الفصل التاسع

نظرية الفائدة، معدل الفائدة، وتقييم الأصول العديمة الخطر

INTEREST THEORY, THE INTEREST RATE, AND THE VALUATION OF RISKLESS ASSETS

9

الفصل التاسع

نظرية الفائدة، معدل الفائدة، وتقييم الأصول العديمة الخطر

INTEREST THEORY, THE INTEREST RATE, AND THE VALUATION OF RISKLESS ASSETS

مقدمة

يلعب معدل الفائدة Interest Rate دوراً جوهرياً في موضوع التمويل من الناحيتين النظرية والتطبيقية. فمعدل الفائدة يدخل بشكل أساسي في القرارات المالية الهامة مثل قرار الاستثمار الرأسمالي، قرار التملك أو الاستئجار للتجهيزات الرأسمالية والعقارات، هيكل التمويل، تكلفة الرأسمال، سياسة توزيع الأرباح على المساهمين، التقييم، . . . ، الخ. ولعلَّه من المفيد قبل الدخول في استعمالات معدل الفائدة في التمويل من فهم **نظرية الفائدة** والعقلانية التي تحكم تحديد **معدل الفائدة**. وسيتم هنا التفريق ما بين معدل الفائدة **الحقيقي** ومعدل الفائدة **النقدي**.

بعد هذا البحث النظري والأساسي سيقدم مفهوم القيمة الزمنية للنقد وعمليتي **الحسم** Discounting **والتركيب** Compounding المبنية عليه. كذلك سيتم بحث مفهومي **السنوية** Annuity **والأبدية** Perpetuity. ويشتمل الفصل على تطبيقات عملية لمعدل الفائدة في التمويل وكيفية استعمال جداول الفائدة. وأخيراً سيتطرق البحث إلى التركيب المتعدد Multiple والمستمر Continuous، والذي سيقدم في ملحق في نهاية الفصل.

نظرية الفائدة Interest Theory

من المتعارف عليه أن معدل الفائدة يمثل سعر المال، ولكن الأصح هو أنه ثمن تأجيل الاستهلاك. ذلك لأن المنفعة Utility التي يحصل عليها الفرد من المال ليست مباشرة وإنما مستمدة من استهلاك السلع والخدمات التي يمكن شراؤها بالمال. فإذا طلب من الفرد أن يؤجل استهلاكه من الآن إلى المستقبل، فإنه سيطلب تعويضاً على ذلك بشكل أموال اضافية تدفع له في المستقبل وتمكنه من التمتع بكمية أكبر من الاستهلاك. إن نسبة هذا التعويض أو معدل الفائدة تمثل الحافز على تأجيل الاستهلاك.

لتوضيح مفهوم الفائدة هذا وآلية تحديد معدل الفائدة، يمكن استعمال نموذج **الاختيار الاقتصادي البسيط** Simple Economic Choice Model، وسيعتمد التحليل كثيراً على مساهمات الأستاذ Jack Hirshleifer حول الموضوع[1]. لنفترض الآن أن هناك مجتمعاً صغيراً يتميز بما يلي:

١ ـ هناك عدد [I] من الأفراد.

٢ ـ هناك سلعتان للاختيار فقط هما A & B.

٣ ـ إن عملية الاختيار لازمنية Timeless، أي أن هناك فترة زمنية واحدة فقط هي الآن.

٤ ـ إن **هدف** الفرد هو الوصول إلى مزيج الاستهلاك الأمثل من A & B، فإذا تحدد ذلك فإن الفرد سيحصل على هذا المزيج باستمرار.

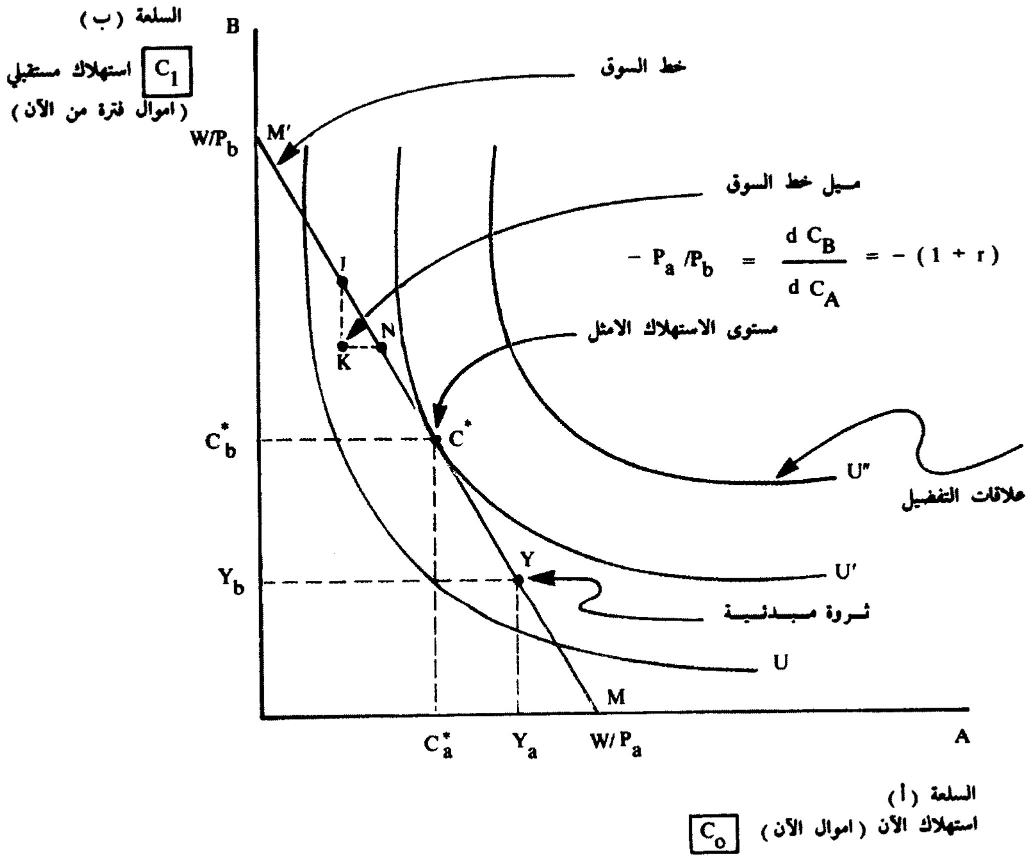
٥ ـ هناك **فرص للتبادل** Exchange Possibilities فقط متاحة للأفراد في هذا المجتمع، ولا توجد **فرص للانتاج** Production Possibilities.

على ضوء هذه الفرضيات، يمكن دراسة الخصائص التي يتمتع بها أي فرد واحد (i) في هذا المجتمع الصغير، وكيفية سلوك هذا الفرد. وسيتم ربط التحليل الكلامي بالنموذج الهندسي المبين في الشكل (٩ ـ ١) كما سيتم تقديم العلاقات بشكل رياضي أيضاً لزيادة الايضاح.

يتميز كل فرد **بعلاقة تفضيل** Preference Function تمكنه من ترتيب مزائج السلعتين A & B بحسب أفضليتها، ويمكن التعبير عنها هندسياً **بمنحنيات السواء** Indifference Curves المرموز إليها بـ U U ′ U ″ في الشكل (٩ ـ ١) كذلك يملك كل فرد **ثروة مبدئية**

الشكل (٩ ـ ١)

نموذج الاختيار الاقتصادي البسيط
وتطبيقه لتحديد معدل الفائدة الحقيقي



Endowment تتألف من مزيج ما من السلعتين كما يلي $Y = [Y_a, Y_b]$. تتمثل هذه الثروة بالنقطة (Y) على خط السوق، وتظهر مكوناتها على محوري السلعتين. أما فرص التبادل

في السوق فيعبر عنها هندسياً **خط السوق** ′MM، وهو خط مستقيم ينحدر من الزاوية العلوية اليسرى وباتجاه اليمين ويتقاطع مع المحورين. ولقياس القيمة نفترض أن هناك **نقداً حسابياً** Money of Account، وبالتالي فإن قيمة الثروة المبدئية للفرد تساوي إلى مجموع كل من عناصر هذه الثروة مضروبة بأسعارها، وذلك كما يلي:

$$W = P_a Y_a + P_b Y_b \qquad (١ـ٩)$$

حيث أن:

قيمة الثروة	$W =$
سعر وحدة السلعة A حسب مقياس القيمة	$P_a =$
سعر وحدة السلعة B حسب مقياس القيمة	$P_b =$
عنصر الثروة المبدئية من السلعة A	$Y_a =$
عنصر الثروة المبدئية من السلع B	$Y_b =$

فإذا أراد الفرد أن ينفق كامل ثروته على السلعة A فإنه يمكنه الحصول على الكمية W/P_a منها، تقاطع خط السوق 'MM مع محور السلعة A. وإذا أراد أن ينفق كامل ثروته على السلعة B فيمكنه الحصول على الكمية W/P_b منها، أي تقاطع الخط 'MM مع محور السلعة B كما هو مبين على الشكل (٩ ـ ١). ولزيادة التبسيط يمكن الاستعاضة عن النقد الحسابي بأحد السلعتين كمقياس للقيمة. فإذا تم استخدام السلعة «A» كمقياس للقيمة فإن سعر الوحدة من هذه السلعة يصبح بالضرورة الوحدة النقدية، ويساوي بالتالي إلى واحد: $P_a = ١$. وعلى ضوء ذلك يمكن إعادة كتابة معادلة خط السوق كما يلي:

$$W = Y_a + P_b Y_b \qquad (٢ـ٩)$$

يبدو واضحاً من تفحص الشكل الهندسي أن الفرد (i) غير راضٍ عن مزيج ثروته المبدئية من السلعتين استناداً إلى علاقة تفضيله. إن المزائج المتاحة له تتمثل بالمثلث 'OMM الذي يدعى **مجموعة الفرص المتاحة** Attainable Set. ولكن الفرد يرغب بالبقاء على الخط 'MM لأن أيّ مزيج إلى يسار الخط (كالنقطة K مثلاً) تقابله نقطتان على الخط

(L,N) تتفوقان عليه لأنهما تحتويان على كمية أكبر من إحدى السلعتين. ولتعديل مزيج ثروته المبدئية، يتعين على الفرد إجراء عملية تبادل مع أفراد آخرين في السوق، أي التحرك على خط السوق حتى يصل إلى **مزيج الاستهلاك الأمثل** Consumptive Optimum الذي يعظم المنفعة من الاستهلاك، والممثل بالنقطة $C^* = [C^*_a, C^*_b]$ ومكوناتها، وهي نقطة التماس ما بين خط السوق وأعلى منحنى سواء. فإذا قام كل فرد غير راضٍ عن ثروته المبدئية بالاشتراك في عملية المبادلة في السوق، فإنه سيتم في نهاية عملية التبادل تحديد أسعار التوازن Equilibrium Prices لكل من السلعتين، وبالتالي ميل Slope خط السوق 'MM الذي يساوي إلى نسبة الأسعار $-P_a/P_b$[٢]. تبعاً لذلك يكون الفرد (i) قد تخلى عن الكمية $[Y_a - C^*_a]$ من السلعة A للحصول على $[C^*_b - Y_b]$ من السلعة B لكي يصل إلى نقطة التماس C^* حيث يكون **معدل الاحلال الحدي** Marginal Rate of Substitution (ميل منحني السواء) مساوياً إلى نسبة الأسعار (ميل خط السوق 'MM) وذلك كما يلي:

$$\frac{C^*_b - Y_b}{Y_a - C^*_a} = \frac{-P_a}{P_b} = \frac{-1}{P_b} \qquad (٩ـ٣)$$

أو أن

$$P_a(Y_a - C^*_a) = P_b(C^*_b - Y_b) \qquad (٩ـ٤)$$

أي أن قيمة السلع المشتراة يجب أن تساوي قيمة السلع المباعة في حالة التبادل في السوق. من الممكن التعبير عن نموذج الاستهلاك الاقتصادي المبسط بنظام المعادلات الآتي:

$$\left.\frac{\partial C_B}{\partial C_A}\right|_U = \gamma\,(C_A, C_B) \qquad (٩ـ٥)$$

علاقة التفضيل وتقاس بميلها، معدل الاحلال الحدي، الذي يتغير مع الكميات لمستهلكة من السلعتين A, B.

$$C_A + P_B C_B = Y_A + P_B Y_B \qquad (٩ـ٦)$$

مقيد الثروة Wealth Constraint، أو **معادلة خط السوق**، وتحدد أن قيمة استهلاك الفرد من السلعتين A,B لا يمكن أن يتجاوز قيمة ثروته المبدئية في عالم لا توجد فيه إلا فرص للتبادل.

$$\left.\frac{\partial C_B}{\partial C_A}\right|_U = \frac{-P_a}{P_b} = \frac{-1}{P_b} \qquad (٩ـ٧)$$

مزيج الاستهلاك الأمثل للفرد حيث يتساوى معدل الاحلال الحدي مع نسبة الأسعار. ويتم الحصول على هذه المعادلة من تعظيم علاقة التفضيل (معادلة ٩ ـ ٥) من خلال مقيد الثروة (معادلة ٩ ـ ٦) وباستعمال **مضاعف لاغرانج** Lagrangian Multiplier. تبقى هناك علاقتان للمحافظة على الاجماليات Conservation Equations وهما:

$$\sum_{i=1}^{I} C_A^i = \sum_{i=1}^{I} y_A^i \qquad (٩ـ٨)$$

$$\sum_{i=1}^{I} C_B^i = \sum_{i=1}^{I} y_B^i$$

وتقول العلاقة الأولى أن اجمالي الاستهلاك من السلعة A في المجتمع يجب أن يساوي (لا يمكن أن تتجاوز) اجمالي ما هو موجود من هذه السلعة في مكونات الثروة المبدئية لأفراد المجتمع، والسبب في ذلك أنه لا توجد في هذا المجتمع فرص للانتاج. وبتوفر هذا الشرط للسلعة A فإنه يجب أن يكون متوفراً بالضرورة للسلعة B، لذلك تعتبر المعادلتان كأنهما معادلة واحدة.

