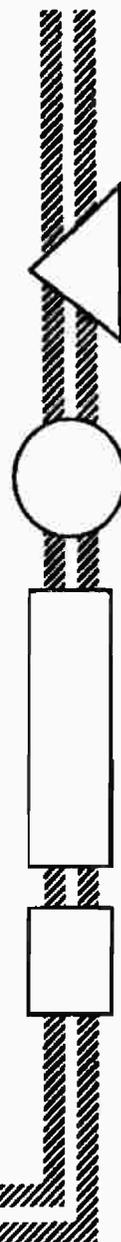


الباب الرابع

مبادئ الأحصاء



مبادئ الإحصاء

يختص علم الإحصاء بجمع وتصنيف وشرح وتلخيص البيانات حول الظواهر المختلفة المحيطه بنا وذلك لتوضيح واعطاء فكرة عامة أو استنتاج واتخاذ قرارات معينة فى حالات يكون فيها القرار غير واضح والاستنتاج غير صريح، أي أنه باستخدام الطرق الاحصائية نستطيع فهم وتوضيح أكثر ما يمكن من حقائق حول بيانات الظواهر المختلفة.

والطرق الاحصائية بفروعها المختلفة لها تطبيقات عديدة فى جميع فروع العلوم الطبيعية والانسانية فمثلا باستخدام الطرق الاحصائية يمكن بدراسة جزء من المجتمع أن نعمم النتائج على المجتمع ككل، كما يمكن دراسة مدى ارتباط تأثير وتأثير الظواهر بعضها ببعض والتنبؤ بسلوك بعض الظواهر مستقبلا اعتمادا على سلوكها فى الماضى.

كذلك يمكن استخدام الطرق الاحصائية توضيح عما إذا كانت البيانات حول ظاهرة ما تدعم صحة بعض الفروض أو العكس كما أن نتائج المتعددات العامة تستخدم فى التخطيط للسياسة العامة فى جميع المجالات، والطرق الاحصائية أسسها واحدة مهما اختلفت أوجه استخداماتها فى العلوم المختلفة مع مراعاة أنه للقيام بأى دراسة إحصائية يجب الاهتمام بالنقاط التالية:

1 - تحديد هدف الدراسة.

2 - تصميم الدراسة.

3 - جمع المعلومات المطلوبة.

4 - تحليل النتائج.

وقد تطور العلم وأصبح له فروع عديدة يمكن تقسيمها إلى:-

1 - الاحصاء الوصفي:

الذي يختص بوصف وعرض وتلخيص البيانات.

2 - الاحصاء الاستنتاجي:

ويختص باستنتاج واتخاذ القرار وتعميم النتائج مع حساب درجة الثقة

المصاحبة لهذه القرارات والاستنتاجات ويهتم هذا المقرر بالنوع الأول.

أولاً: الجدول التكراري :

هو جدول يوضح البيانات على هيئة فترات ذات فترات متساوية ويقابلها

تكرارات تمثل عدد البيانات لكل فئة.

مثال :

إذا كان إنتاج 60 مصنعاً من إنتاج معين كالآتي:

89	29	68	91	72	31	25	62	57	46	21	95	87
73	77	62	58	81	57	54	72	81	83	73	62	66
36	77	62	58	81	57	54	72	81	83	73	62	66
36	29	17	63	52	97	87	67	96	88	83	73	12
42	33	21	54	36	81	65	57	73	92	62	63	71
					51	62	56	23	49	46	89	58

والمطلوب توضيح المعالم الأساسية لهذه البيانات عن طريق الجدول

التكراري.

العمل :

لتكوين جدول تكرارى تتبع الخطوات التالية:

1 - نحدد المدى الذى تنتشر فيه هذه البيانات.

$$\text{المدى} = \text{أكبر بيان} - \text{أصغر بيان} = 97 - 12 = 85$$

2 - نقسم هذا المدى إلى فترات متساوية الطول بحيث يكون عددها مناسباً

فإذا حددنا طول الفترة مثلاً (10) سيكون لدينا 9 فترات

$$\left(9 \cong \frac{85}{10} \cong \frac{\text{المدى}}{\text{طول الفترة}} \cong \text{عدد الفترات} \right)$$

3 - يكون لكل فترة حد أدنى وحد أعلى بحيث يكون الحد الأدنى للفترة

الأولى مساوياً أو أقل من الحد الأدنى للبيانات (أى أصغر قيمة موجودة) كذلك الحد

الأعلى لآخر فترة يكون مساوياً أو أكبر من الحد الأعلى للبيانات (أكبر قيمة

موجودة) وذلك حتى نضمن عدم وجود فترات زائدة ليس لها تكرارات.

