الباب الثاني

انتقال الحرارة بالتوصيل

Chapter Two

Heat Transfer

by Conduction

2.0 مقدمة.

1.2 انتقال الحرارة بالتوصيل.

2.2 انتقال الحرارة خلال الجدار المستوي مع التماثل الكهربائي.

3.2 انتقال الحرارة المستقر في الأنظمة النصف قطرية.

4.2 انتقال الحرارة المستقر عبر أسطوانة متعددة الطبقات.

5.2 انتقال الحرارة المستقر خلال كرة جوفاء.

6.2 توزيع درجة الحرارة ضمن جدار الكرة المجوفة.

7.2 معامل التوصيل الحراري (الموصلية الحرارية).

8.2 تأثير كل من درجة الحرارة والضغط على معامل التوصيل الحراري.

9.2 السمك الحرج (الأفضل) للعوازل.

10.2 الانحدار بدرجة الحرارة.

11.2 قانون فورير.

12.2 معامل التوصيل الحراري المتغير.

13.2 عمليات انتقال الحرارة.

14.2 تمارين في الباب الثاني

2.0 مقدمة Introduction

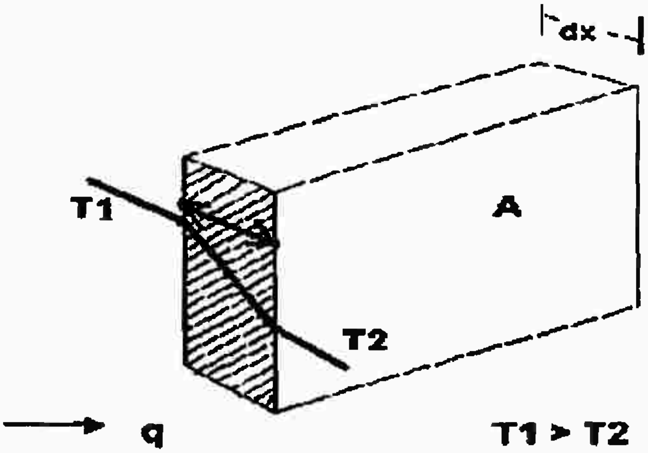
في هذا الباب ستتم دراسة وتطبيق قانون التوصيل الحراري أحادي الاتجاه وعلى مختلف الأشكال الهندسية الشائعة الاستخدام.إن انتقال الحرارة من المنزل يمكن أن يكون بالتوصيل أو الحمل أو الإشعاع ومن الطبيعي أن يحدث بدلالة التوصيل في أغلب الأحيان مع إمكانية التقليل من الفقد في الإشعاع باستخدام رقائق خشبية عازلة وسيتم التعامل مع نفس الوحدات المعطاة في الباب السابق عند حساب معدلات الحرارة بطريقة التوصيل أي الوحدات العالمية والوحدات البريطانية.

1.2 انتقال الحرارة بالتوصيل المستقر الأحادي الاتجاه
Steady State Unidirectional Conductive Heat Transfer

يعتبر العالم الفرنسي فورير Fourier أول من وضع قانون لانتقال الحرارة بطريقة التوصيل وقام بتوضيح كيفية انتقال الحرارة من داخل فرن إلى خارجه أي أن درجة الحرارة داخل الفرن أعلى من درجة الحرارة خارجه وفرض أن معدل انتقال الحرارة q من الداخل إلى الخارج يتناسب طردياً مع مساحة سطح الجدار A المتعامد على اتجاه سريان الحرارة ووجد أن هناك تناسب طردي بين معدل انتقال الحرارة والفرق بدرجات الحرارة بين الداخل والخارج وتناسب عكسي مع سمك الجدار x وعندما يوجد فرق في درجات الحرارة عند سطحي جدار فإن هذا يعني أن الحرارة ستنتقل من الجزء الأعلى حرارة إلى الأقل حرارة وكلما زاد الفرق بين أي سيكون هناك حالة من عدم الاستقرار بين الجزئين وستنشأ هناك قوة قيادية مسيطرة(Driving Force) تسبب عملية الانتقال هذه وناتجة من الفرق بدرجات الحرارة بين الجزئين وكلما زاد الفرق بدرجات الحرارة ،زادت كمية الحرارة المنتقلة إلى السطح

وكما يوضح ذلك الشكل (2 – 1) أدناه.ونلاحظ هنا إن $q \propto A \frac{dT}{dx}$ أي أن:

$$q = -k\,A \frac{dT}{dx} \qquad (1-2)$$ حيث أن:-



الشكل (1-2)

انتقال الحرارة بالتوصيل

حيث أن:-

q : كمية الحرارة المنتقلة بالوات أو بالجول لكل ثانية

A : المساحة المقطعية بالمتر المربع أو السنتيمتر المربع

k : الموصلية الحرارية أو معامل التوصيل الحراري (W/m .C°)

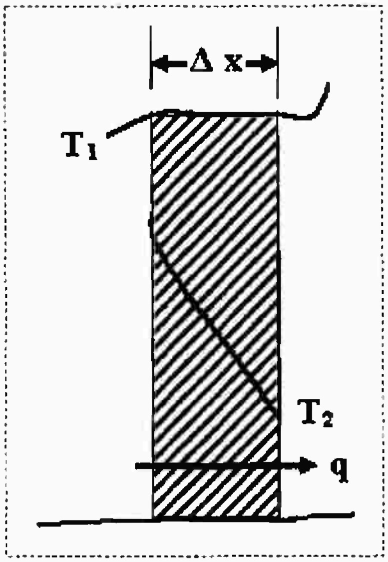
$\frac{dT}{dx}$: مقدار الانحدار في درجات الحرارة خلال الجدار x

وتدعى المعادلة رقم (2 – 1) المعادلة العامة لانتقال الحرارة خلال الأجسام الصلبة عن طريق التوصيل أو قانون فورير لانتقال الحرارة بالتوصيل.إن انحدار درجة الحرارة $\frac{\partial T}{\partial x}$ يكون في اتجاه سريان الحرارة.إنه من المهم معرفة أن المعادلة (1 – 1) تعتبر تعريف أيضاً بمعامل التوصيل الحراري k أو ما يعرف بالموصلية الحرارية Thermal Conductivity للمادة التي تسري

الحرارة فيها أو من خلالها.

2.2 انتقال الحرارة خلال جدار مستوي مع تماثل كهربائي
Heat Transfer through Wall with Electrical Analogy

سنقوم بتطبيق قانون فورير على الشكل التالي :



$$q = -k\,A\frac{dT}{dx}$$

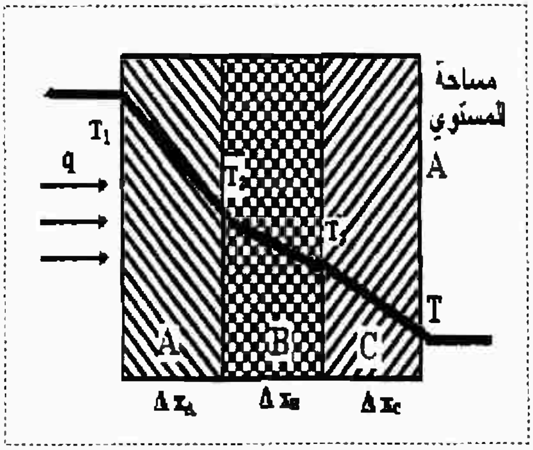
$$q\,dx = -k\,A\,dT$$

$$\therefore q\int_{x_1}^{x_2} dx = -k\,A\int_{T_1}^{T_2} dT$$

$$\therefore q\,(x_2 - x_1) = -k\,A\,(T_2 - T_1)$$

$$\therefore q = -k\,A\frac{(T_2 - T_1)}{(x_2 - x_1)} \qquad (2-2)$$

أما إذا كان الجدار المستوي مكون من عدة طبقات مختلفة من حيث السمك فيمكن حساب معدل انتقال الحرارة الإجمالي عبر الطبقات بالشكل التالي :



أولاً : الطبقة A

كمية الحرارة المنتقلة خلال الطبقة A من الجدار هي :

$$q_A = -k_A\,A\frac{T_2 - T_1}{\Delta x_A} \qquad (3-2)$$

ثانياً : الطبقة B

كمية الحرارة المنتقلة خلال الطبقة B هي :

$$q_B = -k_B A \frac{T_3 - T_2}{\Delta x_B} \quad (4-2)$$

<u>ثالثاً</u> : الطبقة C

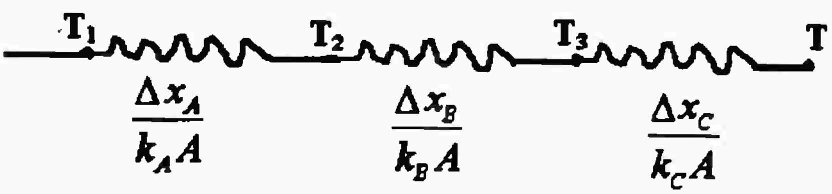
كمية الحرارة المنتقلة خلال هذه الطبقة هي :

$$q_C = -k_C A \frac{T - T_3}{\Delta x_C} \quad (5-2)$$

وباعتبار أن الحرارة مشابهة من حيث المبدأ للكهربائية فإن:

$$\left(\begin{array}{c} I = \dfrac{V}{R} \\[2ex] q = kA \dfrac{\Delta T}{\Delta x} \end{array} \right) \Rightarrow R = \frac{\Delta x}{kA}$$

وسنعتبر أن تلك المقاومات الفردية موصولة على التوالي إذن :



إن فرق الجهد الإجمالي عبر جميع تلك المقاومات هو :

$$q = \frac{T_1 - T}{\dfrac{\Delta x_A}{k_A A} + \dfrac{\Delta x_B}{k_B A} + \dfrac{\Delta x_C}{k_C A}} \quad (6-2)$$

أي أن الحرارة المنتقلة ستكون كمـــا يلي:-

$$q = \frac{\Delta T_{overall} \text{ (الإجمالية)}}{\sum R_{th} \text{ (مجموع المقاومات الحرارية)}} \qquad (7-2)$$

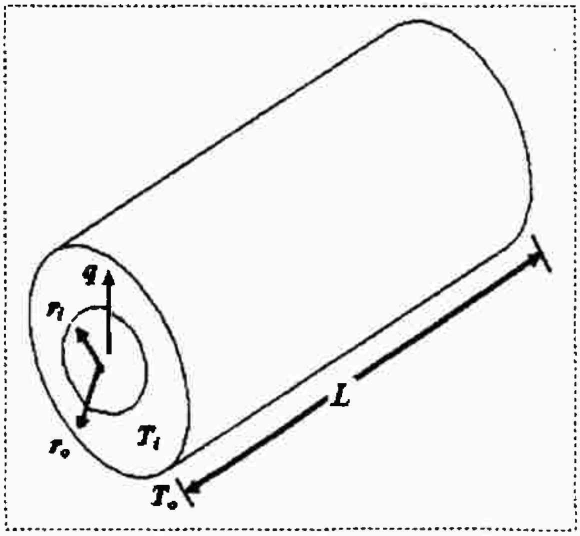
حيث أن:-

$$R_{th} \text{ (المقاومة الحرارية)} = \frac{\Delta x \text{ (السمك)}}{\text{(الموصلية الحرارية)} k \cdot A \text{ (المساحة)}} \qquad (8-2)$$

عبر طبقة واحدة.

3.2 انتقال الحرارة المستقر في الأنظمة النصف قطرية
Heat Transfer in Radial Systems

الشكل أدناه يمثل أسطوانة جوفاء أو مجوفة ذات قطر خارجي هو r_o وقطر داخلي هو r_i وعلى فرض أن الحرارة تنتقل من الداخل إلى الخارج ودرجة حرارة الجدار الخارجي هي T_o ودرجة حرارة الجدار الداخلي هي T_i وكان طول الأسطوانة مساوي إلى L وإذا كان طول الأنبوب أكبر من نصف قطر الأسطوانة فإن المساحة السطحية للأسطوانة يمكن حسابها من المعادلة التالية ($A_r = 2\pi rL$) وبما أن:-



$$q_r = -k A_r \frac{dT}{dr} \qquad (9-2)$$

$$\therefore q_r = -k(2\pi \ r L)\frac{dT}{dr} \qquad (10-2)$$

وبفصل المتغيرات في الطرفين واعتبار كمية الحرارة المنتقلة ثابتة ينتج أن:

$$q_r \int_{r_i}^{r_o} \frac{dr}{r} = -k \ 2\pi \ L \int_{T_i}^{T_o} dT \qquad (11-2)$$

$$\therefore q \ \ln\frac{r_o}{r_i} = -2\pi k L (T_o - T_i) \qquad (12-2)$$

$$\therefore q = \frac{2\pi k L (T_o - T_i)}{\ln(r_o / r_i)} = \frac{(T_o - T_i)}{\frac{\ln(r_o / r_i)}{2\pi kl}} \qquad (13-2)$$

ومن مشابهة المعادلة (2 - 13) بمعادلة سريان التيار الكهربائي في مقاومة يتبين أن :-

$$q \equiv I \qquad \Delta V = (T_o - T_i)$$

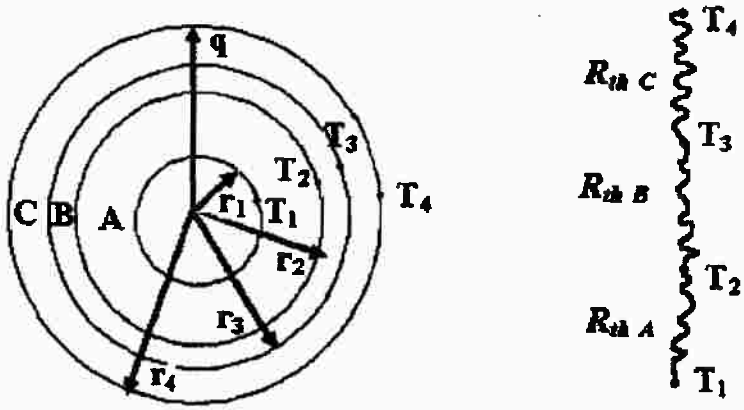
$$R_{th} = \frac{\ln(r_o / r_i)}{2\pi k L}$$

4.2 انتقال الحرارة المستقر عبر أسطوانة متعددة الطبقات

Steady State Conduction Through Multi-layer Cylinder

كما موضح في الشكل التالي المبين أدناه،بافتراض مرور حرارة بنفس

طريقة مرور التيار في مقاومة كهربائية.