معدل الفائدة الحقيقي Real Rate of Interest

ما هي العلاقة بين نموذج الاختيار الاقتصادي البسيط ومعدل الفائدة الحقيقي؟ إن النموذج يقدم الأساس النظري لمعدل الفائدة كما سيتوضح فيما يلي: لنفترض عوضاً عن السلع A, B، أن أدوات الاختيار هي **حقوق مؤرخة للاستهلاك** Dated Consumption

Claims، أي أموال Funds تستحق بتواريخ مختلفة في المستقبل. هذا يعني أن الزمن قد دخل إلى النموذج بشكل محدد على عكس النموذج السابق. ولنفترض للتبسيط أن هناك فترتين زمنيتين فقط هما، $t = 0$ و $t = 1$ ، وبالتالي فإن أدوات الاختيار هي أموال الآن وأموال تستحق بعد فترة من الآن، ولتكن هذه الفترة سنة. أي أن الثروة المبدئية للفرد (Y) تتكون من جزئين أحدهما جاري y_0 والآخر مستقبلي يستحق بعد سنة من الآن Y_1. إن هدف الفرد في هذا التحليل هو الوصول إلى **النمط الزمني المفضل للاستهلاك** Preferred Time Pattern of Consumption، أي الوصول إلى التوازن المرغوب به بين حقوق الاستهلاك للتواريخ المختلفة، في هذه الحالة C_1, C_0 أي لفترتين فقط. وكما سبق يمكن التعبير عن قيمة ثروة الفرد بضرب كل من مكونات الثروة بسعرها ثم جمع النتائج، وهو ما توضحه المعادلة الآتية:

$$W = y_0 \ P_0 \ + \ y_1 \ P_1 \qquad (٩ - ٩)$$

بحيث أن:

$W =$ قيمة الثروة المبدئية للفرد

$y_0 =$ الجزء الجاري من الثروة المبدئية، أموال سائلة

$y_1 =$ الجزء المستقبلي من الثروة المبدئية للفرد ويستحق بعد سنة من الآن

وكما في السابق يمكن استعمال أداة الاختيار العائدة للمحور الأفقي، في هذه الحالة أموال الآن C_0، لقياس القيمة. وبالتالي يكون سعر وحدة الأموال الآن يساوي الواحد: $P_0 = 1$. وللتعبير عن قيمة الأموال المستقبلية بأموال الآن، يمكن القول إن وحدة من الأموال التي تستحق بعد سنة من الآن تساوي قيمتها إلى $[1/1 + r_1]$ 1 من الأموال الآن. وتسمى هذه العملية **بالخصم** Discounting. كذلك يمكن القول إن وحدة من أموال اليوم تساوي قيمتها إلى وعد بدفع $[1 + r_1]$ 1 بعد سنة من الآن. وتسمى هذه العملية **بالتركيب** Compounding. ويمثل (r_1) معدل الفائدة السنوي.

مرة أخرى إذا عدنا إلى الشكل (٩ ـ ١) نلاحظ بعد تغيير تسميات محاوره إلى C_1, C_0 أن الثروة المبدئية للفرد لا تحقق له النمط الزمني الأمثل للاستهلاك. فبحسب علاقة التفضيل المبينة في الشكل، يرغب هذا الفرد بأن يستهلك **الآن بأقل** مما عنده من مقدرة

شرائية الآن، ويرغب أن يستهلك في **المستقبل بأكثر** مما تسمح له مقدرته الشرائية في ذلك الوقت. أي أن هذا الفرد يمثل **وحدة فائض** Surplus Unit الآن. لتعديل ثروته المبدئية يمكن لهذا الفرد بأن يقوم بعملية مبادلات في السوق مع أفراد يرغبون بأن يستهلكوا الآن بأكثر مما تسمح لهم قدرتهم الشرائية، أي **وحدات عجز** Deficit Units. فإذا أقدم كل أفراد المجتمع المفترض أنهم غير راضين عن ثرواتهم المبدئية على تعديلها بالمبادلة، تحدد بنتيجة عملية التبادل هذه معدل الفائدة التوازني لسنة واحدة Equilibrium Rate of Interest وكذلك ميل خط السوق الذي يساوي إلى $(1 + r_1)-$[٣]. وكلما كان معدل الفائدة أعلى كان ميل خط السوق أكبر وانحدار الخط أشد حدة، وكلما كان معدل الفائدة أقل كان ميل خط السوق أصغر وكان الخط مفلطحاً. وباستعمال معدل الفائدة كمعدل خصم Discount Rate تصبح قيمة الثروة:

$$W = y_0 + \frac{y_1}{(1 + r_1)} \qquad (٩-١٠)$$

بحيث أن y_0 تمثل الجزء الجاري من الثروة، وأن $y_1 / (1 + r_1)$ تمثل القيمة الحالية للجزء المستقبلي من الثروة والذي يستحق بعد سنة.

إن معدل الفائدة المبحوث أعلاه يدعى **معدل الفائدة الحقيقي**، وهو مفهوم ذو أهمية كبرى كونه يتحدد من خلال نمط التفضيل الزمني للاستهلاك Consumption Time - Preference Theory في المجتمع. أي أن معدل الفائدة الحقيقي هو العائد(الثمن) الذي يطلبه الفرد لتأجيل استهلاكه من الآن إلى المستقبل. ويختلف معدل الفائدة الحقيقي من مجتمع إلى آخر بحسب **النزعة الحدية للاستهلاك** Marginal Propensity to Consume، وبالتالي **النزعة الحدية للادخار** Marginal Propensity to Save، والتي يحددهما مستوى الدخل. ففي البلاد المتخلفة والتي تتميز بمستوى منخفض للدخل، يكون معدل الفائدة الحقيقي مرتفعاً لأن ثمن تأجيل الاستهلاك مرتفع. لذلك يقال إن البلدان المتخلفة تعاني من النقص في رأس المال وأن تكلفة الرأسمال عالية. أما في البلدان الصناعية المتقدمة، فإن مستوى الدخل يكون مرتفعاً، أي أن النزعة الحدية للاستهلاك أقل والنزعة الحدية للادخار أعلى، وبالتالي يكون معدل الفائدة الحقيقي أدنى بالمقارنة مع البلدان المتخلفة.

إن العامل الأساسي الثاني الذي يؤثر في تحديد معدل الفائدة الحقيقي **هو الانتاجية الحدية للرأسمال (أو للاستثمار)** Marginal Efficiency of Investment (MEI). فإذا سمحنا بوجود فرص للانتاج بالإضافة إلى فرص التبادل في نموذج الاختيار الاقتصادي المبحوث أعلاه، فإن أفراد المجتمع المفترض سيقومون بتعظيم ثروتهم من طريق الاستثمار والانتاج أولاً، ثم يقومون بعمليات التبادل في السوق للوصول إلى نمط الاستهلاك الزمني المفضل. هذا يعني أن معدل الفائدة الحقيقي يتناسب طرداً مع الانتاجية الحدية للاستثمار. أي أنه كلما كان وسطي العائد على الاستثمار في مجتمع ما أعلى، كان العائد المطلوب من قبل الأفراد لتأجيل الاستهلاك مرتفعاً، وكان معدل الفائدة الذي يكون المقترضون المحتملون مستعدين لدفعه أعلى.

معدل الفائدة النقدي Monetary Rate of Interest

إن معدل الفائدة الحقيقي لا يمكن ملاحظته مباشرة، ويجب تمييزه عن معدل الفائدة النقدي الذي يمكن ملاحظته مباشرة في الأسواق المالية. ويتألف معدل الفائدة النقدي من ثلاثة مكونات كما يلي:

$$i = \alpha + \beta + \gamma \qquad (٩ - ١١)$$

بحيث أن:

معدل الفائدة النقدي = i

معدل الفائدة الحقيقي = α

علاوة لمعدل التغير في مستوى الأسعار المتوقع (التضخم) = β

علاوة للخطر = γ

ومن الممكن اعتبار معدل الفائدة الفضلى والعائد على أذونات الخزينة ومعدل الفائدة على شهادات الإيداع... الخ، كمؤشرات لمعدل الفائدة النقدي. إن معدلات الفائدة هذه يمكن متابعتها في الأسواق النقدية، ويمكن باستعمالها تحديد معدل الفائدة الحقيقي تقريباً. فإذا كانت الفائدة الفضلى ١٤ بالمئة، وعلاوة الخطر التي تتقاضاها البنوك من أحسن زبائنها ٢ بالمئة، ومعدل التضخم في الأسعار ٤ بالمئة، فإن معدل الفائدة الحقيقي يكون مساوياً إلى ٨ بالمئة. عادة يستعمل عائد أذونات الخزينة كونه عديم الخطر ويطرح منه معدل التضخم للحصول على معدل الفائدة الحقيقي.

النماذج العامة للخصم والتركيب

General Compounding and Discounting Models

من الممكن تعميم مفهومي الحسم والتركيب بتوسيع الأفق الزمني للتحليل إلى عدد (N) من الفترات الزمنية المستقبلية المحددة. وبالتالي فإن الثروة المبدئية Endowment تصبح مكونة من (N + 1) عنصر زمني كما يلي:

$$Y = [y_0, y_1, y_2, ---, y_n]$$

وعند زيادة عدد الفترات الزمنية، وبافتراض أن الفترة تساوي إلى سنة، سيكون هناك معدل فائدة سنوي توازني لتبادل الأموال بين كل فترة t و t + 1. أي أنه سيكون هناك عدد (N) من معدلات الفائدة السوقية المختلفة، واحد لكل سنة، وذلك كما يلي:

$$[r_1, r_2, r_3, ---, r_n]$$

إن معدلات الفائدة هذه ليست متساوية وإنما مختلفة لاختلاف الطلب والعرض على الأموال في كل سنة. بناءً على ذلك تصبح معادلة **القيمة الحالية** للثروة:

$$W_0 = y_0 + \frac{y_1}{(1+r_1)} + \frac{y_2}{(1+r_2)(1+r_1)} + ---- + \frac{Y_n}{(1+r_n)(1+r_{n-1})\,---\,(1+r_2)(1+r_1)} \qquad (٩\_١٢)$$

وتبين هذه المعادلة **القيمة الحالية** Present Value لكل من عناصر الثروة. أما العنصر الجاري للثروة y_0 فلا لزوم لخصمه. ومن الممكن اختصار المعادلة كما يلي:

$$W_0 = y_0 + \sum_{t=1}^{N} \frac{y_t}{\prod_{j=1}^{t} (1 + r_j)} \qquad (٩\_١٣)$$

أما معادلة القيمة النهائية (أو المركبة) للثروة Terminal Value of Wealth فتصبح كما يلي:

$$W_n = y_0 [(1 + r_1)(1 + r_2) ---- (1 + r_n)] + y_1 [(1 + r_2)(1 + r_3) ---- (1 + r_n)] + ----- + y_{n-1}(1 + r_n) + y_n \quad (٩ - ١٤)$$

كذلك يمكن اختصار هذه المعادلة كما يلي:

$$W_n = \sum_{t=0}^{N} y_t \prod_{j=t+1}^{N} (1 + r_j) \quad (٩ - ١٥)$$

مع العلم أن الرمز Π يعني إشارة الضرب.

الحالة الخاصة لنماذج الخصم والتركيب

قدمت المعادلتان (٩ ـ ١٢) و (٩ ـ ١٤) الموديلات العامة للخصم والتركيب، أي عندما تكون معدلات الفائدة مختلفة من فترة زمنية إلى أخرى كما هو متوقع نظرياً لاختلاف الطلب والعرض على الأموال في كل فترة. ولكن يمكن لتبسيط هذه الموديلات أكثر افتراض أن معدلات الفائدة متساوية وتساوي إلى معدل ثابت (r)، وذلك كما يلي:

$$r_1 = r_2 = \; ---- = r_n = r = \text{ثابت}$$

بالطبع إن هذه الحالة خاصة، ولكنها ستكون الطريقة المستعملة في الحسم والتركيب في هذا الكتاب وذلك للتبسيط. وباستعمال معدل فائدة ثابت تصبح معادلة الحسم:

(٩ ـ ١٦)

$$W_0 = y_0 + \frac{y_1}{(1 + r)} + \frac{y_2}{(1 + r)^2} + ---- + \frac{y_n}{(1 + r)^n}$$

واختصاراً:

$$W_o = y_o + \sum_{t=1}^{N} \frac{y_t}{(1+r)^t} \qquad (٩ - ١٧)$$

أما معادلة التركيب أو القيمة النهائية للثروة فتصبح:

$$W_n = y_0 (1+r)^n + y_1 (1+r)^{n-1} + ---- + y_{n-1} (1+r) + y_n \qquad (٩ - ١٨)$$

واختصاراً:

$$W_n = \sum_{t=o}^{N} y_t (1+r)^{n-t} \qquad (٩ - ١٩)$$

مفهوم السنوية Annuity

تعرَّف السنوية Annuity كمتتابع متساوٍ نهائي. بكلام آخر تتكون السنوية من سلسلة متتالية من القيم المالية المتساوية التي تستحق في نهاية السنة ولعدد محدود من السنوات المستقبلية. إذا كانت قيم عناصر السنوية ومعدل الفائدة معروفة، فإنه يمكن استعمال المعادلات (٩ ـ ١٦) و (٩ ـ ١٨) لحساب القيمة الحالية والقيمة النهائية لسنوية.

مفهوم الأبدية Perpetuity

تعرَّف الأبدية Perpetuity كمتتابع متساو لا نهائي Constant Infinite Sequence. بكلام آخر تتكون الأبدية من سلسلة متتالية لانهائية من القيم المالية المتساوية التي تستحق في نهاية السنة. وبافتراض أن قيمة كل من هذه القيم المالية (R) وأن معدل الفائدة المناسب في السوق هو (r)، فإن القيمة الحالية (V_0) للأبدية تساوي إلى:

$$V_0 = \frac{R}{r} \qquad (٩ \_ ٢٠)$$

أما كيف تم الحصول على هذه المعادلة، فبطريقة خصم كل من عناصر الأبدية إلى الحاضر باستعمال معدل الفائدة كمعدل حسم. وللبرهان على ذلك لنفترض أن عناصر الأبدية محددة بعدد (n) من السنوات (أي سنوية)، فتكون القيمة الحالية للمتتابع:

$$V_0 = \frac{R}{(1+r)} + \frac{R}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{R}{(1+r)^n} \qquad (٩ \_ ٢١)$$

إذا ضربنا طرفي المعادلة بـ (1 + r) لحساب حاصل جمع متتابع لا نهائي عندما تكون (n) كبيرة جداً، ينتج ما يلي:

$$V_0 (1 + r) = R + \frac{R}{(1 + r)} + \cdots + \frac{R}{(1 + r)^{n-1}} \qquad (٩ \_ ٢٢)$$

وبطرح المعادلة (٩ ـ ٢١) من المعادلة (٩ ـ ٢٢) وبتغيير الإشارات في المعادلة (٩ ـ ٢١) ينتج ما يلي:

$$V_0 \, (1 + r) - V_0 = R - \frac{R}{(1 + r)^n} \qquad (٩ \_ ٢٣)$$

وعندما تكون (n) عدد السنوات كبيرة جداً يكون الحد limit هو أن قيمة التعبير $R/(1 + r)^n$ تقترب من الصفر:

$$\lim_{n \to \infty} \frac{R}{(1 + r)^n} \longrightarrow 0 \quad \text{الصفر}$$

وتصبح المعادلة (٩ ـ ٢٣) كما يلي:

$$V_0 (1 + r) - V_0 = R \qquad (٩ \_ ٢٤)$$

وبإعادة ترتيب هذه المعادلة يتم الحصول على ما يلي:

$$V_0 + V_0 r - V_0 = R \quad (٩\_٢٥)$$

$$\boxed{V_0 = \frac{R}{r}} \quad (٩\_٢٦)$$

إن هذه المعادلة هامة جداً لأنها تستعمل في تقييم Valuation أي أصل أو ورقة مالية ذات عوائد سنوية متساوية لا نهائية مثل سندات الدين الأبدية Perpetual Bonds والأسهم التفضيلية Preferred Stock والأسهم العادية التي تبقى أرباحها الموزعة ثابتة Non-Dividend Growth Common Stock. كذلك تبين هذه المعادلة بوضوح العلاقة ما بين معدل الفائدة وقيمة الأوراق المالية ذات العوائد السنوية الثابتة. فإذا ارتفعت معدلات الفائدة في السوق انخفضت أسعار هذه الأوراق المالية (السندات مثلاً)، وبالعكس إذا انخفضت معدلات الفائدة في السوق ارتفعت أسعار هذه الأوراق المالية.