4 - نضع الجدول على صورة أفقيه أو رأسيه ونحصر القيم لكل فترة بوضع

علامة (ا) فى خانة علامات الحصر المقابلة للفترة المعنية فمثلاً عدد البيانات

المحصورة بين 10 - 20 هو 2 نتكون بالحصر || وعدد البيانات المحصورة بين 30

20 - هو 5 فتكون بالحصر ||| وتكون الجدول التكرارى بهذا الشكل.

إنتاج 60 مصنعا فى سلعة معينة

الفترة	20-10	30-20	40-30	50-40	60-50	70-60	80-70	90-80	100-90	المجموع
علامات الحصر										
التكرار	2	5	5	4	10	11	9	9	5	60

ملحوظة :

الفترة 10 - 20 تعنى جميع الأعداد التى هى مساوية لـ 10 وأقل من 20 أى العدد 20 يكون من ضمن الفترة التالية وهكذا باقى الفترات بالمثل. وبالرغم أنه لا توجد طريقة وحيدة لوضع الجداول التكرارية إلا أنه هناك بعض النقاط الأساسية التى يجب مراعاتها عند تكوين الجداول التكرارية وهى:

1 - يجب أن يكون عدد الفترات مناسباً من 5 إلى 25 حسب خبرة الباحث.

2 - تجنب الفجوات أو التداخل بين الفترات.

3 - يكون طول الفترة بحيث أن تكون البيانات داخل الفترة أقرب ما يمكن إلى منتصفها.

$$\text{مركز الفترة} = \frac{\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{2}$$

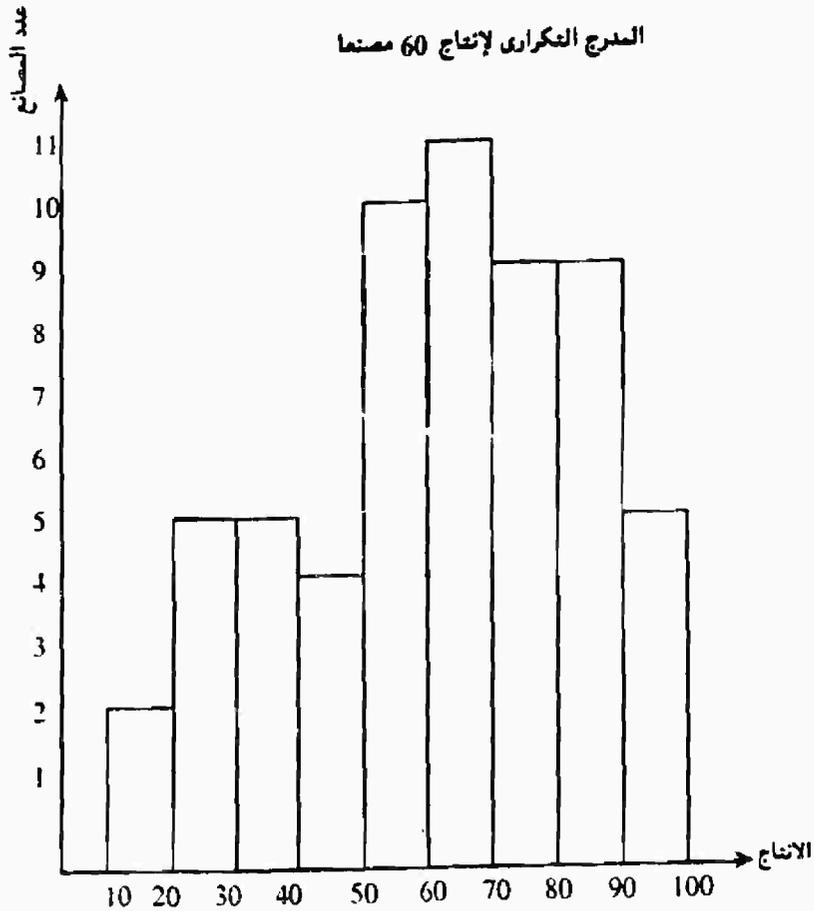
ذكرنا سابقاً أن طول الفترات فى الجدول يجب أن تكون متساوية وذلك لسهولة التعامل معها ولكن فى بعض الحالات تستخدم فترات غير متساوية الطول لوجود غرض من وراء ذلك. فمثلاً إذا كان الغرض من الدراسة الاهتمام ببعض الفترات والتركيز عليها ولا يهمنى باقى الفترات الأخرى كذلك إذا كان التكرار لبعض الفترات صغيراً جداً مقارنة بباقى التكرارات يمكن دمج هذه الفترات معاً.

