الباب الثالث

القص

(Shear)

3.1 مقدمـــــة

من المعروف أنه عندما يتعرض أى جزء من أجزاء أى منشئ إلى تـــأثير قوة خارجية أو مجموعة من القوى الخارجية ، فان ذلك يؤدي إلى ظهور مـــا يسمى بالقوى الداخلية " مؤثرات الأجهاد الداخلي " في المقاطع المختلفة مـــن هذا الجزء أو ذاك ، وهذه القوى الداخلية عبارة عن القوى عمودية ، وقـــوى القص ، وعزوم انحناء ، وعزوم التواء ، وعادةً تلـــك القـــوى يتولـــد عنهـــا أجهادات عمودية (Normal Stresses) ويرمز لها بالرمز (σ) ، واجهادات قص (Shear Stresses) ويرمز لها بالرمز (τ) وغيرها .

إذا أثرت في المقطع العرضي لجزء من أجزاء منشئ ما قـــوة عرضـــية فقط ، وكانت القوى الداخلية الأخرى تساوي صفراً ، فان حالة أجهاد الجـــزء هذه تسمى بإجهاد القص (Shearing Stress) ، وفي هذه الحالة ، تؤثر في المقطع العرضي الأجهادات المماسية وحـــدها التـــي تعتبـــر بمثابـــة القـــوة العرضية . لذا يطلق عادةً على القوة التي تؤثر على امتداد مستوى يمر خلال الجسم بقوة القص (Shearing Force) وسوف نرمز لها في هـــذا الكتـــاب بالرمز (Q) ، كما يرمز لها في بعض المراجع بالرمز (F_s) . وقد أشرنا في الباب السابق إلى أن القوة العرضية أي قوة القص ، تظهر في نفس الوقت إلى جانب عزم الانحناء ، والقوة الطولية ، بحيث تـــؤثر الأجهـــادات العموديـــة والاجهادات المماسية معاً في المقاطع المختلفة .

أما إذا كانت الأجهادات المماسية أكبر بكثير من الأجهادات العموديـــة ، فانه في هذة الحالة يمكن أجراء الحســـابات والتصـــميم بالنســـبة للاجهـــادات القص . وعادة يطلق على قوة القص مقسومة على المساحة المـــؤثرة عليهـــا بإجهاد القص (Shearing Stress) ، وسوف نقوم بدراسة أجهادات القـــص المباشرة وتأثيراتها في هذا الباب بالتفصيل .

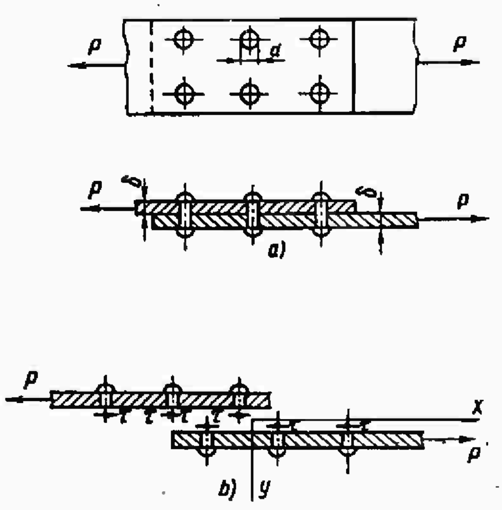
2.3 الأجـــهــــــادات عند القـــص

أشرنا سابقاً أنه إذا أثرت قوة عرضية فقط في المقطع العرضي لجزء من أجزاء منشئ ما ، وكانت القوى الداخلية الأخرى تساوي صفراً ، فـــان حالـــة إجهاد هذا الجزء هذه تسمى بالقص (Shear) . في هذه الحالة ، تـــؤثر فـــي المقطع العرضي الأجهادات المماسية وحدها التي تعتبر بمثابة القوة العرضية .

وعادةً تظهر القوة العرضية (Shearing Force) فـــي أكثـــر المســـائل العملية في نفس الوقت مع عزم الانحنـــاء (Bending Moment) والقـــوة الطولية (Longitudinal Force) ، بحيـــث تـــؤثر الأجهـــادات العموديـــة والمماسية عادة في المقاطع معا . ولكن إذا كانت الأجهادات المماســـية اكبـــر بكثير من الأجهادات العمودية ، عندئذ يمكن أجراء عملية التصميم والحسابات المختلفة بالنسبة للاجهادات القص فقط .

ويعتبر حساب ربط وصل البرشامات والمسامير واللحام مثال على هـــذه الحسابات المبسطة ، والذي اظهر التطبيق العملي بأنه صحيح بدرجة كبيرة ، ويبين الشكل (a. 1-3) وصل لوحين بواسطة البرشـــام (Rivet) - وصـــلة تراكب ، ونتيجة لعملية البرشمة يتكون الرأس الثاني للبرشامة والذي عادة ما يسمى بالقافل . أما الشكل (b. 1-3) فيظهر صورة الانهيار الممكـــن للـــربط البرشمى . ويبين أن انهيار الربط يحدث نتيجة لقص البرشامات في تلامـــس الألواح .

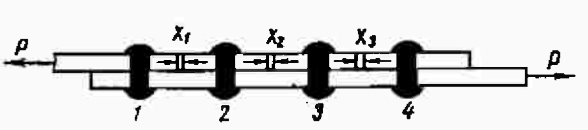
وكما أشرنا أن الأجهادات المماسية تؤثر على مستوى قص البرشـــامات ، ولتحديد مقدار هذه الأجهادات يجب علينا أولاً قبل كل شـــيء معرفـــة كيفيـــة توزيع القوة P بين البرشامات بصورة منفردة . ولهذا يجب اعتبـــار الـــربط البرشمي أي " الربط بالبرشام " مجموعة غير محددة استاتيكياً .