القيمة المركبة (أو النهائية) Compound (or Terminal) Value

من الممكن التفريق في حسابات الفائدة ما بين الفائدة البسيطة Simple Interest والفائدة المركبة Compound Interest. فالفائدة البسيطة هي التي تكتسب (أو تدفع) على المبلغ الأصلي Principal Sum.

مثال: ما هي الفائدة البسيطة المكتسبة على مبلغ أصلي قيمته ١,٠٠٠ دينار إذا كان معدل الفائدة ١٠ بالمئة؟ يتم حساب الفائدة البسيطة المكتسبة كما يلي:

مبلغ الفائدة = المبلغ الأصلي × معدل الفائدة السنوي

١٠٠ دينار = ١,٠٠٠ دينار × ١٠ بالمئة

إذا كان المبلغ سيبقى موظفاً لمدة ثلاث سنوات بنفس معدل الفائدة، فإن الفائدة المكتسبة في نهاية الفترة تكون:

مبلغ الفائدة = المبلغ الأصلي × معدل الفائدة السنوي × عدد السنوات

٣٠٠ دينار = ١,٠٠٠ دينار × ١٠ بالمئة × ٣ سنوات

أما الفائدة المركبة، فهي الفائدة التي يتم دفعها ليس فقط على المبلغ الأصلي الموظف بل أيضاً على الفائدة التي تم كسبها في فترات سابقة ولم تسحب لتصبح جزءاً من المبلغ الأصلي في فترات لاحقة. ومن الممكن التعبير عن القيمة المركبة وتوضيح مفهوم الفائدة المركبة بالمعادلة التالية:

$$V_n = V_0 (1 + i)^n \qquad (٩\_٢٧)$$

بحيث أن:

القيمة المركبة (أو النهائية) $= V_n$

المبلغ الأصلي (قيمة حالية) $= V_0$

معدل الفائدة السنوي $= i$

عدد السنوات $= n$

ويدعى التعبير $(1 + i)^n$ **عامل الفائدة للقيمة المركبة** Compound Value Interest Factor ويرمز إليه ($CVIF_{i,n}$). إن عوامل الفائدة المركبة هذه محسوبة لعدد كبير من مزائج معدلات الفائدة (i) والفترات الزمنية (n) ومبينة في الجدول (A): **القيمة المركبة في نهاية (n) من الفترات** المقدم في الملحق (آ). ويلاحظ من تفحص الجدول أن عامل الفائدة المركبة يأخذ قيمة أكبر من الواحد دوماً، وأن هذه القيمة تزداد بازدياد الفترات الزمنية (n) ومعدل الفائدة (i).

مثال: ما هي القيمة المركبة والفائدة المركبة لمبلغ أصلي قيمته ١,٠٠٠ دينار موظف بعائد ثابت لمدة ٣ سنوات؟

من الممكن حساب ما هي القيمة المركبة في نهاية السنة الأولى V_1 كالآتي:

$$V_1 = V_0 (1 + i) \qquad (٩\_٢٨)$$

١,١٠٠ دينار = ١,٠٠٠ دينار (١ + ٠,١٠)

وتزداد القيمة المركبة للمبلغ في نهاية السنة الثانية إلى V_2 وتساوي إلى ١,٢١٠ دينار إذا أبقي على الفائدة المكتسبة من السنة الأولى والبالغة ١٠٠ دينار موظفة مع المبلغ الأصلي. وذلك حسب الآتي:

$$V_2 = V_1 (1 + i) \quad (٩ - ٢٩)$$

١,٢١٠ دينار = ١,١٠٠ دينار (١ + ٠,١٠)

وفي نهاية السنة الثالثة تصبح القيمة المركبة للمبلغ الأصلي ١,٣٣١ دينار إذا أبقي على الفائدة المكتسبة في السنتين الأولى والثانية موظفة مع المبلغ الأصلي، كما تزداد قيمة الفائدة المركبة إلى ٣٣١ دينار، وذلك حسب الآتي:

$$V_3 = V_2 (1 + i) \quad (٩ - ٣٠)$$

١,٣٣٠ دينار = ١,٢١٠ دينار (١ + ٠,١٠)

من الممكن اختصار عملية حساب القيمة المركبة بدمج المعادلات الثلاث السابقة والاستعانة بجدول الفائدة المركبة (A) للحصول على عامل الفائدة المناسب، وذلك كما يلي:

$$\begin{aligned} V_3 &= V_0 (1 + i)(1 + i)(1 + i) \quad (٩ - ٣١) \\ &= V_0 (1 + i)^3 = V_0 (CVIF_{i = 10\%,\, n = 3}) \end{aligned}$$

١,٣٣١ دينار = ١,٠٠٠ دينار (١ + ٠,١٠)^{٣} = ١,٠٠٠ دينار (١,٣٣١)

بحيث أن (١ + ٠,١٠)^{٣} تمثل عامل الفائدة للقيمة المركبة بمعدل فائدة ١٠ بالمئة لمدة ٣ سنوات، وتؤخذ قيمته البالغة (١,٣٣١) من نص الجدول (A) من الملحق (أ) في نهاية الكتاب.

القيمة الحالية Present Value

القيمة الحالية هي عكس مفهوم القيمة المركبة وتبين القيمة «الآن» لدفعة (أو قبضة) نقدية تستحق في فترة زمنية مستقبلية. ويمكن التعبير عن العلاقة ما بين هذين المفهومين بالشكل الآتي:

$$V_n = V_o (1 + i)^n \quad (٩ - ٢٧)$$

وبالتالي:

$$V_o = V_n \left[\frac{1}{(1 + i)^n} \right] \qquad (٩ ـ ٣٢)$$

بحيث أن التعبير $[1/(1 + i)^n]$ **يمثل عامل الفائدة للقيمة الحالية بمعدل فائدة** (i) في نهاية الفترة (n) ويرمز إليه عادة بـ ($PVIF_{i,n}$) وقد جرى حساب عامل الفائدة للقيمة الحالية لعدد كبير من مزائج (i) و (n) وهي مبينة في الجدول (C): **القيمة الحالية لدينار المقدم في الملحق (أ)**. يلاحظ من هذا الجدول أن قيمة عامل الفائدة أقل من الواحد دوماً، كما أنها تتناقص بازدياد الزمن ومعدل الفائدة.

مثال: ما هي القيمة الحالية لمبلغ ١,٣٣١ دينار يستحق في نهاية ٣ سنوات إذا كان معدل الفائدة ١٠ بالمئة؟

بحسب المعادلة (٩ ـ ٣٢) يمكن الحصول على عامل الفائدة للقيمة الحالية لمبلغ يستحق في نهاية ٣ سنوات وبمعدل فائدة ١٠ بالمئة من جدول القيمة الحالية (C)، ثم ضربه بقيمة المبلغ المستقبلي للحصول على القيمة الحالية، وذلك كما يلي:

القيمة المستقبلية × عامل الفائدة للقيمة الحالية = القيمة الحالية

١,٣٣١ دينار × ٠,٧٥١٣ = ١,٠٠٠ دينار

القيمة المركبة لسنوية Compound Value of Annuity

تم تعريف السنوية كسلسلة متتالية من القيم المتساوية التي تستحق في نهاية السنة ولفترة محددة من السنوات تبدأ في نهاية السنة الأولى. وتحسب القيمة المركبة لسنوية بحسب المعادلة التالية:

$$V_n = R(1 + i)^{n-1} + R(1 + i)^{n-2} + \text{---} + R(1 + i) + R \qquad (٩ ـ ٣٣)$$

ويمكن اختصارها بالشكل الآتي:

$$V_n = \sum_{t=1}^{n} R_t (1 + i)^{n-t} \qquad (٩ ـ ٣٤)$$

بحيث أن :

القيمة المركبة (النهائية) للسنوية	$V_n =$
قيمة المبلغ السنوي المتساوي	$R_t =$
معدل الفائدة	$i =$
عدد الفترات الزمنية	$n =$

ويدعى التعبير $\sum_{t=1}^{n}(1+i)^{n-t}$ عامل الفائدة للقيمة المركبة لسنوية بمعدل فائدة (i) لمدة (n) فترة ويرمز إليه ($CVIFA_{i,n}$). وقد تم حساب قيم عامل الفائدة هذا لعدد كبير من مزائج (n) و (i) وهي مقدمة في الجدول (B) في الملحق (أ). يلاحظ من الجدول أن قيمة عامل الفائدة للقيمة المركبة لسنوية في السنة الأولى يساوي إلى الواحد بغض النظر عن قيمة معدل الفائدة. فيما بعد ذلك يلاحظ أن عامل الفائدة هذا يأخذ قيمة أكبر من الواحد، وتتزايد هذه القيمة بحدة بازدياد الفترات الزمنية، كما تتزايد بازدياد معدل الفائدة.

مثال: ما هي القيمة المركبة لمبلغ ١,٠٠٠ دينار سنوية يوظف في نهاية كل سنة بسعر فائدة ١٠ بالمئة في نهاية ٥ سنوات؟

بحسب المعادلة (٩ ـ ٣٤) يمكن الحصول على عامل الفائدة للقيمة المركبة لسنوية بمعدل فائدة ١٠ بالمئة في نهاية ٥ سنوات من الجدول (B)، ثم ضربه بقيمة المبلغ السنوي للحصول على القيمة النهائية للسنوية، وذلك كما يلي :

المبلغ السنوي × عامل الفائدة للقيمة المركبة لسنوية = القيمة المركبة لسنوية

١,٠٠٠ دينار × ٦,١٠٥١ = ٦,١٠٥,١ دينار

القيمة الحالية لسنوية Present Value of Annuity

تستعمل طريقة حسم المبلغ السنوي للحصول على القيمة الحالية لسنوية(V_0) وذلك بحسب المعادلة التالية :

$$V_0 = \frac{R}{(1+i)} + \frac{R}{(1+i)^2} + \text{-------} + \frac{R}{(1+i)^n} \qquad (٩ \text{ ـ } ٣٥)$$

ويمكن اختصارها بالشكل الآتي:

$$V_o = \sum_{t=1}^{n} \frac{R_t}{(1+i)^t} \qquad (٩ - ٣٦)$$

ويدعى التعبير $\sum_{t=1}^{n} 1/(1+i)^t$ عامل الفائدة للقيمة الحالية لسنوية بمعدل فائدة (i) وعدد (n) من الفترات الزمنية، ويرمز إليه عادة $(PVIFA_{i,n})$. وقد حسبت قيمة عامل الفائدة هذا لعدد كبير من مزائج (i) و (n) وهي مقدمة في الجدول (D) في الملحق (أ). يلاحظ من الجدول أن عوامل الفائدة في السنة الأولى مساوية لمثيلاتها في السنة الأولى في جدول القيمة الحالية (C)، وهي أقل من الواحد. فيما بعد السنة الأولى تصبح قيم عامل الفائدة للقيمة الحالية لسنوية أكبر من واحد وتتزايد بسرعة مع ازدياد عدد الفترات الزمنية، كما تتزايد بسرعة أقل مع ازدياد معدل الفائدة.

مثال: ما هي القيمة الحالية لمبلغ ١,٠٠٠ دينار سنوية يستحق في نهاية كل سنة لمدة ٥ سنوات بمعدل فائدة ١٠ بالمئة؟

بحسب المعادلة (٩ - ٣٦) يتم الحصول على عامل الفائدة للقيمة الحالية لسنوية لمدة ٥ سنوات بفائدة ١٠ بالمئة من الجدول (D). وبضرب المبلغ السنوي بعامل الفائدة يتم الحصول على القيمة الحالية لسنوية، وذلك كما يلي:

المبلغ السنوي × عامل الفائدة للقيمة الحالية لسنوية = القيمة الحالية لسنوية

١,٠٠٠ دينار × ٣,٧٩٠٨ = ٣,٧٩١ دينار

القيمة الحالية لسلسلة من القيم غير متساوية

إن بعض المشاكل التي يعالجها التمويل، وبالأخص في موضوع الموازنة الرأسمالية لا يمكن حلها بطريقة القيمة الحالية لسنوية. وذلك بسبب اختلاف قيم المبالغ من فترة زمنية إلى أخرى. في هذه الحالة تحسب القيمة الحالية لكل مبلغ للفترة الزمنية التي يقع فيها حسب معدل الحسم المحدد، ثم تجمع القيم الحالية للحصول على القيمة الحالية لسلسلة من القيم غير المتساوية.

مثال: ينتج عن الاستثمار في آلة حياكة السلسلة الآتية من التدفقات النقدية الصافية:

السنة	التدفق النقدي (دينار)
صفر	١,٠٠٠-
١	٦٠٠+
٢	١,٤٠٠+
٣	١,٨٠٠+

ما هي القيمة الحالية لهذه التدفقات النقدية بافتراض أن سعر الحسم المناسب هو ١٠ بالمئة؟ تتم طريقة الحل بإعداد جدول كالآتي:

السنة	التدفق النقدي (دينار)	×	عامل الفائدة للقيمة الحالية بـ ١٠ بالمئة	=		القيمة الحالية دينار
صفر	١,٠٠٠-	×	١	=	-	١,٠٠٠,٠
١	٦٠٠+	×	٠,٩٠٩	=	+	٥٤٥,٤
٢	١,٤٠٠+	×	٠,٨٢٦	=	+	١,١٥٦,٤
٣	١,٨٠٠+	×	٠,٧٥١	=	+	١,٣٥١,٨
	القيمة الحالية للتدفقات النقدية = المجموع			=		٢,٠٥٣,٦ دينار

تحديد قيمة الدفعة السنوية لتصميد مبلغ مستقبلي

تحتاج الشركات أحياناً إلى ادخار مبلغ معين بعد عدد محدد من السنوات لكي تستعمله في تسديد قرض أو دفع قيمة سندات دين مستحقة أو للقيام باستثمارات رأسمالية مخطط لها مسبقاً. وخلال مدة الادخار تستطيع الشركة أن توظف المبالغ المتجمعة بعائد معين. والسؤال الذي يطرح في مثل هذه الحالات هو تحديد حجم الدفعة السنوية اللازمة. وستوضح هذه الحالة باستعمال مثال رقمي.