الشكل (2 - 2) انتقال الحرارة خلال أسطوانة متعددة الطبقات

$$R_{thA}=\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k_A l}\quad ,R_{thB}=\frac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi k_B l}\quad ,R_{thC}=\frac{\ln(r_4/r_3)}{2\pi k_C l}\qquad (14-2)$$

$$q_{overall}=\frac{\Delta T_{overall}}{\sum R_{th}}\qquad (15-2)$$

$$q=\frac{T_1-T_4}{\dfrac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi\ k_A l}+\dfrac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi\ k_B l}+\dfrac{\ln(r_4/r_3)}{2\pi k_C l}}$$

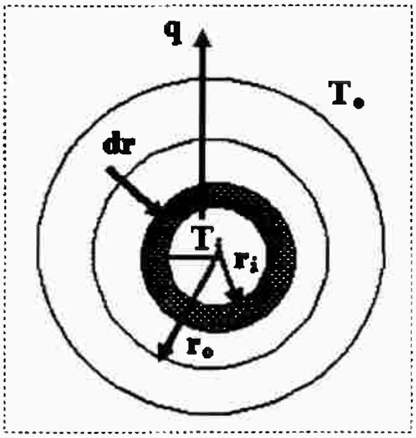
$$=\frac{T_1-T_4}{\dfrac{1}{2\pi l}\left[\dfrac{\ln(r_2/r_1)}{k_A}+\dfrac{\ln(r_3/r_2)}{k_B}+\dfrac{\ln(r_4/r_3)}{k_C}\right]}\qquad (16-2)$$

أي أن الحرارة المنتقلة خلال أسطوانة متعددة الطبقات هي :

$$\therefore q = \frac{2\pi\, l\,(T_1 - T_4)}{\dfrac{\ln(r_2/r_1)}{k_A} + \dfrac{\ln(r_3/r_2)}{k_B} + \dfrac{\ln(r_4/r_3)}{k_C}} \quad (17-2)$$

5.2 انتقال الحرارة المستقر خلال كرة جوفاء
Heat Transfer Through a Hollow Sphere

لنأخذ شريحة في سمك الكرة وليكن سمك الشريحة هو dr ودرجـة الحـرارة داخل الكرة هي T_i وخارج الكرة هي T_o وكما يوضح ذلك الشكل أدناه.إن نصف القطر الخارجي للكرة هوr_o ونصف القطر الداخلي للكـرة r_i.يمكـن حساب الحرارة المنتقلة من السطح الداخلي للكرة إلى السطح الخارجي لها.



باستخدام قانون انتقال الحرارة بالتوصيل المتمثل بالمعادلة

$$q_r = -k\,A_r \frac{dT}{dr} \;:(9-2)$$

وبما أن المساحة السطحية للكرة هي ($A_r = 4\pi r^2$) حيث r هو نصف القطر.إذن:-

$$\therefore q = -k.(4\pi r^2).\frac{dT}{dr} \qquad (18-2)$$

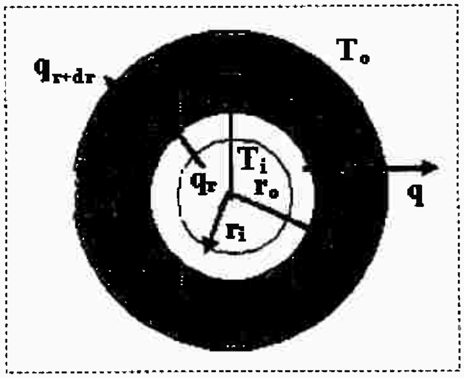
$$\therefore q\int_{r_i}^{r_o}\frac{dr}{r^2} = -4\pi k\int_{T_i}^{T_o}dT \quad \Rightarrow \therefore q\left(\frac{1}{r_i}-\frac{1}{r_o}\right) = -4\pi k(T_o - T_i)$$

$$\therefore q = \frac{4\pi k(T_i - T_o)}{\left(\frac{1}{r_i}-\frac{1}{r_o}\right)} = \frac{4\pi k(T_i - T_o)}{\left(\frac{r_o - r_i}{r_i . r_o}\right)}$$

$$\therefore q = \frac{4\pi k r_o r_i (T_i - T_o)}{(r_o - r_i)} \qquad (19-2)$$

6.2 توزيع درجة الحرارة ضمن جدار الكرة المجوفة

Temperature Distribution Through a Hollow Sphere Wall



كما يوضح ذلك الشكل المجاور
إن المساحة السطحية لشريحة
الكرة هي $4\pi r^2$ وبحساب كل
من الحرارة الداخلة والخارجة
من شريحة الكرة سوف يتبين ما يلي:-
إن الحرارة الداخلة إلى الشريحة هي:-

$$Input\ Heat\ q_r = -k(4\pi r^2)\frac{dT}{dr} \qquad (20-2)$$

أما الحرارة الخارجة من المقطع (Output Heat)، فتمثلها المعادلة التالية:

$$q_{r+dr} = -k(4\pi r^2)\frac{dT}{dr} + \left[-4k\pi\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right)dr\right] \qquad (21-2)$$

وحيث أنه لا يوجد تراكم فإن الحرارة الداخلة تساوي الحرارة الخارجة.

$$-4k\pi r^2\frac{dT}{dr}=-k(4\pi r^2)\frac{dT}{dr}+\left[-4k\pi\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right)dr\right]$$

$$\therefore 4\pi k\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right)dr=0\Rightarrow\therefore\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right)dr=0$$

$$\therefore r^2\frac{dT}{dr}=C_1 \qquad (22-2)$$

نلاحظ أن المعادلة (2 – 21) يمكن أن تكامل مرة أخرى بالشكل التالي:

$$r^2dT=C_1\,dr\Rightarrow dT=C_1\frac{dr}{r^2}\Rightarrow\therefore dT=C_1\,r^{-2}\,dr$$

$$\therefore T=-r^{-1}C_1+C_2\Rightarrow\therefore T=-\frac{C_1}{r}+C_2$$

$$\therefore T=-\frac{C_1}{r}+C_2 \qquad (23-2)$$

ولغرض حل المعادلة (2 – 23) يتوجب استخراج قيمة الثوابت C_1 وC_2 وذلك باستخدام الظروف الحدية(Boundary Conditions) المتوفرة وكما موضح في أدناه.

الظرف الحدي الأول: $at\ r = r_1\ ,\ T = T_1$ بالتعويض في المعادلة(2 – 23) نحصل على:

$$T_i = -\frac{C_1}{r_i} + C_2 \quad \Rightarrow \therefore\ C_2 = T_i + \frac{C_1}{r_i} \qquad (24-2)$$

الظرف الحدي الثاني: $at\ r = r_o\ ,\ T = T_o$ بالتعويض في المعادلة (2 – 23) نحصل على:

$$T_O = -\frac{C_1}{r_O} + C_2 \qquad (25-2)$$

بالتعويض عن قيمة C_2 في المعادلة (2 – 25) نحصل على:

$$T_o = -\frac{C_1}{r_o} + T_i + \frac{C_1}{r_i} \qquad (26-2)$$

$$T_O = -C_1\left(\frac{1}{r_o} - \frac{1}{r_i}\right) + T_i \Rightarrow \therefore C_1\left(\frac{1}{r_o} - \frac{1}{r_i}\right) = T_i - T_o$$

$$\therefore\ C_1 = \frac{T_i - T_o}{\frac{1}{r_o} - \frac{1}{r_i}} \qquad (27-2)$$

بالتعويض عن قيمة C_1 في المعادلة (2 – 25) لإيجاد قيمة C_2 نحصل على:

$$T_i = \frac{-(T_i - T_o)}{r_i\left(\dfrac{1}{r_o} - \dfrac{1}{r_i}\right)} + C_2$$

$$\therefore C_2 = T_i + \frac{T_i - T_o}{r_i\left(\dfrac{1}{r_o} - \dfrac{1}{r_i}\right)} \qquad (27-2)$$

بتعويض القيم المحصلة في المعادلتين (2 – 26) و(2 – 27) في المعادلة رقم (2 – 23) نحصل على المعادلة التالية:-

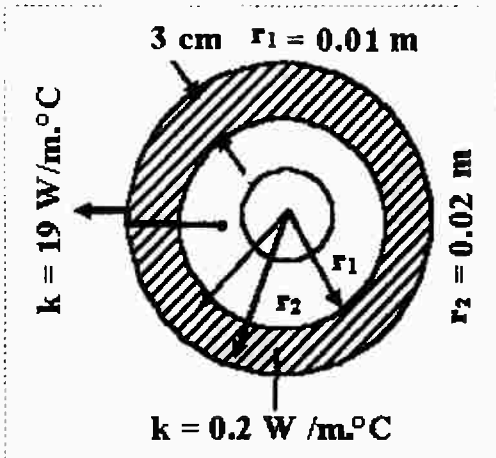
$$\because T = -\frac{C_1}{r} + C_2$$

$$\therefore T = \frac{-(T_i - T_o)}{r\left(\dfrac{1}{r_o} - \dfrac{1}{r_i}\right)} + T_i + \frac{T_i - T_o}{r_i\left(\dfrac{1}{r_o} - \dfrac{1}{r_i}\right)} \qquad (28-2)$$

وفيما يلي بعض الأمثلة التطبيقية لما ذكر أعلاه.

<u>مثال 2 - 1</u>:أنبوب سـميك من الفولاذ بمعامل توصيل حراري له مساوي إلى (k = 19 W/m.°C) فإذا كان قطر الأنبوب الـداخلي هـو 2 cm والقطـر الخارجي هو 4 cm.تم تغليف هذا الأنبوب بطبقة من مادة عازلة بسمك 3 cm فإذا كانت درجة حرارة السطح الداخلي للانبوب هي 600 °C ودرجة حرارة السـطح الخارجي للأنبوب 100 °C فإحسـب كمية الحرارة المفقودة من هذا الأنبوب إلى الهواء الجوي لكل وحدة طول ؟

<u>الحل:</u> تستخدم المعادلة التالية لحل المسألة



$$q = \frac{2\pi L \Delta T_{over\ all}}{\dfrac{\ln(r_o/r_1)}{k_{steel}} + \dfrac{\ln(r_2/r_1)}{k_{insulation}}}$$

حيث إن k_{steel} تمثل موصلية مادة الأنبوب الفولاذي و$k_{insulation}$ تمثل موصلية مادة العازل الحراري.

وبما أن المطلوب هو حساب كمية الحرارة المنتقلة لوحدة الطول لذلك تصبح المعادلة أعلاه بالصيغة التالية:-

$$\because r_1 = \frac{D_1}{2} = \frac{2}{2} = 1\ cm\ ,\ r_2 = \frac{4}{2} = 2\ cm\ , r_o = 3 + 2 = 5\ cm$$

$$\therefore \frac{q}{L} = \frac{2\pi \Delta T_{over\ all}}{\dfrac{\ln(r_o/r_1)}{k_{steel}} + \dfrac{\ln(r_2/r_1)}{k_{insulation}}}$$

$$\therefore \frac{q}{L} = \frac{2\pi(600-100)}{\dfrac{\ln(2/1)}{19} + \dfrac{\ln(5/2)}{0.2}} = \frac{2\pi(600-100)}{\dfrac{\ln 2}{19} + \dfrac{\ln 2.5}{0.2}}$$

$$\therefore \frac{q}{L} = \frac{(2\pi)(500)}{0.0365 + 4.5815} = \frac{3141.593}{4.618} = 680\ \frac{W}{m}$$

وهذه الكمية تمثل الحرارة المفقودة من الأنبوب لكل وحدة طول.

