^2 = 3.1\times 10^{23}(293)^3(e^{-910/293})$$

$$= 3.49\times 10^{29}(electron/cm^3)^2$$

$$n_i = 5.9\times 10^{14}\,electron/cm^3$$

أما عند درجة الحرارة $40°C$:

$$T = 40 + 273 = 313\,K$$

$$n_i^2 = 3.1\times 10^{23}(313)^3 e^{-910/313}$$

$$= 5.192\times 10^{29}(electron/cm^3)^2$$

$$n_i = 7.2\times 10^{14}\,electron/cm^3$$

ملاحظة : لمزيد من التفاصيل يمكنك عزيزي الطالب الرجوع إلى كتاب " الفيزياء النظرية الأساسية " لمؤلفه الدكتور مروان بن أحمد الفهّـاد.

مسألة (13.6) *Problem*

تتأثر الكترونات التوصيل في مادة الجيرمانيوم *Germanium* بدرجات الحرارة، أوجد عددها عند درجتي الحرارة $(20°C)$ و $(40°C)$ ثم قارن بينهما .

الحل Solution

الطاقة المطلوبة هي : $(E = E_F + 0.3\,eV)$

الاحتمالية هي : $(P(E) = 1\%)$

درجة الحرارة المطلوبة : $(T = ?)$

نحن نعلم أنّ المعادلة الرياضية التي تعبّرعن هذه المتغيرات هي :

$$P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

نعوّض الآن عن الطاقة المطلوبة بالمقدار $(E_F + 0.3)$

$$0.01 = \frac{1}{e^{(E_F + 0.3 - E_F)kT} + 1}$$

$$= \frac{1}{e^{0.3/kT} + 1}$$

$$(0.01)(e^{0.3/kT}) + (0.01(1)) = 1$$

$$(0.01)(e^{0.3/kT}) + 0.01 = 1$$

نأخذ (ℓn) للطرفين :

$$\ell n\, 0.01 + \ell n\, e^{0.3/kT} = 0$$

$$-4.6 + \frac{0.3\, eV}{kT} = 0$$

$$\frac{0.3}{kT} = 4.6$$

$$k = 8.62 \times 10^{-5}\, eV/K$$

$$0.3eV = (4.6)(8.62 \times 10^{-5}\, eV/K)T$$

$$= (39.6 \times 10^{-5}\, eV/K)T$$

$$T = \frac{0.3\, eV}{39.6 \times 10^{-5}\left(\frac{eV}{K}\right)} = 757.6\ K$$

مسألة (13.7) ***Problem***

قطعة نقية من مادة الجيرمانيوم طولها $(1.0\ cm)$ وعرضها $(2.0\ mm)$ وسماكتها $(1.0\ mm)$ وتبلغ مقاومتها الطولية عند درجة الحرارة $(20^\circ C)$، (2160Ω).

أوجد عدد الالكترونات الموجودة في حزمة التوصيل لهذه القطعة.

Solution الحل

طول المقاومة : $(L = 1 \times 10^{-2}\, m)$

عرض المقاومة : $(w = 2 \times 10^{-3}\, m)$

أما مقدارها : $(R = 2160\, \Omega)$

$$A = 0.2\, cm \times 0.1\, cm = 0.02\, cm^2$$

إذاً بداية لابد من تحديد المعادلة الرياضية التي يمكننا استخدامها لتحديد عدد الإلكترونات لمادة الجيرمانيوم - شبه الموصلة - في حزمة التوصيل. والمعادلة هي :

$$\sigma = (\mu_n + \mu_p) e\, n$$

$$\mu_n = 3800 cm^2 / V.s$$

$$\mu_p = 1800 cm^2 / V.s$$

الموصلية :

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

$$\rho = R \frac{A}{L}$$

$$\rho = (2160\Omega) \frac{(2 \times 10^{-2} cm^2)}{(1\, cm)}$$

$$= 43.2\, \Omega.cm$$

$$\sigma = \frac{1}{43.2\, \Omega.cm} = 0.023 (\Omega.cm)^{-1}$$

$$n = \frac{\sigma}{(\mu_n + \mu_p)e} = \frac{0.023(\Omega.cm)^{-1}}{(3800 + 1800) cm^2 / V.s (1.6 \times 10^{-19} C)}$$

$$= 2.584 \times 10^{13}\, electron / cm^3$$

Problem (13.8) مسألة

تبلغ كثافة معدن التنكستين $Density\,(18.89\,cm^{-3})$، إذا كان عدد الالكترونات الحرة في كل ذرة من ذراته هو اثنان فقط.

أوجد مقدار طاقة منسوب فيرمي للتنكستين.