مثال: ما هي الدفعة السنوية المطلوبة لمراكمة مبلغ ١٠٠,٠٠٠ دينار بعد ١٠ سنوات إذا كان من الممكن توظيف هذه المبالغ بـ ١٠ بالمئة؟

يتبين من تفحص المسألة أن الـ ١٠٠,٠٠٠ دينارتمثل القيمة المستقبلية (V_n) بعد عشر سنوات بـ ١٠ بالمئة، وأن المطلوب هو تحديد قيمة الدفعة السنوية اللازمة. ويتم ذلك كما يلي:

$$V_n = R\,(FVIFA_{i,n})$$

$$R = V_n / (FVIFA_{i,n})$$

يتم الحصول على عامل الفائدة للقيمة المستقبلة لسنوية بفائدة ١٠ بالمئة ولمدة ١٠ سنوات من الجدول (B) وتساوي إلى ١٥,٩٣٧ . وبتعويض القيم ينتج ما يلي:

قيمة الدفعة السنوية = ١٠٠,٠٠٠ / ١٥,٩٣٧ = ٦,٢٧٤,٧١ دينار

تحديد الدفعة السنوية لتسديد قرض

من الحالات الشائعة في تمويل السلع المعمرة (بيت، سيارة، براد، غسالة... الخ) تسديد القرض والفائدة المترتبة عليه على أقساط متساوية Installment Loans . ويطلب في هذه الحالة تحديد قيمة الدفعة السنوية (أو للفترة)، حيث تكون قيمة القرض، فترة التسديد، ومعدل الفائدة معروفة. وللإيضاح سيتم تقديم مثال رقمي.

مثال: اقترضت من البنك مبلغ ٨٥,٠٠٠ دينار لمدة ٧ سنوات بفائدة ٩ بالمئة لتمويل شراء بيت، على أن يتم تسديد القرض على سبعة أقساط سنوية متساوية تشمل أصل القرض والفائدة. ما هي قيمة الدفعة السنوية؟

يلاحظ أن قيمة القرض تمثل القيمة الحالية لسنوية دفعات التسديد، ويمكن التعبيرعنها كما يلي:

$$V_0 = R\,(PVIFA_{i,n})$$

$$R = \frac{V_O}{(PVIFA_{i,n})}$$

ويتم الحصول على قيمة عامل الفائدة للقيمة الحالية لسنوية بفائدة ٩ بالمئة لـ ٧ سنوات من الجدول (D) وهي تساوي إلى ٥,٠٣٣٠ . وبتعويض القيم ينتج ما يلي:

قيمة دفعة تسديد القرض = ٨٥,٠٠٠ / ٥,٠٣٣ = ١٦,٨٨٨,٥ دينار

وتشمل دفعة التسديد اطفاء Amortization المبلغ الأصلي للقرض والفوائد المستحقة.

تحديد سعر الفائدة الضمني

لعلَّ أحد الاستعمالات المهمة الأخرى لجداول الفائدة هو المساعدة على تحديد معدل الفائدة الضمني في عملية مالية ما، أو معدل النمو لمتغير ما، أو معدل المردود الداخلي Internal Rate of Return لمشروع استثماري معين. إن العامل المشترك ما بين هذه الحالات الثلاث هو عدم معرفة معدل الفائدة بشكل محدد. ويتم تحديد معدل الفائدة في هذه الحالات باللجوء إلى جداول الفائدة، وباتباع الخطوات الآتية:

أولاً: تحديد طبيعة العملية المالية: حسم أو تركيب، سنوية أو غير ذلك.

ثانياً: يحسب عامل الفائدة.

ثالثاً: يتم الرجوع إلى جدول الفائدة المناسب للعثور على عامل الفائدة المحسوب على صف عدد الفترات (أو السنوات) المعروف، ثم النظر إلى أعلى ذلك العمود لتحديد معدل الفائدة الذي يقابل عامل الفائدة.

رابعاً: إذا كانت قيمة عامل الفائدة المحسوب تقع ما بين عاملي فائدة في الجدول، فتستعمل طريقة التقريب Interpolation لتحديد معدل الفائدة المطلوب. وسيتم ايضاح ما تقدم باستعمال أمثلة رقمية.

مثال: يمكنك أن تقترض ١,٠٠٠ دينار من البنك على أن تسددها ١,٦١٠ دينار بعد خمس سنوات. ما هومعدل الفائدة الذي يتقاضاه البنك؟

لحل هذه المسألة يبدو واضحاً أن الـ ١,٠٠٠ دينار تمثل قيمة حالية V_0 وأن الـ ١,٦١٠ دينار تمثل قيمة مستقبلية V_n بعد ٥ سنوات. من معادلة القيمة المركبة يمكن استنتاج الآتي:

$$V_n = V_0(1 + i)^n$$

$$\frac{V_n}{V_0} = (1 + i)^n \qquad = \qquad \text{عامل الفائدة للقيمة المركبة}$$

وبتعويض القيم: $\frac{١,٦١٠}{١,٠٠٠}$ = ١,٦١٠ = عامل الفائدة للقيمة المركبة لمدة خمس سنوات وبمعدل فائدة مجهول

وبالرجوع إلى جدول القيمة المركبة وقراءة عامل الفائدة المساوي إلى ١,٦١٠ على صف الـ ٥ سنوات، يمكن تحديد معدل الفائدة في أعلى العمود ويساوي ١٠ بالمئة في هذه الحالة.

مثال: ما هو العائد على الاستثمار الذي يمكنك من **مضاعفة** ثروتك الموظفة في تسع سنوات؟

لحل هذه المسألة يبدو واضحاً أيضاً أنها حالة قيمة مركبة وأن عامل الفائدة للقيمة المركبة هو ٢ (مضاعفة الثروة) وأن عدد السنوات هو ٩. وبالرجوع إلى جدول القيمة المركبة وقراءة أقرب عامل فائدة إلى ٢ على صف الـ ٩ سنوات، يتبين أن عامل الفائدة المركبة هذا يساوي إلى ١,٩٩٩٠ ويقع في عمود الـ ٨ بالمئة. يستنتج من ذلك أن العائد على الاستثمار يجب أن يساوي إلى ٨ بالمئة حتى يمكن مضاعفة الثروة في ٩ سنوات.

مثال: يمكنك أن تقترض ٣,٨٩٠ دينار على أن تدفع ١,٠٠٠ دينار في نهاية كل سنة من الـ ٥ سنوات القادمة لتسديد القرض. ما هو معدل الفائدة على هذا القرض؟

لحل المسألة يجب تحديد طبيعة العملية المالية أولاً. ويتبين من تفحص المسألة أنها سنوية قيمتها الحالية تساوي إلى ٣,٨٩٠ دينار وأن الدفعة السنوية تساوي إلى ١,٠٠٠ دينار لمدة ٥ سنوات. من معادلة القيمة الحالية لسنوية يمكن حساب عامل الفائدة للقيمة الحالية لهذه السنوية، وذلك كما يلي:

$$V_0 = R\,(PVIFA_{i,n})$$

ومنه

$$\frac{V_0}{R} = (PVIFA_{i,n})$$

وبتعويض القيم ينتج ما يلي:

$$\frac{٣,٨٩٠}{١,٠٠٠} = ٣,٨٩٠$$ = عامل القيمة الحالية لسنوية ٥ سنوات ومعدل فائدة مجهول

وبالرجوع إلى جدول القيمة الحالية لسنوية لقراءة عامل الفائدة الأقرب ما يكون إلى عامل الفائدة المحسوب على صف الـ ٥ سنوات، يتبين أن عامل الفائدة المطلوب هو ٣,٨٨٩٧ وأن معدل الفائدة الذي يقابله هو ٩ بالمئة.

مثال: يمكنك أن تقترض ١,٠٠٠ دينار على أن تسددها ١,١٧٢ دينار بعد سنتين. ما هو معدل الفائدة؟

من الواضح أن العملية هي للقيمة المركبة وأن عامل الفائدة للقيمة المركبة لسنتين يساوي إلى دينار ١,٠٠٠/ دينار ١١٧٢ = ١,١٧٢ . وبالرجوع إلى جدول القيمة المركبة نجد أن أقرب عامل فائدة إلى ١,١٧٢ على صف السنتين يقع ما بين عاملي الفائدة ١,١٦٦٤ و ١,١٨٨١، أي أن معدل الفائدة المطلوب يقع ما بين٨ و ٩ بالمئة.

لتحديد معدل الفائدة، يمكن استعمال طريقة التقريب Interpolation بحسب المعادلة التالية:

$$IF = \frac{r - r_L}{r_H - r_L} \left(IF_H - IF_L \right) + IF_L \qquad (٩ - ٣٧)$$

بحيث أن:

عامل الفائدة المحسوب	=	IF
معدل الفائدة المطلوب	=	r
معدل الفائدة الأدنى (يقابل عامل الفائدة الأقل)	=	r_L
معدل الفائدة الأعلى (يقابل عامل الفائدة الأكبر)	=	r_H
عامل الفائدة الأعلى	=	IF_H
عامل الفائدة الأدنى	=	IF_L

وبتبديل القيم في المعادلة (٩ ـ ٣٧) وحل المعادلة، يتم الحصول على القيمة المحددة لمعدل الفائدة (r) وذلك كما يلي:

$$\text{١,١٧٢} = \frac{\text{معدل الفائدة} - \text{٠,٠٨}}{\text{٠,٠٩} - \text{٠,٠٨}} (\text{١,١٨٨١} - \text{١,١٦٦٤}) + \text{١,١٦٦٤}$$

$$\text{١,١٧٢} = \frac{\text{معدل الفائدة} - \text{٠,٠٨}}{\text{٠,٠١}} (\text{٠,٠٢١٧}) + \text{١,١٦٦٤}$$

$$\text{١,١٧٢} - \text{١,١٦٦٤} = \frac{\text{معدل الفائدة} - \text{٠,٠٨}}{\text{٠,٠١}} (\text{٠,٠٢١٧})$$

$$\frac{\text{٠,٠٠٥٦}}{\text{٠,٢١٧}} = \frac{\text{معدل الفائدة} - \text{٠,٠٨}}{\text{٠,٠١}}$$

$$\text{٠,٢٥٨١} = \frac{\text{معدل الفائدة} - \text{٠,٠٨}}{\text{٠,٠١}}$$

$$\text{٠,٠٠٢٥٨} = \text{معدل الفائدة} - \text{٠,٠٨}$$

$$\text{معدل الفائدة} = \text{٠,٠٨} + \text{٠,٠٠٢٥٨}$$

$$\text{معدل الفائدة} = \text{٠,٠٨٢٥٨} = \text{٨,٢٦ بالمئة}$$

تجدر الملاحظة هنا أن المعادلة (٩ ـ ٣٧) يمكن استعمالها أيضاً لتحديد عامل الفائدة المطلوب (IF) إذا كان معدل الفائدة (r) معروفاً.

التركيب المتعدد (المضاعف) Multiple Compounding

افترض تحليل التركيب المبحوث فيما تقدم أن العملية تتم على فترة زمنية طولها

سنة. هذا يعني أنه أينما تمت ملاحظة نسبة، ١٠ بالمئة مثلاً، فيجب اعتبار هذه النسبة بالسنة إلا إذا تبعها توضيح بغير ذلك. إذ إنه من الممكن أن تتم عملية التركيب على فترات أقصر من السنة، أي ربعياً أو نصف سنوياً. فبعض البنوك تحسب الفائدة على ودائع الادخار وتضيفها على المبلغ الأصلي كل ثلاثة أشهر. كما أن معظم سندات الدين التي تصدرها الشركات تدفع الفائدة المحددة عليها كل ستة أشهر.

ما هو تأثير تعدد مرات تركيب الفائدة بالسنة على القيمة المركبة؟ للإجابة عن هذا السؤال يجب تحديد ما يحدث لنموذج القيمة المركبة المتعارف عليه عندما يتم حساب الفائدة أكثر من مرة واحدة في السنة. وضحت المعادلة (٩ ـ ٢٧) نموذج القيمة المركبة مرة بالسنة كما يلي:

$$V_n = V_0 (1 + i)^n$$

بحيث أن (i) معدل الفائدة السنوي و (n) عدد السنوات. أما إذا كان عدد مرات التركيب أكثر من مرة واحدة في السنة، (m) مثلاً، فإنه يجب إجراء تعديلات على النموذج وذلك بتقسيم معدل الفائدة على (m) وضرب القوة (n) بـ (m) ليصبح:

$$V_n = V_o \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{nm} \qquad (٩ ـ ٣٧)$$

بحيث أن i/m يمثل معدل الفائدة في الفترة الواحدة، وأن (n m) تساوي إلى عدد الفترات. أما تأثير ذلك فهو أن القيمة المركبة تكون أكبر لأن معدل الفائدة الفعلي يكون أعلى.

مثال: ماهي القيمة المركبة لـ ١,٠٠٠ دينار موظفة بعائد ٨ بالمئة تحسب ربع سنوياً لمدة سنتين؟

لحل هذه المسألة يلاحظ أن عدد مرات التركيب السنوية ٤ = m. لذلك يجب تقسيم معدل الفائدة السنوي على ٤ وضرب عدد السنوات بـ ٤ وذلك كما يلي:

$$\frac{i}{m} = \frac{٨}{٤} = ٢$$ بالمئة

$$nm = (٢)\ (٤) = ٨$$ فترات

أي أن عامل الفائدة للقيمة المركبة هو لمعدل فائدة ٢ بالمئة ولمدة ٨ فترات زمنية، ويساوي من الجدول (A) إلى ١,١٧٢. وبضرب عامل الفائدة بالمبلغ الأصلي ينتج:

القيمة المركبة = ١,٠٠٠ دينار × ١,١٧٢ = ١١٧٢ ديناراً

إن هذه القيمة أكبر من القيمة المركبة لـ ١,٠٠٠ دينار بعائد ٨ بالمئة لمدة ٢ سنة، والبالغة:

القيمة المركبة = ١,٠٠٠ دينار × ١,١٦٦ = ١١٦٦ ديناراً

أي أن التركيب بأكثر من مرة بالسنة يزيد القيمة بسرعة أكبر، لأن معدل النمو (الفائدة) الفعلي يكون أعلى. لحساب معدل الفائدة الفعلي يتم الرجوع إلى جدول القيمة المركبة (A) وتحديد مكان عامل الفائدة المساوي إلى ١,١٧٢ على صف السنتين ثم قراءة معدل الفائدة المقابل لعامل الفائدة في أعلى العمود. وبالتقريب، يتبين أن معدل الفائدة الفعلي يساوي إلى ٩ بالمئة تقريباً، وهو بالطبع أكبر من ٨ بالمئة.

