

الباب الخامس
انتقال الحرارة بالحمل

Chapter Five

Heat Transfer
By
Convection

- 1.5 مقدمة.
- 2.5 الطبقة الهيدروديناميكية.
- 3.5 ظاهرة جريان الموائع.
- 1.3.5 الجريان الرقائقي أو الانسيابي.
- 2.3.5 الجريان الانتقالي من الانسيابي إلى المضطرب.
- 3.3.5 الجريان المضطرب.
- 4.5 الطبقة المتاخمة والجريان داخل الأنابيب.
- 5.5 متوسط السرعة ومعادلة الطاقة الميكانيكية.
- 1.5.5 عمل المضخة في معادلة برنولي.
- 2.5.5 معامل الاحتكاك.
- 3.5.5 الخسائر في الاحتكاك نتيجة التوسع أو الانقباض في الأنابيب.
- 6.5 المعادلات المستخدمة للطبقة المتاخمة على صفيحة مستوية.
- 7.5 العلاقة بين انتقال الحرارة والاحتكاك في الموائع.
- 8.5 الطبقة المتاخمة المضطربة.
- 9.5 انتقال الحرارة داخل أنبوب في حالي الجريان الانسيابي والمضطرب.
- 10.5 تماثل رينولدز وتماثل تايلور - برانتدل المطور.
- 11.5 تمارين في الباب الخامس.

5.0 مقدمة Introduction

إن الحمل هو انتقال الحرارة بواسطة حركة الكتلة لمائع مثل الهواء أو الماء عندما يجبر مائع ساخن على التحرك بعيدا عن مصدر الحرارة حاملا معه الطاقة الحرارية. يظهر الحمل فوق سطح ساخن بسبب تمدد الهواء حيث يصبح أقل كثافة ويرتفع وفقا لذلك. الماء الساخن يرتفع بنفس الطريقة حيث يصبح أقل كثافة من الماء البارد مما يسبب حدوث تيارات الحمل التي تنقل الطاقة.

من المعلوم منطقيا أنه إذا تم وضع صفيحة معدنية ساخنة في تيار هوائي يقوم بتوليد برودة فإن هذا المعدن سيبرد بسرعة أكبر من المعدن الموضوع في تيار هوائي ساخن.

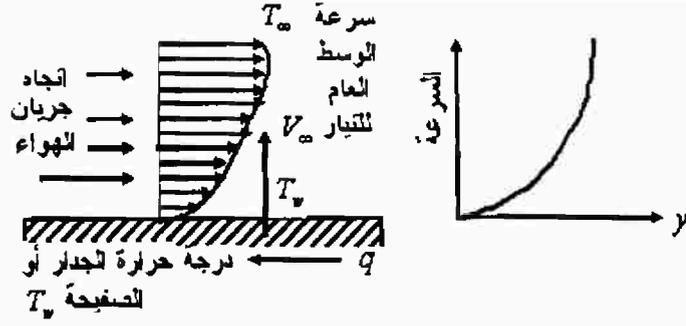
من ذلك يتبين أن معدل انتقال الحرارة بالحمل في الحالة الأولى أكبر من معدل انتقال الحرارة بالحمل في الحالة الثانية لذلك يمكن تصنيف الحمل إلى نوعين هما:-

1- الحمل الطبيعي Natural Convection

2- الحمل القسري أو الإجباري Forced Convection

ودائما تكون معدلات انتقال الحرارة في حالة الحمل القسري أكبر من معدلات انتقال الحرارة في حالة الحمل الطبيعي.

الشكل 5 - 1 يوضح صفيحة ساخنة موضوعة في تيار هوائي وأن هذا الشكل يمثل صورة مكبرة جدا لطبقات الهواء الملاصقة للجدار أو سطح الصفيحة.



الشكل 5 - 1

ولحساب معدل انتقال الحرارة بالحمل نستخدم القانون التالي والذي يسمى بقانون نيوتن للتبريد.

$$q = h A (T_w - T_\infty) \quad (1-5)$$

حيث أن:

q = معدل انتقال الحرارة بالحمل ووحداتها W .

A = المساحة السطحية ووحداتها m^2 .

h = معامل انتقال الحرارة بالحمل ووحداته $W / m^2 \cdot ^\circ C$

T_∞ = درجة حرارة الوسط العام.

T_w = درجة حرارة الجدار.

علماً أن معامل انتقال الحرارة h يتغير مع درجة الحرارة أي أن:-

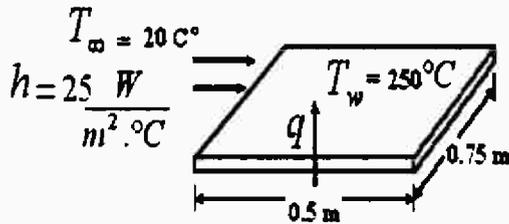
$$h = f(\rho, C_p, \mu)$$

مثال 5 - 1: تيار هوائي عند درجة حرارة $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ يجري على صفيحة أبعادها 20×75 سم وبدرجة حرارة $250\text{ }^{\circ}\text{C}$. فإذا علمت أن معامل انتقال الحرارة بالحمل يساوي $25\text{ W/m}^2\text{ }^{\circ}\text{C}$. أحسب معدل انتقال الحرارة بالحمل المفقودة من الصفيحة.

الحل:

إن معادلة انتقال الحرارة بالحمل من الصفيحة هي:

$$q = h A (T_w - T_{\infty})$$

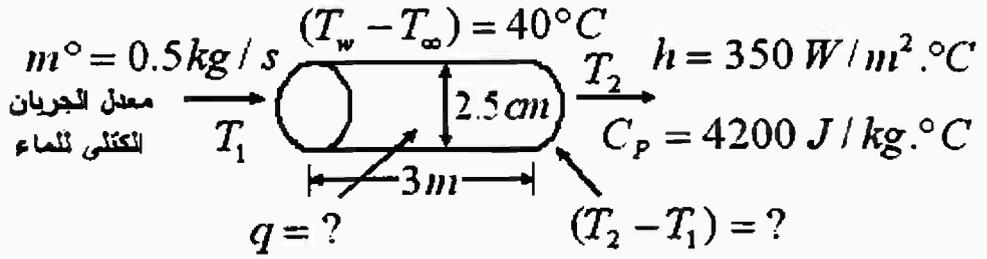


$T_{\infty} = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$
 $h = 25\text{ W/m}^2\text{ }^{\circ}\text{C}$
 $T_w = 250\text{ }^{\circ}\text{C}$
 0.5 m
 0.75 m
 q

$\therefore q = h A (T_w - T_{\infty})$
 $\therefore q = (25)(0.5)(0.75)(250 - 50)$
 $\therefore q = 2156\text{ W}$

مثال 5-2: ماء يجري بمعدل جريان كتلي مساوي إلى 0.5 كجم / ثانية في أنبوب بقطر 2.5 سم وبطول 3 سم. تم تسليط فيض حراري ثابت على جدران الأنبوب بحيث كان الفرق بين درجة حرارة الجدار والماء في أي نقطة وعلى طول الأنبوب مساويا إلى 40 م. فإذا علمت أن معامل انتقال الحرارة للماء يساوي $350\text{ W/m}^2\text{ }^{\circ}\text{C}$ والحرارة النوعية للماء $C_p = 4200\text{ J/kg }^{\circ}\text{C}$. أحسب كمية الحرارة المفقودة من الجدار ومقدار الارتفاع الحاصل في درجة حرارة الماء نتيجة لمروره في هذا الأنبوب.

الحل:



الحرارة المفقودة بالحمل يمكن حسابها من المعادلة التالية:-

$$q = h A (T_w - T_{\infty})$$

إن المساحة السطحية للأسطوانة أو الأنبوب هي $2\pi dL$ وعلى هذا الأساس فإن الحرارة المفقودة تحسب كما يلي:-

$$q = (350) (\pi) (0.025) (3) (40)$$

$$\therefore q = 3298.67 \text{ W}$$

إن الحرارة المفقودة = الحرارة المكتسبة = 3298.67 W أو أن:-

$$q = m^{\circ} C_p (T_2 - T_1)$$

وهذا يعني أن:

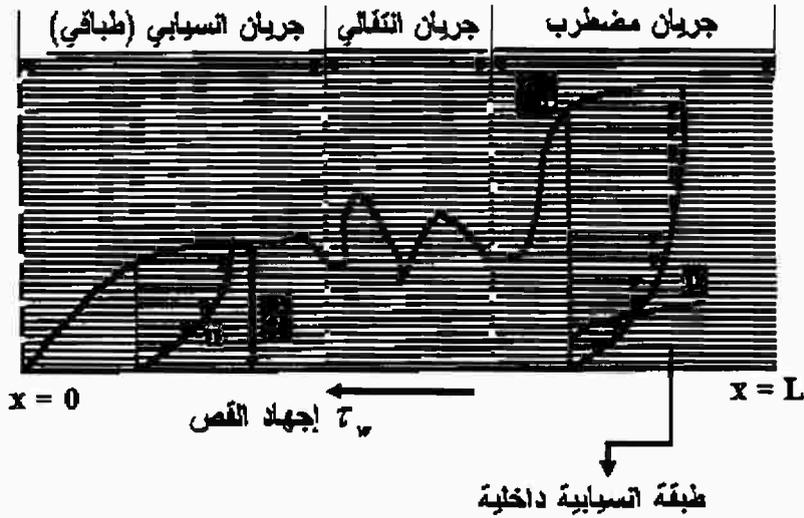
$$T_2 - T_1 = \frac{q}{m^{\circ} \cdot C_p} = \frac{3298.67}{(0.5)(4200)} = 1.571^{\circ}\text{C}$$

2.5 الطبقة الهيدروديناميكية Hydrodynamic Layer

إن موضوع الحمل يبحث في الأساس الطرق المختلفة لحساب قيم معاملات انتقال الحرارة لمختلف الأنظمة ذات الأشكال الهندسية المختلفة. ولتأخذ على سبيل المثال الشكل التالي (2-5) والذي يمثل جريان مائع معين سواء كان غاز أو سائل على سطح صفيحة مستوية.

تعرف الطبقة الهيدروديناميكية وفي بعض المراجع الطبقة الحدية أو ما يصطلح على تسميته بالـ (Boundary Layer) بأنه تلك الطبقة التي يحدث فيها تدرج في السرعة باتجاه المحور وهذا يعني أن:-

$$\tau \propto \frac{du}{dy} \quad (2-5)$$



الشكل (2-5) الطبقة الهيدروديناميكية

أو:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (3-5)$$

حيث أن: u_{∞} = سرعة الوسط العام وهي ثابتة وتدعى أيضا السرعة في التيار الحر.

u = سرعة الطبقة وهي متغيرة.

τ_w = إجهاد القص عند الجدار.

δ = سمك الطبقة الحدية أو المتاخمة.

μ = ثابت وتدعى باللزوجة الديناميكية dynamic viscosity

وتقاس بوحدات $(\frac{kg}{m \cdot sec})$ أو $(\frac{N \cdot Sec}{m^2})$ أو $(\frac{lb}{ft \cdot sec})$.

إن المعادلة (5 - 3) تبين بأنه كلما كان إجهاد القص عاليا، كلما كان تدرج السرعة باتجاه المحور أعلى.

3.5 ظاهرة جريان الموائع Fluid Flow Phenomenon

يمكن تصنيف حركة أو تدفق الموائع إلى تدفق لزج viscous flow وتدفق غير لزج non - viscous flow وأيضا إلى طباقى ومضطرب ويمكن أن يكون التدفق قابلا للانضغاط compressible أو غير قابل للانضغاط.

إن العالم رينولدز Reynolds هو أول من أدرك أن هناك سرعة حرجة والتي عندها يتغير القانون الذي يربط كل من الفقد في طاقة الضغط والسرعة في الأنابيب من خلال تجربته الشهيرة (المسار الملون Colored Path) واستنتج منها أن هناك قيمة معينة للسرعة أطلق عليها السرعة الحرجة Critical Velocity والتي يكون الجريان رقائقي Laminar في السرعة الأقل من تلك السرعة الحرجة

ومضطربا Turbulent في السرعة الأعلى منها وأستطاع أن يعمم تلك النتائج على شكل رقم عديم الوحدات Dimensionless وقد أطلق على هذا الرقم عدد رينولدز Reynolds Number , N_{Re} وهو الذي تمثله المعادلة التالية:-

$$N_{Re} = \frac{\rho \bar{u} d}{\mu} \quad (4-5)$$

حيث أن: N_{Re} = عدد رينولدز عديم الوحدات.

ρ = كثافة المائع بوحدات (kg/m^3) أو (gm/cm^3) أو (lb/ft^3)

d = قطر الأنبوب بوحدات m أو cm أو ft .

\bar{u} = متوسط سرعة المائع على طول مقطع الأنبوب (m/sec).

μ = لزوجة المائع ($\frac{kg}{m.sec}$) أو ($\frac{lb}{ft.sec}$).

إن عدد رينولدز هو المعيار الذي يحدد من خلاله نوعية الجريان هل هو انسيابي أم مضطرب ويعرف عدد رينولدز بأنه " النسبة بين قوة القصور الذاتي إلى قوة القص اللزج المؤثرة على الحجم " .

وحيث أن قوة القصور الذاتي = الكتلة x العجلة (mass x acceleration)

أما قوة القص اللزج = إجهاد القص x المساحة (Shear Stress x Area).

$$\therefore N_{Re} = \frac{\text{Inertia Force}}{\text{Viscous Shear force}} = \frac{\rho.L^2.u^2}{\mu.L.u} = \frac{\rho.u.L}{\mu}$$

وعلى أساس عدد رينولدز يمكن تقسيم الجريان إلى:

1.3.5 الجريان الرقائقي أو الانسيابي الطبقي Laminar Flow

عندما تكون قيمة عدد رينولدز صغيرة ($N_{Re} > 2100$) يكون المائع متحركاً بانزلاق رقائقي ذات سمك متناهي في الصغر بالنسبة إلى الطبقات المجاورة أي أن الجسيمات تتحرك في مسارات محددة وملحوظة فنلاحظ أن جميع جزيئات المائع تبدأ في الانسياب بسرعة منتظمة واحدة وذلك لأنها كانت في حالة السكون ولكن الطبقة المتاخمة لجدار الأنبوب تظل السرعة فيها مساوية لسرعة الجدار أي أن: ($u = 0$ صفر) وبعدها يحدث التدفق الانسيابي للسائل القريب من جدار الأنبوب وتبقى جميع ظروفه ثابتة مع الزمن.