Solution الحل

الكثافة الحجمية لمعدن التنكستين : $(d = 18.89 g/cm^3)$

عدد الالكترونات الحرة للذرة الواحدة : 2.0

نحن نعلم بأنّ عدد الالكترونات لوحدة الحجم يمكننا إيجاده من المعادلة العامة :

$$\frac{n}{N_A} = \frac{d}{M}$$

حيث (M) هي الكتلة المولرية للتنكستين وتساوي : $(183.85 g/mol)$

$$n = \frac{N_A d}{M} = \frac{(6.02 \times 10^{23} electron/mol)(18.89 g/cm^3)}{(183.85 g/mol)}$$

$$= 6.185 \times 10^{22} electron/cm^3$$

$$2n = 2(6.185 \times 10^{22}) = 1.237 \times 10^{23} electron/cm^3$$

كما نعلم بأنّ المعادلة العامة لطاقة منسوب (مستوى) فيرمي يمكننا دائماً التعبير عنها رياضياً بالمعادلة :

$$E_F = \frac{0.121\, h^2 \quad n^{2/3}}{m}$$

حيث إنّ :

(h) هو ثابت بلانك ويساوي : $(h = 4.14 \times 10^{-15} eV.s)$

(m) هي كتلة الالكترون وتساوي مقاسة بالغرام : $(m = 9.1 \times 10^{-28} g)$

$$E_F = \frac{0.121(4.14 \times 10^{-15}\, eV.s)^2 (1.237 \times 10^{23} / cm^2)^{2/3}}{(9.1 \times 10^{-28}\, g)}$$

$$= 3.97 \times 10^{12}\, eV$$

وكما نلاحظ أنّ منسوب فيرمي يمتلك طاقة عالية جداً في معدن التنكستين .

مسألة (13.9) *Problem*

ثنائي مصنوع من مادة الجيرمانيوم *Germanium Diode*، تبلغ مقاومیته *Resistivity* عندما يكون منحازاً انحيازاً أمامياً ($2.0\, \Omega.cm$) وفي حالة الانحياز العكسي ($1.0\, \Omega.cm$).

أوجد مقدار الجهد الحاجز *Potential Barrier*.

الحل *Solution*

إن الصيغة الرياضية التي يمكننا اعتمادها لإيجاد مقدار الجهد الحاجز في الثنائي البلوري هي :

$$V_\circ = V_T \; \ell n \frac{N_p}{N_n}$$

حيث : (N_p) تساوي عدد الفجوات في البلورة الموجبة.

(p) عند التوازن الحراري.

(N_n) تساوي عدد الالكترونات في البلورة السالبة

(n) عند التوازن الحراري أيضاً.

إنّ الصيغة الرياضية لمعادلة الموصولية (σ) هي :

$$\sigma = (n\mu_n + p\mu_p)e$$

وفي البلورة من النوع الموجب فإن : $p = N_p$ ، كما أن : $\sigma = p\, \mu_p\, e$

وفي البلورة من النوع السالبة فإن : $n = N_n$ ، كما أن : $\sigma = n\, \mu_n\, e$

ومن المعروف لدينا أنّ :

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

$$N_p = \frac{1}{eN_A\,\mu_p} = \frac{1}{(1.6\times 10^{-19}C)(1800cm^2V.s)(2.0\,\Omega cm)}$$

$$= 1.736\times 10^{15}\,/\,cm^3$$

$$N_n = \frac{1}{eN_n\,\mu_n} = \frac{1}{(1.6\times 10^{-19}C)(3800cm^2\,/\,V.s)(1.0\,\Omega cm)}$$

$$= 1.645\times 10^{15}\,/\,cm^3$$

وللجيرمانيوم فإن (n_i) هي :

$$n_i = 2.5\times 10^{13}\,/\,cm^3$$

$$V_\circ = V_T\ \ell n\frac{N_pN_n}{n^2{}_i}$$

$$= 0.0259\ \ \ell n\frac{(1.736\times 10^{15}\,/\,cm^2)(1.645\times 10^{15}\,/\,cm^3)}{(2.5\times 10^{13}\,/\,cm^3)^2}$$

$$= 0.0259\ \ \ell n\ \ 4569.2$$

$$= 0.218\,eV$$

مسألة (13.10) *Problem*

يبلغ تيار التشبع العكسي في ثنائي بلوري ($8.0\mu\,A$)، أوجد مقدار التيار الأمامي لقيم فرق الجهد الآتية : ($0.1V$)، ($0.3V$)، ($0.4V$).

الحل *Solution*

تيار التشبع العكسي : $I_\circ = 8.0\times 10^{-6}\,A$

مقدار التيار الأمامي لفروق الجهد : $(0.4V, 0.3V, 0.1V) = I =$ ؟

والعلاقة بين درجة الحرارة و (V_T) كما نعلمها تساوي :

$$V_T = \frac{T}{11600}$$

على أن تكون (T) درجة الحرارة مقاسة بالكلفن وحدة قياس درجة الحرارة في (SI) النظام الدولي للقياس.

$$T = 100^\circ C + 273 = 373\ K$$

$$V_T = \frac{373}{11600} = 0.0322\,V$$

ومعلوم لدينا أنّ $(\eta = 1)$ في حالة الجيرمانيوم.

$$I = (25.0 \times 10^{-6}\ A)\, e^{(0.18V\,/\,0.0322V)}$$

$$= 6.7 \times 10^{-3}\ A = 6.7\ mA$$

$$R = \frac{\eta V_T}{I} = \frac{(1)(0.322\,V)}{(6.7 \times 10^{-3}\ A)} = 4.8\,\Omega$$

عندما يكون الثنائي منحازاً انحيازاً عكسياً :

$$I = -I_\circ = -25 \times 10^{-6}\ A$$

أما المقاومة :

$$R = \frac{\eta V_T}{I}$$

$$= \frac{(1.0)(0.0322\,V)}{(-25.0 \times 10^{-6}\ A)} = -128.8\,\Omega$$

هذا يعني أنّ الإشارة السالبة في المقاومة ترافق الانحياز العكسي الثنائي البلوري .