الخصم المتعدد: حالة تقييم سندات الدين

Multiple Discounting and Bond Valuation

إن تحليل الخصم الذي تقدم قد افترض أيضاً أن الفترة الزمنية تساوي إلى السنة. فإذا تعددت مرات الخصم بالسنة، فيجب تعديل نموذج الحسم في المعادلة (٩ ـ ٣٢) بتقسيم معدل الخصم على (m) وضرب عدد السنوات بـ (m)، وذلك كما يلي:

$$V_o = \frac{V_n}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{nm}} \qquad (٩ـ٣٨)$$

إن تأثير ذلك هو أن معدل الخصم (الفائدة) الفعلي يصبح أعلى، وبالتالي تصبح القيمة الحالية أصغر مما لو كان الخصم يتم مرة في السنة. وللإيضاح سيتم استعمال مثال لتقييم سندين.

مثال: ماذا يجب أن يكون السعر في السوق لسند قيمته الإسمية ١,٠٠٠ دينار ويدفع فائدة نصف سنوية مقدارها ٣٠ ديناراً لمدة ٦ سنوات إذا كان العائد Yield المطلوب ١٢ بالمئة.

إن النموذج العام لتقييم سندات الدين هو الآتي:

$$P_B = \sum_{t=1}^{nm} \frac{(i\ FV)_t}{\left(1+\frac{r}{m}\right)^t} + \frac{FV}{\left(1+\frac{r}{m}\right)^{nm}} \qquad (٩ \_ ٣٩)$$

بحيث أن:

P_B	=		سعر السند في السوق
i	=	Coupon Rate of Interest	معدل الفائدة الإسمي
FV	=	Face Value of Bond	القيمة الإسمية للسند
r	=	Yield - to - maturity	العائد حتى الاستحقاق
n	=		عدد السنوات الباقية حتى الاستحقاق
m	=		عدد مرات دفع الفائدة سنوياً

ويمثل التعبير الأول في المعادلة (٩ ـ ٣٩) القيمة الحالية لدفعات الفائدة، ويمثل التعبير الثاني القيمة الحالية للقيمة الإسمية. إن مجموع هاتين القيمتين يساوي إلى ما يجب أن يكونه سعر السند في السوق. لحساب قيمة السند، إن معدل الحسم المناسب هو ١٢/٢ = ٦ بالمئة وإن عدد الفترات يساوي إلى ٦ × ٢ = ١٢ فترة. وتحسب قيمة السند على ثلاث خطوات:

أولاً: القيمة الحالية لدفعات الفائدة وتساوي إلى:

٣٠ ديناراً (عامل الفائدة للقيمة الحالية لسنوية بـ ٦ بالمئة و ١٢ فترة)

٣٠ ديناراً × ٨,٣٨٣٨ = ٢٥٢ ديناراً

ثانياً: القيمة الحالية للقيمة الإسمية

١,٠٠٠ دينار × (عامل الفائدة للقيمة الحالية بـ ٦ بالمئة في نهاية ١٢ فترة)

١,٠٠٠ دينار × ٠,٤٩٧٠ = ٤٩٧ ديناراً

ثالثاً: قيمة السند = القيمة الحالية لدفعات الفائدة + القيمة الحالية للقيمة الإسمية

٢٥٢ دينار + ٤٩٧ ديناراً = ٧٤٩ ديناراً

إن السند يباع في السوق بحسم أي بأقل من قيمته الإسمية وذلك لأن العائد المطلوب (١٢ بالمئة) أكبر من معدل الفائدة الإسمي على السند (٦ بالمئة). وقد حسب معدل الفائدة الإسمي كما يلي:

الفائدة المدفوعة سنوياً ÷ القيمة الإسمية للسند = الفائدة الإسمية

٣٠ ديناراً + ٣٠ ديناراً = ٦٠ ديناراً ÷ ١,٠٠٠ دينار = ٦ بالمئة

إن قيمة السند في السوق ستكون أكبر قليلاً فيما لو كانت الفائدة المدفوعة على السند ٦٠ ديناراً سنوياً لمدة ٦ سنوات والعائد المطلوب ١٢ بالمئة. وبالحساب يتبين أن:

القيمة الحالية لدفعات الفائدة	= ٦٠ ديناراً (٤,١١١٤)	= ٢٤٦,٦٨ دينار
القيمة الحالية للقيمة الإسمية	= ١,٠٠٠ دينار (٠,٥٠٦٦)	= ٥٠٦,٦٠ دينار
سعر السند في السوق	= **المجموع**	= **٧٥٣,٢٨ ديناراً**

أي أن الخصم المتعدد يرفع معدل الفائدة الفعلي ويخفض القيمة الحالية.

عوائد السندات، أسعار السندات، وجداول السندات

Bond Yields, Bond Prices, and Bond Tables

أصبح معلوماً أنه توجد علاقة عكسية ما بين معدل الفائدة في السوق، ويدعى أيضاً العائد حتى الاستحقاق أو معدل الحسم، وأسعار السندات. فإذا ارتفع معدل الفائدة في السوق (العائد المطلوب) عن معدل الفائدة الإسمي انخفض سعر السند في السوق، والعكس صحيح. وقد تم البرهان على ذلك رياضياً فيما تقدم.

ويعرف العائد حتى الاستحقاق Yield to Maturity بمعدل الحسم الذي يحقق المساواة بين القيمة الحالية للفوائد المدفوعة على السند مضافاً إليها القيمة الحالية للقيمة الاسمية وسعر السند في السوق، أي بين طرفي المعادلة (٩ ـ ٣٩). ويعكس العائد مستوى أسعار الفائدة السائد في السوق، ويتغير معها. وقد تم إعداد جداول خاصة للسندات Bond Tables لمساعدة المستثمر على تحديد ما يجب أن يكونه سعر السند في السوق إذا عرف العائد حتى الاستحقاق، أو لتحديد العائد حتى الاستحقاق إذا ما عرف سعر السند في السوق، وذلك كما هو مبين في الجدول (٩ ـ ١).

جداول السندات

الجدول (٩ ـ ١) هو عبارة عن صفحة واحدة من جداول السندات لسند بمعدل فائدة اسمي ½ ٣ بالمئة. إن القيم في نص الجدول تبين النسبة من القيمة الإسمية (تعتبر هذه مساوية إلى ١٠٠ بالمئة) التي يمكن أن يباع بها هذا السند لعوائد مختلفة ومبينة في العمود الأيسر من الجدول. فمثلاً، إذا كان العائد المطلوب يساوي إلى ٢ بالمئة، فإن سعر سند الـ ٢٣ سنة حتى الاستحقاق سيرتفع إلى ١٢٧,٥٥ بالمئة من القيمة الإسمية. وإذا ارتفع العائد المطلوب إلى ٥ بالمئة، فإن سعر السند نفسه سينخفض إلى ٧٩,٦٣ بالمئة من القيمة الإسمية.

كذلك يمكن استعمال جداول السندات لتحديد العائد حتى الاستحقاق الذي يحققه الاستثمار في سند يباع بسعر معروف في السوق. فإذا كان سند الـ ٢٥ سنة وتسعة أشهر يباع بـ ١٠٠ بالمئة من القيمة الإسمية، فهذا يعني أن العائد الذي يحققه يساوي إلى معدل الفائدة الإسمي ويساوي إلى ٣,٥ بالمئة. أما إذا كان هذا السند يباع بـ ٨٦,٢١ بالمئة من القيمة الإسمية، فإن العائد المطلوب هو ٤,٤ بالمئة.

الجدول (٩ - ١) : صفحة من جداول السندات

3½%	23 YEARS				24 YEARS				25 YEARS			3½%
Yield	even	3 mo	6 mo	9 mo	even	3 mo	6 mo	9 mo	even	3 mo	6 mo	9 mo
1.00	151.25	151.75	152.24	152.73	153.23	153.71	154.20	154.69	155.18	155.66	156.15	156.63
1.10	148.65	149.12	149.58	150.04	150.50	150.94	151.42	151.88	152.33	152.79	153.24	153.69
1.20	146.11	146.54	146.98	147.41	147.84	148.27	148.70	149.12	149.55	149.97	150.40	150.82
1.30	143.61	144.02	144.43	144.83	145.23	145.61	146.01	146.41	146.83	147.22	147.62	148.01
1.40	141.17	141.55	141.93	142.30	142.68	143.05	143.43	143.80	144.17	144.53	144.90	145.27
1.50	138.78	139.13	139.49	139.83	140.18	140.53	140.88	141.22	141.57	141.91	142.25	142.59
1.60	136.44	136.77	137.09	137.42	137.74	138.06	138.38	138.70	139.02	139.34	139.66	139.97
1.70	134.15	134.45	134.75	135.05	135.35	135.65	135.95	136.24	136.54	136.83	137.12	137.41
1.80	131.90	132.18	132.46	132.73	133.01	133.28	133.56	133.83	134.10	134.37	134.66	134.91
1.90	129.70	129.96	130.21	130.47	130.72	130.97	131.23	131.47	131.72	131.97	132.22	132.46
2.00	127.55	127.78	128.02	128.25	128.48	128.71	128.94	129.17	129.40	129.62	129.85	130.07
2.10	125.43	125.65	125.86	126.07	126.29	126.49	126.71	126.91	127.12	127.33	127.53	127.73
2.20	123.37	123.56	123.75	123.95	124.14	124.33	124.52	124.71	124.90	125.08	125.27	125.45
2.30	121.34	121.51	121.69	121.86	122.04	122.21	122.38	122.55	122.72	122.88	123.05	123.22
2.40	119.36	119.51	119.67	119.82	119.98	120.13	120.29	120.44	120.59	120.74	120.89	121.03
2.50	117.41	117.55	117.69	117.83	117.97	118.10	118.24	118.37	118.51	118.64	118.77	118.90
2.60	115.51	115.63	115.75	115.87	115.99	116.11	116.23	116.35	116.47	116.58	116.70	116.81
2.70	113.64	113.74	113.85	113.96	114.06	114.16	114.27	114.37	114.48	114.57	114.68	114.77
2.80	111.81	111.90	111.99	112.08	112.17	112.26	112.35	112.43	112.52	112.61	112.70	112.78
2.90	110.02	110.09	110.17	110.24	110.32	110.39	110.47	110.54	110.62	110.69	110.76	110.83
3.00	108.26	108.32	108.39	108.45	108.51	108.57	108.63	108.69	108.75	108.81	108.87	108.92
3.10	106.54	106.59	106.64	106.69	106.74	106.78	106.83	106.87	106.92	106.97	107.01	107.06
3.20	104.86	104.89	104.93	104.96	105.00	105.03	105.07	105.10	105.14	105.17	105.20	105.23
3.30	103.21	103.23	103.25	103.27	103.30	103.32	103.34	103.36	103.39	103.40	103.43	103.45
3.40	101.59	101.59	101.61	101.62	101.63	101.64	101.65	101.66	101.68	101.68	101.70	101.70