<u>مثال 2 – 2</u>: تم عزل أوجه جدار مستوي سمكه 6 أنج وأبعاده 12 x 16 قدم بطبقة من طابوق عازل مصنوع من مادة الكاوولينا.إن درجة الحرارة الداخلية للجدار كانت F ° 1500 ودرجة الحرارة الخارجية للجدار F ° 300 .أحسب كمية الحرارة المفقودة عبر الجدار علما أن معامل التوصيل الحراري عند متوسط درجة حرارة الجدار يساوي 0.15 Btu/hr.ft.°F ؟

الحل: باستخدام المعادلة التالية $q=-kA\dfrac{\Delta T}{\Delta x}$ واستخدام القيم المعطاة نجد أن:

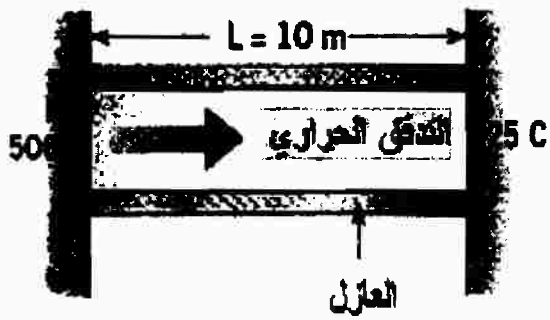
$\Delta T = 300 - 1500 = 1200 -$, $A = 16 \times 12 = 192\ ft^2$

$\Delta x = 6\ in. = 0.5\ ft.$

$$\therefore q = -(0.15)\,(192)\frac{(1200-)}{(0.5)} = 69200\ \frac{Btu}{hr}$$

مثال 2 - 3 أحسب الفقد في الطاقة نتيجة التوصيل الحراري خلال فترة 40 ثانية علماً أن معامل التوصيل الحراري للحديد هو 14 J/s-m-C

المساحة A = 2 متر مربع



الحل

$H = kA\,(T_2 - T_1)/L$

$H = 14\,(2)(475)/10$

$= 1330\ J/s$

$Q = Ht = 1330\,(40)$

$= 5.32 \times 10^4\ J$

مثال 2 – 4 : أنبوب حديدي قطره الخارجي 60 mm (2.36 in.) تم عزله بطبقتين أولهما من السليكا الرغوية (silica foam) سمكها 50 mm (1.97in.) والموصلية الحرارية له 0.055 W/m.°C (0.032 Btu/ft.hr.°F) والثانية من الفلين (cork) سمكها 40 mm (1.57 in.) وتبلغ موصليتها الحرارية 0.05 W/m.°C أو ما يعادل 0.03 Btu/hr.ft.°F. فإذا كانت درجة حرارة السطح الخارجي للأنبوب الحديدي 150° C(302° F) ودرجة حرارة السطح الخارجي لطبقة الفلين هي 30 °C (86 °F). أحسب الحرارة المفقودة من الأنبوب لكل وحدة طول ؟

الحل : يتم حل هذه المسألة بنفس أسلوب المثال 2 – 1.

$$\because r_1 = \frac{D_1}{2} = \frac{60}{2} = 30\,mm = 0.03\ m\ ,\ r_2 = 30 + 50 = 80\ mm$$

$$\therefore r_2 = 0.08\ m\ ,\ r_3 = 80 + 40 = 120\ mm = 0.12\ m$$

$$\therefore \frac{q}{L} = \frac{2\pi\,\Delta T_{over\ all}}{\frac{\ln(r_2/r_1)}{k_{silica\ foam}} + \frac{\ln(r_3/r_2)}{k_{cork}}}$$

$$\therefore \frac{q}{L} = \frac{2\pi(150-30)}{\frac{\ln(80/30)}{0.055} + \frac{\ln(120/80)}{0.05}} = \frac{2\pi(150-30)}{\frac{\ln(8/3)}{0.055} + \frac{\ln(3/2)}{0.05}}$$

$$\therefore \frac{q}{L} = \frac{(2\pi)(120)}{17.8333 + 8.11} = \frac{754.286}{25.9433} = 29.1\ \frac{W}{m}\left(30.3\ \frac{Btu}{hr.ft}\right)$$

<u>مثال 2 – 5</u> :تم عزل جدار فرن مستوي بطبقتين من عازل أولهما من طابوق مقاوم للحرارة سمكها 14 mm (4.5 in.) ويبلغ معامل التوصيل الحراري لها 0.138 W/m.°C (0.08 Btu/ft.hr.°F) والثانية طبقة من الطابوق العـــادي سمكها 229 mm (9 in.) وموصليتها 1.38 W/m. °C (0.8 Btu/ft.hr.°F) فإذا كانت درجة حرارة السطح الداخلي للجدار 760 °C (1400 °F) ودرجة حرارة السطح الخارجي 76.6 °C (170 °F)،أحسب ما يلي:

(a) كمية الحرارة المفقودة خلال الجدار

(b) كم هي درجة الحرارة بين الطابوق المقاوم للحرارة والطابوق العادي ؟

(c) إذا افترضنا أن التماس بين طبقتي الطابوق ضعيف وأن مقاومة التمـــاس هي بقيمـــة 0.088 °C .m^2 /W (0.5 °F.hr.ft^2 /Btu) والتـــي توجـــد بـــين الطبقتين، كم ستكون كمية الحرارة المفقودة في هذه الحالة ؟

<u>الحل:</u>

لحل هذه المسألة ولعدم وجود مساحة انتقال الحرارة سوف نقوم بافتراضها.

(a) لنأخذ المساحة السطحية للجدار $A = 1\ ft^2$ إن الحرارة المنتقلة تحسب من المعادلة التالية :

$$q = \frac{T_i - T_o}{R_A + R_B + R_C} = \frac{T_i - T_o}{\frac{\Delta x_A}{k_A A} + \frac{\Delta x_B}{k_B A} + \frac{\Delta x_C}{k_C A}}$$

$$\because R_A = \frac{\Delta x_A}{k_A A} = \frac{4.5/12}{0.08(1)} = 4.687 \frac{°F\,hr.ft^2}{Btu} \quad , R_B \approx 0.0$$

$$\because R_C = \frac{\Delta x_C}{k_C A} = \frac{9/12}{0.8(1)} = 0.938 \frac{°F\,hr.ft^2}{Btu}$$

$$\therefore \sum R = R_A + R_C = 4.687 + 0.938 = 5.625 \frac{°F\,hr.ft^2}{Btu}$$

$$\therefore\ q = \frac{\Delta T}{\sum R} = \frac{1400 - 170}{5.625} = 219 \frac{Btu}{hr}\ (64.2\ W)$$

(b) إن انحدار درجة الحرارة في أحد المقاومات الحرارية المربوطـة علـى التوالي إلى الانحدار الكلي هو كنسبة المقاومة الفردية إلى المقاومة الإجماليـة أي أن:

$$\frac{\Delta T_A}{4.687} = \frac{1400 - 170}{5.625} = \frac{1230}{5.625} \quad \Rightarrow \therefore \Delta T_A = \frac{1230(4.687)}{5.625} = 1025\ °F$$

أي أن درجة الحرارة بين الطبقتين: 1400 – 1025 = 375 ف °

(c) إن المقاومة الكلية التي تشمل الآن مقاومة التماس هي

$$\sum R = R_A + R_B + R_C = 4.687 + 0.5 + 0.93 = 6.125 \frac{°F\,hr.ft^2}{Btu}$$

$$\therefore q = \frac{1230}{6.125} = 201 \frac{Btu}{hr} \ (58.9\ W)$$

<u>مثال 2 – 6</u>:غرفة ذات أبعاد 10 ft x 10 ft مزودة بسقف ارتفاعــه 8 ft.إن كافة سطوح الغرفة معزولة بمادة موصليتها الحرارية 19 Btu / hr.ft.°F.إن درجة الحرارة داخل الغرفة هي 68 °F وخارجها 28 °F.أحسب مايلي:

(a) كمية الحرارة المفقودة من جدران الغرفة مقدرة بألـــ Btu / hr.

(b) أحسب كمية الحرارة المفقودة من جدران الغرفة بألـــ Btu / day.

(c) أحسب الفقد الحراري لكل درجة فهرنهايتية في اليوم الواحد.

(d) أحسب الفقد الحراري لموسم التسخين بأكمله.

(e) أحسب كلفة التسخين السنوية.

<u>الحل</u>:

(a) إن كمية الحرارة المفقودة من الغرفة يمكن حسابها من المعادلة التالية وبما أن المساحة السطحية للغرفة هي 10 x 4 x 8 = $320\ ft^2$ إذن:

$$\text{Heat loss rate} = \frac{Q}{t} = \frac{(320\ ft^2)x(\ 68°F - 28°F\ )}{19\ \dfrac{ft^2\ x\ °F}{BTU/hr}} = 674\ BTU/hr$$

(b) الفقد الحراري خلال اليوم يحسب من المعادلة التالية :

Heat loss per day = (674 BTU/hr) (24 hr) = 16168 BTU

(c) الفقد الحراري لكل درجة فهرنهايتية في اليوم وهو بين درجتي الحـــرارة

الداخلية والخارجية ويحسب كما يلي:

$$\text{Loss per degree day} = Q = \frac{(320\ ft^2)x(1°F)}{19\ \frac{ft^2 \times °F}{BTU/hr}} \times 24\ hr/day = 404\ \frac{BTU}{degree\ day}$$

إذا سادت ظروف الفرع(b) طوال اليوم فإننا سنحتاج إلى تسخين قدره 40 درجة مئوية يوميا أي 40 degree-days x 404 BTU/degree day أو ما يعادل 16168 BTU لإبقاء درجة الحرارة الداخلية ثابتة.

(d) إن متطلبات التسخين الأفضل هي من شهر أيلول(سبتمبر) إلى فصل مايو وتبلغ قيمتها 2980 degree-days (كقيمة وسطى).

$$\text{Heat loss} = Q = 404\ \frac{BTU}{degree\ day} \times 2980\ degree\ days = 1.20\ million\ BTU$$

(e) لنفرض أن كلفة الغاز الطبيعي هي $12 لكل مليون Btu في الفرن الذي يعمل بكفاءة قدرها 70 %.

$$\left[\frac{74.5\ million\ BTU}{0.70}\right]\left[\frac{\$12}{million\ BTU}\right] = \$1277$$

وبفرض أن مقاومة التسخين الكهربائية تعمل بكفاءة قدرها 100 % وأن كلفتها هي 0.09 $ / kWh لذلك فإن الكلفة:

$$(7.45 \times 10^6 BTU)(2.93 \times 10^{-4} kWh/BTU)(\$.09/kWh) = \$1965$$

أفرض أن معامل أداء المضخة هو 3 لذلك فإن الكلفة = $\$655 = \dfrac{\$1965}{3}$

مثال 2 – 7: إن جدار أحد الأفران يتكون من ثلاث طبقات من الطابوق

الداخلي مكون من طبقة سـمكها.in 8 من الطابوق الحراري وهذه الطبقة تبلغ الموصلية الحراريـة لها 0.68 Btu /(hr.)(Ft) (°F) محاطة بطبقة ثانية من الطابوق العازل سمكها.in 4 موصـليتها الحراريـة 0.15 Btu/ (hr.) (Ft) (°F) أما الطبقة الخارجة فهي من الـطابوق العادي سـمكها.in 6 ومعامـل التوصيل الحراري لها هو 0.4 Btu /(hr.)(Ft)(°F).إن الفرن يعمـل عنـد درجة حرارة مقدارها 1600 ° F وقد افترض أن درجـة حـرارة المحـيط الخارجي تبقى عند درجة حرارة 125 ° F باستعمال دوران الهواء. كم هـو مقدار الحرارة المفقودة خلال جدران الفرن لكل قدم مربـع مـن المـسـاحة السطحية ؟ وكم هي درجات الحرارة المتواجدة عند سـطوح الاتـصال بـين الطبقات ؟

<u>الحل</u>: يتم حل هذه المسألة بنفس طريقة حل المثال 2 – 5 وكما يلي:-

$$q=\frac{T_i-T_o}{R_A+R_B+R_C}=\frac{T_i-T_o}{\frac{\Delta x_A}{k_A A}+\frac{\Delta x_B}{k_B A}+\frac{\Delta x_C}{k_C A}}$$

$$\because R_A=\frac{\Delta x_A}{k_A A}=\frac{8/12}{0.68(1)}=0.98\frac{°F.hr.}{Btu} \quad ,\because R_B=\frac{\Delta x_B}{k_B A}=\frac{4/12}{0.15(1)}$$

$$\therefore\ R_B=2.22\frac{°F.hr.}{Btu} \quad , \because R_C=\frac{\Delta x_C}{k_C A}=\frac{6/12}{0.4(1)}=1.25\frac{°F.hr.}{Btu}$$

$$\therefore \sum R=R_A+R_B+R_C=0.98+2.22+1.25=4.45\frac{°F.hr.}{Btu}$$

$$\therefore\ q=\frac{\Delta T}{\sum R}=\frac{1600-125}{4.45}=332\ \frac{Btu}{hr}\ (249\ W)$$