2.3.5 الجريان الانتقالي من الانسيابي إلى المضطرب

Transition from Laminar Flow to Turbulent Flow

وهي حالة الانتقال من الجريان الانسيابي أو الطبقي إلى الجريان المضطرب وفي هذه الحالة يكون عدد رينولدز في المدى ($4000 > N_{Re} > 2100$). تسمى السرعة التي يتحول عندها الجريان بالسرعة الحرجة ويدعى عدد رينولدز المحسوب عند تلك السرعة بعدد رينولدز الحرج Critical Reynolds Number.

3.3.5 الجريان الدوامي أو المضطرب Eddy or Turbulent Flow

يتميز هذا النوع من الجريان بأن حركة الجسيمات فيه غير منتظمة بشكل كبير وتحدث دوامات وحركة خلط شديد في المائع أثناء الجريان وتكون قوى القص

غير كافية لإزالة تأثير أي انحراف في الوضع الأول لحركة الجسيم وتكون القيمة العددية لعدد رينولدز في مدى أكبر من 4000 ($N_{Re} < 4000$). وهناك أنواع أخرى من الجريان داخل الأنابيب هي:

A - الجريان المنتظم Uniform Flow

وفي هذا النوع من الجريان تكون فيه السرعة للنقاط المتناظرة في القطاعات المختلفة من المجرى أو التيار متساوية وكذلك منحنى توزيع السرعة وأيضا متوسط السرعة أي أن السرعة تكون ثابتة على طول المجرى.

B - الجريان غير المنتظم Non - Uniform Flow

في هذا النوع يكون قطاع المجرى متغيرا من موقع لآخر والتصريف ثابت وبالتالي سوف تتغير السرعة من قطاع لآخر وعند ذلك ينتج هذا النوع من الجريان.

C - الجريان المستقر Steady Flow

في هذا النوع لا تتغير السرعة في المقطع الواحد مع مرور الزمن ومثال على هذا النوع من الجريان إناء فيه فتحة جانبية (orifice) وارتفاع السائل فيه ثابت عند مستوى معين.

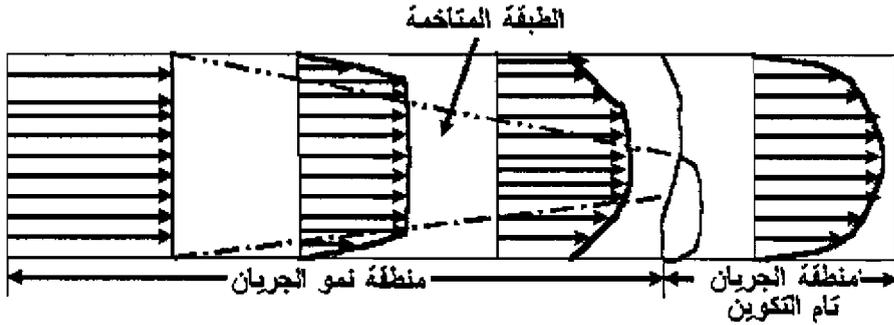
D - الجريان غير المستقر Unsteady Flow

في هذا النوع تكون السرعة للموائع داخل الأنابيب غير ثابتة مع الزمن ومثال على ذلك حالة تفريغ إناء به سائل بواسطة فتحة جانبية.

4.5 الطبقة المتاخمة والجريان في الأنابيب

Boundary Layer and Flow inside Pipes

تبدأ الطبقة المتاخمة الحدية بالنشوء أولاً والتي قد تتحول إلى طبقة متاخمة مضطربة حسب تأثير قوى اللزوجة وقوى القصور الذاتي وإذا كان الجريان طباقياً في الأنبوب، فستبقى الطبقة المتاخمة من النوع الطباقى أما إذا كان عدد رينولدز يزيد عن 2100 فستتحول إلى طبقة مضطربة وبعد اكتمال الطبقة المتاخمة تثبت ظروف الجريان فيكون تام التكوين Fully Developed Flow والذي يتضمن ويوصف بمنحني سرعة معين ويعتمد شكل المنحني على نوع الجريان فمثلاً قد يكون منحني قطع مكافئ* للجريان الانسيابي. ونظرياً يعد البعد الذي تتكامل عنده الطبقة المتاخمة مساوياً إلى 120 مرة بقدر قطر الأنبوب أي (120 d) في حالة الجريان الانسيابي و(60 d) في حالة الجريان المضطرب ويسمى هذا البعد بطول المدخل Entry Length حيث تبلغ السرعة عنده 99 % من السرعة القصوى في نقطة على امتداد خط مركز الأنبوب وكما موضح في الشكل (5 - 4).



الشكل (5 - 4)

تطور جريان الطبقة الحدية في الأنابيب

ولتحديد نوع الطبقة على سطح مستوي يجب حساب عدد رينولدز كما يلي:-

$$N_{\text{Rex}} = \frac{u_{\infty} x}{\gamma} = \frac{\rho u_{\infty} x}{\mu} \quad (5-5)$$

حيث أن $\gamma =$ اللزوجة الكينماتيكية $= \frac{\mu}{\rho}$ و N_{Rex} = رقم رينولدز على سطح مستوي.

يمكن اعتبار الجريان على السطح المستوي انسيابي إذا كان رقم رينولدز أصغر من القيمة 5×10^5 ومضطرباً إذا كان رقم رينولدز N_{Rex} أكبر من 5×10^5 أما في حالة الجريان داخل الأنابيب والقنوات المغلقة فإن الأمر سيكون بالشكل التالي:

$$N_{\text{Red}} = \frac{\rho \bar{u} d}{\mu} \quad (6-5)$$

حيث أن $N_{\text{Red}} =$ عدد رينولدز داخل الأنبوب أو القناة و \bar{u} متوسط سرعة جريان المائع داخل الأنبوب. أما كتلة الجريان داخل الأنبوب فيمكن حسابها من معادلة الاستمرارية بالشكل التالي:-

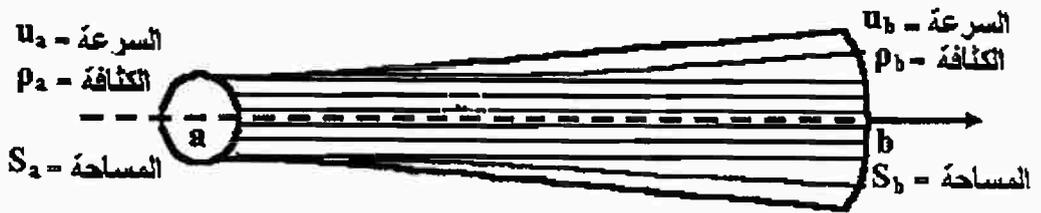
$$m^{\circ} = \rho \bar{u} A \quad (7-5)$$

حيث أن $m^{\circ} =$ كتلة الجريان للمائع بوحدات (كجم / ثانية) أو (باوند / ثانية).

5.5 متوسط السرعة ومعادلة الطاقة الميكانيكية

Mean Velocity and Mechanical Energy Equation

إن بعض الأشكال البسيطة من المعادلات التفاضلية الخاصة بجريان الموائع قد تم دراستها في ميكانيكا الموائع سابقا وهناك معادلات وصفت سلوك الموائع خلال جريانها في مختلف الأنابيب والقنوات ومعادلة Navier – Stokes هي المعادلة الأكثر شيوعا للموائع ذات الكثافة واللزوجة الثابتة. إن الموازنة المادية تعطي علاقة مهمة خاصة بالجريان خلال أنبوب معين حيث أن حدوث ذلك الجريان لا يمكن أن يقع عبر جدار الأنبوب لذلك فإن الجريان الكتلّي إلى الأنبوب خلال زمن محدد يجب أن يكون مساويا لمعدل الجريان الكتلّي خارج الأنبوب. وإذا كان الجريان خلال أنبوب يقع جزئيا أو كليا خلال الطبقة الحدية التي تتواجد فيها إجهادات القص فإن السرعة الموقعية سوف تتغير من نقطة لأخرى وخلال مساحة مقطعية معينة كما يوضح ذلك الشكل (5-5) ولهذا يكون من المهم التفريق بين السرعة الموقعية Local Velocity ومتوسط السرعة Mean Velocity وإذا تم تسخين المائع فإن كثافته ستتغير أيضا من نقطة لأخرى خلال المقطع الواحد.



الشكل (5 - 5)

جريان المائع خلال أنبوب متغير من حيث مساحة المقطع

ومن أعلاه نستنتج أن:

$$\frac{\rho_a u_a}{\rho_b u_b} = \frac{S_b}{S_a} = \left(\frac{d_b}{d_a} \right)^2 \quad (7-5)$$

أما سرعة الجريان الكتلّي G فتحسب من المعادلة التالية:

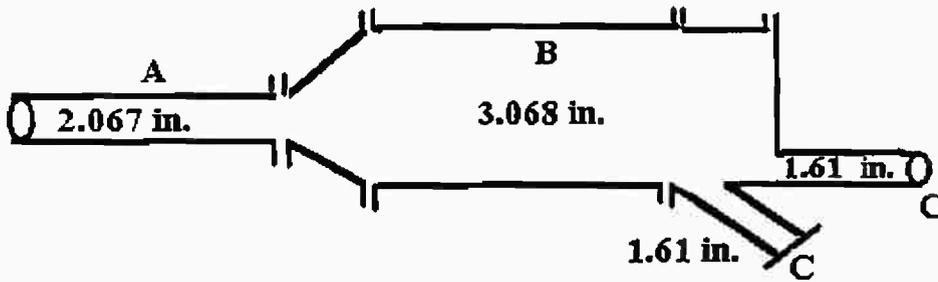
$$\bar{u} \rho = \frac{m^{\circ}}{S} \quad (8-5)$$

والتي تقاس في النظام العالمي بوحدات (kg / m².sec) وفي النظام الإنجليزي تقاس بوحدات (lb / ft².sec). إن G لا تعتمد على درجة الحرارة والضغط عندما يكون الجريان مستقر والمقطع المساحي ثابت.

مثال 5 - 3: يجري بترول خام ذو كثافة نوعية 0.887 عند درجة حرارة 60° F خلال المقطع المبين في الشكل أدناه. إن قطر الأنبوب A هو 2.067 in. وقطر الأنبوب B هو 3.068 in. وقطر الأنبوب C هو 1.61 in. معدل الجريان الحجمي للبتروال داخل الأنابيب الثلاثة ثابت ويساوي 30 gal / min. أحسب ما يلي:

- 1 - كتلة الجريان خلال كل أنبوب.
- 2 - متوسط سرعة الجريان الخطية خلال كل أنبوب.
- 3 - سرعة الجريان الكتلية خلال كل أنبوب.

الحل:



$$(1) \text{ المساحة المقطعية للأنبوب A} = \left(\frac{2.067}{12} \right)^2 \frac{\pi}{4} = 0.0233 \text{ قدم مربع.}$$

$$\text{المساحة المقطعية للأنبوب B} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{3.068}{12} \right)^2 = 0.0513 \text{ قدم مربع.}$$

$$\text{المساحة المقطعية للأنبوب C} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{1.61}{12} \right)^2 = 0.01414 \text{ قدم مربع.}$$

كثافة المائع ρ = الكثافة النوعية للمائع \times كثافة الماء عند نفس درجة الحرارة

$$\text{وبما أن كثافة الماء عند درجة حرارة } 60^\circ \text{ F} = 62.37 \text{ lb / ft}^3$$

$$\text{إذن كثافة البترول} = 62.37 \times 0.887 = 55.3 \text{ باوند / قدم مكعب.}$$

$$\text{وبما أن كل قدم مكعب} = 7.48 \text{ جالون.}$$

إذن نحسب معدل الجريان الحجمي للمائع داخل الأنبوب Q بالشكل التالي:-

$$Q = \frac{(30)(60)}{7.48} = 240 \frac{\text{ft}^3}{\text{hr}}$$

كتلة الجريان خلال الأنابيب هي: $m = (55.3)(240.7) = 13300$ باوند/ساعة وهذه ثابتة بنفس المقدار في كل من الأنبوبين A و B. أما في الأنبوب C فيوجد منه مقطعان في الشكل ولذلك فإن كتلة الجريان خلال كل من الأنبوبين C هي نصف كتلة الجريان في الأنابيب الأخرى.

$$\text{أي أن كتلة الجريان خلال الأنبوب C} = \frac{13300}{2} = 6650 \text{ باوند/ساعة.}$$

(2) نحسب متوسط السرعة خلال كل أنبوب بالطريقة التالية:

$$\bar{u}_a = \frac{(240.7)}{(3600)(0.0233)} = 2.87 \frac{\text{ft}}{\text{sec}}$$

$$\bar{u}_b = \frac{(240.7)}{(3600)(0.0513)} = 1.3 \frac{\text{ft}}{\text{sec}}$$

$$\bar{u}_c = \frac{(240.7)}{(3600)(0.01414)(2)} = 2.36 \frac{\text{ft}}{\text{sec}}$$

(3) يمكن حساب سرعة الجريان الكلي خلال الأنابيب A , B و C كما يلي:-

$$G_A = \frac{(13300)}{(0.0233)} = 571000 \frac{lb}{hr.ft^2} , G_B = \frac{(13300)}{(0.0513)} = \frac{lb}{hr.ft^2}$$

$$G_C = \frac{(6650)}{(0.01414)} = \frac{lb}{hr.ft^2}$$

بالعودة إلى المعادلة العامة للطاقة الميكانيكية (معادلة Bernoulli) نجد أن:-

$$\frac{P_a}{\rho} + \frac{g}{g_c} z_a + \frac{\bar{u}_a^2}{2g_c} = \frac{P_b}{\rho} + \frac{g}{g_c} z_b + \frac{\bar{u}_b^2}{2g_c} + h_f \quad (9-5)$$

حيث أن: P_a و P_b هما الضغوط في النقطتين a و b على التوالي بوحدات $(\frac{lb_f}{ft^2})$ أو $(\frac{N}{m^2})$.

z_a و z_b = الارتفاع عن مستوى سطح الأرض في النقطتين a , b على التوالي (م) أو (قدم).

g = عجلة الجاذبية الأرضية بوحدات $(\frac{ft}{sec^2})$ أو $(\frac{m}{sec^2})$.

g_c = معامل التناسب لقانون نيوتن للحركة = $32.174 \frac{lb_m \cdot ft}{lb_f \cdot sec^2}$ أو 1.