ثانياً: المدرج التكرارى:

هو عبارة عن مستطيلات رأسية ارتفاعها يمثل التكرارات أما قاعدتها فتمثل فترة الفئة. وتتلخص فى الآتى:

1 - تكوين الجدول التكرارى.

- 2 - يحدد المحور الأفقى للفترات (ليس من الضروري البداية من الصفر).
- 3 - يحدد المحور الرأسى للتكرار وحسب الطول المتوفر يقسم إلى وحدات بحيث تضمن رسم أكبر تكرار على أن تبدأ من الصفر.
- 4 - نبدأ بتحديد بداية كل فترة ونهايتها ثم يحدد التكرارات المقابلة لكل فترة ليتكون بذلك المدرج التكرارى كما بالشكل (شكل 90)



شكل 90

وبالنظر إلى هذا الشكل يتضح أن معظم المصانع إنتاجها مرتفع وأن أكثر المصانع إنتاجا بين 60 - 70 أو أقل إنتاجا بين 10 - 20 وعلى العموم فإن معظم المصانع كان إنتاجها أكبر من 50.

ثالثا: المضلع التكراري:

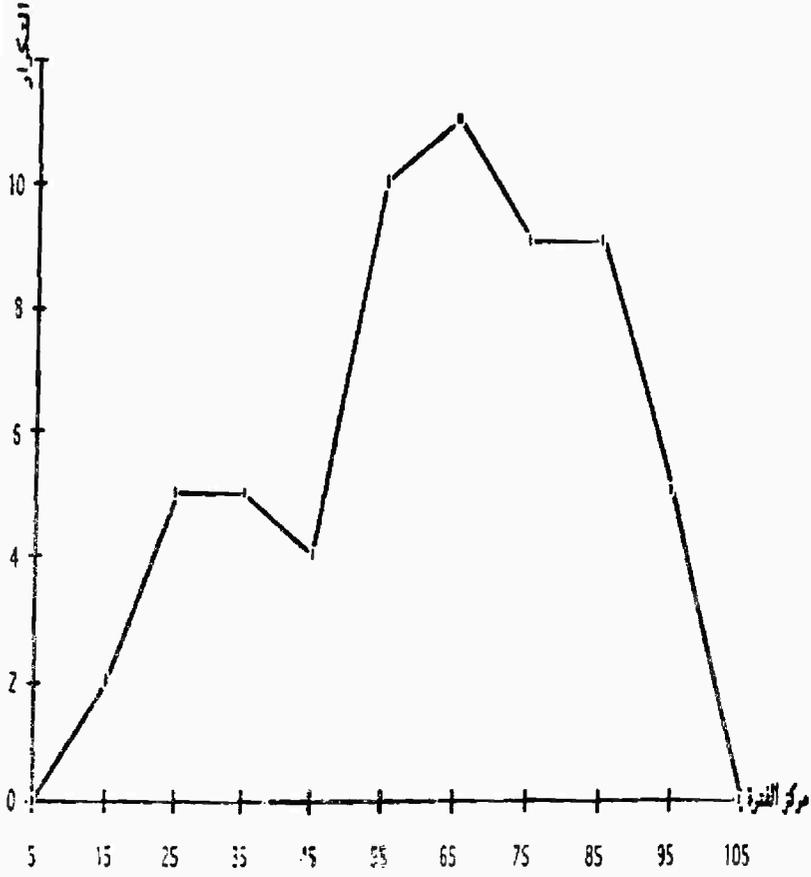
في هذا النوع من التمثيل تمثل الفترات بمراكزها ومن ثم فإننا نعين نقاطا (x, y) بحيث $x =$ مركز الفئة (مركز الفترة)
 $y =$ تكرار الفئة.