3½%	23 YEARS				24 YEARS				25 YEARS			3½%
Yield	even	3 mo	6 mo	9 mo	even	3 mo	6 mo	9 mo	even	3 mo	6 mo	9 mo
3.50	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
3.60	98.44	98.43	98.42	98.41	98.40	98.39	98.38	98.37	98.36	98.35	98.34	98.33
3.70	96.92	96.90	96.88	96.85	96.84	96.81	96.80	96.77	96.76	96.73	96.72	96.69
3.80	95.43	95.39	95.36	95.33	95.30	95.27	95.24	95.21	95.19	95.15	95.13	95.10
3.90	93.96	93.92	93.86	93.84	93.80	93.76	93.72	93.68	93.65	93.61	93.57	93.53
4.00	92.53	92.47	92.43	92.38	92.33	92.28	92.24	92.19	92.14	92.09	92.05	92.00
4.10	91.12	91.06	91.00	90.94	90.89	90.83	90.78	90.72	90.67	90.61	90.56	90.51
4.20	89.74	89.67	89.61	89.54	89.48	89.41	89.35	89.29	89.23	89.16	89.11	89.04
4.30	88.39	88.31	88.24	88.16	88.10	88.02	87.96	87.88	87.82	87.75	87.68	87.61
4.40	87.06	86.98	86.90	86.82	86.74	86.66	86.59	86.51	86.44	86.36	86.29	86.21
4.50	85.76	85.67	85.59	85.50	85.42	85.33	85.25	85.16	85.08	85.00	84.92	84.84
4.60	84.49	84.39	84.30	84.20	84.11	84.02	83.93	83.84	83.76	83.67	83.59	83.50
4.70	83.24	83.13	83.04	82.93	82.84	82.74	82.65	82.55	82.46	82.36	82.28	82.18
4.80	82.01	81.90	81.80	81.69	81.59	81.48	81.39	81.28	81.19	81.08	81.00	80.90
4.90	80.81	80.69	80.59	80.47	80.37	80.26	80.16	80.04	79.95	79.84	79.74	79.64
5.00	79.63	79.51	79.40	79.28	79.17	79.05	78.95	78.83	78.73	78.62	78.52	78.41
5.10	78.48	78.35	78.23	78.11	78.00	77.87	77.76	77.66	77.54	77.42	77.31	77.20
5.20	77.35	77.21	77.09	76.96	76.84	76.72	76.60	76.48	76.37	76.25	76.14	76.02
5.30	76.24	76.10	75.97	75.84	75.72	75.58	75.47	75.34	75.22	75.10	74.98	74.86
5.40	75.15	75.00	74.87	74.73	74.61	74.47	74.35	74.22	74.10	73.97	73.86	73.73
5.50	74.08	73.93	73.80	73.65	73.53	73.39	73.26	73.12	73.00	72.87	72.75	72.62
5.60	73.03	72.88	72.74	72.59	72.46	72.32	72.19	72.05	71.93	71.79	71.67	71.54
5.70	72.00	71.85	71.71	71.56	71.42	71.27	71.14	71.00	70.87	70.73	70.61	70.48
5.80	70.99	70.83	70.69	70.54	70.40	70.25	70.12	69.97	69.84	69.70	69.57	69.44
5.90	70.00	69.84	69.70	69.54	69.40	69.25	69.11	68.96	68.83	68.69	68.56	68.42
6.00	69.03	68.87	68.72	68.56	68.42	68.26	68.12	67.97	67.84	67.69	67.56	67.42
6.10	68.08	67.91	67.76	67.60	67.45	67.30	67.16	67.00	66.87	66.72	66.59	66.44
6.20	67.14	66.98	66.82	66.66	66.51	66.35	66.21	66.05	65.91	65.76	65.63	65.48
6.30	66.23	66.06	65.90	65.74	65.59	65.42	65.28	65.12	64.98	64.83	64.69	64.55
6.40	65.33	65.15	65.00	64.83	64.68	64.52	64.37	64.21	64.07	63.91	63.78	63.63
6.50	64.45	64.27	64.11	63.94	63.79	63.62	63.48	63.32	63.17	63.02	62.88	62.73
6.60	63.58	63.40	63.24	63.07	62.92	62.75	62.60	62.44	62.29	62.14	62.00	61.85
6.70	62.73	62.55	62.39	62.22	62.06	61.89	61.74	61.58	61.43	61.28	61.14	60.98
6.80	61.90	61.72	61.55	61.38	61.22	61.05	60.90	60.74	60.59	60.43	60.29	60.14
6.90	61.08	60.90	60.73	60.56	60.40	60.23	60.08	59.91	59.76	59.60	59.46	59.31
7.00	60.27	60.09	59.93	59.75	59.59	59.42	59.27	59.10	58.95	58.79	58.65	58.49
7.10	59.48	59.30	59.14	58.96	58.80	58.63	58.47	58.31	58.16	58.00	57.85	57.70
7.20	58.71	58.53	58.36	58.18	58.02	57.85	57.69	57.53	57.38	57.22	57.07	56.92
7.30	57.95	57.77	57.60	57.42	57.26	57.09	56.93	56.76	56.61	56.45	56.31	56.15
7.40	57.21	57.02	56.85	56.67	56.51	56.34	56.18	56.01	55.87	55.70	55.56	55.40
7.50	56.47	56.29	56.12	55.94	55.78	55.60	55.45	55.28	55.13	54.97	54.83	54.67
7.60	55.76	55.57	55.40	55.22	55.06	54.88	54.73	54.56	54.41	54.25	54.10	53.95
7.70	55.05	54.86	54.49	54.51	54.35	54.18	54.02	53.85	53.70	53.54	53.40	53.24
7.80	54.36	54.17	54.00	53.82	53.66	53.48	53.33	53.16	53.01	52.85	52.71	52.55
7.90	53.68	53.49	53.32	53.14	52.98	52.80	52.65	52.48	52.33	52.17	52.03	51.87
8.00	53.01	52.82	52.65	52.47	52.31	52.14	51.98	51.81	51.67	51.50	51.36	51.20
8.10	52.35	52.17	52.00	51.82	51.66	51.48	51.33	51.16	51.01	50.85	50.71	50.55
8.20	51.71	51.52	51.35	51.17	51.01	50.84	50.68	50.52	50.37	50.21	50.07	49.91
8.30	51.08	50.89	50.72	50.54	50.38	50.21	50.05	49.89	49.74	49.58	49.44	49.28
8.40	50.46	50.27	50.10	49.92	49.76	49.59	49.44	49.27	49.12	48.96	48.82	48.67
8.50	49.85	49.66	49.49	49.31	49.15	48.98	48.83	48.66	48.52	48.36	48.22	48.06
8.60	49.25	49.06	48.90	48.72	48.56	48.38	48.23	48.07	47.92	47.76	47.63	47.47
8.70	48.66	48.47	48.31	48.13	47.97	47.80	47.65	47.48	47.34	47.18	47.04	46.89
8.80	48.08	47.90	47.73	47.55	47.40	47.22	47.08	46.91	46.77	46.61	46.47	46.32
8.90	47.51	47.33	47.17	46.99	46.83	46.66	46.51	46.35	46.21	46.05	45.91	45.76
9.00	46.96	46.77	46.61	46.43	46.28	46.11	45.96	45.80	45.65	45.50	45.36	45.21

FIG. 8-2 One page from a bond table.

تطبيقات نظرية الفائدة على الحاسبات الشخصية

تعتبر نظرية الفائدة وتطبيقاتها من أكثر مواضيع التمويل ملاءمة للوضع على الحاسبات الشخصية وتحليل النتائج، نظراً لطبيعتها الرياضية.

فالجداول المالية للقيمة المستقبلية والقيمة الحالية والقيمة المستقبلية لسنوية والقيمة الحالية لسنوية يمكن حسابها لأية مجموعة من معدلات الفائدة والفترات الزمنية التي يرغب بها المحلل المالي. ويتم ذلك من خلال برمجة المعادلات الرياضية الخاصة بكل من هذه المفاهيم على برمجيات جداول الكترونية مثل لوتس ٣ - ٢ - ١ أو اكسل. وبالفعل فقد استخدم المؤلف الكومبيوتر لإعداد الجداول المالية الخاصة بهذا الكتاب. كذلك يمكن إعداد جداول للسندات تبين العائد حتى الاستحقاق والسعر في السوق لأي مجموعة من معدلات الفائدة الإسمية وفترات الاستحقاق المرغوب بها ببرمجة معادلة تقييم السندات على جداول الكترونية. هذا يجعل عملية تقييم السندات عملية أكثر من روتينية على الكومبيوتر، ويعطي المحلل فرصة للاكتشاف بسرعة مذهلة تأثيرات التغير في معدلات الفائدة على سعر السند، وكيف تختلف حدة هذه التأثيرات باختلاف فترات الاستحقاق (قصيرة، متوسطة، أو طويلة الأجل).

ملخص

بحث هذا الفصل في نظرية الفائدة حيث تم استنتاج معدل الفائدة الحقيقي من التفضيل الزمني للاستهلاك Consumption Time Preference والانتاجية الحدية للاستثمار Marginal Productivity of Investment في مجتمع ما. وتم التمييز ما بين معدل الفائدة الحقيقي الذي لا يمكن ملاحظته ومعدل الفائدة النقدي الذي يمكن ملاحظة مؤشراته في الأسواق المالية. كذلك بحث هذا الفصل النماذج العامة للتركيب والحسم وقدم تطبيقات عملية عليها شملت السنوية والأبدية. وتطرق البحث إلى التركيب المتعدد في السنة وتأثيره على نماذج التركيب والخصم، وتم استعمال نموذج تقييم سندات الدين كمثال لإيضاح الخصم المتعدد.

هـوامـش

(١) Jack Hirshleifer, **Investment, Interest, & Capital,** Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ., 1970.

(٢) يمكن البرهان على ذلك بالاستخراج الرياضي التالي:

$$W = AP_a + BP_b$$

قيمة الثروة تساوي إلى كمية السلعة (A) مضروبة بسعرها زائد كمية السلعة (B) مضروبة بسعرها.
وبنقل ($A\,P_a$) إلى الطرف الثاني من المعادلة ينتج:

$$B\,P_b = W -- A\,P_A$$

وبالتقسيم على (P_b) ينتج:

$$B = \frac{W}{P_B} - \frac{P_a}{P_b} A$$

وهي مماثلة للعلاقة:

$$Y = a — B\,X$$

حيث أن a = التقاطع= W/P_a كمية الاستهلاك من السلعة (B) في حال إنفاق كامل الثروة عليها، وأن b - = ميل خط السوق = P_a/P_b — = نسبة أسعار السلعتين.

(٣) يمكن البرهان على ذلك أيضاً بالاستخراج الرياضي. إن ميل خط السوق يساوي:

$$-\frac{1}{P_1} = -\frac{\frac{1}{1}}{\frac{1}{(1+r_1)}} = -\frac{1}{1} \times \frac{(1+r_1)}{1}$$

$$= -\ (1 + r_1)$$

مسائل على (الفصل ٩): تطبيقات معدل الفائدة

٩ - ١ - أي مبلغ قيمته أكبر بفائدة ١٠ بالمئة: ١,٠٠٠ دينار الآن أو ٢,٠٠٠ دينار بعد عشر سنوات؟

٩ - ٢ - إذا كانت المبيعات تنمو بمعدل ٩ بالمئة سنوياً وأن مبيعات السنة ١٩٩٠ قد بلغت ٥,٨١ مليون دينار، ما هي المبيعات المتوقعة بعد خمس سنوات، أي عام ١٩٩٥؟

٩ - ٣ - إذا كان معدل نمو مبلغ هو ٨ بالمئة، كم من الوقت (الزمن) يحتاج هذا المبلغ ليتضاعف؟

٩ - ٤ - أنت تحتاج إلى مبلغ ١٢٩,٢٠٠ دينار بعد ١٧ سنة.

أ - ما هي الدفعة السنوية التي يجب وضعها في حساب ادخار في البنك يدفع فائدة ٩ بالمئة سنوياً؟

ب - إذا أردت أن تضع دفعة واحدة فقط الآن وتنتظر لتزداد قيمتها بمعدل ٩ بالمئة سنوياً لتصل إلى المبلغ المطلوب بعد سبع عشرة سنة، ما هي قيمة هذه الدفعة؟

٩ - ٥ - باستطاعتك شراء ورقة مالية بمبلغ ١٢,٨٣٥ دينار، تدر دخلاً سنوياً قدره ٢,٠٠٠ دينار يبدأ من نهاية السنة الأولى ولمدة عشر سنوات. ما هو العائد على هذه الورقة المالية؟

٩ - ٦ - ما هو السعر الذي يجب دفعه لسند دين قيمته الإسمية ١,٠٠٠ دينار يستحق بعد عشر سنوات ويدفع ٤٠ دينار فائدة نصف سنوية (٨٠ دينار بالسنة) ويحقق عائد ١٠ بالمئة سنوياً؟

٩ - ٧ - بدأت شركة الأسمدة العربية حساباً احتياطياً لتسديد سندات دين قيمتها ٩٠٠,٠٠٠ دينار تستحق بعد عشر سنوات. ترغب الشركة بأن تقوم بعمل دفعات سنوية متساوية في هذا الحساب. ما هي قيمة الدفعة السنوية إذا كان الحساب يكسب ٩ بالمئة مركبة مرة في السنة؟

٩ - ٨ - قامت شركة بشراء بناء لمكاتبها في نهاية السنة (٣١ كانون أول) قيمته ٨٠,٠٠٠ دينار، ودفعت ٢٠ بالمئة من القيمة كدفعة أولى على أن يتم تسديد المبلغ المتبقي على خمس عشرة دفعة سنوية متساوية تشمل الأصل و ١٠ بالمئة فائدة مركبة على الرصيد المتبقي.

المطلوب: ما هي قيمة الدفعة السنوية؟

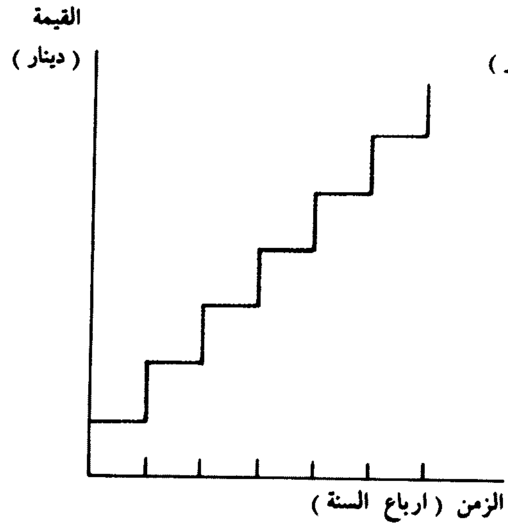
ملحق ـ أ ـ فصل (٩)

التركيب والخصم المستمر Continuous Compounding & Discounting

افترض التحليل المقدم في الفصل (٩) أن التركيب والخصم يتمان خلال فترات زمنية محددة Discrete Time بغض النظر عن طول الفترة. فمثلاً في حالة التركيب الربعي، يحدث النمو في قيمة المبلغ الأصلي على فترات محددة بثلاثة أشهر لكل منها. ويمكن التعبير عن ذلك بعلاقة سلمية Step Function كما هو مبين في الشكل ٩ ـ أ ـ ١ ولكن الزمن في الواقع مستمر Continuous. فنمو المبيعات والأرباح في الشركة لا يحدث مرة في السنة أو ربع السنة، بل يحدث باستمرار كل يوم وكل ساعة طالما أن الشركة قائمة ومستمرة في العمل. كذلك فإنه من المفيد للكثير من النماذج النظرية التحليلية في علم التمويل اعتبار الزمن على أنه مستمر، كما هو مبين في الشكل (٩ ـ أ ـ ٢).

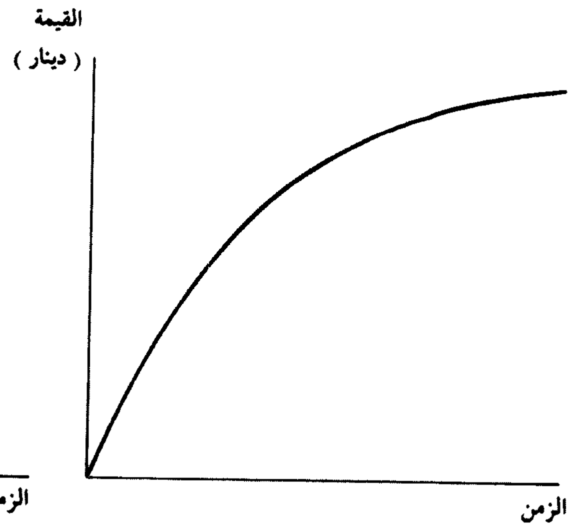
الشكل (٩ ـ أ)

الزمن المحدد والمستمر



الشكل (٩-أ-١)

علاقة سلمية - زمن محدد



الشكل (٩-أ-٢)

علاقة مستمرة - زمن مستمر

ما هو تأثير اعتبار الزمن مستمراً على نماذج التركيب والخصم؟ ابتداءً من نموذج التركيب المتعدد، فإن تأثير استمرارية الزمن على نموذج التركيب هو كما يلي:

معادلة (٩ ـ ٣٧)

$$V_n = R_o \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mn}$$

بما أن

$$mn = \frac{m}{r} \otimes rn$$

تعاد كتابة المعادلة كالتالي:

$$V_n = R_o \left[\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{\frac{m}{r}}\right]^{rn}$$

دع المتغير:

$$X = \frac{m}{r}$$

تعاد كتابة المعادلة كالتالي:

$$V_n = R_o \left[\left(1 + \frac{1}{X}\right)^{X}\right]^{rn}$$

عندما يصبح عدد مرات التركيب السنوي (m) كبيراً جداً، فإن المتغير (X) يصبح كبيراً جداً أيضاً حسب تعريفه المساوي إلى (m/r). والحد (limit) عندما تزاد (X) من دون حدود، إن التعبير داخل القوسين يصبح مساوياً إلى (e) قاعدة اللوغاريتم الطبيعي Base of the Natural Logarithm وذلك كما يلي:

$$\lim_{X \to \infty} \left(1 + \frac{1}{X}\right)^{X} = e \approx 2.718$$

وبذلك تصبح القيمة المركبة:

(٩ ـ ٤٠)

$$V_n = R_o e^{rn}$$

وتمثل هذه القيمة المركبة لدفعة واحدة بعد عدد (n) من السنوات بفائدة (r) مركبة باستمرار. أما القيمة المركبة باستمرار لسلسلة من الدفعات فهي كما يلي:

$$V_n = \int_{t=o}^{N} R_t \; e^{rt} \; dt \qquad (٩\_٤١)$$

إن القيمة الحالية لدفعة تستحق بعد (n) سنة بفائدة (r) إذا كان الحسم مستمراً هي عكس المعادلة (٩ ـ ٤٠)، ويمكن التعبير عنها كما يلي:

$$R_0 = V_n \frac{e}{rn} = V_n e^{-rn} \qquad (٩\_٤٢)$$

أما القيمة المحسومة باستمرار لسلسلة من الدفعات المستقبلية فيمكن التعبير عنها كالآتي:

$$V_o = \int_{t=o}^{N} R_t \; e^{-rt} \; dt \qquad (٩\_٤٣)$$

إن لمفهوم الحسم المستمر تطبيقات هامة في نماذج التمويل النظرية وبالأخص في موضوع تقييم الشركات والأسهم. وسيتم التطرق إلى هذه النماذج في فصول لاحقة.