أما بالنسبة للمطلب الثاني في المسألة فإن :

$$\Delta t_a=332\ x\ 0.98=325°F \quad \therefore t_1=1600-325=1275°F$$

$$\Delta t_b=332\ x\ 2.22=738°F \quad \therefore t_2=1275-738=537°F$$

<u>مثال 2 – 8</u> : لو تركت فجوة من الهواء سمكها.in 0.25 بين الطابوق العازل

والحراري.كم هي كمية الـــحرارة المفقودة خلال الجدار المشار إليه في المثال السابق علما أن الموصلية الحرارية للهواء هي 0.0265 Btu /(hr.)(Ft) (°F)

الحل : في هذه الحالة يجب إضافة مقاومة طبقة الهواء إلى المقاومة الكلية

$$\because\ R_{air}=\frac{\Delta x_{air}}{k_{air}A}=\frac{0.25/12}{0.0265(1)}=0.79\frac{°F.hr.}{Btu}$$

$$\therefore\ \sum R\ =R_A+R_B+R_C+R_{air}$$

$$=0.98+2.22+1.25+0.79=5.24\frac{°F.hr.}{Btu}$$

$$\therefore\ q=\frac{\Delta T}{R}=\frac{1600-125}{5.24}=281\frac{Btu}{hr}\ (210.75\,W)$$

مثال 2 – 9 : أنبوب زجاجي قطره الخارجي .6 in وقطره الداخلي .5 in. تم استخدامه لنقل مائع عند درجة حرارة F ° 200 ومـــن المتوقـــع أن درجـــة الحرارة خارج الأنبوب لن تتجاوز F ° 175. كم سيكون معدل الفقد الحراري أو الحرارة المفقودة لوحدة طول من الأنبـــوب علمـــا أن معامـــل التوصـــيل الحراري للزجاج هو 0.63 Btu/(hr)(Ft)(°F) ؟

الحل : باستخدام المعادلة (3 - 13) يمكن الحصول على كمية الحـــرارة لأن جميع البيانات متوفرة وكما يلي:

$$\because\ q=\frac{2\pi kL(T_o-T_i)}{\ln(r_o/r_i)}=\frac{(T_o-T_i)}{\dfrac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi kl}}\ ,\ \because\ \ r_o=\frac{6}{2}=3\ in.$$

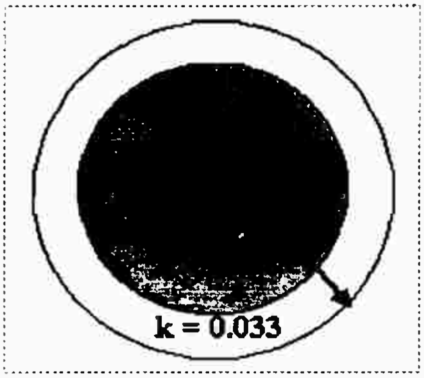
$$\because\ r_i=\frac{5}{2}=2.5\ in.\quad ,\quad \because\ k=0.63\frac{Btu}{(hr)(Ft)(°F)}$$

أي أن:

$$T_o = 200°F\ ,\ T_i = 175°F$$

$$\therefore\ q = \frac{(200-175)}{\frac{\ln(3/2.5)}{(2)(\pi)(0.63)}} = 538\ \frac{Btu}{(hr)(Ft)}$$

<u>مثال 2 – 10</u>: أنبوب حديدي قطره الداخلي.2.067 in والخارجي.2.38 in تم تغليفه من الخارج بطبقة من الصوف الحراري سـمكها.0.5 in وموصـليتها الحرارية0.033 Btu/(hr)(Ft)(°F).إن الأنبوب الحديدي يحمل بخار ماء عند درجة حرارة 300 °F أما درجة حرارة الهواء المحيط فكانت 70 °F.كم هـو الفقدان الحراري لوحدة طول من الأنبوب علما أن معامل التوصيل الحـراري لمادة الأنبوب هو 26 Btu /(hr)(Ft)(°F) ؟



<u>الحل</u> :

كما يوضح ذلك الشكل المرفق. والذي يبين مقطعا في الأنبوب الحديدي والمغلف بمادة الصوف الحراري.إن الحل مشابه لحل المثال 2 – 1 وكما يلي:

$$\because r_1 = \frac{D_1}{2} = \frac{2.067}{2} = 1.0335 in\ ,\ r_2 = \frac{2.38}{2} = 1.19 in\ ,$$

$$r_o = 1.19 + 0.5 = 1.24 in\ ,\quad \because \frac{q}{L} = \frac{2\pi\Delta T_{overall}}{\frac{\ln(r_o/r_1)}{k_{steel}} + \frac{\ln(r_2/r_1)}{k_{insulation}}}$$

$$\therefore \frac{q}{L} = \frac{2\pi\,(300-70)}{\frac{\ln(1.19/1.0035)}{26} + \frac{\ln(1.24/1.19)}{0.033}}$$

$$= \frac{2\pi\ (300-70)}{\frac{\ln 1.152}{26}+\frac{\ln 1.042}{0.033}}$$

$$\therefore \frac{q}{L}=\frac{(2\pi)(230)}{0.0055+1.247}=\frac{14451314}{1.2525}=11538\,\frac{W}{m}$$

7.2 معامل التوصيل الحراري (الموصلية الحرارية)
The Thermal Conductivity

إن انتقال الحرارة بطريقة التوصيل يتضمن نقل الطاقة من خلال معدن دون حركة المادة ككل.إن معدل انتقال الحرارة يعتمد على الانحدار في درجة الحرارة ومعامل التوصيل الحراري أو ما يدعى بالموصلية الحرارية للمادة كما موضح في المعادلة(2 – 28).إن معظم الاستفسارات الرئيسية تظهر عند البحث عن أسباب الاختلافات الكبيرة في الموصلية الحرارية.إن الغازات تنقل الحرارة بواسطة التصادم المباشر بين الجزيئات وكما متوقع فإن معامل التوصيل الحراري لها سيكون واطئا مقارنة مع معظم المواد الصلبة وذلك لأنها تعتبر وسط مخفف.إن أغلب المواد غير الفلزية تنقل الحرارة عن طريق الاهتزازات الشبكية بحيث لا يوجد صافي انتقال للوسط حال انتشار الطاقة خلاله.غالبا ما تكون تلك الظاهرة مشابهة لانتقال الصوت.إن الفلزات تعتبر أفضل من حيث التوصيل الحراري من اللافلزات وذلك لأن نفس الإلكترونات المتحركة التي تشترك في التوصيل الكهربائي يمكن أن تلعب دورا في انتقال الحرارة.

من حيث المبدأ ، فإن التوصيل الحراري يمكن أن يفسر على أنه محتوى للخواص المعتمدة على الوسط والتي تربط بين معدل فقد الحرارة لوحدة المساحة ومعدل التغير في درجة الحرارة.

انحدار درجة الحرارة

الطاقة المنتقلة لوحدة المساحة

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t\, A} = -\kappa \frac{\Delta T}{\Delta x} \qquad (28 - 2)$$

معامل التوصيل الحراري

وللغاز المثالي،فإن معدل انتقال الحرارة يتناسب مع متوسط سرعة الدقائق ومتوسط الممر الحر والسعة الحرارية المولية(الحرارة النوعية) للغاز كما هو واضح في المعادلة(2 – 29) أدناه.

متوسط سرعة الدقيقة

متوسط الممر الحر

الدقائق لوحدة الحجم

السعة الحرارية النوعية

$$\kappa = \frac{n\langle v\rangle \lambda\, c_V}{3N_A} \qquad (29 - 2)$$

معامل التوصيل الحراري

عدد أفوجادرو

في المواد الصلبة غير المعدنية تنتقل الحرارة عبر الاهتزازات الشبكية حيث إن الذرات تهتز بشكل أكثر نشاطا عند إحدى نهايتي المادة الصلبة التي تكون طاقتها أقل نشاطا من الذرات المجاورة.هذا يمكن أن يحفز بواسطة الحركة التناسقية على هيئة موجات شبكية منتشرة والتي تعتبر ضمن الحد الكمي كصوتيات.من الناحية العملية لا توجد وفرة في المواد الصلبة اللافلزية التي يمكن اعتبارها مواد تخصصية يمكن استعمالها في قياس معامل التوصيل الحراري عند إجراء الحسابات الاعتيادية.

إن الانحدار التحليلي لدالة هو المشتقة المباشرة لها والتي تحدد أقصى معدل لتغير درجة الحرارة وعليه فإن اتجاه الحرارة المنتقلة يكون معاكس لانحدار درجة الحرارة لأن صافي الطاقة المنتقلة سيكون من درجة الحرارة الأعلى

إلى درجة الحرارة الأقل واتجاه الحرارة المنتقلة سيكون عموديا على المساحة التي يحدث الانتقال خلالها أو السطوح ذات درجة الحرارة المساوية والمحيطة بمصدر الحرارة.

في الفلزات يكون معامل التوصيل الحراري عاليا جدا وتلك المواد التي تعتبر معادن موصلة للكهربائية هي مواد جيدة التوصيل للحرارة أيضا.عند درجـة حرارة معينة،فإن معاملات التوصيل الحراري والكهربائي للمعادن تتناسب فيما بينها ولكن الزيادة في درجة الحرارة قد تزيد من معامل التوصيل الحـراري بينما ينخفض معامل التوصيل الكهربائي عند تلك الدرجة.هذا السلوك يفسره قانون Wiedemann - Franz الذي توضحه المعادلة التالية:-

$$\frac{\kappa}{\sigma}=LT \quad \text{أو} \quad L=\frac{\kappa}{\sigma T} \qquad (30-2)$$

$\kappa =$ معامل التوصيل الحراري $\sigma =$ الموصلية الكهربائية

$L =$ عدد لورنزو

قانون Wiedemann-Franz

حيث أن L هو ثابت التناسـب يدعى بعدد لورنز Lorenz Number. من الـناحية النوعية فإن هذه العلاقة مبنية على أسـاس حقيقة أن انتقال الحرارة والكهربائية يعني انتقال الإلكترونات الحرة في المعدن.إن معامـل التوصـيل الحراري يزداد بزيادة متوسـط سـرعة الدقائق وهذا يعمل على زيادة انتقال الطاقة في نفس اتجاه انتشار الجزيئات.على أية حال فإن الموصلية الكهربائية تقل مع زيادة متوسط سرعة الدقائق لأن التصادمات سوف تحيد الإلكترونـات عن اتجاه انتقال الطاقة وهذا يعني أن النسبة بين معامل التوصيل الحراري إلى معامل التوصيل الكهربائي تعتمد على مربع متوسط السرعة والذي يتناسب مع درجة الحرارة الحركية.

ينص قانون Wiedemann-Franz على أن النســبة بين معامل التوصيل الحراري ومعــامل التوصيل الكهربائي لمادة تتناســب مع درجة الحرارة.من الناحية النوعية فإن هذه العلاقة مبنية على حقيقة أن كــل من انتقال الحــرارة والكهرباء يتضمن انتقال الإلكترونات الحرة في المادة كما ذكــر ســابقا وأن معامل التوصيل الحراري يزداد بزيادة درجة الحرارة لأنه يحدث فــي اتجــاه انتقال الطاقة عكس ما يحدث لمعامل التوصيل الحراري.إن الحرارة النوعيــة المولية للغاز الأحادي الذرة تعطى بالمعادلة التالية:-

$$c_V = \frac{3}{2}R = \frac{3}{2}N_A k \qquad (31-2)$$

من حيــث النوعية فإن قــانون Wiedemann-Franz يمكن فهمه بمعاملة الإلكترونات كغــاز مثــالي ومقارنة معامل التوصيل الحراري الناتج بمعامل التوصيل الكهربائي وتصبح الصيغ بين المعاملين هي:-

معاملات التوصيل $\quad \kappa = \dfrac{n\langle v\rangle\lambda k}{2} \qquad \sigma = ne^2\lambda / m\langle v\rangle \qquad (32-2)$

الحراري الكهربائي

وباستخدام معادلة متوسط سرعة الدقيقة من النظرية الحركية نجد أن:-

$$\langle v\rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \qquad (33-2)$$

إن نســبة هذه الكميات يمكن التعبير عنها بدلالة درجــة الحرارة.إن النسبة للموصلية الحرارية إلى الموصلية الكهربائية توضح القانون المــشار إليــه أي قانون Widemann – Franz.

لكن الثابت خطأ $\frac{\kappa}{\sigma} = LT$ على شكل قانون Wiedemann-Franz $\frac{\kappa}{\sigma} = \frac{4k^2T}{\pi e^2}$

بينما يبدو هذا متفقا عليه من الناحية النوعية مع التجربة،فإن قيمة الثابت قد تكون على نسبة من الخطأ في هذه المعالجة النوعية وعند إجراء المعالجة الكمية فإن هذه القيمة سوف تكون كما مبين أدناه:-

$$L = \frac{\kappa}{\sigma T} = \frac{\pi^2 k^2}{3e^2} = 2.45 \times 10^{-8} W\Omega / K^2$$

الجدول(2–1) يبين قيم مختلفة للثابت (عدد لورنز) عند درجات حرارة مختلفة ويبدو من الحقيقي بأن نسبة الموصلية الحرارية إلى الموصلية الكهربائية هي ثابتة مع تغير درجة الحرارة هي جوهر قانون Wiedemann – Franz ومن الواضح أن هذا الثابت لا يعتمد على كتلة الدقيقة ولا على عدد الكثافة للدقائق.
إن معامل التوصيل الحراري للماء هو 23 مرة بقدر معامل التوصيل الحراري للهواء وعليه فإن الإنسان سوف لن يعيش أكثر من (120 / 23) = 5.2 دقيقة.
يوضح الجدول (2 – 2) يبين بعض قيم معاملات التوصيل الكهربائي مقدرا بالجول لكل ثانية.متر.درجة مئوية.