ثم نصل بين النقاط بقطع مستقيمة ويفلق المضلع من طرفيه بإضافة نقطتين $(x_0, 0)$, $(x_1, 0)$ حيث x_0 هي مركز الفترة ما قبل الأولى.

x_1 هي مركز الفترة ما بعد الأخيرة والتي تكرارها أيضا صفر.

ويسمى الشكل الناتج بالمضلع التكراري. شكل 91

الفترة	10-0	20-10	30-20	40-30	50-40	60-50	70-60	80-70	90-80	100-90	110-100
مركز الفترة	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105



شكل 91

وهذا النوع من الرسوم يفضل استخدامه عند مقارنة ظاهرتين أو أكثر
بيانيا فنجد أن المقارنة سهلة وواضحة.

رابعاً: المنحنى التكرارى :

فى هذا النوع من التمثيل البيانى يسير العمل كما فى حالة المضلع التكرارى دون الاستعانة بالفترتين الاضافتين (قبل الأولى وبعد الأخيرة) وتوصيل النقاط لعسل المنحنى بحيث يكون مارا بأكثر عدد من النقاط. كما إنه إذا زادت عدد الفترات وصغر طول الفترة إقترب المضلع التكرارى من أن يكون منحنيا وفى هذه الحالة يسمى بالمنحنى التكرارى.

التكرار المتجمع الصاعد والنازل:

فى بعض الحالات نود معرفة عدد التكرارات أو البيانات التى تزيد قيمتها عن قيمة معينة أو تقل عن قيمة معينة، مثلاً عندما نود أن نعلم عدد الناجحين أى عدد الحالات التى تزيد درجاتهم عن 50 ، وهذه غير واضحة بسهولة فى الجدول السابق، وعلى ذلك فقد وضع جدول لمثل هذه الحالات بوضع الإجابة على مثل هذه التساؤلات كما يلى:

فى المثال السابق إذا أردنا الحصول على جدول التكرار المتجمع الصاعد أو النازل علينا جمع التكرارات المناظرة لكل فترة وإلى قبلها فتحصل على مجموع التكرارات أى التكرار المتجمع الصاعد حسب تلك الفترة كما هو موضح فى الجدول التالى:

جدول التكرار المتجمع الصاعد لإنتاج 60 مصنعا

100-90	-80	-70	-60	-50	-40	-30	-20	-10	الفترة
5	9	9	11	10	4	5	5	2	التكرار
100	90	80	70	60	50	40	30	20	أقل من
50	55	46	37	26	16	12	7	2	التكرار المتجمع الصاعد
90	80	70	60	50	40	30	20	10	أكبر من
5	14	23	34	44	48	53	58	60	التكرار المتجمع تنازلي

ويمكن توضيح جدول التكرار المتجمع الصاعد والتنازل بطريقة أخرى بحيث يكون مجموع التكرارين في كل فترة مساويا للتكرار الكلي للتكرار وذلك كما يلي:-

التكرار المتجمع التنازل	القيمة	التكرار المتجمع	القيمة الصاعد
60	10 فأكثر	صفر	أقل من 10
58	20 فأكثر	2	أقل من 20
53	30 فأكثر	7	أقل من 30
48	40 فأكثر	12	أقل من 40
44	50 فأكثر	16	أقل من 50
34	60 فأكثر	26	أقل من 60
23	70 فأكثر	33	أقل من 70
14	80 فأكثر	46	أقل من 80
5	90 فأكثر	55	أقل من 90
صفر	100 فأكثر	60	أقل من 100