ملحق ب ـ فصل (٩)

الهيكل الزمني لأسعار الفائدة Term - Structure of Interest Rates

مقدمة

أصبح واضحاً من بحث نظرية الفائدة المقدمة فيما سبق أن هناك ثلاثة عوامل على الأقل تحدد مستوى level معدل الفائدة. هذه العوامل هي (α) الطلب على وعرض الأموال والذي يحدده النمط الزمني للاستهلاك والانتاجية الحدية للرأسمال في المجتمع، (β) علاوة تعبر عن معدل تضخم الأسعار المتوقع، و (γ) علاوة للخطر، كما هو مبين في المعادلة الآتية:

$$i = \alpha + \beta + \gamma$$

إن مستوى أسعار الفائدة يختلف بتغير كل من هذه المكونات الثلاثة. وبالتحديد، تختلف معدلات الفائدة باختلاف خطر الاستثمار. فالسندات ذات الترتيب الائتماني (C) أي ذات الطبيعة المضاربية العالية Highly Speculative Bonds تدفع معدل فائدة اسمي أعلى من السندات ذات الترتيب الائتماني الرفيع (AAA) أي السندات ذات النوعية العالية، كما هو واضح من الجدول (٩ ـ ب ـ ١). ويرتفع مستوى أسعار الفائدة إلى الأعلى إذا ازدادت معدلات التضخم Inflation المتوقعة. كذلك يرتفع مستوى أسعار الفائدة بازدياد معدل الفائدة الحقيقي.

جدول (٩ ـ ب ـ ١) التصنيف الائتماني لسندات دين الشركات وتغير العائد حتى الاستحقاق بحسبها

التصنيف الائتماني للسندات	معنى التصنيف الائتماني	العائد حتى الاستحقاق
AAA	سندات ذات نوعية عالية	ادنى
AA		
A		
BBB	سندات ذات نوعية متوسطة	
BB		
B		
CCC	سندات مضاربية	
CC		
C		
D	سندات متخلفة في دفع المستحقات	
E	سندات لشركات مفلسة	أعلى

منحنى العائد على السندات Bond Yield Curve

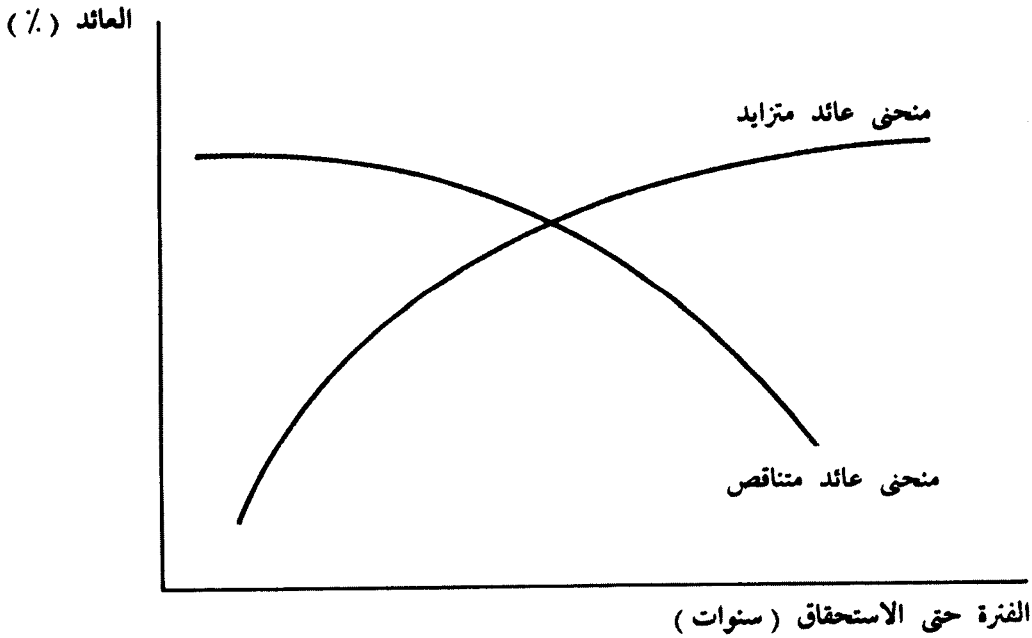
أما الهيكل الزمني لأسعار الفائدة فيتعلق بالتغير في العائد (Yield) مع الفترة الزمنية حتى الاستحقاق. ويقاس الهيكل الزمني هذا باستعمال العائد على السندات الحكومية لأنها عديمة الخطر، وبالتالي لا يظهر تأثير اختلاف خطر السندات والعوامل الأخرى على الفائدة. ويعرَّف **منحنى العائد Yield Curve** كالعلاقة بين معدلات الفائدة والفترة الزمنية حتى الاستحقاق Term - to - Maturity. ويرتفع منحنى العائد إلى أعلى ونحو اليمين إذا كانت أسعار الفائدة تزداد مع فترة الاستحقاق، كما ينخفض منحنى العائد إلى الأسفل ونحو اليمين إذا كانت أسعار الفائدة تتناقص مع فترة الاستحقاق، وذلك كما هو مبين في الشكل (٩ ـ ب ـ ١).

هناك ثلاث نظريات مدعمة كل منها بالدراسات الاختبارية المناسبة لتفسير العلاقة ما

بين معدلات الفائدة وفترة الاستحقاق، أو ما بين معدلات الفائدة القصيرة والطويلة الأجل. هذه النظريات هي نظرية علاوة السيولة، نظرية السوق المجزئة، وفرضية التوقعات. وسيتم بحث كل منها على حدة تفصيلياً.

الشكل (٩ ـ ب ـ ١)

منحنى العائد على السندات



نظرية علاوة السيولة (أو تجنب الخطر)

Liquidity Premium (or Risk - Aversion) Theory

كما هو معلوم، إن أسعار السندات الطويلة الأجل تتقلب بحدة أكبر من أسعار السندات القصيرة الأجل للتغير عينه في معدلات الفائدة. لذلك تقول نظرية علاوة السيولة إن العوائد (جمع عائد) الطويلة الأجل يجب أن تكون في المتوسط أعلى من العوائد القصيرة الأجل. ذلك لأن المستثمرين سيكونون مستعدين لدفع علاوة سعرية Price Premium وبالتالي سيحققون عائداً أقل على الاستثمار في السندات القصيرة الأجل لكي يتجنبوا خطر الخسارة الرأسمالية التي يكون احتمالها أكبر في السندات التي تستحق على آجال طويلة. بكلام آخر إن العائد المطلوب للاستثمار في السندات الطويلة الأجل أكبر من العائد المطلوب على السندات القصيرة الأجل، لأن الأولى أكثر خطراً (احتمال الخسارة الرأسمالية أكبر). لذلك تدعى هذه بنظرية تجنب الخطر Risk Aversion Theory أيضاً. هذا يعني أن منحنى العائد يرتفع نحو الأعلى دوماً، أي أنه كلما طالت فترة الاستحقاق ازداد العائد المطلوب كما هو مبين في الشكل (٩ ـ ب ـ ٢). وللبرهان على صحة هذه النظرية قام مؤيدوها بتقديم أدلة اختبارية تبين أن وسطي معدلات الفائدة القصيرة الأجل على مدى سنوات **دورة الأعمال** Business Cycle أقل من وسطي معدلات الفائدة الطويلة الأجل، وهو الدليل أن منحنى العائد يتجه نحو الأعلى.

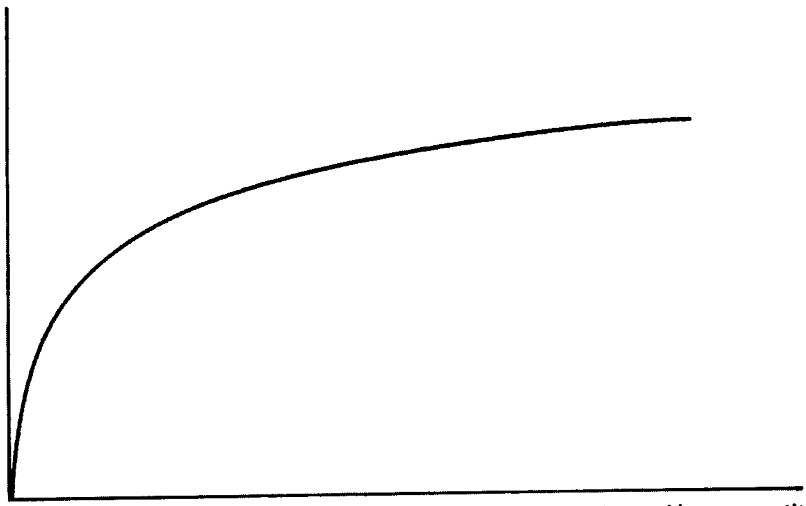
لكن معارضي نظرية علاوة السيولة يقولون إن الاستثمار لآجال قصيرة أكثر خطراً وأقل ربحية من الاستثمار لآجال طويلة، وبالتالي فإن نظرية علاوة السيولة يجب أن تكون معكوسة. وبالتحديد يورد هؤلاء الحجتين التاليتين:

أولاً: إن أسعار الفائدة القصيرة الأجل تتقلب أكثر مع الزمن من أسعار الفائدة الطويلة الأجل الأكثر استقراراً. هذا يعني أن المستثمر لآجال قصيرة سيواجه سلسلة من عمليات إعادة الاستثمار بعوائد متقلبة وغير مؤكدة. أي أن عائد الاستثمار القصير الأجل أكثر خطراً من عائد الاستثمار الطويل الأجل.

ثانياً: إن الاستثمار القصير الأجل أكثر تكلفة ويتطلب تكاليف أعلى للسمسرة وللحصول على المعلومات Higher Information & Transaction Costs، الأمر الذي يخفض العائد على الاستثمار.

الشكل (٩ ـ ب ـ ٢)

منحنى العائد بحسب نظرية
علاوة السيولة (تجنب الخطر)



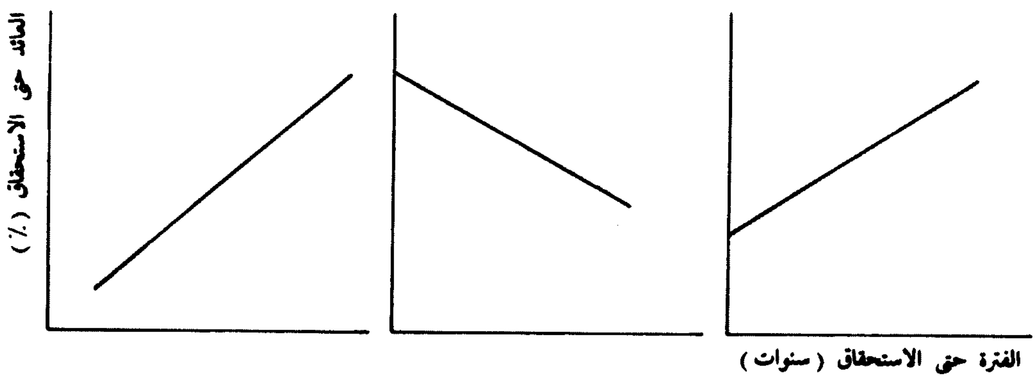
نظرية السوق المجزئة Segmented Market Theory

تقول هذه النظرية أن منحنى العائد يتألف من عدة أجزاء استحقاق مستقلة ويمكن تحديد كل منها بوضوح. والسبب في ذلك أنه توجد مؤسسات مالية متخصصة للإقراض وزبائن يرغبون بالاقتراض لكل جزء فترة استحقاق Maturity Segment على منحنى العائد. فمثلاً من المعروف أن المصارف التجارية تتخصص في إقراض الأموال على المدى القصير. وتوجد مؤسسات مالية أخرى تتخصص في التمويل المتوسط الأجل كبنوك التنمية الصناعية والزراعية والعقارية. كذلك هناك شركات التأمين وهي توفر الأموال للآجال الطويلة. وبناءً على ذلك فإن منحنى العائد في كل جزء استحقاق يتحدد بقوى السوق (الطلب على وعرض الأموال) لفترة الاستحقاق المحددة، من دون أن يتأثر بما يحدث في أجزاء الاستحقاق الأخرى، وذلك كما هو مبين في الشكل (٩ ـ ب ـ ٣).

هناك عدة اعتراضات على هذه النظرية أهمها أنه لا يمكن التحقق منها. **فالانقطاعات Kinks** في منحنى العائد كما هي مبينة في الشكل (٩ ـ ب ـ ٣) لا يمكن ملاحظتها على الطبيعة. كذلك إذا افترضنا منحنى عائد من هذا الشكل، فإن وجود مستثمرين متخصصين ومضاربين في الأسواق يسعون إلى الاستفادة من كل فرصة ربح ممكنة سيؤدي إلى تسوية الانقطاعات في منحنى العائد كنتيجة لمبادلاتهم. فهؤلاء الأشخاص الذين يمتهنون عمليات شراء وبيع الأوراق المالية لحسابهم الخاص بهدف تحقيق ربح من فروقات الأسعار والعوائد لا يميزون بين آجال الاستحقاق المختلفة. فإذا كانت أسعار السندات المتوسطة الأجل مرتفعة وعوائدها منخفضة، يقوم هؤلاء المضاربون ببيع هذه السندات وشراء سندات قصيرة الأجل مثلاً. إن هذا يؤدي إلى انخفاض أسعار السندات المتوسطة الأجل وارتفاع عوائدها، كما يؤدي إلى ارتفاع أسعار السندات القصيرة الأجل وانخفاض عوائدها. وبنتيجة هذه المبادلات يعود منحنى العائد إلى الاتجاه إلى الأعلى ونحو اليمين وباستمرار دون تقطع.