والجدول(2 – 3) يبين قيم مختلفة للموصلية الحرارية للفلزات الأساسية وقسم من السوائل والغازات.

وسندرج هنا بعض الأمثلة التي توضح أهمية الموصلية الحرارية. إن العديد من الأمثلة والمسائل التي تحتويها الأبواب اللاحقة ستتعامل مع النفط أو البترول وذلك لأن المنتجات البترولية تعتبر وقود مهم للعديد من الصناعات ذات العلاقة بالطاقة ومشتقات البترول تعتبر بمثابة نقطة البداية للعديد من عمليات التصنيع في الصناعة الكيميائية.

جدول(2-1)

قيم الثابت (عدد لورنز) لفلزات مختلفة عند درجات حرارة مختلفة

المعدن أو الفلز	قيمة عدد لورنز $10 \times^{-8}$ (وات أوم / كلفن ^{2})		
	رمز المعدن	273 K°	373 K°
الفضة	Ag	2.31	2.37
الذهب	Au	2.35	2.40
الكادميوم	Cd	2.42	2.43
النحاس	Cu	2.23	2.33
المولبيديوم	Mo	2.61	2.79
الرصاص	Pb	2.47	2.56
البلاتين	Pt	2.51	2.60
القصدير	Sn	2.52	2.49
التنجستن	W	3.04	3.20
الخارصين	Zn	2.31	2.33

جدول (2 - 2) معاملات التوصيل الحراري لقسم من المواد

معامل التوصيل الحراري(جول/ثا.م.م°)	المادة	معامل التوصيل الحراري(جول/ثا.م.م°)	المادة
0.80	زجاج	0.010	رغوة مطفلة
1.1	خرسانة	0.026	هواء
79	حديد	0.040	صوف
240	ألمنيوم	0.15	خشب
420	فضة	0.20	شحم الجسم
2450	ماس	0.60	الماء

جدول (2-3) معاملات التوصيل الحراري

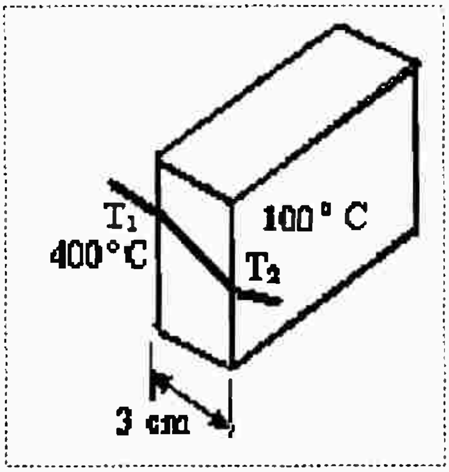
بالوحدات العالمية والبريطانية لبعض المواد

الموصلية الحرارية (W/m °K)	الموصلية الحرارية cal / (sec.cm.°C)	المادة
406.0	1.01	الفضة
385.0	0.99	النحاس
109.0	...	النحاس الأصفر
205.0	0.50	الألمنيوم
...	0.163	الحديد
50.2	...	الفولاذ
34.7	0.083	الرصاص
8.3	...	الزئبق
1.6	0.005	الجليد
0.8	0.0025	الزجاج العادي
0.8	0.002	الخرسانة
...	0.0014	ماء عند 20 °C
...	0.0004	الأسبست
0.14	0.0004	هيدروجين عند 0 °C
0.14	0.0003	هليوم عند 0 °C
0.023	...	الأوكسجين
...	0.00026	الثلج الجاف
0.04	0.00015	الألياف الزجاجية
0.15	...	الطابوق العازل
0.6	...	الطابوق الأحمر
0.04	0.00011	ألواح الفلين
0.04	0.0001	لباد الصوف
0.04	...	الصوف الصخري
0.12 ـ 0.04	0.0001	الخشب
0.024	0.000057	هواء عند 0 °C

مثال 2 – 11: صفيحة من النحاس بسمك 3 سنتيمتر كانت درجة حرارة أحد وجهيها 400 م° ودرجة حرارة الوجه الآخر له 100 م°. أحسب معدل انتقال الحرارة بين وجهي هذه الصفيحة ثم أرسم منحني توزيع درجات الحرارة عبر سمك جدار هذه الصفيحة إذا علمت أن معامل التوصيل الحراري للنحاس 370 وات/م.م°.

الحل:

بما أن الحرارة المنتقلة خلال الجدار يمكن الحصول عليها من المعادلة التالية :



$$q = -k\,A\,\frac{dT}{dx}$$

$$\therefore\ \frac{q}{A} = -k\,\frac{dT}{dx}$$

إن الحرارة المنتقلة خلال الجدار يمكن الحصول عليها عن طريق اعتبـار أن التغير في السمك هو Δx وبذلك نصبح المعادلة أعلاه بالشكل التالي:-

$$\frac{q}{A} = -k\,\frac{\Delta T}{\Delta x} = -k\,\frac{(T_2 - T_1)}{\Delta x}$$

$$\therefore\ \frac{q}{A} = -370\ \frac{W}{m.^\circ C}\,\frac{(100\ -\ 400\ )^\circ C}{0.03\ m}$$

$$\therefore\ \frac{q}{A} = 370\ ,000\ \frac{W}{m^2} = 3.7\ \frac{M\ W}{m^2}$$

ولتحقيق المطلب الثاني من المسألة سوف نفترض أن الحرارة المنتقلة خـلال الجدار هي ثابتة وتصبح المعادلة بسيطة من حيث الحل ويمكن فصل متغيراتها وإجراء التكامل لها كما موضح أدناه.

$$\frac{q}{A} = -k\frac{dT}{dx} \Rightarrow \therefore dT = -\left(\frac{q}{kA}\right)dx$$

$$\therefore \int dT = \int -\left(\frac{q}{kA}\right)dx \Rightarrow \therefore T = -\frac{q}{kA} + C$$

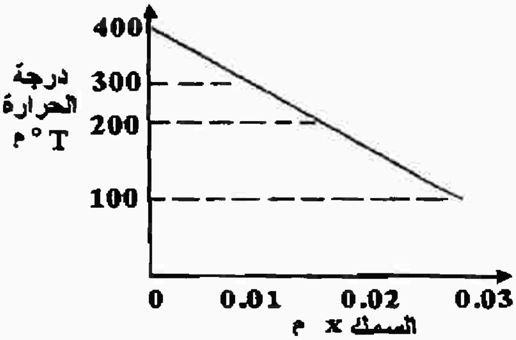
وللحصول على الشكل النهائي للمعادلة يجب التعويض بالظروف الحدية الموجودة أصلا وهي عندما x = 0 فإن T = 400 م° وبذلك تكون قيمة الثابت C = 400 وعند التعويض عن بقية القيم في المعادلة أعلاه نحصل على:-

$$T = -\frac{370,000}{370}x + 400$$

$$\therefore T = -10,000\, x + 400$$

وبالتعويض عن قيم مختلفة لــ x في المعادلة أعلاه نحصل على قيم لــ T.

x	T
0	400
0.01	300
0.02	200
0.03	100



ويمكن الحصول على حل آخر باستخدام المعادلة العامة لانتقال الحرارة في الأجسام المستوية والتي تنص على:-

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\frac{q^\circ}{k}=\frac{1}{\propto}\frac{dT}{dt}$$

يمكن تبسيط المعادلة أعلاه بحذف معظم الحدود الموجودة في المعادلة وبما أنه لا يوجد تراكم للحرارة فإن الطرف الأيمن من المعادلة سيكون صفرا ولعدم وجود توليد حرارة فإن $\frac{q^\circ}{k}=0$ ولأن انتقال الحرارة يحدث بالاتجاه x فقط أي أن المعادلة ستختصر إلى $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=0$ لعدم وجود انتقال حرارة بالاتجاهين y و z وبهذا يمكن إجراء التكامل مرتين للمعادلة أعلاه لتكون بالصورة التالية:-

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=0 \Rightarrow \therefore \frac{d}{dx}\left(\frac{dT}{dx}\right)=0 \Rightarrow \therefore \frac{dT}{dx}=C_1 \Rightarrow \therefore T=C_1\,x+C_2$$

$$at\; x=0\,,T=400\;^\circ C \Rightarrow \therefore C_2=400$$

$$at\; x=0.03\,,T=100\,^\circ C \Rightarrow \therefore T=C_1\,x+C_2$$

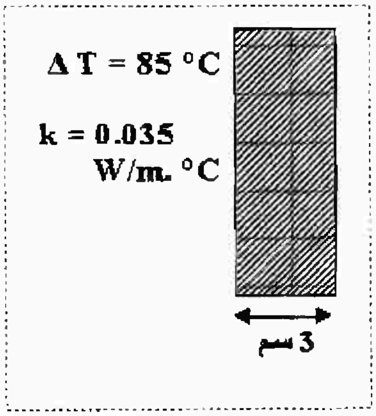
$$\Rightarrow 100=C_1(0.03)+400 \Rightarrow \therefore C_1=\frac{100-400}{0.03}=10{,}000-$$

$$\therefore T=-10{,}000\,x+400$$

<u>مثال 2-12</u>: طبقة من الصوف الزجاجي بسمك 13 سم وكان معامل التوصيل الحراري لها هو $k = 0.035$ W/m .°C.فإذا علمت أن فرق درجة الحرارة بين وجهي هذه الطبقة هو 85 م°.أوجد كمية الحرارة المنتقلة عبر هذه الطبقة.

<u>الحل :</u>

كما يوضح الشكل أدناه يمكن حساب كمية الحرارة من المعادلة التي استخدمت في حل الفرع الأول من المسألة السابقة أي أن :



$$q = -k\ A\ \frac{dT}{dx}$$

أو

$$\therefore\ \frac{q}{A} = -\ k\ \frac{dT}{dx}$$

وبتعويض القيم المعطاة في المسالة نحصل على : $\frac{q}{A} = -k\frac{(T_2 - T_1)}{\Delta x}$

$$\frac{q}{A} = -0.035\frac{(-85)}{0.13} = 22{,}885\ \frac{W}{m^2}$$

8.2 تأثير كل من درجة الحرارة والضغط على معامل التوصيل الحراري
Effect of Temperature and Pressure on The Thermal Conductivity

من السهل نقل الحرارة عبر المادة الصلبة بدلا من السائلة كما بينا سابقا ومن خلال سائل بدلا من غاز.إن بعض المواد الصلبة مثل الفلزات أو المعادن لهـا معامل توصيل حراري عالي ولذلك تسمى بالموصلات Conductors.المواد الأخرى ذات معاملات توصيل حرارية واطئـة ولذلك فهي رديئة التوصـيل للحـرارة وهـذه تدعى بالعوازل Insulators.في الفحوصات المختبرية التي أجريت على مثـل تلك العوازل وجد أن معامل التوصيل الحراري لا يعتمـد على درجة الحرارة عند أي نقطة من المادة قيد الفحص.إن القيم المسجلة لـــ k هي متوسـط قيم تلك الفحوصات.إن معـاملات التوصيل للمواد الصلبة قد تزداد أو تنقص مع درجة الحرارة وفي بعض الأحيان قد ينعكس معدل تغييـر درجة الحرارة من نقصان إلى زيادة فجأة.لمعظم المسـائل التطبيقية لا توجـد حـاجة لوضع تصحيح لاختلاف الموصلية الحرارية مع درجة الحرارة وعلى أية حال فإن هذا التغير يمكن التعبير عنه بالمعادلة الخطية البسيطة التالية:-

$$k = k_o + \gamma T \qquad (34-2)$$

حيث أن k_o هو الموصلية الحرارية عند 0 ° F و γ هو ثابت يبين التغير في الموصلية لكل تغير في درجة الحرارة.

إن معاملات التوصيل الحراري لمعظم السوائل تتناقص مع زيادة درجة الحرارة على الرغم من استثناء الماء من هذه القاعدة.لكل الغازات المعروفة والأبخرة يزداد معامل التوصيل الحراري مع زيادة درجة الحرارة وقد وضع العالم Sutherland معادلة مشتقة من النظرية الحركية للغازات يمكن تطبيقها للتعرف إلى الاختلافات في موصلية الغازات مع درجة الحرارة وهي :-

$$k = k_{32} \frac{492 + C_k}{T + C_k} \left(\frac{T}{492} \right)^{3/2} \qquad (35-2)$$

حيث أن : C_k = ثابت سوذرلاند Sutherland.

T = درجة الحرارة المطلقة للغاز $°R$.

k_{32} = معامل التوصيل الحراري للغاز عند درجة حرارة 32 °F.