مثال :

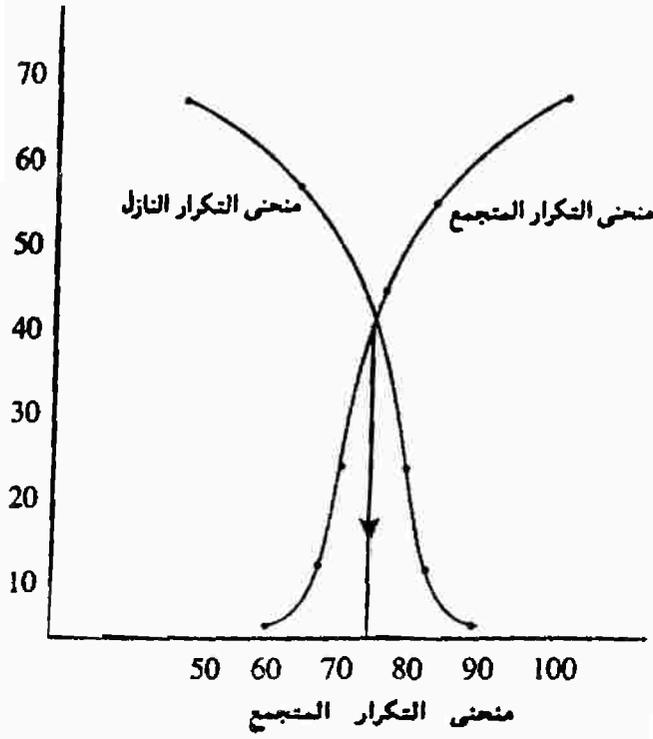
إرسم منحني التكرار المتجمع الصاعد ومنحني لتكرار المتجمع النازل
للتوزيع التكراري التالي - عين من الرسم القيمة الوسطى للبيانات المعطاه في
جدول التوزيع التكراري:

الفترة	-50	-56	-62	-68	-74	-80	-86	89-92
التكرار	1	6	12	15	22	10	6	3

الحل :

نكون جدول التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل ثم رسمهما
بيانيا وكما يبين شكل (92) أن القيمة الوسطى هي القيمة التي تقابل تكرارا
مجتمعا يساوي نصف مجموع الحالات أي تساوي $37 \frac{1}{2}$

التكرار المتجمع الصاعد		التكرار المتجمع النازل	
الحد	التكرار	الحد	التكرار
أقل من 50	صفر	50 فأكثر	75
أقل من 56	1	56 فأكثر	74
أقل من 62	7	62 فأكثر	68
أقل من 68	19	68 فأكثر	56
أقل من 74	34	74 فأكثر	41
أقل من 80	56	80 فأكثر	19
أقل من 86	66	86 فأكثر	9
أقل من 92	7.2	92 فأكثر	3
أقل من 98	75	98 فأكثر	صفر



شكل 92

النزعة المركزية:

بالتمعن فى الظواهر التى حولنا والقيم التى تأخذها العناصر المختلفة لهذه الظواهر نلاحظ أن أغلب قيم هذه الظواهر قريبة من بعضها البعض أى أنها تتجمع حول قيمة معينة غير منظورة فمثلا نجد دخل أو ذكاء أو طول معظم الأشخاص فى مجموعة أو مجتمع ما تقرب أو تتجمع حول قيمة معينة وهناك عدد قليل من الأفراد أى من القيم يبتعد عن هذا التجمع من ناحية الصفر أو الكبير أى أن هذه القيمة كأنها تعمل على جذب القيم ناحيتها أى كأن هناك قابليته أو رغبته أو نزعة عند هذه القيم للتجمع والاقتراب من هذه القيمة، هذه الظاهرة سميت ظاهرة النزعة المركزية. وقد سميت بالنزعة لأنها ظاهرة طبيعية لا يمكن التحكم فيها وفى الواقع هناك عدة متوسطات للتعبير عن هذه الظاهرة منها:

1- المتوسط الحسابى:

ويعرف بأنه يساوى مجموع البيانات مقسومة على عددها.