\bar{u}_a, \bar{u}_b = متوسط السرعة عند النقطتين a , b بوحدات $(\frac{ft}{sec})$ أو $(\frac{m}{sec})$.

h_f = الخسائر الناجمة عن الاحتكاك بوحدات $(\frac{lb_f \cdot ft}{lb_m})$ أو $(\frac{J}{kg})$.

1.5.5 عمل المضخة في معادلة برنولي

Pump Work in Bernoulli's Equation

تعمل المضخة على زيادة الطاقة الميكانيكية للمائع الجاري وإبقاء معدل الجريان ثابتا وتزويده بالطاقة الحركية المطلوبة وتساهم أيضا في تقليل الخسائر الناجمة عن الاحتكاك وفي بعض الحالات إنشاء طاقة الوضع (Potential Energy). وعلى هذا الأساس تعدل المعادلة (5 - 9) لتصبح بالشكل التالي:

$$\frac{P_a}{\rho} + \frac{g}{g_c} z_a + \frac{\bar{u}_a^2}{2 g_c} + \eta W_p = \frac{P_b}{\rho} + \frac{g}{g_c} z_b + \frac{\bar{u}_b^2}{2 g_c} + h_f \quad (10 - 5)$$

حيث أن η هي كفاءة المضخة و W_p هو الشغل المنجز $\left(\frac{lb_f - ft}{lb_m}\right)$ أو $\left(\frac{J}{kg}\right)$.

2.5.5 معامل الاحتكاك Friction Factor

يشار إليه بالرمز f ويعرف بأنه النسبة بين إجهاد القص إلى حاصل ضرب الكثافة في السرعة القصوى أي أن:

$$f = \frac{\text{إجهاد القص}}{\text{الكثافة} \times \text{السرعة القصوى}} = \frac{2 g_c \tau}{\rho \bar{u}} \quad (11 - 5)$$

ومن العوامل المؤثرة على معامل الاحتكاك:-

1- الخصائص الفيزيائية للمائع مثل اللزوجة والكثافة وسرعة ونمط الجريان.

- 2- نوع مادة الأنبوب أو القناة Pipe Material.
- 3- قطر الأنبوب الناقل للمائع Pipe Diameter.
- 4- تأثير خشونة الأنبوب Pipe Roughness.
- 5- تأثير التوصيلات أو الوصلات بين الأنابيب.

ويمكن حساب قيمة معامل الاحتكاك بالعودة إلى الأشكال الخاصة بالعلاقة بين عدد رينولدز ومعامل الاحتكاك. لقد قام العالمان Stanton و Pannel بقياس هبوط الضغط الناتج عن الاحتكاك لعدد من المواع التي تجري في أنابيب مختلفة الأقطار وقد تبين أن هناك علاقة بين معامل الاحتكاك وعدد رينولدز في مناطق الجريان المختلفة وقد وجد أنه في منطقة الجريان الانسيابي أن معامل الاحتكاك هو دالة لعدد رينولدز وفي منطقة الجريان المضطرب أن معامل الاحتكاك هو دالة لعدد رينولدز والخشونة النسبية للأنبوب كما يوضحها الشكل (5 - 6) في نهاية الباب الخامس ويمكن الإستعاضة عن الأشكال بمعادلات خاصة للحالات التالية:

لجميع أنواع الأنابيب في حالة الجريان الانسيابي أو الطبقي فإن معامل الاحتكاك يحسب من العلاقة التالية:

$$f = \frac{16}{N_{Re}} \quad , \quad N_{Re} < 2100 \quad (12 - 5)$$

وفي حالة الجريان المضطرب يمكن حساب قيمة معامل الاحتكاك من العلاقة:
للأنابيب الحديدية الملساء:-

$$\frac{1}{\sqrt{f/2}} = 2.5 \ln \left(N_{Re} \sqrt{\frac{f}{8}} \right) + 1.75 \quad (13 - 5)$$

وللأنابيب الحديدية الخشنة يمكن حساب معامل الاحتكاك من العلاقات:-

$$f = 0.0014 + \frac{0.125}{N_{Re}^{0.32}} \quad (14 - 5)$$

والتي تُستخدم عندما يكون عدد رينولدز في المدى (3,000,000 – 3,000) و:

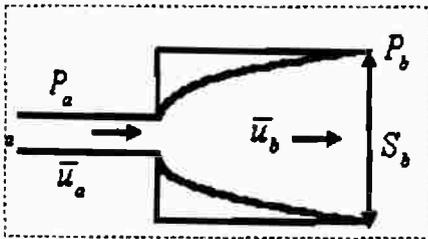
$$f = 0.046 N_{Re}^{-0.2} \quad (15 - 5)$$

والتي تُستخدم عندما يكون عدد رينولدز في المدى (1,000,000 – 50,000).

3.5.5 الخسائر في الاحتكاك نتيجة التوسع أو الانقباض في الأنابيب.

Friction loss Due to Expansion or Contraction in Pipes

إذا تغير المقطع المساحي لأنبوب أو قناة فجأة فسوف ينفصل المائع الجاري عن جدار القناة ويكون على شكل نقطة خلال المقطع (الأكبر مثلاً) حيث تتوسع تلك النقطة لتتسع تماماً لمساحة المقطع للأنبوب أو القناة الأكبر. إن الفراغ بين نفثة التوسع وجدار الأنبوب أو القناة سوف تملأ من خلال خصائص الحركة الدوامية وسينتج عن هذا نوع من الاحتكاك كما موضح في الشكل أدناه. إن الخسائر في الاحتكاك نتيجة توسع فجائي h_{fe} تتناسب مع انحدار السرعة للمائع خلال القناة الصغيرة ويمكن التعبير عنه بالصورة التالية:

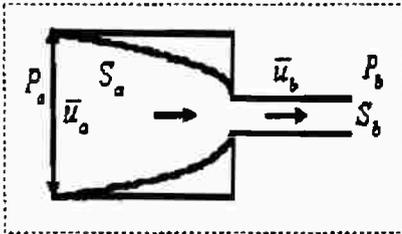


$$h_{fe} = K_e \frac{\bar{u}_a^2}{2g_c} \quad (16-5)$$

حيث أن K_e = ثابت التناسب ويسمى معامل خسارة الاحتكاك نتيجة التوسع و \bar{u}_a متوسط السرعة خلال المقطع الصغير. يحسب K_e من المعادلة التالية:-

$$K_e = \left(1 - \frac{S_a}{S_b}\right)^2 \quad (17-5)$$

حيث أن S_a هي مساحة المقطع الصغير و S_b مساحة المقطع الكبير. أما في حالة الانقباض فإن المعادلة (5 - 17) تصبح:



$$h_{fc} = K_c \frac{\bar{u}_b^2}{2g_c} \quad (18-5)$$

حيث أن h_{fc} تمثل الخسائر في الاحتكاك

نتيجة الانقباض في الأنبوب أو القناة و K_c هو معامل الخسائر في الاحتكاك نتيجة الانقباض و يحسب من المعادلة التالية في حالة الجريان المضطرب:-

$$K_c = 0.4 \left(1 - \frac{S_b}{S_a}\right) \quad (19-5)$$

أما في حالة الجريان الانسيابي فإن قيمة K_c هي أقل من 0.1.

وفي حالة وجود توصيلات أو ملحقات مع الأنابيب مثل الأكواع Elbows أو الصمامات Valves أو الوصلات الثلاثية Tees فإن معادلة الخسارة في الاحتكاك سوف تكتب بالشكل التالي:-

$$h_{ff} = K_f \frac{\bar{u}_a^2}{2g_c} \quad (20-5)$$

حيث أن h_{ff} هي الخسائر في الاحتكاك نتيجة التوصيلات Fittings و K_f معامل الخسارة في الاحتكاك للتوصيلة ويتم حسابه من الجدول (5 - 1) أدناه.

وعلى هذا الأساس تعدل المعادلة العامة للطاقة الميكانيكية لتصبح بالصورة التالية:

$$\frac{P_a - P_b}{\rho} + \frac{g}{g_c} (z_a - z_b) + \eta W_p = \left(4C_f \frac{L}{d} + K_e + K_c + \sum K_f \right) \frac{\bar{u}^2}{2g_c} \quad (21-5)$$

جدول (5 - 1) قيم K_f لتوصيلات الأنابيب

نوع الملحق أو التوصيلة		قيمة K_f
الأسم العربي	الأسم الأجنبي	
صمام كروي	Globe Valve	10.0
صمام بوابة	Gate Valve	0.2
وصلة ثلاثية	Tee	1.8
كوع 90 °	Elbow 90 °	0.9
كوع 45 °	Elbow 45 °	0.4

أما قيمة الخسائر الكلية في الاحتكاك فتحسب من المعادلة التالية:-

$$h_f = \left(4 C_f \frac{L}{d} + K_e + K_c + \sum K_f \right) \frac{\bar{u}^2}{2 g_c} \quad (22 - 5)$$

مثال 5 - 4: تم تصريف بترول خام كثافته 928 kg/m^3 ولزوجته $4 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m.s}}$ من قعر خزان مفتوح للجو. إن عمق السائل داخل الخزان فوق خط التصريف 6 m وقطر أنبوب التصريف 3.068 in وطوله 45 m ويحتوي على 2 صمام بوابة وكوع واحد 90° . يتم التصريف إلى مستودع ينخفض بمقدار 9 m عن خط سحب الخزان. أحسب معدل الجريان الحجمي للبتروال المتدفق خلال أنبوب التصريف مقدرًا بالمتر المكعب لكل ساعة.

الحل: من الجدول (5 - 1) نوجد قيم K_f للتوصيلات الموجودة في المسألة وكما يلي $\sum K_f = 0.9 + 2(0.2) = 1.3$. وبالعودة إلى معادلة الطاقة الميكانيكية نجد أن $\frac{\bar{u}_b^2}{2} + h_f = g(z_a - z_b) = 9.80665 [6 - (-9)] = 147.1 \frac{\text{m}^2}{\text{sec}^2}$

نلاحظ هنا عدم وجود مضخة وأن السرعة الأولية للمائع هي صفر وبما أن الخزائين مفتوحان للجو لذلك لن توجد الصيغ الخاصة بالضغط وحيث أن قيمة g في نظام الوحدات العالمي هي 1 لذلك تختصر المعادلة (5 - 9) إلى الصيغة أعلاه.

ولعدم وجود توسع في المجرى فلا توجد خسائر في الاحتكاك نتيجة ذلك ولأن المائع الجاري لا يدخل إلى حيز فراغ أكبر لذلك فإن $K_e = \text{صفر}$ و $K_c = 0.4$ و ذلك لأن النسبة بين المساحتين (S_b / S_a) صغير جدا (S_a أكبر بكثير من S_b).

$$d = \frac{3.068}{12} = 0.256 \text{ ft} = 0.0779 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \therefore h_f &= \left(4 C_f \frac{L}{d} + K_e + K_c + \sum K_f \right) \frac{\bar{u}^2}{2 g_c} \\ &= \left(\frac{(4)(45) C_f}{(0.0779)} + 0.4 + 1.3 \right) \frac{\bar{u}_b^2}{2} = (2311 f + 1.7) \frac{\bar{u}_b^2}{2} \quad (I) \end{aligned}$$

وبتعويض المعادلة رقم (I) في معادلة الطاقة الميكانيكية المختصرة نحصل على

$$\therefore \frac{\bar{u}_b^2}{2} + (2311 C_f + 1.7) \frac{\bar{u}_b^2}{2} = 147.1$$

$$\frac{\bar{u}_b^2}{2} (1 + 2311 C_f + 1.7) = 147.1 \Rightarrow \therefore \bar{u}_b^2 = \frac{294.2}{2311 C_f + 2.7} \quad (II)$$

إن عدد رينولدز يحسب من المعادلة التالية:-

$$N_{Re} = \frac{(0.0779)(928) \bar{u}_b}{(0.004)} = 18073 \bar{u}_b \quad (III)$$

لأن الأنبوب أملس وعدد رينولدز غير معروف فإن قيمة ثابت الخسونة k يساوي

$$0.00015 = \frac{(0.3048)(0.00015)}{(0.0779)} = \frac{k}{d}$$

إن حل المعادلتين (II) و (III) يكون بطريقة الخطأ والصواب Trial & Error

وذلك بفرض قيمة لمتوسط السرعة \bar{u}_b وتعويضها في المعادلة (III) وحساب قيمة

عدد رينولدز ثم استخراج قيمة C_f من الشكل (5 - 6) وتعويضها في المعادلة (II) وحساب قيمة \bar{u}_b المعدلة وهكذا لغاية الوصول إلى القيمة الصحيحة لـ \bar{u}_b والحسابات ملخصة في الجدول أدناه.

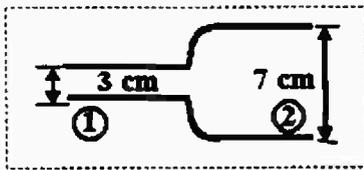
المعدلة \bar{u}_b	معامل الاحتكاك C_f	$N_{Re} \times 10^{-4}$	\bar{u}_b المفترضة
4.34	0.0056	7.23	4.00
4.37	0.0055	7.84	4.34
4.37	0.0055	7.4	4.37

إن معدل الجريان الحجمي للبتروك على هذا الأساس يساوي:-

$$75 \frac{m^3}{sec} = (0.00447 m^2) (3600 \frac{sec}{hr}) (4.37 \frac{m}{sec}) = Q$$

مثال 5-5: ماء عند درجة حرارة $20^\circ C$ وبمعدل جريان كتلي 8 kg/s يجري خلال أنبوب ذو توسع مفاجئ كما موضح في الشكل فإذا كان قطر الأنبوب لجهة التضيق هو 3 cm وفي جهة التوسع 7 cm أحسب مقدار الزيادة في الضغط الاستاتيكي بين التوسع والتضيق (الانقباض) علماً أن كثافة الماء 1000 kg/m^3 .