إن تأثير الضغط على معامل التوصيل الحراري للمواد الصلبة والسائلة يبدو مهملا والبيانات المسجّلة للغازات بهذا الخصوص هي أيضا غير دقيقة بسبب تأثير الحمل الطبيعي الحر والإشعاع.من النظرية الحركية للغازات يمكن الاستنتاج والقول أن تأثير الضغط على الغاز سيكون صغيرا ما عدا بعض الاستثناءات التي يكون فيها الغاز واقع تحت تأثير ضغط فراغي عالي.

9.2 السمك الحرج (الأفضل) للعوازل
Optimum thickness of Insulation

إنّ السُمكَ الأفضل للعازلِ يتم الوُصولُ إليه مِن قِبل نظرة اقتصادية تماماً.فإذا

كان هناك أنبوب عاري يَحْمِلَ مائع حار، فسَتَكُونُ هناك خسارة أكيدة مِنْ الحرارة لكل ساعة والتي يُمْكِنُ معرفة قيمتها مِنْ كلفةِ الوحدات الحرارية أو ألـ Btus في محطةَ توليد الحرارة للمصنع.كلما كانت الخسائر الحرارية أقل ، كانت التكلفة الثابتة السنوية للعزلِ(صيانة وتلف) أكبر والتي يجب أنْ تُضافَ بالتالي إلى التكاليف السنويةِ.إن الكلف الثابتة لعزلِ الأنبوب سَتَكُونُ حوالي 15 إلى 20 بالمائة مِنْ الكلفة الأولية لتركيب وإقامة العازل. بافتراض عددِ محدد من سُمكِ العازلِ وإضافُة الدفع الثابتةَ إلى قيمةِ الفقد في الحرارةَ، يمكن الحصول على أقل كلفة والسُمكَ المقابل لها سَيَكُونُ السُمكَ الاقتصادي الأفضلَ للعازلِ.مثل هذه العلاقة موضحة في الشكل 2 – 2. إن الجزء الأكثر صعوبةً يَتمثل في الحَصولُ على بيانات كلف عزلِ أولية موثوق بها وذلك لأنها تختلف بشكل كبير من مصنع لآخر وتعتمد على كميةِ العازَل المستَخدم في ذلك الوقتِ.

ويلاحظ من الشكل ما يلي:-

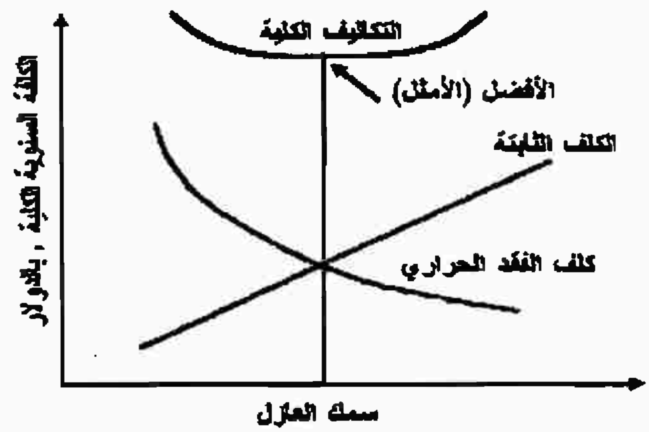
A – بزيادة سمك العازل الحراري تزداد التكاليف الثابتة والتي تشمل ثمن وتكاليف مادة العازل الحراري وتكاليف إقامتها وتثبيتها على الأنبوب.

B – بزيادة سمك العازل الحراري تتناقص تكاليف الطاقة المفقودة أي تتناقص التكاليف المتحركة وبالتالي يمكن تمثيل قيم الزيادة في سمك المادة العازلة على كل من التكاليف الثابتة والمتحركة والتكاليف الثابتة أيضا وكما موضح في الشكل ومنه يتضح أن التكاليف الكلية ستمر بنقطة تمثل أقل تكلفة كلية والتي ستقابل كما ذكر سابقا أفضل سمك للعازل أو السمك الحرج للعازل.

وبما أن ميكانيكية انتقال الحرارة بالحمل تحدث أيضا عند فقد الحرارة من خلال أنبوب لذلك يجب التطرق ولو قليلا إلى التماثل الكهربائي لأنظمة الحمل. إن المعادلة الأساسية لانتقال الحرارة بالحمل هي:-

$$q = h A (T_w - T_\infty) \qquad (36-2)$$

$$\therefore q = \frac{(T_w - T_\infty)}{\frac{1}{h A}} \qquad (37-2)$$



الشكل (2-2) السمك الأفضل للعازل

حيث أن q = كمية الحرارة المنتقلة بطريقة الحمل.

T_w = درجة حرارة الجدار الداخلي للانبوب.

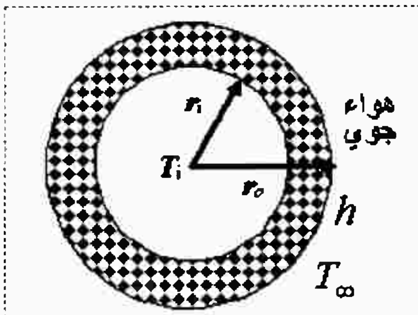
T_∞ = درجة حرارة الهواء الخارجي.

A = المساحة السطحية لانتقال الحرارة بالحمل.

h = معامل انتقال الحرارة بالحمل بوحدات $(Btu\ /(hr)(Ft^2)(°F)$ أو بوحدات$(W/m.°C)$.

وباستخدام التماثل الكهربائي نجد أن المقاومة الحرارية هي $R_{th} = \frac{1}{h A}$

الشكل التالي يمثل مقطع لأنبوب ذو سمك قليل تم تغليفه بطبقة من مادة عازلة لتقليل الفقد الحراري من الأنبوب.

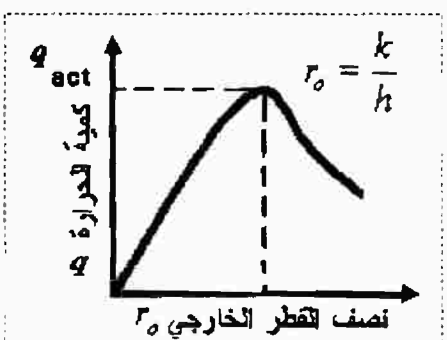


إن المعادلة الأساسية للفقد في الحرارة من جدار النبوب إلى الهواء الجوي هي:

$$q = \frac{2\pi L(T_i - T_\infty)}{\dfrac{\ln(r_o/r_1)}{k_{insulation}} + \dfrac{1}{h_{air}\, r_o}}$$

حيث أن $k_{insulation}$ تمثل معامل التوصيل الحراري للمادة العازلة و h تمثل معامل انتقال الحرارة بالحمل خلال الهواء الجوي.ولإيجاد جذور المعادلة والتي تكون فيها الحرارة المفقودة أقصى ما يمكن نأخذ المشتقة الأولى للمعادلة نسبة للقطر الخارجي ونساويها للصفر ونوجد جذور المعادلة.

$$\frac{dq}{dr_o} = \frac{-2\pi L(T_i - T_\infty).\left(\dfrac{1}{kr_o} - \dfrac{1}{hr_o^2}\right)}{\left[\dfrac{\ln r_o/r_i}{k} + \dfrac{1}{hr_o}\right]^2} = 0.0 \qquad (38-2)$$



وباختصار الثوابت في المعادلة أعلاه ومن ثم إعادة ترتيبها سوف نحصل على نصف القطر الحرج للمادة العازلة والذي تمثله المعادلة التالية:

$$r_o = \frac{k}{h} \qquad (39-2)$$

إن الشكل أعلاه يوضح تلك الحالة.

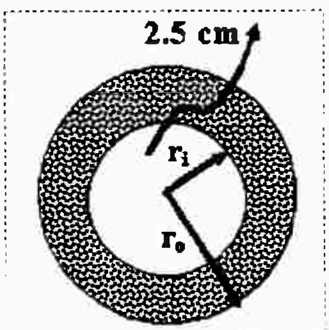
<u>ملاحظات</u> :

1- إذا كانت $\frac{k}{h} > r_o$ فهذا يعني أن معدل انتقال الحرارة سيزداد مما يتوجب زيادة سمك الطبقة العازلة.

2 – إذا كان $\frac{k}{h} < r_o$ فهذا يعني أن معدل انتقال الحرارة سيقل بزيادة سمك الطبقة العازلة وهذه الحالة تحدث عادة في الانسياب الصغير.

<u>مثال 2 – 13</u>: أحسب نصف القطر الحرج لمادة عازلة معامل التوصيل الحراري لها 0.17 W/m.°C وتحيط هذه المادة العازلة بأنبوب معرض للهواء الجوي عند درجة حرارة 20 ° C.إن معامل انتقال الحرارة بالحمل للهواء يساوي 3 W/m.°C فإذا كانت درجة حرارة الأنبوب 200 ° C وقطره الخارجي 5 cm.كذلك أحسب معدل الفقد الحراري من الأنبوب عندما يتم تغليفه بطبقة من هذه المادة العازلة بنصف قطر يساوي إلى نصف القطر الحرج وكذلك أحسب معدل الفقد الحراري من الأنبوب بدون تغليف.

<u>الحل</u> :



نحسب أولا النسبة ($\frac{k}{h}$) حيث أن:

$$r_o = \frac{k}{h} = \frac{0.17}{3} = 0.0567\,m = 5.57\,cm$$

حيث أن نصف القطر الخارجي غير معطى في المسألة.

$$\frac{q}{L} = \frac{2\pi (T_i - T_\infty)}{\dfrac{\ln (r_o / r_1)}{k_{insulation}} + \dfrac{1}{h_{air}\, r_o}}$$

$$\frac{q}{L} = \frac{2\pi (200 - 20)}{\dfrac{\ln (5.67/2.5)}{0.17} + \dfrac{1}{(0.0567)(3)}} = 105.7 \frac{W}{m}$$

أما كمية الحرارة المفقودة بدون استخدام العازل فتحسب بالشكل التالي:

$$q = hA(T_w - T_\infty) = 2h\pi r_i L(T_w - T_\infty)$$

$$\frac{q}{L} = 2h\pi r_i (T_w - T_\infty) = (2)(3)(\pi)(0.025)(200-20)$$

$$= 84.8\ W/m$$

وهي تمثل كمية الحرارة المفقودة بدون استعمال العازل.

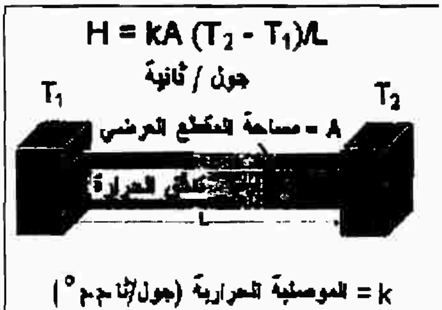
10.2 انحدار درجة الحرارة Temperature Gradient

عند تواجد انحدار بدرجات الحرارة في جسم ما أي أن هناك فرق بدرجات الحرارة بين نقطتين في الجسم عند زمن معين،هناك انتقال للطاقة من المجال أو المنطقة ذات درجة الحرارة الأعلى إلى المجال ذات درجة الحرارة الأوطأ. فيقال بأن الطاقة تنتقل بالتوصيل.ويحدث انتقال الطاقة هذا كما ذكر مسبقا نتيجة صدمات الجزيئات أو الذرات والذي ينتج من الاهتزازات الجزيئية والذرية في حالة المواد الصلبة أو نتيجة الحركة في حالة السوائل.إنه من المحتمل أيضا بأن هناك اندفاع للإلكترونات الحرة والذي يحدد جريان الطاقة في اتجاه نقصان درجة الحرارة.لذلك فإن المعادن ببنائها الهيكلي المتراص سوف تبدي معامل توصيل أعلى من السوائل التي تمتاز بتشتتها الجزيئي ثم بعد ذلك الغازات بانتشارها الجزيئي الكبير.وباعتبار أن التوصيل هو خلال صفيحة أو جدار فإن انتقال الحرارة لوحدة المساحة يتناسب مع مقدار الانحدار في درجة الحرارة الاعتيادي.أي أن: $q = -kA(\Delta T / \Delta x)$.

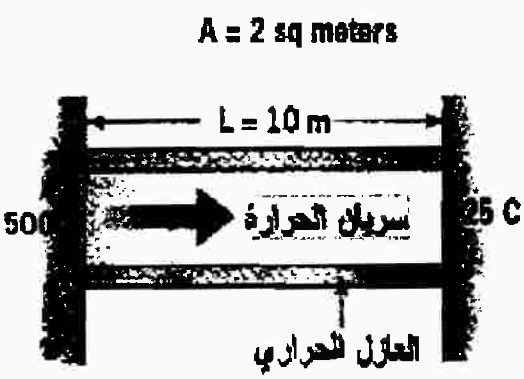
حيث أن q هو معدل انتقال الحرارة و$\Delta T/\Delta x$ هو التغير بدرجة الحرارة لطول معين باتجاه سريان الحرارة وهو الذي يعرف بالانحدار.Aهي مساحة

المقطع العرضية أي المساحة العمودية على اتجاه سريان الحرارة.k هو معامل التوصيل الحراري للمادة وهو يعتمد على نوع تلك المادة.إن الإشارة السالبة تعني أن اتجاه سريان الحرارة هو في الاتجاه المعاكس لارتفاع درجة الحرارة.