2- الوسيط:

ويعرف بأنه القيمة التى تقسم البيانات الى مجموعتين بحيث يكون عدد القيم التى أكبر منها مساويا لعدد القيم التى أصغر منها، وإذا كان عدد القيم زوجيا

يكون الوسيط هو متوسط القيمتين التى رتبتهما $\frac{n}{2}$, $\frac{n}{2} + 1$

3 - المنوال:

في بعض الحالات نجد أن البيانات التي لدينا مصنفة حسب نوعية معينة أو صفة أي إنها مقسمة إلى أنواع أو إلى مجموعات ليست عديدة مثل الجنس أو المستوى العلمي.. إلخ. مما دعت الضرورة إلى وجود مقياس من آخر يعبر عن هذه الحالات وهو المنوال.

ويعرف المنوال بأنه القيمة الأكثر إنتشارا. ويمكن أن يؤخذ بالعدد المقابل

لأعلى تكرار.

التشتت

لقد اتضح لنا مما سبق أن المتوسطات كمقياس للنزعة المركزية تغطي وصف وتوضع فكرة عامة عن البيانات التي حسبت منها، ومما لا شك فيه أن هذه الفكرة والوصف يتوقف على نوع البيانات والمتوسط المستخدم لوصفها. وفي الواقع إذا أردنا أن تكون الفكرة والوصف شاملا ودقيقا وأقرب إلى واقع البيانات فلا نستطيع الاعتماد على الرصف بالمتوسطات فقط.

كذلك عند مقارنة ظاهرتين تساوت خاصية النزعة المركزية لهما أي تساوت متوسطاتهما فاعتمادنا في المقارنة على خاصية واحدة غالبا ما تكون بعيدة عن الواقع فمثلا إذا كانت درجات طالبين في خمسة اختبارات لمادة كالآتي:

درجات الطالب الأول : 52 3 74 98 37

درجات الطالب الثاني : 52 53 50 51 54

نجد أن المتوسط «الوسيط» = 52

ونجد أن درجات الطالب الثاني متقاربة ومتجانسة - أي أن الفروق بينها صغيرة. أما درجات الطالب الأول يلاحظ أن الفروق بينها كبيرة أي إنها غير متجانسة. وعلى ذلك تكون درجات الطالب الثاني أقل اختلافا وأقل تشتتا بعكس الطالب الأول التي تكون درجاته أكثر اختلافا وأكثر تشتتا - وهذا ما يعرف بظاهرة التشتت.

مقاييس ظاهرة التشتت:

- 1 - المدى
- 2 - الانحراف الربيعي
- 3 - الانحراف المطلق
- 4 - الانحراف المعياري
- 5 - معامل الاختلاف

وسوف نقتصر في دراستنا على المدى والانحراف المعياري.

المدى (Range) :

هو أبسط مقاييس التشتت مفهوما حيث أنه يوضح فكرة عامة وبسيطة عن تشتت البيانات.

وقيمته تساوى أكبر قيمة مطروحا منها أصغر قيمة فى البيانات. فإذا رمزنا للمدى بالرمز R فإنه يساوى :-

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

حيث: x_{\max} أكبر بيان

x_{\min} أصغر بيان

مثال :

إذا كان دخل (6) منتجين بإحدى المنشآت كالاتى:

140 100 220 180 190 260

أوجد المدى:

الحل:

$$\begin{aligned} R &= x_{\max} - x_{\min} \\ &= 260 - 100 = 160 \end{aligned}$$

بالرغم من بساطة هذا المقياس إلا أننا نجد له استخدامات عديدة فى المجالات الاقتصادية والاجتماعية فمثلا يقال أن سعر سلعة معينة فى السوق اليوم كان من كذا إلى كذا وإن درجة الحرارة كانت من 22 إلى 32 أو أن سن الزواج فى إحدى المدن من 17 إلى 30 مثلا وهكذا.