نحن نعلم أنّ العلاقة الرياضية التي تربط بين التيار الأمامي (I) وتيار التشبع العكسي $(I_\circ)$ هي :

$$I = I_\circ e^{39V}$$

-1 $$I_1 = (8.0 \times 10^{-6} A)(e^{39(0.4)})$$
$$= 47.65 A$$

-2 $$I_2 = (8.0 \times 10^{-6} A)(e^{39(0.3)})$$
$$= 0.96 A$$

-3 $$I_3 = (8.0 \times 10^{-6} A)(e^{39(0.1)})$$
$$= 3.9 \times 10^{-4} A$$

مسألة (13.11) *Problem*

ثنائي بلوري مصنوع من مادة الجيرمانيوم، يبلغ مقدار تيار تشبعه العكسي $(25\mu A)$، تم وصله بفرق جهد مقداره $(0.18 V)$.

أوجد المقاومة الحركية للثنائي عند درجة الحرارة $(100^\circ C)$ في الحالتين :

1- **الثنائي منحاز انحيازاً أمامياً.**

2- الثنائي منحاز انحيازاً عكسياً.

الحل *Solution*

تيار التشبع العكسي : $(I_\circ = 25.0 \times 10^{-6} A)$

فرق الجهد بين طرفي الثنائي البلوري : $(V = 0.18 Volt)$

درجة الحرارة : $(T = 100^\circ C)$

أوجد المقاومة الحركية في الاتجاهين الأمامي والعكسي.

1- عندما يكون الثنائي منحازاً انحيازاً أمامياً : $I = I_\circ e^{V/\eta V_T}$

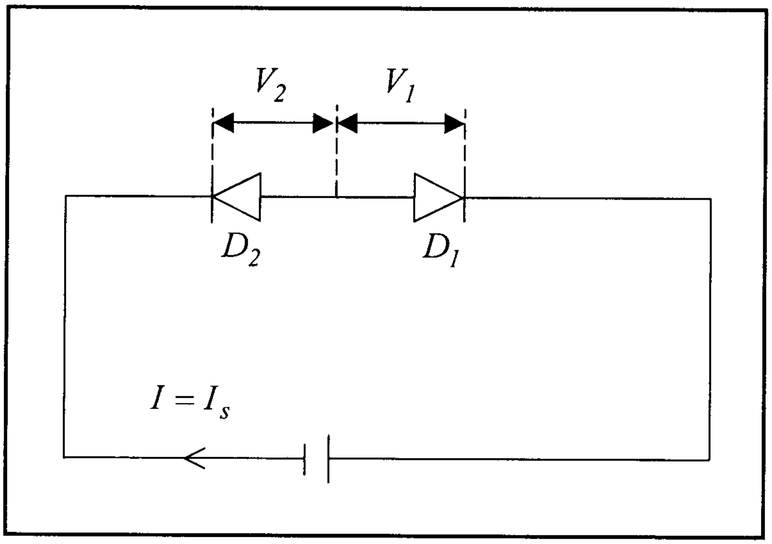
مسألة (13.12) *Problem*

ثنائيان بلوريان تم وصل طرفيهما الموجبين ببعضهما، تم وصل الطرفين السالبين ببطارية تعطي فرقاً في الجهد مقداره $(5.0\ V)$.

أوجد فرق الجهد خلال كلٍ من الثنائيين عند درجة الحرارة $(20^\circ C)$، علماً بأنَّ تأثير زينر *Zener Effect* يظهر عند فرق الجهد أكبر من $(5.0\ V)$.

ملاحظة : (عوض عن $\eta = 2$ وكذلك عن $V_T = 0.026\ V$).

الحل *Solution*



شكل (13.1)، المسألة (13.12)

في الثنائي الأول (D_1) :

$$I_s = I_s\left(e^{\left(\frac{V_1}{\eta V_T}\right)} - 1\right)$$

$$= I_s\, e^{\frac{V_1}{\eta V_T}} - I_s$$

$$2\cancel{I_s} = \cancel{I_s}\, e^{\frac{V_1}{\eta V_T}}$$

$$\ell n\, 2 = \ell n\, e^{\frac{V_1}{\eta V_T}} = \frac{V_1}{\eta V_T}$$

$$\therefore \quad V_1 = (\ell n\, 2)(\eta V_T)$$

من الواضح أنّ الثنائيين مصنوعان من السليكون ذلك أنّ $(\eta = 2)$:

$$\therefore \quad V_1 = (0.693)(2)(0.0259)$$

$$= 0.036\ Volt$$

$$\therefore \quad V_2 = 5.0 - 0.036$$

$$= 4.963\ Volt$$