الحل:



مساحة المقطع الصغير (S_1) تحسب كما يلي:

$$S_1 = \frac{\pi}{4} d_1^2 = \frac{\pi (0.03)^2}{4} = 7.069 \times 10^{-4} m^2$$

ومساحة المقطع الكبير أو (التوسع) (S_2) تحسب كما يلي:

$$S_2 = \frac{\pi}{4} d_2^2 = \frac{\pi (0.07)^2}{4} = 3.848 \times 10^{-3} m^2$$

إن معادلة برنولي لهذه الحالة هي: $\frac{P_1 - P_2}{\rho} = \frac{1}{2} (\bar{u}_1^2 - \bar{u}_2^2)$

ولإيجاد السرعة في كل من التوسع والتخسر نستخدم معادلة الاستمرارية وهي:

$$m^{\circ} = \rho \bar{u} S \Rightarrow \therefore \bar{u} = \frac{m^{\circ}}{\rho S}$$

$$\therefore \bar{u}_1 = \frac{8}{(1000)(7.069 \times 10^{-4})} = 11.32 \text{ m / sec}$$

وعليه فإن:-

$$\therefore \bar{u}_2 = \frac{8}{(1000)(3.484 \times 10^{-3})} = 2.079 \text{ m / sec}$$

$$\therefore \frac{P_1 - P_2}{(1000)} = \frac{1}{2} [(11.32)^2 - (2.079)^2]$$

$$\therefore P_1 - P_2 = (1000) \left(\frac{1}{2}\right) [(11.32)^2 - (2.079)^2] = 61,910 \frac{KN}{m^2} = 61910 \text{ Kpa}$$

6.5 المعادلات المستخدمة في الطبقة المتاخمة على سطح صفيحة مستوية

Equations Used in Boundary Layer on Flat Plate

إن السرعة داخل الطبقة المتاخمة يمكن حسابها من المعادلة التالية:-

$$\frac{u}{u_{\infty}} = \frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta}\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \quad (23 - 5)$$

حيث أن y يمثل الارتفاع العمودي و δ هو سمك الطبقة الحدية.

ويمكن حساب سمك الطبقة المتخمة الانسيابية عند أي نقطة على سطح الصفيحة

المستوية باستخدام المعادلة التالية:-

$$\frac{\delta}{x} = \frac{4.64}{N_{Re x}^{0.5}} = 4.64 N_{Re x}^{-0.5} \quad (24 - 5)$$

حيث أن x يمثل البعد عن السطح.

مثال 5 - 6: هواء عند درجة حرارة $27^\circ C$ وضغط 1 atm يجري على سطح صفيحة مستوية بسرعة مساوية لـ 2 m/sec .

A- أحسب سمك الطبقة المتاخمة عند مسافة 20 cm وعند مسافة 40 cm من حافة الصفيحة.

B- أحسب معدل الجريان الكتلي الداخل للطبقة المتاخمة بين النقطتين $20 - 40$ سم علما أن لزوجة الهواء عند درجة حرارة $27^\circ C$ هي $\mu = 1.85 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{sec}}$

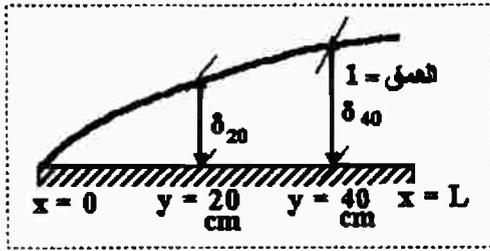
وأن عمق الصفيحة يساوي 1 m .

الحل:

(A) باستخدام المعادلة (24 - 5):

$$\frac{\delta}{x} = 4.64 N_{Re x}^{-0.5}$$

$$N_{Re x} = \frac{\rho u_\infty x}{\mu}$$



ولغرض إيجاد كثافة الهواء نستخدم قانون الغاز المثالي $PV = nRT$.

درجة حرارة الهواء المطلقة $= 273 + 27 = 300^\circ K$ ومن قانون الغاز المثالي

$$P = \frac{n}{V} RT = \frac{W / \bar{M}}{V} RT = \frac{\rho}{\bar{M}} RT \Rightarrow \therefore \rho = \frac{P \bar{M}}{RT}$$

\bar{M} هو متوسط الوزن الجزيئي الجرامي للهواء ويمكن التعويض عن الوزن الجزيئي للهواء بتضمينه في ثابت الغاز العام R وبالشكل التالي:

$$R = 8.3145 \frac{kJ}{kg \text{ mole} \cdot ^\circ K} \rightarrow \bar{R} = \frac{R}{M} = \frac{8.3145}{29} = 0.287 \frac{kJ}{kg \cdot ^\circ K}$$

$$\therefore \rho = \frac{P}{\bar{R} T}, \therefore \bar{R} = 0.287 \frac{kJ}{kg \cdot ^\circ K} = 287 \frac{J}{kg \cdot ^\circ K}$$

$$\therefore \rho = \frac{1.013 \times 10^5}{(287)(300)} = 1.177 \frac{kg}{m^3}$$

ملاحظة:

$$1 \text{ atm} = 14.7 \text{ psia} = 14.7 \frac{lb_f}{in.^2} = 76 \text{ cm Hg} = 760 \text{ mm Hg}$$

$$1 \text{ bar} = 1 \frac{kg}{cm^2} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} = 1.013 \times 10^5 \frac{N}{m^2}$$

$$N_{Re_x} = \frac{(1.177)(2)(0.2)}{(1.85 \times 10^{-5})} = 27580$$

$$\therefore \delta_{20} = \frac{(4.64)(0.2)}{\sqrt{27580}} = 0.00559 \text{ m} \quad \text{عند النقطة } x = 20 \text{ cm فإن:}$$

ونلاحظ هنا أن الجريان انسيابي لأن قيمة عدد رينولدز أقل من 5×10^5 .

$$N_{Re_x} = \frac{(1.177)(2)(0.4)}{(1.85 \times 10^{-5})} = 55160$$

$$\therefore \delta_{20} = \frac{(4.64)(0.4)}{\sqrt{55160}} = 0.007 \text{ m} \quad \text{عند النقطة } x = 40 \text{ cm فإن:}$$

$$m^{\circ} = \rho \int_0^{\delta} u \, dy \quad \text{(B) نحسب كتلة الجريان } m^{\circ} \text{ من القانون التالي:}$$

وحيث أن توزيع السرعة داخل الطبقة المتاخمة تمثله المعادلة:

$$\frac{u}{u_{\infty}} = \frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \quad \text{إذن بالتعويض في المعادلة أعلاه ينتج أن:}$$

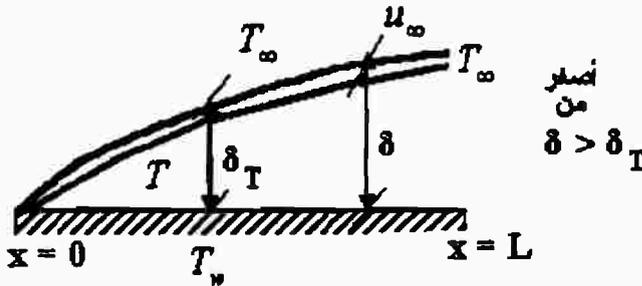
$$\therefore m^{\circ} = \int_0^{\delta} \rho u_{\infty} \left[\frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \right] dy$$

$$\therefore m^{\circ} = \rho u_{\infty} \left[\frac{3}{4} \left(\frac{y^2}{\delta} \right) - \frac{1}{8} \left(\frac{y^4}{\delta^3} \right) \right]_0^{\delta}$$

$$\therefore m^{\circ} = \rho u_{\infty} \left[\frac{3}{4} \delta - \frac{1}{8} \delta \right] = \rho u_{\infty} \delta \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{8} \right) = \frac{5}{8} \rho u_{\infty} \delta$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{net } m^{\circ} &= \frac{5}{8} \rho u_{\infty} [\delta_{40} - \delta_{20}] = \frac{5}{8} (1.177) (2) (0.007 - 0.00559) \\ &= 3.4 \times 10^{-3} \text{ kg / sec} \end{aligned}$$

ملاحظة: في حالة وجود فرق بين درجة حرارة المائع والصفحة المستوية فسوف تتكون طبقة متاخمة أخرى سائدة للطبقة المتاخمة الحرارية وغالبا ما يكون سمك الطبقة المتاخمة الحرارية أقل من سمك الطبقة المتاخمة الهيدروديناميكية.



يمكن حساب درجة الحرارة داخل الطبقة المتاخمة الحرارية باستخدام القانون:

$$\frac{T - T_w}{T_{\infty} - T_w} = \frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta_T} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta_T} \right)^3 \quad (25-5)$$

وإذا تم فرض أن: $\theta = T - T_w$ وأن $\theta_0 = T_{\infty} - T_w$ تصبح المعادلة أعلاه كما يلي

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta_T} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta_T} \right)^3 \quad (26-5)$$

في بعض الأنظمة قد يبدأ تسخين الصفيحة بعد مسافة معينة من مقدمة الصفيحة وهذا يعني أن تكون الطبقة المتاخمة الحرارية سيتأخر عن تكون الطبقة المتاخمة الهيدروديناميكية على فرض أن نقطة بداية التسخين مساوي لـ x_0 .

ويمكن حساب سمك الطبقة المتاخمة الحرارية في هذه الحالة من القانون التالي:

$$\sigma = \frac{St}{\delta} = 0.98 N_{Pr}^{-\frac{1}{3}} \left[1 - \left(\frac{x_0}{x} \right)^{\frac{3}{4}} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (27-5)$$

حيث أن N_{Pr} يمثل عدد Prandtl ويساوي $N_{Pr} = \frac{C_p \mu}{k}$ و C_p الحرارة النوعية للمائع و μ هي اللزوجة الديناميكية للمائع و k هي الموصلية الحرارية للمادة. في حالة تسخين الصفيحة من المقدمة تستخدم نفس المعادلة أعلاه على افتراض أن $x_0 = 0$ صفر فتصبح المعادلة (27-5) بالشكل التالي:-

$$\sigma = \frac{St}{\delta} = 0.98 N_{Pr}^{-\frac{1}{3}} \quad (28-5)$$

ويمكن حساب معامل انتقال الحرارة بالحمل لمثل هذه الطبقة باستخدام المعادلة:

$$N_{u_x} = 0.332 N_{Pr}^{\frac{1}{3}} N_{Re}^{\frac{1}{2}} \left[1 - \left(\frac{x_0}{x} \right)^{\frac{3}{4}} \right]^{-\frac{1}{3}} \quad (29-5)$$

حيث أن N_{ux} هو عدد نسلت Nusselt $N_{ux} = \frac{h_x x}{k}$ و h_x هو معامل انتقال الحرارة بالحمل عند النقطة x التي تمثل البعد عن السطح وإذا كانت الصفيحة مسخنة من البداية فيمكن حساب معامل انتقال الحرارة بالحمل من القانون التالي:

$$N_{ux} = 0.332 N_{Pr}^{\frac{1}{3}} N_{Re}^{\frac{1}{2}} \quad (30 - 5)$$

ويتم استخدام المعادلة (5 - 29) عندما تكون قيم عدد برانتدل أكبر من 0.6 وأصغر من 50 وكذلك نقيم عدد رينولدز N_{Re} أقل من 5×10^5 ونلاحظ من المعادلتين أعلاه أن قيم h المحسوبة في كلتا المعادلتين هي قيم h الموضحة عند نقطة h .

ولحساب متوسط معامل انتقال الحرارة لطول معين تستخدم العلاقة التالية:-

$$\bar{N}_{uL} = 2 N_{u,x} \quad (31 - 5) \quad , \quad \bar{N}_{uL} = \frac{\bar{h}_L \cdot L}{k} \quad (32 - 5)$$

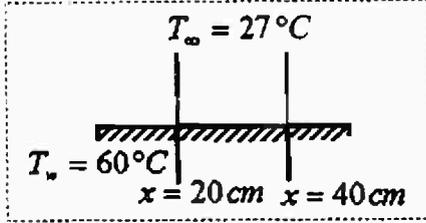
$$\therefore \bar{h}_L = 2 h_x$$

مثال 5-7 : هواء عند درجة حرارة 27°C وضغط جوي 1 atm يجري على صفيحة مستوية بسرعة مساوية لـ 2 m / sec . على فرض أن الصفيحة مسخنة بالكامل عند درجة حرارة 60°C أحسب معامل انتقال الحرارة بالحمل للـ 20 cm الأولى من الصفيحة وألـ 40 cm الأولى من الصفيحة وأحسب الحرارة المفقودة في كلا الحالتين إذا علمت أن اللزوجة الديناميكية للهواء هي $\gamma = 17.36 \times 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

وأن معامل التوصيل الحراري له هو $k_{air} = 0.0275 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$ وأن عدد برانتدل في

هذه الحالة هو 0.7 والسعة الحرارية للهواء هي $C_{P_{air}} = 1.006 \frac{kJ}{kg \cdot ^\circ C}$.

الحل: عند عدم ذكر مقدار العمق تعتبر قيمته 1m.