الانحراف المعياري (Standard deviation):

يعتبر الانحراف المعياري من أهم المقاييس الاحصائية للتشتت وهو الأكثر استخداما فى القوانين والنظريات الاحصائية وذلك لأنه يعطى فكرة سليمة ومنطقية عن ظاهرة التشتت ويعرف بأنه :

الجذر التربيعى لمتوسط مربع إنحرافات القيم عن متوسطها.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_r - \bar{x})^2}{n}}$$

$\sigma =$ الانحراف المعياري

$x_r =$ القراءات أو البيانات

$\bar{x} =$ متوسط القراءات

$n =$ عدد البيانات

\sum المجموع

وقد وجد أنه من الأدق أن نقسم مجموع مربع الانحرافات على (n - 1) بدلا

من n ويتم ذلك كالآتى:

$$\sigma^2 (n-1) = \sum (x_r - \bar{x})^2$$

$$= \sum (x_r^2 - 2 x_r \bar{x} + \bar{x}^2)$$

$$= \sum (x_r^2 - 2 \bar{x} \sum x_r + \sum \bar{x}^2)$$

$$= \sum x_r^2 - 2 n \bar{x}^2 + n \bar{x}^2$$

$$= \sum x_r^2 - \frac{(\sum x_r)^2}{n}$$

وهذه الصيغة أسهل في التعامل حيث التعامل يكون مع القراءات الأصلية

بدلاً من الانحرافات عن المتوسط

مثال:

إذا كانت درجات 10 طلبة في إحدى الاختبارات في مادة كالتالي:

$$6 - 8 - 9 - 5 - 8 - 7 - 8 - 6 - 7 - 8$$

فاحسب الانحراف المعياري

الحل:

$$\sum x_r^2 = 6^2 + 8^2 + 9^2 + \dots + 8^2$$
$$= 532$$

$$\sum x_r = 6 + 8 + 9 + 5 + 8 + 7 + 8 + 6 + 7 + 8$$
$$= 72$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_r^2 - \frac{(\sum x_r)^2}{n}}{n - 1}$$
$$= \frac{532 - \frac{(72)^2}{10}}{9} = 1.5$$

$$\therefore \sigma = 1.2$$

حساب الانحراف المعياري في حالة وجود تكرارات:

على فرض أن f_r تمثل التكرارات فيكون النحراف المعياري σ :

$$\sigma^2 = \frac{1}{(\sum f_r - 1)} \left[\sum f_r x_r^2 - \frac{(\sum f_r x_r)^2}{f_r} \right]$$

مثال :

إذا كانت درجات 30 طالبا في إحدى الاختبارات كالآتي:

الدرجة (x_r)	4	6	7	9	10
العدد (f_r)	6	8	10	4	2

أوجد الانحراف المعياري.

الحل :

x_r الدرجة	7	6	7	9	10	Σ
f_r التكرار	6	8	10	4	2	30
$f_r x_r$	24	48	70	36	20	198
x_r^2	16	36	49	81	100	-
$f_r x_r^2$	96	288	490	324	200	1348

$$\therefore \sigma^2 = \frac{1}{29} \left(1348 - \frac{(198)^2}{30} \right)$$

$$= 1.42$$

$$\sigma = 1.18 \text{ درجة}$$

حساب الانحراف المعياري من الجداول التكرارية:

إذا كانت لدينا بيانات في جدول تكرارى (بدون فترات مفتوحة) وأردنا حساب

الانحراف المعياري لهذه البيانات. نحسب أولا مركز الفترات ثم نتبع الطريقة السابقة

كما في المثال التالي:

مثال:

إذا كان الجدول التالي يوضح المصروفات الشهرية لعدد من المنشآت والمطلوب حساب الانحراف المعياري لهذه البيانات.

المصروفات بالألف x^f	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	المجموع
عدد المنشآت f_r	10	15	20	12	3	60

الحل:

المصروفات بالألف x_r	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	المجموع
التكرار f_r	10	15	20	12	3	60
مركز الفترة c	1	3	5	7	9	—
$f_r x_c$	10	45	100	84	27	266
x_c^2	1	9	25	49	81	—
$f_r x_c^2$	10	135	500	588	283	176

$$(\sum (f_r x_c)^2) = (266)^2 = 70756$$

$$\sum f_r x_c^2 = 1516$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_r x_c^2 - \frac{(\sum f_r x_c)^2}{n}}{n - 1}$$

$$= 5.7$$

$$\sigma = 2.4 \text{ ألف دينار}$$

ملحظة :

1 - لا يتأثر الانحراف المعياري إذا أضيف أو طرح عددا ثابتا من كل

القيم.