الشكل (٩ ـ ب ـ ٣)

منحنى العائد بحسب نظرية السوق المجزئة



فرضية التوقعات Expectations Hypothesis

تقول فرضية التوقعات أن أسعار الفائدة الطويلة الأجل هي عبارة عن وسطي، وبكلام أدق **الوسطي الهندسي Geometric Mean**، لمعدلات الفائدة القصيرة الأجل التي يتوقع أن تسود في الأسواق المالية ما بين الفترة الراهنة وحتى تاريخ استحقاق السندات الطويلة الأجل. ومن الممكن التعبير عن هذه الفرضية رياضياً كما يلي:

(١)

$$(1 + R_1) = (1 + r_1)$$
$$(1 + R_2)^2 = (1 + r_1)(1 + r_2)$$
$$(1 + R_3)^3 = (1 + r_1)(1 + r_2)(1 + r_3)$$

..

..

$$(1 + R_n)^n = (1 + r_1)(1 + r_2) \cdots (1 + r_{n-1})(1 + r_n)$$

$$(1 + R_n) = \sqrt[n]{(1 + r_1)(1 + r_2) \cdots\cdots (1 + r_n)} \qquad (٢)$$

$$R_n = \sqrt[n]{(1 + r_1)(1 + r_2) \cdots\cdots (1 + r_n)} - 1 \qquad (٣)$$

بحيث أن:

معدلات **الفائدة الفورية (Spot)** والممكن ملاحظتها في الأسواق المالية على السندات طويلة الأجل لاستحقاقات مختلفة = R's، وأن **أسعار الفائدة القصيرة الأجل المستقبلية (Forward) الضمنية** التي يتوقع أن تسود في الأسواق المالية = r's.

إن المنطق وراء فرضية التوقعات يكمن في وجود مستثمرين متخصصين ومضاربين في أسواق الأوراق المالية يسعون إلى تعظيم ربحهم بشراء وبيع السندات في الاستحقاقات المختلفة، وبذلك تتحقق المساواة في المعادلة أعلاه. أما آلية العملية فتتم كالآتي:

لنفترض عدم وجود مساواة، أي أن سعر الفائدة الطويلة الأجل أكبر من وسطي

أسعار الفائدة القصيرة الأجل المتوقعة خلال فترة الاستحقاق، كالآتي:

$$(1 + R_n) > (1 + r_1)\,(1 + r_2) \text{ --- ---- } (1 + r_n)$$

إن ما يحدث في هذه الحالة هو أن المستثمرين سيقومون بشراء السندات الطويلة الأجل التي تحقق العائد (R_n) لأن أسعارها منخفضة نسبة إلى العائد. وكنتيجة للإقبال على شراء هذه السندات سيرتفع سعرها وينخفض عائدها إلى أن تتحقق المساواة في المعادلة أعلاه مرة أخرى. والعكس صحيح إذا كان معدل الفائدة الطويلة الأجل أقل من وسطي معدلات الفائدة القصيرة الأجل، كما في المعادلة الآتية:

$$(1 + R_n)^n < (1 + r_1)\,(1 + r_2) \text{ --- ---- } (1 + r_n)$$

في هذه الحالة يبيع المستثمرون بعض ما يحملونه من السندات الطويلة الأجل ويقومون بشراء سندات قصيرة الأجل. وبنتيجة هذه العمليات تنخفض أسعار السندات الطويلة الأجل ويرتفع عائدها (R_n) وترتفع أسعار السندات القصيرة الأجل وتنخفض عوائدها إلى أن تتحقق المساواة في المعادلة.

إن أسعار الفائدة المستقبلية Forward or Future Rates ضمنية Implicit ولا يمكن ملاحظتها في السوق. لكنه من الممكن تقديرها بحل المعادلة (٢) أعلاه لمعدل الفائدة القصيرة الأجل المتوقع أن يسود في أي سنة مستقبلية (r_n). والبرهان الرياضي على ذلك مقدم فيما يلي:

$$(1 + R_n)^n = \underbrace{(1 + r_1)\;(1 + r_2) \text{ ----------- }}_{(1 + R_{n-1})^{n-1}}(1 + r_n)$$

$$(1 + R_n)^n = (1 + R_{n-1})^{n-1}\;(1 + r_n)$$

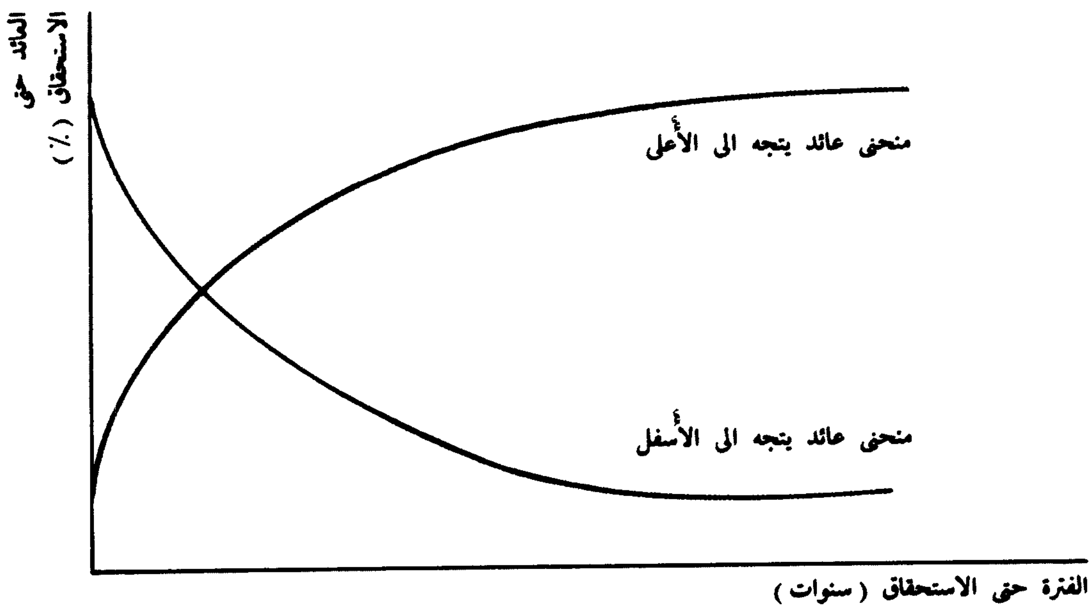
$$(1 + r_n) = \frac{(1 + R_n)^n}{(1 + R_{n-1})^{n-1}}$$

وبطبيعة الحال فإن أسعار الفائدة الطويلة الأجل (R_{n-1}) و(R_n) معروفة ويمكن ملاحظتها في السوق.

إن مضامين فرضية التوقعات لمنحنى العائد تعتمد على مستوى النشاط الاقتصادي المتوقع في المستقبل نظراً للعلاقة الطردية القائمة بين معدلات الفائدة القصيرة الأجل والنشاط الاقتصادي. فعندما ينشط الاقتصاد ويزداد الطلب على الأموال ترتفع أسعار الفائدة. تبعاً لذلك فإن منحنى العائد يتجه إلى الأعلى ونحو اليمين قبيل الازدهار الاقتصادي بتوقع ارتفاع معدلات الفائدة القصيرة الأجل، ويتجه إلى الأدنى ونحو اليمين قبيل الكساد الاقتصادي بتوقع انخفاض أسعار الفائدة القصيرة الأجل، وذلك كما هو مبين في الشكل (٩ ـ ب ـ ٤).

الشكل (٩ ـ ب ـ ٤)

منحنى العائد بحسب فرضية التوقعات



والأوضاع الاقتصادية والمالية السائدة في العالم هذه الأيام (خريف ١٩٩٨) خير دليل على ذلك. فقد بدأت تظهر في الأفق بوادر كساد اقتصادي عالمي أخذ بالتأثير تدريجياً حتى على الاقتصاد القوي الوحيد الذي كان ينمو بمعدلات جيدة حتى الربع الأخير من عام ١٩٩٧، أي اقتصاد الولايات المتحدة الأميركية. سبب هذا الكساد الاقتصادي العالمي الركود الاقتصادي وأزمة البنوك المهيمنة على اليابان منذ أوائل التسعينات، الأزمة المالية الخطيرة التي حلت بدول جنوب شرق آسيا منذ صيف عام ١٩٩٧، تدني أسعار السلع وبشكل خاص البترول بأكثر من ٤٠ بالمئة لتصل إلى مستوى ١٣ دولار للبرميل في آب ١٩٩٨، الانهيار المالي في روسيا في صيف ١٩٩٨، مشكلة هروب رؤوس الأموال من البرازيل ودول أميركا اللاتينية في صيف ١٩٩٨.

كل هذه العوامل مجتمعة وما رافقها من تداعيات بدأت بالتأثير بشدة على اقتصاد الولايات المتحدة الأميركية. ففي قطاع التجارة الخارجية انخفضت الصادرات الأميركية بشكل كبير لتدني الطلب بسبب الكساد في جنوب شرق آسيا واليابان وتأثير انخفاض أسعار البترول على القدرة الشرائية للدول المصدرة للبترول خاصة روسيا ودول أميركا اللاتينية والشرق الأوسط. قابل ذلك زيادة كبيرة في الاستيرادات الأميركية غذتها الأسعار الرخيصة للمستوردات الناتجة عن تدني الأسعار بسبب الكساد وانهيار العملات في دول جنوب شرق آسيا واليابان والطلب الاستهلاكي القوي في الولايات المتحدة. وقد أدى ذلك إلى تدني مبيعات وأرباح الشركات الأميركية، تدني معدلات النمو في الاقتصاد الأميركي في الربع الأول من عام ١٩٩٨ وتراجع الاقتصاد القومي (نمو سلبي) في الربع الثاني من عام ١٩٩٨، تشكل توقعات تشاؤمية حول الأداء الاقتصادي في المستقبل، حدوث تقلبات حادة جداً في الأسواق المالية الأميركية (انخفض مؤشر داو جونز بنسبة ٩ بالمئة في شهر آب ١٩٩٨ عن مستوى القمة Peak الذي كان قد وصله في الشهر السابق تموز ١٩٩٨ - (Business Week, August 31, 1998, p. 13)، تدني معدلات الفائدة بسبب هروب المستثمرين من الأسهم والالتجاء إلى السندات كملاذ آمن، الضغط من قبل الأسواق المالية على السلطات النقدية لعمل تخفيض منسق لمعدلات الفائدة للمساعدة على ضبط انهيار الأسواق المالية وتشجيع الاستثمار لمحاربة الكساد الاقتصادي وتخفيض قيمة الدولار لتشجيع الصادرات.

استناداً إلى هذه التطورات الاقتصادية والمالية في الأسواق العالمية وفي الولايات المتحدة الأميركية وتأسيساً عليها أخذ منحنى العائد في أميركا الشكل المقلوب أو المفلطح (Inverted to Flat Yield Curve) بتاريخ ١١ أيلول ١٩٩٨. ويتضح ذلك جلياً من تفحص عوائد أذونات وسندات الخزينة الأميركية لآجال مختلفة.

الهيكل الزمني لمعدلات الفائدة الأميركية
بتاريخ ١١ أيلول ١٩٩٨

أذونات الخزينة من مدة	تاريخ استحقاق	العائد حتى الاستحقاق (بالمئة)
١٣ أسبوع	١٠ تشرين أول ١٩٩٨	٤,٨٤
٢٦ أسبوع	١١ آذار ١٩٩٩	٤,٨٣
٥٢ أسبوع	١٦ أيلول ١٩٩٩	٤,٧٠
سندات الخزينة من مدة		
٥ سنوات	آب ٢٠٠٣	٤,٧٦
١٠ سنوات	آب ٢٠٠٨	٤,٨٣
٢٠ سنة	تشرين ثاني ٢٠١٨	٥,٣٨
٣٠ سنة	آب ٢٠٢٨	٥,٢٣

المصدر: Wall Street Journal, Spetember 14, 1998, p. 20.

لقد برهنت الدراسات الاختبارية التي اعتمدت على احصائيات تاريخية لمعدلات الفائدة في المراحل المختلفة لدورة الأعمال على صحة فرضية التوقعات. فقد تبين أن منحنيات العائد التي صممت قبيل **قمة** Peak دورة الأعمال تتجه نحو الأسفل بتوقع انخفاض الفائدة القصيرة الأجل. كذلك تبين أن منحنيات العائد التي صممت قبيل **قعر** Trough دورة الأعمال تتجه نحو الأعلى بتوقع ارتفاع الفائدة القصيرة الأجل. وتم الحصول على ذات النتائج عندما أعيدت هذه الدراسات لعدد كبير من دورات الأعمال تاريخياً.

أي هذه النظريات هو الأصح؟

بعد هذا البحث المستفيض قد يطرح السؤال حول أية من هذه النظريات الثلاث تصف حقيقة العلاقة ما بين معدلات الفائدة القصيرة والطويلة الأجل؟ وللإجابة ليس هناك من اتفاق ما بين الاقتصاديين حول أية من هذه النظريات هي الأصح. فكل نظرية لها منطق مقبول وتوجد دراسات اختبارية تدعمها. لذلك من الممكن القول أن مزيجاً من النظريات الثلاث قد يؤثر في تحديد الهيكل الزمني لأسعار الفائدة.

مراجع مختارة

1 - Jack Hirshleifer, «Investment Decision Under Uncertainty: Choice- Theoretic Approach», **Quarterly Journal of Economics**, (November 1965).

2 - ——, **Investment, Interest, and Capital**, (New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1970).

3 - E. J. Kane and Burton G. Malkiel, «The Term Structure of Interest Rates, An Analysis of a Survey of Interest Rate Expectation», **Review of Economics and Statitics**, (August 1967).

4 - B. G. Malkiel «Expectation Bond Prices, and the Term Structure of Interest Rates», **Quarterly Journal of Economics**, (May 1962).

5 - J. H. McCulloch, «Measuring the Term Structure of Interest Rates», **Journal of Business**, (January), PP. 19 - 31.

6 - David Meiselman, **The Term Structure of Interest Rates**, (New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1962).