والشكل(2 – 3) يبين انتقال الحرارة بالتوصيل داخل المنزل.



الشكل (2-3) انتقال الحرارة بالتوصيل داخل المنزل



مثال 2 - 13 : كم هي الطاقة المنتقلة بالتوصيل خلال 40 ثانية ؟

الحل :

للحديد k = 14 جول / ثا.م.م°

$H = kA (T_2 - T_1)/L$

$H = 14 (2)(475)/10$

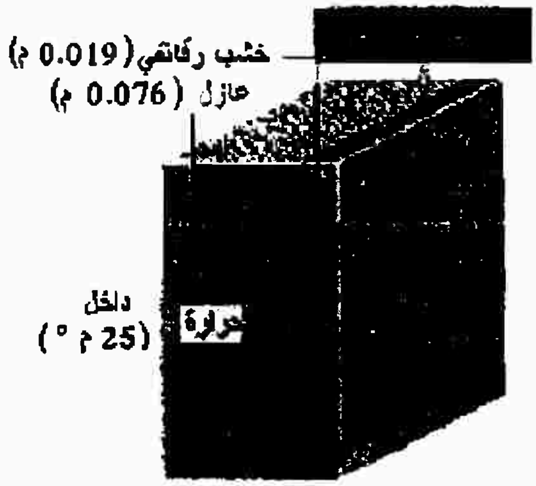
$= 1330\ J/s$

$Q = Ht = 1330 (40)$

$= 5.32 \times 10^4\ J$

$H = kA\,\Delta T / L$

مثال 2 - 14 كم هي الطاقة مقدرة بالجول والجارية خلال الجدار الموضح في الشكل لكل ثانية ؟



الحل :

غالبا ما تعتبر الحرارة كالمائع فعند جريانها خلال العازل فإنها ستتدفق أيضا خلال الخشب وعليه فإن حل هذه المسألة هو كما يلي :-

المعادلة $H = kA\,\Delta T / L$

انتقال الحرارة عبر العازل

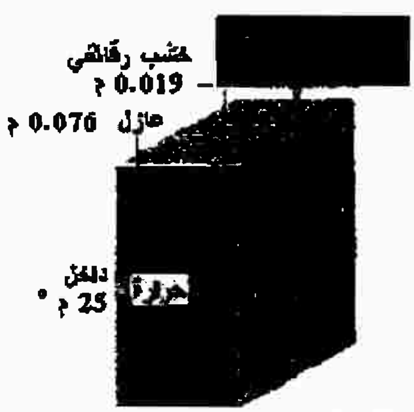
$$H_{ins} = (0.20)(40)(25 - T)/0.076 \quad (1)$$
$$= 2631.6 - 105.3\,T \quad (2)$$

أما انتقال الحرارة عبر الخشب

$$H_{wood} = (0.80)(40)(T - 4)/0.019$$
$$= 1684.2\,T - 6736.8$$

وبما أن انتقال الحرارة عبر العازل هو مساوي لانتقال الحرارة عبر الخشب إذن :

$$H_{wood} = H_{ins}$$
$$1684.2\,T - 6736.8 = 2631.6 - 105.3\,T \quad (3)$$
$$1789.5\,T = 9368.4 \quad (4)$$
$$T = 5.235\ C \quad (5)$$
$$H = H_{wood} = H_{ins} \quad (6)$$
$$H = 1684.2\,(5.235) - 6736.8 = 2080\ J/s \quad (7)$$
$$H = 2631.6 - 105.3\,(5.235) = 2080\ J/s \quad (8)$$



ملاحظة

الموصلية الحرارية للعازل (0.2 جول/ثا.م.مئوية)

الموصلية الحرارية للخشب (0.8 جول /ثا.م.مئوية)

11.2 قانون فورير Fourier's Law

إن العلاقة الأساسية لسريان الحرارة بالتوصيل هي عبارة عن تناسب معدل التدفق الحراري عبر السطح العازل وانحدار درجة الحرارة في ذلك السطح

عند أي زمن.وهذا التعميم الذي يمكن تطبيقه عند أي نقطة في الجسم وعند أي زمن يدعى بقانون فورير ويمكن كتابته بالشكل التالي :-

$$\frac{dq}{dA} = -k\frac{\partial T}{\partial n} \qquad (40-2)$$

حيث أن A = مساحة السطح العازل.

n = المسافة المقاسة عموديا من المصدر الحراري إلى السطح.

q = معدل التدفق الحراري عبر السطح باتجاه عمودي عليه.

T = درجة الحرارة.

k = ثابت التناسب.

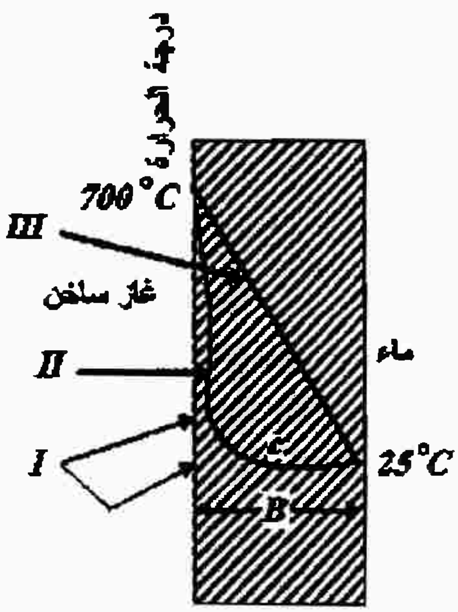
إن التفاضل الجزئي في المعادلة(2 – 40) يجلب الانتباه إلى الحقيقة بأن درجة الحرارة قد تتغير في كل المواقع.بالرغم من أن المعادلة أعلاه تستخدم للسطوح العازلة، إلاّ أنه يمكن استعمالها أيضا لسريان الحرارة عند أي سطح آخر.إن هذا التوسع في استخدام قانون فورير هو حيوي عند دراسة انتقال الحرارة الثنائي والثلاثي الأبعاد حيث تنتقل الحرارة على شكل منحنيات بدلا من الخط المستقيم.في الجريان الأحادي الاتجاه والذي يماثل إلى حد كبير جريان المائع الأحادي الاتجاه يتم قياس طول الممر عن طريق أحد الإحداثيات الأفقي أو الرأسي.إن أحد أمثلة الجريان أحادي الاتجاه موضح في الشكل(2 – 4) في أدناه.

إن قانون فورير ينص أيضا على أن ثابت التناسب k لا يعتمد على انحدار درجة الحرارة ولكنه من غير الضروري أن لا يكون غير معتمد على درجة الحرارة نفسها.إن الثابت k والذي سمي فيما بعد بمعامل التوصيل الحراري أو الموصلية الحرارية قد وجد فيما بعد أنه دالة لدرجة الحرارة ولمدى صغير من درجات الحرارة فإن الموصلية الحرارية للمادة قد تعتبر ثابتة وعند مدى أكبر

من درجات الحرارة فإن الموصلية الحرارية قد تأخذ شكل المعادلة التالية:-

$$k = a + b\,T \qquad (41-2)$$

حيث أن كل من a و b هي ثوابت تقريبية.إن معاملات التوصيل الحراري للفلزات أو المعادن تغطي مدى واسع من القيم(أي بحدود 10 Btu /ft.hr.°F) أو(17 W/m. °C) للفولاذ المقاوم إلى حوالي(240 Btu /ft.hr.°F) للفضة أو(415 W/m. °C).للزجاج ومعظم المعادن المعتمة تكون أقل (تتراوح من قيم 0.2 – 2 Btu /ft.hr.°F)(0.35 – 3.5 W/m. °C) وهي للماء حوالي 0.3 - 0.4 Btu /ft.hr.°F (0.5 – 0.7 W/m. °C) أي حوالي ثلاثة مرات بقدر الموصلية الحرارية للسوائل العضوية.أما الغازات فهي تمتلك أقل قيم للموصليات الحرارية(للهواء 0.014 Btu /ft.hr.°F)(0.024 W/m.°C).



الشكل (2 - 4)
توزيع درجة الحرارة خلال جسم حسب قانون فورير.

ومن رسم العلاقة بين k و T على ورقة بيانية خطية (عادية) يمكن الحصول على قيم الثوابت a و b لأي مادة وإيجاد معامل التوصيل الحراري لها عند أي درجة حرارية.

12.2 معامل التوصيل الحراري المتغير
Variable Thermal Conductivity

لقد وجد أن معامل التوصيل الحراري للمواد المختلفة يتغير مع تغيــر درجــة الحرارة وفي حالات كثيرة يكون هذا التغير خطياً.وعلى أساس ذلــك يمكــن تمثيل الموصلية الحرارية بالمعادلة التالية:-

$$k = k_o\left[1 + \beta(T - T_o)\right] \qquad (42-2)$$

حيث أن k_o = الموصلية الحرارية عند درجة الحرارة الأولية T_o.

T = درجة الحرارة التي تنسب إليها الموصلية الحرارية.

β = ثابت ذو قيمة موجبة إذا ازداد معامل التوصيل الحراري عنــد زيادة درجة الحرارة وذو قيمة سالبة إذا قل معامل التوصيل الحــراري مــع زيادة درجة الحرارة وقيمة هذا الثابت في العادة تكون صغيرة.

وفي حالة الاستقرار وعند عدم وجود توليد حراري فإن:-

$$q = -k\ A\ \frac{dT}{dx}$$

وباعتبار أن كل من q و A هي ثابتة و L هو سمك الجــدار و T_1 ، T_2 هــي درجة حرارة السطحين الداخلي والخارجي على التوالي إذن:-

$$q\,dx = -k\,A$$

$$\therefore q\int_0^L dx = -k_o\,A\int_{T_1}^{T_2}[1+\beta(T-T_o)]dT$$

$$\therefore q\,L = -k_o\,A\left[T+\frac{\beta}{2}T^2-\beta\,T_o\,T\right]_{T_1}^{T_2}$$

$$\therefore q\,L = -k_o A\left[(T_2-T_1)+\frac{\beta}{2}(T_2^2-T_1^2)-\beta\,T_o(T_2-T_1)\right]$$

$$\therefore q = \frac{k_o\,A}{L}\left[(1-\beta\,T_o)(T_2-T_1)+\frac{\beta}{2}(T_2^2-T_1^2)\right] \quad (43-2)$$

$$= \left\{k_o\left[1+\beta\left(\frac{T_2+T_1}{2}\right)-T_o\right]\right\}A\,\frac{T_1-T_2}{L} \quad (44-2)$$

أو:-

$$q = k_m\,A\,\frac{T_1-T_2}{L} \quad (45-2)$$

حيث إن k_m يمثل متوسط الموصلية الحرارية ويحسب من المعادلة التالية:-

$$k_m = \left[1+\beta\left(\frac{T_2+T_1}{2}\right)-T_o\right] \quad (46-2)$$

وعادة ما يحسب k_m عند متوسط درجة الحرارة T_m التي تحسب كما يلي:-

$$T_m = \frac{T_1+T_2}{2} \quad (47-2)$$

13.2 عمليات انتقال الحرارة Process Heat Transfer

إن انتقال الحرارة قد وصف مسبقاً بأنه دراسة للمعدلات التي يتم فيها التبادل الحراري بين مصادر الحرارة ومستقبلات تلك الحرارة والتعامل معها كل على حدة.أما عملية انتقال الحرارة فهي تتعامل مع معدلات التبادل الحراري عند ظهورها في معدات وأجهزة التبادل الحراري الموجودة في العمليات الهندسية والكيميائية.هذا التقارب سوف يؤدي إلى تركيز أكثر على أهمية انحدار درجة الحرارة بين المصدر والمستقبل والدي سيكون فيما بعد القوة القيادية المسيطرة على عملية انتقال الحرارة.إن المشكلة المثالية في عملية انتقال الحرارة تتعلق بكميات الحرارة المطلوب نقلها والمعدلات التي يمكنها الانتقال فيها بسبب طبيعة الأجسام أو الجهد الكامن القيادي ومدى سعة وترتيب السطح الفاصل بين المصدر الحراري والمستقبل وكمية الطاقة الميكانيكية التي ربما تستهلك لتسهيل عملية الانتقال وبما أن انتقال الحرارة يتواجد كتبادل في نظام ما،فإن الفقد الحراري في جسم ما سيساوي الحرارة الممتصة من قبل الجسم الآخر الذي يتواجد ضمن حدود نفس النظام أي أن شرط حصول التوازن الحراري لنظام معين هو أن تكون **كمية الحرارة المفقودة = كمية الحرارة المكتسبة**.أي أن:-

$$m_1 Cp_1 \Delta T_1 = m_2 Cp_2 \Delta T_2 \qquad (48-2)$$

حيث أن m_1 و m_2 تمثلان كتلتي المادتين 1 و2 و Cp_1 و Cp_2 تمثلان الحرارة النوعية للمادتين 1 و2 أما ΔT_1 و ΔT_2 فهما الفرق بدرجات الحرارة للمادتين

<u>**مثال2 - 15**</u>:إناء من الألمنيوم معزول عن التأثيرات الحرارية الخارجية كتلته 100 gm وحرارته النوعية 0.22 kcal / kg. °C صب فيه 150 gm من ماء بارد وتم قياس درجة حرارتهما المشتركة فكانت 20 °C ثم أضيفت إلى الإناء 200 gm عند درجة الغليان(100 °C) أحسب درجة حرارة المزيج النهائية علماً أن الحرارة النوعية للماء هي 1 kcal / kg. ° C.