2 - يتأثر الانحراف المعياري بالضرب أو القسمة على المقادير الثابتة

لكل القيم.

تمارين (34)

1 - الجدول التالي يبين التوزيع التكرارى لدرجات الطلبة فى إحدى

المواد.

الفترة	5-	10-	15-	20-	25-	30-	35-	40-45
التكرار	4	22	28	18	12	9	4	3

والمطلوب إيجاد : 1 - المتوسط الحسابى

2- الانحراف المعيارى

2 - ارسم المنحنى التكرارى للتوزيع التالى :

الفترة	50-	60-	70-	80-	90-	100-	110-	120-130
التكرار	4	22	28	18	12	9	4	3

والمطلوب إيجاد : 1 - المتوسط الحسابى

2- الانحراف المعيارى

2 - ارسم المنحنى التكرارى للتوزيع التالى :

الفترة	0-	10-	20-	30-	40-	50-	60-	70-80
اللغة العربية	1	3	2	13	29	31	13	3
اللغة الانجليزية	3	5	10	15	19	22	15	4

والمطلوب إيجاد :

- 1 - قارن بين تشتتى الدرجات عن طريق رسم منحنيين تكرارين لهما.
- 2 - إحسب المتوسط الحسابى، الانحراف المعيارى لكل من التوزيعين.

4 - عرف الآتى :

الوسط الحسابى - الوسط - المدى - التشتت - مقياس التشتت

5 - الجدول التالى بين الدخل الاسبوعى لمجموعة من المنتجين المهرة

(بالدينار) لعدد وحدات معينة.

عدد الوحدات	الدخل
142	66.0 فأكثر
131	66.5 فأكثر
116	67.0 فأكثر
92	67.5 فأكثر
52	68.0 فأكثر
32	68.5 فأكثر
18	69.0 فأكثر
7	69.5 فأكثر

والمطلوب:

- أ- كون جدول توزيع تكرارى من هذا الجدول.
- ب - أعد تنظيم البيانات السابقة فى جدول توزيع تكرارى متجمع صاعد.

- ج - مثل التوزيعين المتجمع الصاعد والمتجمع النازل بيانياً.
د - من الرسم البيان في ج أوجد القيمة الوسطى للدخل لهؤلاء المنتجين.

6 - من جدول التكرار التالي ، كون جدولاً يتضمن التكرار المتجمع الصاعد والمتجمع النازل. إرسم منحنى كل تكرار واستخدم الرسم في إيجاد الوسيط.

65-60	-55	-45	-50	-40	-35	-30	-25	-20	الفترة
3	8	13	15	20	16	13	9	3	التكرار

المراجع العربية

- 1 - حساب التفاضل، والتكامل والهندسة التحليلية - تأليف ج. ب. توماس ترجمة الدكتور موفق دعبول وآخرين - منشورات جامعة الناتج الطبعة الثانية 1979
- 2 - الهندسة : د. فؤاد محمد رجب - الأستاذ على أحمد حمدي - مطابع الثورة العربية 1993 الجماهيرية العربية الليبية.
- 3 - الاحصاء : د. سياما داث - الاستاذ على أحمد حمدي - مطابع الثورة العربية 1993 الجماهيرية العربية الليبية.
- 4 - حساب التفاضل والتكامل والهندسة والهندسة التحليلية: تأليف وليم ه. دورفي / كلية مونت هوليوك الدار الدولية للنشر والتوزيع. ترجمة الدكتور محمد على محمد السمري جامعة حلوان، جمهورية مصر العربية. الطبعة الثانية 1992.

المراجع الأجنبية

- 1- Engineering formulas - kurt Gieck Third Edition - 1873 - McGraw- Hill Book Comp. Printed in W. Gery many.
- 2- Golden book in Matematics. Mr. Ayman Eissa, mr. Mohamed Hasan. (المكتبة المصرية بالفعالة . جمهورية مصر العربية)