لإيجاد h_x من N_{ux} نقوم بتطبيق شروط

$$N_{ux} = 0.332 N_{Pr}^{\frac{1}{3}} N_{Re,x}^{\frac{1}{2}} \text{ المعادلة}$$

على أن يكون: $N_{Re,x} < 5 \times 10^5$ وعدد

برانتدل $0.6 < N_{Pr} < 50$ ولإيجاد $N_{Re,x}$:

$$(N_{Re,x})_{x=20} = \frac{u_\infty x}{\gamma} = \frac{(2)(0.2)}{(17.36 \times 10^{-6})} = 23041 < 5 \times 10^5$$

إن الجريان انسيابي وعلى أساس ذلك فإن عدد نسلت سيكون:

$$(N_{ux})_{x=20} = 0.332 N_{Re,x}^{\frac{1}{2}} N_{Pr}^{\frac{1}{3}} = (0.332)(23041)^{\frac{1}{2}}(0.7)^{\frac{1}{3}} = 44.74$$

$$(\bar{N}_u)_{L=20} = 2(N_u)_{x=20} = (2)(44.74) = 89.48$$

$$\therefore (\bar{N}_u)_{L=20} = \frac{\bar{h}_L L}{k} \Rightarrow \therefore \bar{h}_L = \frac{k}{L} (\bar{N}_u)_{L=20} = \frac{(0.0275)(89.48)}{(0.2)} = 12.3 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$$

إن كمية الحرارة المفقودة عند طول = 20 سم يمكن حسابها من المعادلة التالية:

$$q = \bar{h} A (T_w - T_\infty) = (12.3)(0.2)(1)(60 - 27) = 81.2 W$$

وعندما يكون البعد عن السطح هو 40 cm تتبع نفس الخطوات في الحل:

$$(N_{Re,x})_{x=40} = \frac{u_\infty x}{\gamma} = \frac{(2)(0.4)}{(17.36 \times 10^{-6})} = 46082 < 5 \times 10^5$$

أي أن الجريان انسيابي أيضا وعلى هذا الأساس تطبق نفس المعادلات أعلاه:

$$(N_{ux})_{x=40} = 0.332 N_{Re_x}^{\frac{1}{2}} N_{Pr}^{\frac{1}{3}} = (0.332)(46082)^{\frac{1}{2}} (0.7)^{\frac{1}{3}} = 63.28$$

$$\therefore (h_x)_{x=40} = \frac{k}{x} (N_{ux})_{x=40} = \frac{(0.0275)(63.28)}{(0.4)} = 4.35 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$$

$$\therefore (\bar{h}_L)_{L=40} = 2 (h_x)_{x=40} = (2)(4.35) = 8.7 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$$

$$\therefore q = \bar{h} A (T_w - T_\infty) = (8.7)(0.4)(1)(60 - 27) = 114.84 W$$

ملاحظة: تستخدم المعادلة (5 - 30) في حالة ثبوت درجة حرارة الصفيحة. أما في حالة عدم ثبوت درجة حرارة السطح الساخن وعند ثبوت الفيض الحراري المسلط على السطح يمكن استخدام المعادلات التالية لحساب معامل انتقال الحرارة فإذا كانت درجة حرارة السطح غير ثابتة والفيض الحراري ثابت تستخدم المعادلة أعلاه لحساب معامل انتقال الحرارة.

$$N_{ux} = \frac{h_x x}{k} = 0.453 N_{Re_x}^{\frac{1}{2}} N_{Pr}^{\frac{1}{3}} \quad (33 - 5)$$

إن المعادلة أعلاه تصلح للحالات التي يكون فيها عدد رينولدز أقل من 5×10^5 وعدد برانتل في المدى بين (0.6 - 50) وفي حالة عدم تطبيق الشروط المذكورة على الحالة المعنية يمكن استعمال المعادلة التالية:

$$N_{ux} = \frac{h_x x}{k} = \frac{0.3387 N_{Re_x}^{\frac{1}{2}} N_{Pr}^{\frac{1}{3}}}{\left[1 + \left(\frac{0.0468}{N_{Pr}} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^{\frac{1}{4}}} \quad (34 - 5)$$

حيث أن درجة حرارة الجدار T_w ثابتة. إن شروط استخدام المعادلة أعلاه هي أن يكون حاصل ضرب عدد رينولدز في عدد برانتل أكبر من 100 وتكون قيمة عدد رينولدز أقل من 5×10^5 أي أن الظروف هي:-

أما في حالة ثبوت الفيض الحراري وعدم تطابق الشروط المذكورة أعلاه على الحالة أي ($N_{Re_x} < 5 \times 10^5$) و ($N_{Pr} \times N_{Re_x} < 100$) أي أن الجريان يكون انسيابيا. فتستخدم المعادلة التالية

$$N_{u_x} = \frac{h_x x}{k} = \frac{0.4637 N_{Re_x}^{\frac{1}{2}} N_{Pr}^{\frac{1}{3}}}{\left[1 + \left(\frac{0.0207}{N_{Pr}}\right)^{\frac{2}{3}}\right]^{\frac{1}{4}}} \quad (35 - 5)$$

مثال 5 - 8: زيت محركات عند درجة 20°C يجري على صفيحة مستوية ذات مساحة 20 cm^2 وبسرعة 1.2 m/sec . تم تسخين هذه الصفيحة بحيث وصلت إلى درجة حرارة ثابتة مقدارها 60°C . أحسب الحرارة المفقودة بالحمل من هذه الصفيحة إذا علمت أن كثافة الزيت تساوي 875 kg/m^3 وأن معامل التوصيل الحراري للهواء $0.144\text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$ واللزوجة الديناميكية للهواء 0.00024 m/s^2 وأن قيمة عدد برانتل هي 2870 ؟

الحل: سوف نحسب قيمة N_{Re_x} مع عدم ذكر الأبعاد لأن المساحة معروفة لدينا وبفرض أن العمق هو 1 m يمكن حساب البعد ويساوي 20 cm .

$$N_{Re_x} = \frac{u_\infty L}{\gamma} = \frac{(1.2)(0.2)}{(0.00024)} = 1000 < 5 \times 10^5$$

$$\therefore (N_{Re_x})(N_{Pr}) = (1000)(2870) = 2870000 > 100$$

وفي هذه الحالة نطبق المعادلة (5 - 34) بالشكل التالي:-

$$N_{ux} = \frac{0.3387 N_{Re_x}^{\frac{1}{2}} N_{Pr}^{\frac{1}{3}}}{\left[1 + \left(\frac{0.0468}{N_{Pr}}\right)^{\frac{2}{3}}\right]^{\frac{1}{4}}} = \frac{(0.3387)(1000)^{\frac{1}{2}}(2870)^{\frac{1}{3}}}{\left[1 + \left(\frac{0.0468}{2870}\right)^{\frac{2}{3}}\right]^{\frac{1}{4}}} = 152.2$$

وعلى هذا الأساس فإن معامل انتقال الحرارة الفردي يحسب كما يلي:-

$$h_x = \frac{k}{x} N_{ux} = \frac{(0.144)(152.2)}{(0.2)} = 109.6 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$$

$$\bar{h}_L = 2 h_x = (2)(109.6) = 219.2 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$$

$$\therefore q = \bar{h}_L A (T_w - T_\infty) = (219.2)(20 \times 10^{-4})(60 - 20) = 17.536 W$$

7.5 العلاقة بين انتقال الحرارة والاحتكاك في الموائع

Relation between Heat transfer and Friction in Fluids

أولاً : الجريان الانسيابي أو الطبقي **Laminar Flow**

يمكن التعبير عن إجهاد القص للجدار نتيجة الاحتكاك عند السطوح الخشنة بالقانون التالي:-

$$\tau_w = C_f \frac{\rho u_\infty^2}{2} \quad (36 - 5)$$

حيث أن τ_w هو إجهاد القص للجدار و C_f هو معامل الاحتكاك. كذلك يمكن حساب إجهاد القص عند الجدار من القانون التالي:

$$\tau_w = \mu \left. \frac{du}{dy} \right|_{wall} \quad (37 - 5)$$

وبما أن السرعة في الجريان الانسيابي تحسب من المعادلة التالية:-

$$\frac{u}{u_{\infty}} = \frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \Rightarrow \therefore u = u_{\infty} \left[\frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \right]$$

وهذا يعني أن:

$$\left. \frac{du}{dy} \right|_{y=0} = \frac{d}{dy} \left[\frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \right]$$

وعند التعويض بالظروف الحدية نستنتج أن:-

$$\left. \frac{du}{dy} \right|_{y=0} = \frac{3u_{\infty}}{2\delta} \quad (38-5)$$

وعند تعويض المعادلة (38-5) في المعادلة (37-5) نحصل على:-

$$\tau_w = \frac{3}{2} \frac{\mu u_{\infty}}{\delta} \quad (39-5)$$

وللحصول على العلاقة بين إجهاد القص والأعداد عديمة الوحدات نستبدل قيمة δ في المعادلة أعلاه بما يعادلها من المعادلة (24-5) فنحصل على العلاقة التالية:

$$\tau_w = \frac{3}{2} \mu \frac{u_{\infty}}{4.64 x N_{Re x}^{-0.5}} = \frac{3}{2} \mu \frac{u_{\infty}}{4.64} \left(\frac{u_{\infty}}{\gamma x} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (40-5)$$

وبتعويض المعادلة (5-40) في المعادلة (5-36) وترتيبها نحصل على:-

$$\frac{C_f x}{2} = \frac{3}{2} \frac{\mu u_\infty}{4.64} \left(\frac{u_\infty}{\gamma x} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\rho u_\infty^2} = 0.323 N_{Re x}^{-0.5} \quad (41-5)$$

$$\boxed{\frac{C_f x}{2} = 0.323 N_{Re x}^{-\frac{1}{2}}} \quad (42-5) \quad \text{أي أن:}$$

وبالعودة إلى المعادلة (5-30) نجد أن: $N_{u x} = 0.323 N_{Re x}^{\frac{1}{2}} N_{Pr}^{\frac{1}{3}}$ وعند قسمة هذه المعادلة على المقدار $(N_{Re x} N_{Pr})$ سوف نحصل على:-

$$\frac{N_{u x}}{N_{Re x} N_{Pr}} = 0.323 N_{Re x}^{-\frac{1}{2}} N_{Pr}^{-\frac{2}{3}}$$

$$\therefore \frac{\frac{h_x x}{k}}{\frac{C_p \mu \rho u_\infty x}{\mu}} = \frac{h_x}{\rho C_p u_\infty} = (N_{St})_x = 0.323 N_{Re x}^{-\frac{1}{2}} N_{Pr}^{-\frac{2}{3}}$$

أو ما يعرف بعدد ستانتون

$$\therefore \text{ Stanton Number} = (N_{St})_x = 0.323 \frac{N_{Re x}^{-\frac{1}{2}}}{N_{Pr}^{\frac{2}{3}}} \Rightarrow \therefore (N_{St})_x N_{Pr}^{\frac{2}{3}} = 0.323 N_{Re x}^{-\frac{1}{2}}$$

$$N_{St} N_{Pr}^{\frac{2}{3}} = 0.323 N_{Re x}^{-\frac{1}{2}} \quad (43-5) \quad \text{إن العلاقة هي:}$$

بمقارنة المعادلة (5-42) مع المعادلة (5-43) نستنتج أن:-

$$N_{stx} N_{Pr}^{\frac{2}{3}} = \frac{C_f x}{2} \quad (44 - 5)$$

إن شروط تطبيق المعادلة أعلاه هي أن تكون قيمة عدد برانتدل بين (0.6 - 50) وقيمة عدد رينولدز أقل من 5×10^5 .

ثانياً: في حالة الجريان المضطرب Turbulent Flow

يمكن حساب معامل الاحتكاك للجريان المضطرب عند نقطة معينة من القوانين التالية:-

$$C_{fx} = 0.0592 N_{Re x}^{-\frac{1}{5}} \quad (45 - 5)$$

حيث أن عدد رينولدز أكبر من 5×10^5 وأقل من 1×10^7 .

وعندما تكون قيمة عدد رينولدز أكبر من 1×10^7 وأقل من 1×10^9 تستخدم المعادلة التالية:-

$$C_{fx} = 0.37 [Log N_{Re x}]^{-2.584} \quad (46 - 5)$$

ويمكن حساب متوسط معامل الاحتكاك لكل السطح المستوي باستعمال المعادلة:

$$\bar{C}_{fx} = 0.074 N_{Re L}^{-0.2} - \frac{A}{N_{Re L}} \quad (47 - 5)$$

حيث أن N_{ReL} تمثل عدد رينولتز في نهاية الصفيحة عند البعد $x = L$ أما N_{Rec} فتمثل عدد رينولتز الحرج Critical Reynolds Number. إن المعادلة (5 - 47) تستعمل عندما تكون قيم N_{ReL} أكبر من قيم N_{Rec} وأصغر من 10^7 .

عندما يكون الجريان عند نهاية الصفيحة مضطربا فإن هناك احتمال أن يكون هذا جزءا من جريان انسيابي في مقدمة تلك الصفيحة أما إذا كان ذلك في نهاية الجريان الانسيابي فإن جميع الجريان على الصفيحة هو انسيابي. عندما تكون قيمة عدد رينولتز أكبر من العدد الحرج وأصغر من 10^9 تستخدم المعادلة التالية:

$$\bar{C}_{fx} = \frac{0.455}{[\text{Log } N_{ReL}]^{2.584}} - \frac{A}{N_{ReL}} \quad (48-5)$$

وكما هو واضح فإن قيمة الثابت A تعتمد على قيمة عدد رينولتز الحرج والتي يبينها الجدول (5 - 2).