الحل: إن الإناء والماء اكتسبا نفس الحرارة من الماء المغلي لذلك فإن:-

$$m_1Cp_1\,\Delta T_1 = m_2Cp_2\,\Delta T_2 + m_3Cp_3\,\Delta T_3$$

لنفرض أن درجة حرارة المزيج النهائية هي T

$$\therefore (0.2)(1)(100 - T) = (0.1)(0.22)(T - 20) + (0.15)(1)(T - 20)$$

$$\therefore T = 63\ ^\circ C$$

14.2 تمارين في الباب الثاني

س1 : أجب عن الأسئلة التالية:-

A – لماذا نشعر بالقشعريرة عند هبوب رياح باردة ؟

B – لماذا تعلق معاطف الفراء بالقرب من نافذة باردة ؟

C – لماذا يتم ارتداء ملابس أكثر خلال فصل الشتاء ؟

D – لإبقاء الجسم دافئا في يوم بارد، هل من الضروري تغطية الرأس بالفراء ؟

E – هل من الضروري خفض فتحات النوافذ وسحب الستائر في يوم حار ؟

س2 : افترض أن الإنسان يمكنه العيش لمدة ساعتين(120 دقيقة) بملابس خفيفة في هواء عند درجة حرارة 45 °F(7° C).كم من الوقت يلزمه للعيش في ماء عند نفس درجة الحرارة ؟

س3: قارن بين معاملات التوصيل الحراري لكل من الماء والهواء.

س4 : عند خروج المرء من دوش في صباح بارد، لماذا تبدو أرضية الحمام أبرد من الهواء ؟

س5 :عند وضع ملعقتين أحدهما خشبية والأخرى معدنية في الثلاجة ،أي منهما ستبرد بصورة أسرع ؟وبعد بضعة ساعات من وضعهما

وإخراجهما من الثلاجة ، كيف سيبدو شكلاهما ؟

س6 : لماذا يشعر الناس بالتورد عندما تكون التدفئة أكثر من اللازم ؟

س7 : لماذا يصنع قضيب موقد النار من الحديد وليس من النحاس ؟

س8 : لبعض الحيوانات شعر مكون من خيوط أنبوبية صلبة بينما للبعض الآخر خيوط أنبوبية فارغة مليئة بالهواء.أين يمكن العثور على كل من النوعين في المناطق الدافئة أم الباردة ؟

س9 :إن قضبان التقوية الحديدية تزيد الجدران الخرسانية ثباتا.هل بإمكانها تعزيز قيمة العزل للخرسانة ؟

س10:عرف معامل التوصيل الحراري.

س11:ناقش ميكانيكية التوصيل الحراري في الغازات والمواد الصلبة.

س12: كوبان من الكاكاو موضوعين على المنضدة.أحدهما يحتوي على ملعقة معدنية والآخر لا يحتوي.بعد خمسة دقائق أي من الكوبين سيكون أكثر برودة ولماذا؟

س13: طبقة من فلين مسحوق سمكها 6 أنج (152 ملم) استخدمت كعازل حراري لجدار مستوي.إن درجة الحرارة عند النهاية الباردة لطبقة الفلين كانت 40 °F (4.4 °C) وفي الجانب الساخن كانت 180 °F (62.2 °C).إن قيمة معامل التوصيل الحراري للفلين عند درجة حرارة 32 °F (0 °C) هي 0.021 Btu / hr.ft.°F(0.036 W/m.°C) وقيمة هذا المعامل عند درجة حرارة 200 °F (93.3 °C)هي 0.032 Btu/hr.ft.°F(0.055 W/m.°C). كم هو معدل انتقال الحرارة خلال الجدار مقدرا بوحدات Btu/hr أو الوات ؟ افرض أن العلاقة بين معامل التوصيل الحراري للفلين ودرجة الحرارة هي علاقة خطية من النوع $(k = k_o + \gamma T)$ حيث أن γ هو الثابت الذي يمثل التغير في معامل التوصيل الحراري مع درجة الحرارة.

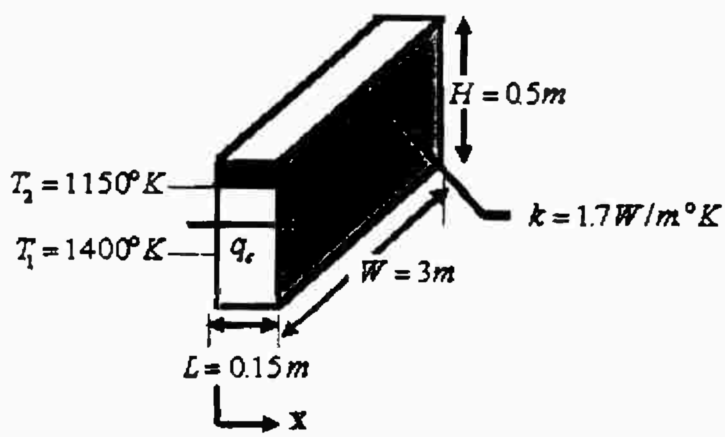
س14:إن معامل التوصيل الحراري k لمادة الجرافيت يتغير مع درجة الحرارة T وفق المعادلة التالية: $k = k_o + \alpha T$

حيـث إن k يمثل معامل التوصيل الحــراري بوحدات ($\frac{kilo\ erg}{cm^2.sec}$) و T هي درجة الحرارة بوحدات (° C) أما α و k_0 فهي ثوابت تعتمد على نوع المادة وقد تم الحصول على البيانات التالية للعلاقة بين معامل التوصيل الحراري ودرجة الحرارة وكانت بالشكل التالي:

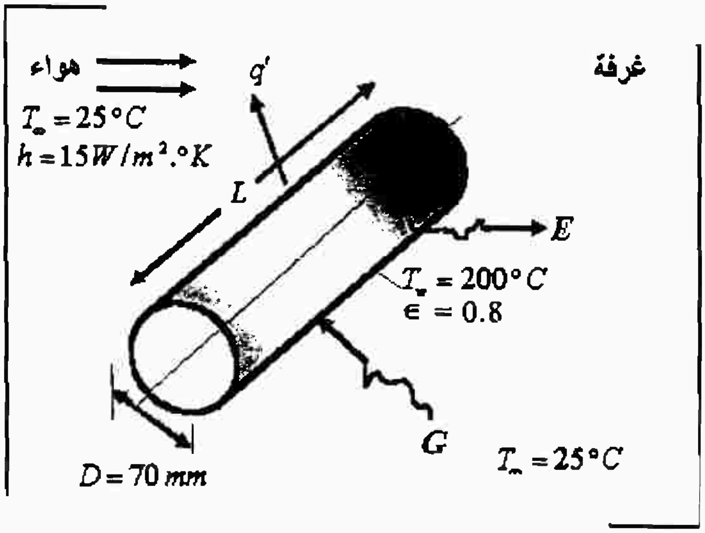
T , ° C	390	500	1000	1500	2000
k , kilo erg/cm².S	1.41	1.38	1.19	1.15	1.00

أرسم العلاقة بين كل من k و T على ورقة بيانية عادية وأستنتج منهـا قيمـة الثوابت α و k_0.

س15:جدار فرن صناعي مبني من طوب حراري سمكه 0.15 m وموصليته الحرارية 1.7 W /m.° K كما موضح في الشكل أدناه.وكانت درجة حـرارة السـطح الداخلي للجدار 1400 °K وكانت درجة حرارة الـسطح الخـارجي 1150 °K.كم هو معدل الفقد الحراري خلال الجدار علماً أن أبعـاد الجـدار هي 0.5 m x 3 m ؟



س16:أنبوب بخار غير معزول يمر خلال غرفة تكون درجة حرارة الهـواء والجدران فيها 25°C.القطر الخارجي للأنبـوب 70 mm وتبلـغ إشـعاعية الأنبوب 0.8 ودرجة حرارة سـطحه الداخلي 200°C كما موضح في الشكل أدناه.كم هي طاقة الإشعاع لسطح الأنبوب ؟ وإذا كان معامل انتقال الحــرارة بالحمل المصاحب من سطح الأنبوب إلى الهواء 15 W /m².°K.كم هو معدل الفقد الحراري من سـطح الأنبـوب لوحدة الطول ؟



س**17**: أنبوب قطره الخارجي 60 mm (2.36 in.) معزول بطبقة من رغوة السليكا سمكها 50 mm (1.97 in.) والتي قيمة موصليتها الحرارية 0.055 W/m. °C أو ما يعادل 0.032 Btu / ft-h-°F متبعة بطبقة من الفلين سمكها 40 mm (1.57 in.) ويبلغ معامل التوصيل الحراري لها 0.05 W/m. °C (0.03 Btu / ft-h-°F).إذا كانت درجة حرارة السطح الخارجي للأنبوب هي 150 °C (302 °F) وكانت درجة حرارة السطح الخارجي لطبقة الفلين هي 30 ° C (86 ° F).أحسب الفقد الحراري مقداراً بالوات لكل متر من الأنبوب.

س**18**: إذا انتقلت كمية من الحرارة مقدارها 3 kW خلال مقطع من مادة عازلة مساحتها المقطعية وسمكها 2.5 cm وكان معامل التوصيل الحراري لها 0.2 W / m.°C أحسب الانحدار بدرجات الحرارة خلال المادة.

س**19**: تم الحصول على انحدار بدرجات حرارة مقداره 85 ° C خلال طبقة مصنوعة من الألياف الزجاجية سمكها 13 cm.إن معامل التوصيل الحراري للطبقة هو 0.035 W / m. °C أحسب كمية الحرارة المنتقلة خلال الطبقة لكل ساعة لوحدة المساحة.

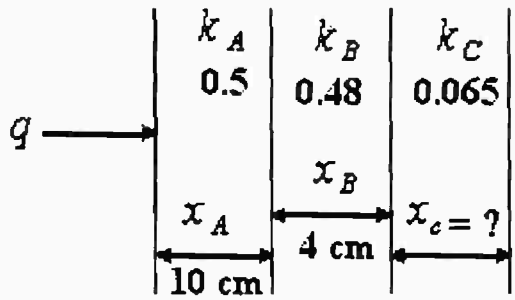
س**20**:أبلغت امرأة مهندس الصيانة المسؤول بأنها دائماً تشعر بالبرد خلال فصل الصيف عندما تقف أمام ثلاجة مفتوحة.أعلمها المهندس بأن هذا مجرد تخيلات لأنه لا توجد مروحة في الثلاجة لتنفخ الهواء البارد أمامها مما

أدخلهما في جدال لا ينتهي.لأي الجانبين سوف تنحاز أنت وما هو السبب ؟

س21:وضعت ملعقة من الفضة حجمها $10\ cm^3$ في كوب من الشاي فاكتسبت 0.21 kcal من حرارة الشاي.أحسب ما تؤول إليه درجة حرارة الملعقة إذا كانت درجة حرارتها قبل وضعها 12 °C علماً أن كثافة الفضة تساوي $10.5 \times 10^3\ kg / m^3$ وأن قيمة الحرارة النوعية لمادة الفضة هي 0.05 kcal / kg .° C ؟

س22:إذا كانت كمية الحرارة المنتقلة لوحدة المساحة خلال جدار يبلغ معامل التوصيل الحراري له 0.7 W /m.°C هي 126 W .كم هو سمك الجدار ؟

س23:يتكون جدار أحد المنازل من طبقتين من الطابوق الحراري تبلغ موصليته الحرارية 0.5 W /m. °C وسمكها 10 cm تليها طبقة من الجبس سمكها 4 cm ومعامل التوصيل الحراري لها 0.48 W/m. ° C والمطلوب إضافة طبقة من الصوف الصخري موصليتها الحرارية 0.065 W /m.° C لتقليل الفقد الحراري بمقدار 80 % كما موضح في الشكل أدناه.أحسب سمك هذه الطبقة.



س24:أسطوانة مجوفة قطرها الداخلي 10 cm والخارجي 20 cm ودرجة حرارة سطحها الداخلي 300 °C والداخلي 100 °C.عين درجة الحرارة في منتصف المسافة بين سطحها الداخلي والخارجي.

س25:أنبوب من الفولاذ مجوف (k = 50 W /m.°C) قطره الداخلي 100 ملم والخارجي 200 ملم.تم تغطيته بطبقتين عازلتين الأولى بسمك 50 mm ويبلغ معامل التوصيل الحراري لها (k = 0.2 W/m.°C) والثانية بسمك 80 ملم ويبلغ معامل التوصيل الحراري لها (k = 0.1 W/m.°C) فإذا كانت