جدول (5 - 2)

قيم الثابت A مقابل عدد رينولتز الحرج

$10^3 \times 6$	$10^1 \times 6$	$10^5 \times 5$	$10^3 \times 5$	عدد رينولتز الحرج N_{Rec}
8940	3340	1742	1055	قيمة الثابت A

وينطبق العلاقة التي تم الحصول عليها والتي تربط بين معامل الاحتكاك وانتقال الحرارة وهي المعادلة (5 - 44) وتعويضها في المعادلات السابقة نستطيع أن نحصل على علاقات بالشكل التالي:-

$$\frac{C_{fx}}{2} = N_{St} \cdot N_{Pr}^{\frac{2}{3}} = 0.0296 N_{Re,x}^{-\frac{1}{5}} \quad (49-5)$$

تستخدم المعادلة أعلاه عندما تكون قيمة عدد رينولدز بين (5 x 10⁵ - 1 x 10⁷)

$$\frac{C_{fx}}{2} = N_{St} N_{Pr}^{\frac{2}{3}} = 0.185 [\log N_{Re,x}]^{-2.854} \quad (50-5)$$

وهذه تستخدم عندما تكون قيمة عدد رينولدز بين (1 x 10⁷ - 1 x 10⁹).
ولإيجاد متوسط معامل انتقال الحرارة لكلا المنطقتين الانسيابية والمضطربة يمكن أن نستخدم المعادلة التالية:-

$$\bar{N}_{St} \cdot N_{Pr}^{\frac{2}{3}} = \frac{\bar{C}_f}{2} \quad (51-5)$$

وكذلك نستطيع حسابها من المعادلة التالية:-

$$\bar{N}_{St} \cdot N_{Pr}^{\frac{2}{3}} = 0.037 N_{Re,L}^{\frac{1}{5}} - 871 N_{Re,L}^{-1} \quad (52-5)$$

حيث متوسط عدد ستانتون يحسب من المعادلة التالية:

$$\bar{N}_{St} = \frac{\bar{N}_u}{N_{Re,L} \cdot N_{Pr}} \quad (52-5)$$

$$\therefore \bar{N}_u = \frac{\bar{h} \cdot L}{k} = N_{Pr}^{\frac{1}{3}} (0.037 N_{Re,L}^{0.8} - 871) \quad (53-5)$$

وهذه تستخدم عندما يكون عدد رينولدز في المدى بين $(1 \times 10^5 - 1 \times 10^7)$. ويمكن حساب معامل انتقال الحرارة المتوسط للجزء الانسيابي والمضطرب سوية من المعادلة التالية:-

$$\bar{h} = \frac{1}{L} \left(\int_0^{x_{critical}} (h_x)_{Laminar} \cdot dx + \int_{x_{critical}}^L (h_x)_{Turbulent} \cdot dx \right) \quad (54 - 5)$$

وبتعويض المعادلتين التاليتين في المعادلة (5 - 54) نستطيع حساب متوسط القيمة لمعامل انتقال الحرارة h .

$$1 - N_{Sfx} \cdot N_{Pr}^{\frac{2}{3}} = 0.332 N_{Re x}^{-\frac{1}{2}} \quad \text{للجريان الانسيابي}$$

$$2 - N_{Sfx} \cdot N_{Pr}^{\frac{2}{3}} = 0.0296 N_{Re x}^{-\frac{1}{5}} \quad \text{للجريان المضطرب}$$

على أن تكون قيمة عدد رينولدز أقل من $(N_{Re x} < 1 \times 10^7)$

أما في حالة كون عدد رينولدز أعلى من هذا الرقم فيمكن استخدام المعادلة التالية لإيجاد متوسط معامل انتقال الحرارة للمنظومة:-

$$\bar{N}_{uL} = \frac{\bar{h} \cdot L}{k} = \left[0.228 N_{ReL} (\log N_{ReL})^{-2.584} - 871 \right] N_{Pr}^{\frac{1}{3}} \quad (55 - 5)$$

وتستعمل عندما يكون عدد رينولدز في المدى $(1 \times 10^7 - 1 \times 10^9)$. ويمكن استخدام المعادلات التالية لحساب متوسط معامل انتقال الحرارة للسوائل فقط والتي تعطي نتائج أفضل من المعادلات أعلاه.

$$\bar{N}_{uL} = 0.036 N_{Pr}^{0.43} \left[N_{ReL}^{0.8} - 9200 \right] \left(\frac{\mu_{\infty}}{\mu_w} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (56-5)$$

حيث أن:

μ_{∞} = لزوجة المائع أو السائل في التيار الحر عند درجة حرارة التيار الحر T_{∞}
 μ_w = لزوجة المائع أو السائل عند درجة حرارة الجدار أو الطبقة المتاخمة.

أما شروط تطبيق هذا المعادلة فهي:

1- تصلح للسوائل فقط.

2- يجب أن تكون النسبة $\frac{\mu_{\infty}}{\mu_w}$ في المدى بين (2.6 - 3.5).

3 - يجب أن تكون قيمة عدد برانتدل (N_{Pr}) في المدى بين (0.7 - 380).

ملاحظة: إن المعادلات السابقة تستخدم جميعها عند ثبوت درجة حرارة الجدار أي عندما ($T_w = \text{constant}$).

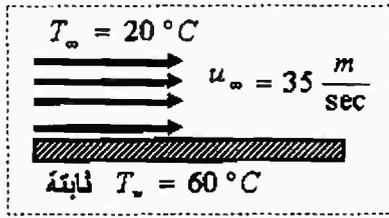
أما في حالة ثبوت الفيض الحراري على الجدار فيمكن حساب معامل انتقال الحرارة بالحمل من العلاقة التالية:

$$N_{ux} \Big|_{\text{فيض ثابت}} = 1.04 N_{ux} \Big|_{\text{درجة حرارة جدار ثابتة}} \quad (57-5)$$

والمثال التالي يوضح تلك الحالة.

مثال 5-9: هواء عند درجة حرارة 20°C وضغط 1atm يجري على صفيحة مستوية بسرعة 35 m / sec . كان طول الصفيحة 75 cm وكانت عند درجة

حرارة ثابتة مساوية إلى 60°C وكان عمق الصفيحة 1m . أحسب كمية الحرارة المفقودة بطريقة الحمل من هذه الصفيحة.



الحل:

إن متوسط درجة حرارة الطبقة أو الغشاء هو:

$$T_f = \frac{T_{\infty} + T_w}{2} = \frac{20 + 60}{2} = 40^{\circ}\text{C}$$

إن الخواص الفيزيائية للهواء نحصل عليها من المراجع المختلفة عند متوسط درجة الحرارة أي درجة حرارة الغشاء وهي:-

$$\mu_{air} = 1.96 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{sec}}$$

$$N_{Pr} = 0.7$$

$$k_{air} = 0.02723 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot^{\circ}\text{C}}$$

$$C_{P_{air}} = 1.007 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}$$

من قانون الغاز المثالي نستنتج الكثافة:-

$$\rho_{air} = \frac{P}{R_{air} T} = \frac{(1.013 \times 10^5)}{(287)(313)} = 1.128 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\therefore N_{ReL} = \frac{\rho \bar{u}_{\infty} L}{\mu} = \frac{(1.128)(35)(0.75)}{(1.906 \times 10^{-5})} = 1.553 \times 10^6$$

وحيث أن عدد رينولدز أكبر من 5×10^5 إذن الجريان هو مضطرب. ولإيجاد متوسط عدد نسلت (\bar{N}_{uL}) نستخدم المعادلة (5 - 43) وبالشكل التالي:

$$\bar{N}_{uL} = \frac{\bar{h} \cdot L}{k} = N_{Pr}^{\frac{1}{3}} \left[0.0337 N_{ReL}^{0.8} - 871 \right] = 2180$$

$$\therefore \bar{h} = \frac{\bar{N}_{uL} \cdot k}{L} = \frac{(2180)(0.02723)}{(0.75)} = 79.1 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$$

$$\therefore q = \bar{h} A (T_w - T_\infty) = (79.1)(0.75)(60 - 20) = 2373 W$$

8.5. الطبقة المتاخمة المضطربة Turbulent Boundary Layer

إن العلاقة بين السرعة داخل الطبقة المتاخمة المضطربة وسمك تلك الطبقة تمثلها المعادلة التالية:

$$\frac{u}{u_\infty} = \left(\frac{y}{\delta} \right)^{\frac{1}{7}} \quad (58-5)$$

وبشكل عام هناك حالتين يمكن معالجتها كل على حدة:
 أولاً: إذا كانت الطبقة المتاخمة مضطربة بالكامل من البداية إلى النهاية فيمكن حساب سمك الطبقة المتاخمة عند أي نقطة داخلها من القانون التالي:-

$$\frac{\delta}{x} = 0.381 N_{Re_x}^{-\frac{1}{5}} \quad (59-5)$$

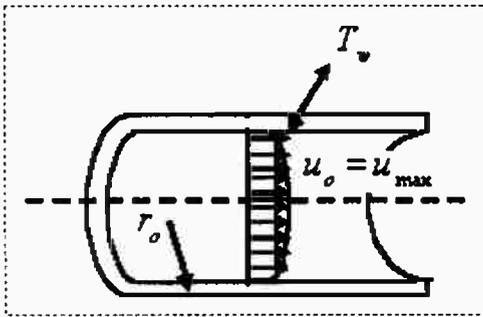
ثانياً: أما إذا كانت الطبقة المتاخمة في البداية هي طبقة انسيابية ثم تليها المنطقة المضطربة فيمكن حساب سمك الطبقة المتاخمة للمنطقة المضطربة من القانون التالي:-

$$\frac{\delta}{x} = 0.381 N_{Re_x}^{-\frac{1}{5}} - \frac{10256}{N_{Re_x}} \quad (60-5)$$

وهذه المعادلة تطبق عندما يكون عدد رينولدز في المدى $(5 \times 10^5 - 1 \times 10^7)$.

9.5 انتقال الحرارة داخل أنبوب في حالي الجريان الانسيابي والمضطرب Heat Transfer inside Pipe in Laminar and Turbulent Flows

أولاً: الشكل التالي يمثل منظومة جريان داخل أنبوب وكان الجريان انسيابي.



$$u = \frac{1}{4\mu} \frac{dP}{dx} (r^2 - r_o^2) \quad (61-5)$$

حيث أن u تمثل السرعة داخل الأنبوب

$$u_o = -\frac{r_o^2}{4\mu} \frac{dP}{dx} \quad (62-5) \quad \text{حيث أن:}$$

u_o تمثل السرعة عند المركز r_o .

وبقسمة المعادلة (61-5) على المعادلة (62-5) نحصل على:-

$$\frac{u}{u_o} = 1 - \frac{r^2}{r_o^2} \quad (63-5)$$

حيث إن u_o هي السرعة عند مركز الأنبوب r_o أما u فتمثل السرعة عند أي نصف قطر r ويمكن حساب متوسط درجة الحرارة ومعامل انتقال الحرارة للأنياب في حالة الجريان الانسيابي من العلاقة التالية:-

$$hd = \frac{48}{11} \frac{k}{d_o} \quad (64-5)$$

$$N_u d = \frac{hd_o}{k} = 4.364 \quad (65-5)$$

حيث أن h هو معامل انتقال الحرارة و d هو قطر الأنبوب.

ثانياً: يمكن حساب معامل انتقال الحرارة لمثل هذا النوع من الجريان أي الجريان المضطرب وللغازات التي تكون فيها قيمة عدد برانتدل تقارب الواحد أو تساوي الواحد ($N_{Pr} = 1.0$) باستخدام المعادلة التالية:-

$$N_{St} = \frac{h}{\rho C_p u_m} = \frac{N_u}{N_{Re_d} \cdot N_{Pe}} = \frac{f}{8} \quad (66-5)$$

حيث أن f يمثل معامل الاحتكاك في حالة الجريان المضطرب، u_m هو متوسط سرعة جريان المائع. إن المعادلة أعلاه تطبق فقط للغازات ويمكن حساب معامل الاحتكاك من القانون التالي:-

$$f = 0.316 N_{Re_d}^{-0.25} \quad (67-5)$$

بشرط أن يكون عدد رينولدز أقل أو يساوي 2×10^5 وبتعويض المعادلة أعلاه في المعادلة (66-5) وإعادة ترتيب المعادلة الناتجة نحصل على:-

$$N_{u_d} = 0.0395 N_{Re_d}^{0.75} \quad (68-5)$$

إن المعادلتين (5 - 66) و (5 - 68) تستخدم للغازات التي يساوي عدد برانتدل فيها الواحد الصحيح أي ($N_{Pr} = 1.0$).

أما في حالة السوائل والغازات التي لا يساوي عدد برانتدل فيها الواحد الصحيح فيمكن استعمال المعادلة التالية:-

$$N_{ud} = 0.023 N_{Re_d}^{0.8} N_{Pr}^{0.4} \quad (5 - 69)$$

10.5 تماثل رينولدز وتماثل تايلور - برانتدل المطور

Reynolds Analogy and Taylor - Prandtl Modified Analogy

إن أول تماثل ميز بين سلوك انتقال الزخم Momentum والطاقة Energy تم من قبل العالم رينولدز وقد افترض هذا العالم أن الميكانيكية التي يتم بها انتقال الزخم مشابهة للميكانيكية التي يتم بها انتقال الحرارة والكتلة وأن هذا الافتراض يصلح لحالة الجريان الانسيابي لمائع يجري على سطح مستوي وأن توزيع كل من السرعة خلال الطبقة المتاخمة يمكن أن يرتبط بالشكل التالي:-

$$N_{Sc} = \frac{\mu}{\rho D_A} = \frac{\delta}{\delta_C} \quad (5 - 70)$$

حيث أن N_{Sc} يمثل عدد شميدت Schmidt Number لانتقال الكتلة وهو عدد عديم الوحدات ويساوي $N_{Sc} = \frac{\mu}{\rho D_A}$ حيث أن ρ تمثل الكثافة و μ تمثل اللزوجة أما D_A فتمثل معامل الانتشار الكتلي للمادة A و δ_C تمثل السمك الحرج للطبقة المتاخمة وللجريان الانسيابي فإن معادلة توزيع التركيز داخل الطبقة المتاخمة هي

$$\frac{C_A - C_{AS}}{C_{A\infty} - C_{AS}} = \frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \quad (71-5)$$

حيث أن C_A هو تركيز المادة A داخل الطبقة المتاخمة و C_{AS} يمثل تركيز المادة A عند السطح المستوي أما $C_{A\infty}$ فتمثل تركيز المادة A في التيار الحر.

وبأخذ التفاضل للتركيز C_A بالنسبة لـ y في المعادلة (71 - 5) نحصل على:-

$$\frac{1}{C_{A\infty} - C_{AS}} \left(\frac{\partial C_A}{\partial y} \right) = \frac{3}{2\delta} - \frac{3y^2}{2\delta^3} \quad (72-5)$$

المعادلة الأخيرة تمثل تغير التركيز عند أي نقطة داخل الطبقة المتاخمة. إن سرعة المادة A عند أي بعد y داخل الطبقة المتاخمة تحسب وفق المعادلة (23 - 5)

$$\frac{u}{u_\infty} = \frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3$$

وعند أخذ تفاضل السرعة u نسبة للبعد y نحصل على الصيغة التالية:-

$$\frac{1}{u_\infty} \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{3}{2\delta} - \frac{3y^2}{2\delta^3} \quad (73-5)$$

ونلاحظ أن الطرف الأيمن في كل من المعادلتين (72 - 5) و (73 - 5) هو نفسه لذا نسوي المعادلتين فنحصل على ما يلي:-

$$\frac{1}{C_{A\infty} - C_{AS}} \frac{\partial C_A}{\partial y} = \frac{1}{u_\infty} \frac{\partial u}{\partial y} \quad (74-5)$$

وعند السطح أي عندما تكون قيمة y مساوية للصفر نكتب المعادلة أعلاه كما يلي

$$\frac{1}{C_{A\infty} - C_{AS}} \frac{\partial C_A}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{1}{u_\infty} \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (75-5)$$

إن معادلة انتقال الكتلة للمادة A داخل الطبقة المتاخمة يمكن كتابتها كما يلي:

$$N_A = -D_A \frac{\partial C_A}{\partial y} \Big|_{y=0} = k_c (C_{AS} - C_{A\infty}) \quad (76-5)$$

حيث أن N_A يمثل الفيض المولاري لانتقال الكتلة للمادة A أما k_c فيمثل معامل انتقال الكتلة بالحمل للمادة A. وعند ذلك نستنتج من المعادلة (76-5) أن:-

$$\frac{1}{C_{A\infty} - C_{AS}} \frac{\partial C_A}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{k_c}{D_A} \quad (77-5)$$

وبمساواة المعادلة (77-5) مع المعادلة (75-5) نحصل على:-

$$\therefore \frac{k_c}{D_A} = \frac{1}{u_\infty} \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (78-5)$$

وعندما يكون سمك الطبقة المتاخمة مساويا للسمك الحرج تصبح قيمة عدد شميدت مساوية للواحد الصحيح أي أن:-

$$\text{at } \delta = \delta_c \Rightarrow \therefore N_{sc} = \frac{\mu}{\rho D_A} = \frac{\delta}{\delta_c} = 1.0$$

$$\therefore D_A = \frac{\mu}{\rho} \quad (79 - 5)$$

وبتعويض المعادلة (79 - 5) في المعادلة (78 - 5) نحصل على الصيغة التالية:

$$\frac{\rho k_c}{\mu} = \frac{1}{u_\infty} \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (80 - 5)$$

إن قوة القص Shear Force عند السطح (τ_0) تحسب من القانون التالي:

$$-\mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = -\tau_0 \quad (81 - 5)$$

وبتعويض المعادلة (81 - 5) في المعادلة (80 - 5) نحصل على ما يلي:-

$$\rho k_c = \frac{(-\tau_0)}{u_\infty} \quad (82 - 5)$$

ومن معلوماتنا السابقة في ميكانيكا الموائع فإن معامل الاحتكاك داخل الطبقة المتاخمة C_f يرتبط مع انحدار السرعة داخل الطبقة بالعلاقة التالية:

$$C_f = \frac{-\tau_o}{(\rho u_\infty^2 / 2)} = \frac{2\mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0}}{\rho u_\infty^2} \quad (83-5)$$

$$\therefore -\tau_o = \frac{C_f \rho u_\infty^2}{2} \quad (84-5)$$

وبتعويض المعادلة (84 - 5) في المعادلة (82 - 5) نحصل على:-

$$\rho k_c = \frac{1}{\psi_\infty} \cdot \frac{C_f \rho u_\infty^4}{2} \quad (85-5)$$

$$\therefore \frac{k_c}{u} = \frac{C_f}{2} \quad (86-5)$$

إن المعادلة (86 - 5) تمثل ما يدعى بتمائل رينولدز البسيط وإذا تم التعويض عن معامل انتقال الكتلة k_c في المعادلة الأخيرة بالمفردات المعروفة في انتقال الحرارة فسوف نحصل على علاقة بالشكل التالي:-

$$N_{St} = \frac{h}{\rho C_p u} = 0.032 N_{Re}^{-0.25} \quad (87-5)$$

وهو ما يعرف بتمائل رينولدز Reynolds Analogy وقد طوّرت هذه العلاقة كي تصلح لجميع الحالات مثل الجريان فوق السطوح والأنابيب وسميت بتمائل تايلور - برانتدل المطور Modified Taylor - Prandtl وتكتب بالشكل التالي:

$$N_{Sr} = \frac{h}{\rho C_p u} = \frac{0.032 N_{Re}^{-0.25}}{1 + 2 N_{Re}^{-0.125} (N_{Pr} - 1)} \quad (88 - 5)$$

وبموجب تماثلي رينولدز وتيلور - برانتدل يمكن حساب مقدار الارتفاع في درجة حرارة المائع الجاري على سطح أو خلال أنبوب من المعادلة التالية:-

$$\ln \frac{T_w - T_o}{T_w - T} = 4 \cdot N_{Sr} \cdot \frac{L}{d} = \frac{4 h L}{\rho C_p u d} \quad (89 - 5)$$

حيث أن N_{Sr} تمثل عدد ستانتون لانتقال الحرارة و h هو معامل انتقال الحرارة بالحمل و L تمثل طول الأنبوب أو السطح أما d فتمثل قطر الأنبوب. والجدول رقم (5 - 3) يبين العلاقات الأساسية بين الأعداد عديمة الوحدات في كل من انتقال الحرارة والكتلة.

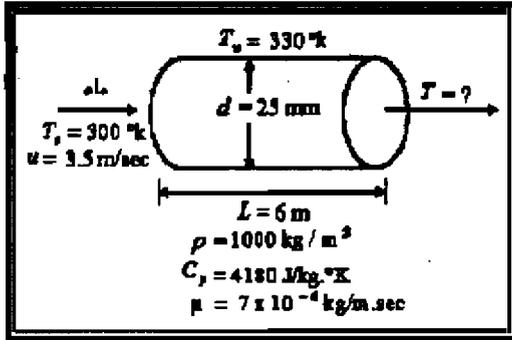
مثال 5 - 10: أحسب مقدار الارتفاع في درجة حرارة ماء يمر بسرعة مقدارها 3.5 m / sec خلال أنبوب حديدي أملس قطره 25 mm وطوله 6 m علماً أن الماء يدخل بدرجة حرارة $300 \text{ }^\circ\text{k}$ ودرجة حرارة جدار الأنبوب $330 \text{ }^\circ\text{k}$ وأن كثافة الماء هي 1000 kg / m^3 والحرارة النوعية للماء $4180 \text{ J/kg.}^\circ\text{K}$ أما لزوجة الماء فهي $7 \times 10^{-4} \text{ kg/m.sec}$ وأن معامل التوصيل الحراري للماء يساوي $0.65 \text{ W/m.}^\circ\text{k}$ مستخدماً ما يلي:

(a) تماثل رينولدز (b) تماثل تايلور - برانتدل المطور

الحل: إن الحالة موضحة في الشكل التالي المجاور

(a) نوجد عدد رينولدز أولاً:

$$N_{Re} = \frac{\rho \bar{u} d}{\mu} = \frac{(1000)(3.5)(0.025)}{7 \times 10^{-4}} = 1.25 \times 10^5$$



ثم نحسب عدد برانتكل N_{Pr} :

$$N_{Pr} = \frac{C_p \mu}{k} = \frac{(4180)(7 \times 10^{-4})}{0.65} = 4.5$$

نحسب بعد ذلك عدد ستانتون:

$$\begin{aligned}
 N_{St} &= 0.032 N_{Re}^{-0.25} \\
 &= 0.032 [1.25 \times 10^5]^{-0.25} \\
 &= 1.702 \times 10^{-3}
 \end{aligned}$$

نعوض في المعادلة (5 - 89) فنحصل على درجة حرارة الماء الخارج.

$$\ln \frac{T_w - T}{T_w - T_o} = 4 \cdot N_{St} \cdot \frac{L}{d} = (4)(1.702 \times 10^{-3}) \frac{(6)}{(0.025)} \quad (6)$$

$$\therefore \ln \frac{330 - 300}{330 - T} = 1.634 \Rightarrow \therefore \frac{330 - 300}{330 - T} = 5.124 \Rightarrow \therefore T = 324.2^\circ\text{K}$$

وهذا يعني أن الارتفاع في درجة حرارة الماء $\Delta T = 300 - 324.2 = 24.2^\circ\text{K}$

(b) باستخدام تماثل تايلور - برانتكل المطور نستخدم المعادلة (5 - 88) لحساب عدد ستانتون لانتقال الحرارة.

$$N_{St} = \frac{h}{\rho C_p u} = \frac{0.032 N_{Re}^{-0.25}}{1 + 2 N_{Re}^{-0.125} (N_{Pr} - 1)}$$

$$N_{St} = \frac{0.032 (1.25 \times 10^5)^{-0.25}}{1 + [2(1.25 \times 10^5)^{-0.125}] (4.5 - 1)} = 6.51 \times 10^{-4}$$

$$\therefore \ln \frac{330 - 300}{330 - T} = \frac{(4)(6)(6.51 \times 10^{-4})}{(0.025)} = 0.625$$

$$\therefore \frac{330 - 300}{330 - T} = 1.87 \Rightarrow \therefore T = 314^\circ K$$

$$\therefore \Delta T = 314 - 300 = 14^\circ K$$

جدول (5 - 3) العلاقات بين الأعداد عديمة الوحدات

ت	انتقال الحرارة	Heat Transfer	التقال الكتلة	Mass Transfer
	أسم العدد عديم الوحدات	الصيغة الرياضية	أسم العدد عديم الوحدات	الصيغة الرياضية
1	الانحدار في درجة الحرارة	$\frac{T - T_w}{T_o - T_w}$	الانحدار في التركيز	$\frac{C_A - C_{AS}}{C_{Ao} - C_{AS}}$
2	عدد رينولدز	$N_{Re} = \frac{\rho \bar{u} l}{\mu}$	عدد رينولدز	$N_{Re} = \frac{\rho \bar{u} l}{\mu}$
3	عدد برانتول	$N_{Pr} = \frac{C_p \mu}{k}$	عدد شميدت	$N_{Sc} = \frac{\mu}{\rho D_A}$
4	عدد نسلت	$N_s = \frac{hl}{k}$	عدد شيرود	$N_{St} = \frac{k_c l}{D_A}$
5	عدد Peclet	$N_{Pe} = \frac{l u}{\alpha} = \frac{C_p l \bar{u} \rho}{k}$	عدد Peclet	$N_{Pe} = \frac{l \bar{u}}{D_A}$
6	عدد ستانكون	$N_{St} = \frac{h}{\rho C_p \bar{u}}$	عدد ستانكون	$N_{St} = \frac{k_c}{\bar{u}}$

مثال 5 - 11: ينساب ماء بسرعة مقدارها 4 m / sec خلال أنبوب حديدي أملس قطره 25 mm أحسب معامل انتقال الحرارة للماء المنساب خلال الأنبوب إذا علمت أن كثافته 1000 kg / m³ ولزوجته 7 x 10⁻⁴ kg/m.s وأن الحرارة النوعية للماء هي 4180 J/kg.°K وأن الموصلية الحرارية للماء 0.6 W/m. °K باستخدام كل من: (a) تماثل رينولدز (b) تماثل تايلور - برانتول المطور

الحل:

$${}^5 10 \times 1.43 = \frac{(0.025)(4)(1000)}{(4 \cdot 10 \times 7)} = N_{Re} \text{ - نحسب عدد رينولدز}$$

ثم نحسب عدد برانتل بالشكل التالي:

$$N_{Pr} = \frac{C_p \mu}{k} = \frac{(4180)(7 \times 10^{-4})}{0.6} = 4.88$$

ثم نحسب عدد ستانتون بعد ذلك

$$N_{St} = 0.032 N_{Re}^{-0.25} = 0.032 [1.43 \times 10^5]^{-0.25} = 1.646 \times 10^{-3}$$

وبما أن عدد ستانتون هو دالة لمعامل انتقال الحرارة إذن:

$$N_{St} = 1.646 \times 10^{-3} = \frac{h}{\rho C_p \bar{u}} = \frac{h}{(1000)(4180)(4)}$$

$$\therefore h = (1000)(4180)(4)(1.646 \times 10^{-3}) = 27520 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K} = 27.5 \frac{kW}{m^2 \cdot ^\circ K}$$

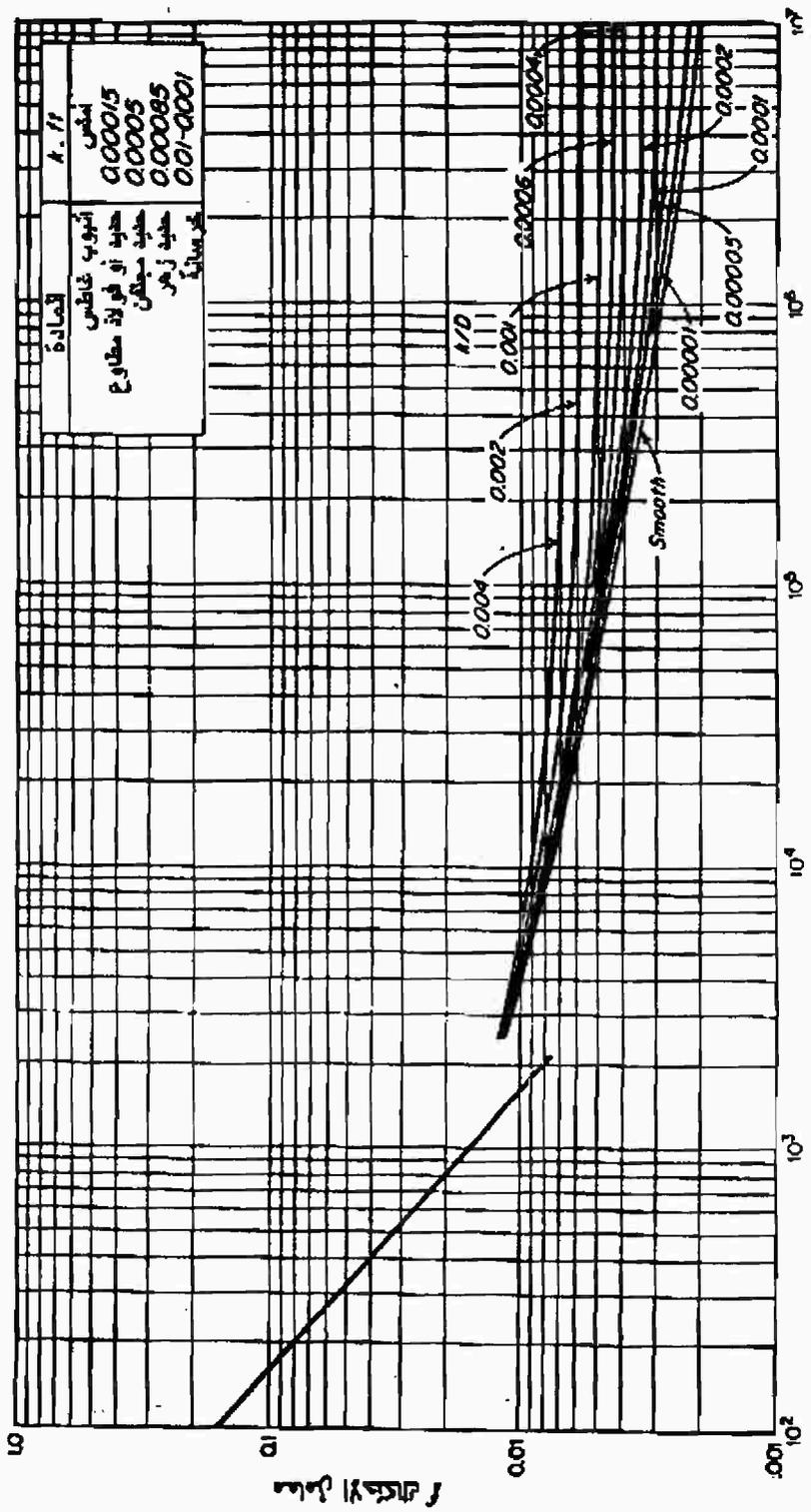
(b) بموجب تماثل تايلور - برانتل المطور تستخدم المعادلة (5 - 88)

$$N_{St} = \frac{h}{\rho C_p u} = \frac{0.032 N_{Re}^{-0.25}}{1 + 2 N_{Re}^{-0.125} (N_{Pr} - 1)}$$

$$\therefore \frac{h}{(1000)(4180)(4)} = \frac{0.032 (1.43 \times 10^5)^{-0.25}}{1 + [2(1.43 \times 10^5)^{-0.125}] (4.88 - 1)}$$

$$\therefore \frac{h}{(1000)(4180)(4)} = 5.963 \times 10^{-4}$$

$$\therefore h = (1000)(4180)(4)(5.963 \times 10^{-4}) = 9971 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K} = 9.98 \frac{kW}{m^2 \cdot ^\circ K}$$



عدد رينولدز $N Re$ العلاقة بين معامل الاحتكاك وعدد رينولدز
 الشكل (5 - 6)

11.5 تمارين في الباب الخامس

س1: إن تسخين زيت الغاز وزيت النرة في أنبوب بقطر داخلي قدره 0.662 in. والخارجي 0.84 in. قد وجد أنه يتبع المعادلة التالية:

$$\frac{hd}{k} = 0.0115 N_{Re}^{0.90} N_{Pr}^{1/3}$$

ومن المطلوب تدوير 5000 Ib/hr من زيت الغاز ذو الكثافة 47.35 Ib/ft^3 ومن المطلوب تسخين الزيت من درجة حرارة 110°F إلى درجة حرارة 130°F أحسب قيمة معامل انتقال الحرارة داخل الأنبوب إذا علمت أن لزوجة زيت الغاز عند متوسط درجة حرارة الأنبوب $2.416 \times 10^{-4} \text{ Ib/ft.s}$ وأن الحرارة النوعية للزيت $0.5 \text{ Btu/Ib.}^\circ \text{F}$ أما الموصلية الحرارية له فهي $0.076 \text{ Btu/hr.ft.}^\circ \text{F}$ ثم أحسب بعد ذلك الحرارة المفقودة من الزيت خلال الأنبوب لوحدته الطول.

س2: من المطلوب تسخين زيت محركات خفيف والمدرجة مواصفاته في الجدول أدناه من درجة حرارة 150°F إلى درجة حرارة 250°F في أنبوب حديدي قطره الداخلي 0.364 in. وطوله 15 ft. إن درجة حرارة جدار الأنبوب 350°F أحسب كمية الزيت المطلوب تسخينها في الأنبوب ومعامل انتقال الحرارة بالحمل للزيت إذا علمت أن عدد نسلت يرتبط مع المتغيرات الباقية بالعلاقة التالية:

$$N_u = \frac{hd}{k} = 2 \left(\frac{m^\circ C_p}{k L} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14}$$

حيث أن m° هي كتلة الجريان بوحدات Ib/hr و k هو معامل التوصيل الحراري و μ هي لزوجة الزيت و μ_w هي لزوجة الجدار أما L فهو طول الأنبوب بالقدم.

الحرارة النوعية C_p Btu /lb.°F	الموصلية الحرارية k Btu /hr.ft.°F	اللزوجة c_p	درجة الحرارة °F
0.48	0.082	6.0	150
		3.3	250
		1.37	350

س3: هواء بضغط 1 atm يمر من خلال أنبوب حديدي أفقي قطره 2.067 in. مزود بغلاف مسخن ببخار الماء. إن سرعة الهواء داخل الأنبوب 1.5 ft/s ودرجة حرارة دخوله 68 °F. درجة حرارة جدار الأنبوب 220 °F فإذا كانت درجة حرارة الهواء الخارج 188 °F، كم هو طول الأنبوب المطلوب لتسخين الهواء لهذه الدرجة الحرارية؟ وكم هي قيمة معامل انتقال الحرارة بالحمل داخل الأنبوب علماً أن الخواص الفيزيائية للهواء مدرجة في الجدول أدناه عند متوسط درجة الحرارة داخل الأنبوب. استخدم تماثل تايلور - برانتدل المطور.

(ملاحظة : يمكن استخدام نفس المعادلة المعطاة في المسألة السابقة)

اللزوجة μ cP	الكثافة ρ lb / ft ³	قيمة C_p Btu/lb.°F	قيمة k Btu /hr.ft.°F	درجة الحرارة °F
—	0.0753	—	—	68
0.019	—	0.25	0.0163	128
0.021	—	—	—	220

س4: ينساب ماء على حافة سطح مستوي صلب بسرعة 3 m / s. افرض أن الجريان داخل الطبقة المتاخمة هو جريان انسيابي وأن سرعة الماء داخل الطبقة المتاخمة تتبع العلاقة $u = a + by + cy^2 + dy^3$ حيث أن a , b , c , d ثوابت عند أي موقع x و y يمثل البعد عن السطح، أوجد العلاقة u بين السرعة والبعد داخل الطبقة المتاخمة y وإذا علمت أن كثافة الماء هي 1 gm/cm³ ولزوجة الماء هي 1 x 10⁻³ gm/cm . s فأحسب سمك الطبقة المتاخمة δ عند مسافة 7.5 ملم عن حافة السطح إذا علمت أن سمك الطبقة المتاخمة يتغير مع المسافة عن حافة السطح وفق العلاقة التالية $\frac{\delta}{x} = 4.64 N_{Re,x}^{-0.5}$ حيث أن $N_{Re,x}$ يمثل عدد رينولدز داخل الطبقة المتاخمة وأن السرعة في التيار الحر هي u_∞ . إن الظروف الحدية

لحل هذه المسألة هي:

$$\begin{aligned} \text{at } y = 0 & \quad u = 0 \\ \text{at } y = \delta & \quad u = u_{\infty} \\ \text{at } y = \delta & \quad \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=\delta} = 0 \end{aligned}$$

س5: يجري ماء بسرعة 4.0 m/s خلال أنبوب حديدي أملس قطره 50 mm وطوله 8 m. درجة حرارة دخول الماء °K 290 أما درجة حرارة جدار الأنبوب فهي °K 340 والمطلوب هو حساب معامل انتقال الحرارة بالحمل والارتفاع في درجة حرارة الماء الخارج من الأنبوب باستخدام: (a) تماثل رينولدز (b) تماثل تايلور - برانتدل المطور

علما أن الخواص الفيزيائية للماء عند متوسط درجة حرارة الأنبوب مدرجة أدناه

الخاصية	k W / m.°K	الكثافة ρ kg / m ³	اللزوجة μ m .N. s / m ²	C _p J/kg.°K
القيمة	0.6	1000	0.8	4200

س6: تقوم مضخة طرد مركزي بضخ محلول ملحي من قاع خزان تجهيز إلى خزان آخر مفتوحان للجو. الفرق بين مستوى الخزائين 150 قدم وطول الأنبوب المستقيم الرابط بينهما هو 600 قدم وقطره الداخلي 4.026 أنج. إن معدل الجريان الحجمي للمحلول الملحي هو 400 جالون/دقيقة ويحتوي خط الجريان على عدد 2 صمام بوابة وعدد 3 صمام كروري وعدد 4 كوع 90° وعدد 4 وصلة ثلاثية. كم هي كلفة الطاقة لتشغيل هذه المضخة لفترة عمل 24 ساعة يومياً؟ علما أن كثافة المحلول الملحي 73.52 باوند/قدم مكعب ولزوجته 1.2 cP وكلفة الطاقة \$ 400 للسنة على أساس 300 يوم عمل للسنة الواحدة. يمكن اعتبار أن كفاءة المضخة هي 60%. أستند من الجدول الموجود في أدناه لمعرفة قيم k_r لمختلف التوصيلات الأنبوبية.

نوع التوصيلة	صمام بوابة	صمام كروي	كوع 90°	وصلة ثلاثية
قيمة K	0.2	10.0	0.9	1.8

س7: يتم تسخين زيت عند درجة حرارة 50 °F في أنبوب أفقي قطره الداخلي 2.067 in. وطوله 60 ft. إن درجة حرارة السطح لأنبوب 120 °F وكان معدل جريان الزيت 150 جالون لكل ساعة عند درجة حرارة الدخول. كم هي درجة حرارة الزيت الخارج من الأنبوب وبعد الخلط؟ وكم هو متوسط معامل انتقال الحرارة؟ مواصفات الزيت مدرجة في الجدول التالي:

عند 120 °F	عند 60 °F	الخاصية الفيزيائية
0.74	0.79	الكثافة النوعية عند درجة حرارة 60 °F/60 °F
0.074	0.072	معامل التوصيل الحراري Btu / hr. ft. °F
8	18	اللزوجة cP
0.75	0.75	الحرارة النوعية Btu / lb. °F

س8: ينساب زيت خلال أنبوب حديدي قطره الداخلي 75 mm بسرعة 1 m/s. وقد تم تسخين الأنبوب من الخارج ببخار ماء ومعامل انتقال الحرارة الخارجي 11 kW/m².°C. في نقطة على محور الأنبوب، كانت درجة حرارة الزيت 50 °C وكانت كثافته 800 kg/m³ وكانت اللزوجة 2.1 cP وكانت الموصلية الحرارية له 0.135 W/m.°C وحرارته النوعية 2.17 J/g.°C. كم معامل انتقال الحرارة بالحمل عند تلك النقطة على أساس المساحة الداخلية للأنبوب؟ وإذا كانت درجة حرارة البخار 120°C كم هو الفيض الحراري عند هذه النقطة؟

س9: ضخ زيت من مستودع مفتوح للجو إلى قمة برج امتصاص يعمل عند ضغط 50 psig عن طريق مضخة كفاءتها 40%. الفرق بين ارتفاع السائل في الخزائين هو 20 ft وتتم عملية الضخ في أنبوب قطره الداخلي 3.068 in. وطوله المستقيم 150 ft ويحتوي 4 كوع 90° و3 صمام بوابة و2 وصلة ثلاثية. معدل الجريان

الحجمي للزيت 50 جالون/دقيقة وكثافته 54 lb/ft^3 ولزوجته 15 cP . أحسب القدرة الحصانية للمضخة وأستن بالجدول رقم (5 - 1) لحساب قيم الثوابت.

س10: بخار ماء عند درجة حرارة $403 \text{ }^\circ\text{K}$ يجهز لأنبوب قطره الخارجي 25 ملم. أحسب الفقد الحراري إلى المحيط الخارجي لكل متر من الأنبوب علماً أن درجة حرارة المحيط الخارجي هي $293 \text{ }^\circ\text{K}$ على فرض أن هناك انحدار مهمل في درجة الحرارة خلال جدران الأنبوب. إن معامل انتقال الحرارة الفردي

$$h = 1.22 \left(\frac{\Delta T}{d} \right)^{0.25} \frac{W}{m \cdot K}$$

حيث أن d هو القطر الخارجي للأنبوب بالمتر و ΔT هو الفرق بدرجة الحرارة بالكلفن بين سطح الأنبوب الخارجي والمحيط. ثم عزل الأنبوب بعد ذلك بطبقة عازلة سمكها 50 mm و معامل توصيلها الحراري هو $0.1 \text{ W/m} \cdot K$ فإذا كان معامل انتقال الحرارة الخارجي للأنبوب يعطى بواسطة نفس المعادلة أعلاه، كم هي نسبة الانخفاض في الفقد الحراري ؟

س11: جدار مستوي معرض لدرجة حرارة الجو ومقدارها $38 \text{ }^\circ\text{C}$. إن الجدار مغطى بطبقة من عازل سمكها 2.5 cm وتبلغ موصليته $1.4 \text{ W/m} \cdot K$ وكانت درجة حرارة على الجانب الداخلي للعازل $315 \text{ }^\circ\text{C}$ والحرارة المفقودة من الجدار إلى المحيط الخارجي هي بطريقة الحمل. أحسب قيمة معامل انتقال الحرارة بالحمل والذي يجب أن يحافظ على درجة حرارة السطح الخارجي عند $41 \text{ }^\circ\text{C}$.

س12: افرض أن هناك جدار يسخن من أحد جوانبه بالحمل ويبرد بالحمل أيضاً في الجانب الآخر. يبين أن معدل انتقال الحرارة خلال الجدار يمكن الحصول عليه

$$q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{h_1 A} + \frac{\Delta x}{k A} + \frac{1}{h_2 A}}$$

من المعادلة التالية حيث أن T_1 و T_2 هما درجات الحرارة للمائع على جانبي الجدار و h_1 و h_2 هي معاملات انتقال الحرارة المقابلة أما k فهو معامل التوصيل الحراري للعازل.