الشكل (3-1)

ويمكن اعتبار الشروط الواجب توافرها بين البرشامات في لوح واحد من الألواح مجهولة كما يبين الشكل (3-2) ، وبمساواة الازاحات في أماكن مقطع الألواح للصفر ، فأننا نحصل على معادلات التشـــوهات الضـــرورية لتحديـــد القوى المجهولة .

وعنـــد تحديـــد القـــوى فـــي الألـــواح ، فأننـــا نحصـــل علـــى قـــوى القص (Shearing Forces) في البرشامات والتي هي عبارة عن الفرق بين القوى المجاورة للبرشام ، فمثلاً قوى القص في البرشـــامة الثانيـــة تســـاوي $Q_2 = X_2 - X_1$ وبنفس الطريقة نحصل قوى القص في البرشامات الأخـــرى كما يبين الشكل (3-2) .



الشكل (3-2)

2.3 الأجـــهــــادات عند القــص

أشرنا سابقاً أنه إذا أثرت قوة عرضية فقط في المقطع العرضي لجزء من أجزاء منشئ ما ، وكانت القوى الداخلية الأخرى تساوي صفراً ، فـان حالـة إجهاد هذا الجزء هذه تسمى بالقص (Shear) . في هذه الحالة ، تـؤثر فـي المقطع العرضي الأجهادات المماسية وحدها التي تعتبر بمثابة القوة العرضية .

وعادةً تظهر القوة العرضية (Shearing Force) فـي أكثـر المسـائل العملية في نفس الوقت مع عزم الانحنـاء (Bending Moment) والقـوة الطولية (Longitudinal Force) ، بحيـث تـؤثر الأجهـادات العموديـة والمماسية عادة في المقاطع معا . ولكن إذا كانت الأجهادات المماسـية اكبـر بكثير من الأجهادات العمودية ، عندئذ يمكن أجراء عملية التصميم والحسابات المختلفة بالنسبة للاجهادات القص فقط .

ويعتبر حساب ربط وصل البرشامات والمسامير واللحام مثال على هـذه الحسابات المبسطة ، والذي اظهر التطبيق العملي بأنه صحيح بدرجة كبيرة ، ويبين الشكل (3-1 .a) وصل لوحين بواسطة البرشـام (Rivet) - وصـلة تراكب ، ونتيجة لعملية البرشمة يتكون الرأس الثاني للبرشامة والذي عادة ما يسمى بالقافل . أما الشكل (3-1 .b) فيظهر صورة الانهيار الممكـن للـربط البرشمي . ويبين أن انهيار الربط يحدث نتيجة لقص البرشامات في تلامـس الألواح .

وكما أشرنا أن الأجهادات المماسية تؤثر على مستوى قص البرشـامات ، ولتحديد مقدار هذه الأجهادات يجب علينا أولاً قبل كل شـيء معرفـة كيفيـة توزيع القوة P بين البرشامات بصورة منفردة . ولهذا يجب اعتبـار الـربط البرشمي أي " الربط بالبرشام " مجموعة غير محددة استاتيكياً .

وتعتبر الأجهادات المماسية في مستوى القص موزعة بصورة منتظمة ، مع العلم إن الأبحاث التجريبية أظهرت أن هذة الأجهادات لا تكون موزعة توزيعاً منتظماً . ولكن عملياً يصعب الحل النظري الدقيق لهذة المسالة ، طالما كانت هناك فراغات بين البرشامات والألواح ، وقوى الاحتكاك بين الألواح .

وعند صناعة البرشامات تستخدم عادةً أنواع الفولاذ الأكثر لدونة ، ولهذا فان عدم الانتظام في توزيع الأجهادات المماسية يزول نتيجة لظهور التشوهات اللدنة قبل لحظة الانهيار . أن اعتبار توزيع الأجهادات المماسية في مقطع البرشامة منتظماً يجعل من السهل الحصول على مقدارها .

وبوضع شروط ومعادلات التوازن لقسم المفصل المقطوع وليكن مثلاً الأعلى والمبين الشكل (3-1 ، b) فنحصل على :

$$\Sigma X \rightarrow^{+} = 0$$

$$-P + n\tau A = 0$$

ومن هنا نحصل على الأجهادات المماسية حيث :

$$\tau = \frac{P}{nA} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2-3)$$

حيث :

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

هي مساحة القطع العرضي للبرشامة ذات القطر d .وبما أن $Q = \frac{P}{n}$ حسب العلاقة (3-1) نحصل من (3-2) على صيغة للإجهاد القص (Shearing Stress) حيث :

$$\tau = \frac{Q}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3-3)$$

ومن العلاقة (3-3) يمكن تعريف أجهاد القص بأنه حاصل قسمة قوة القص Q على المساحة المؤثرة عليها A ، وكما أشرنا سابقاً يرمز له بالرمز τ .

وبشكل عام فأن شروط مقاومة القص في البرشامات تكون بالشكل الأتي :

$$\tau = \frac{P}{n\mathrm{A}} = \frac{Q}{\mathrm{A}} \leq [\tau_{sh}] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4-3)$$

حيث أن :

τ_{sh} - إجهاد القص المسموح به .

ومن الصيغة (3–4) يمكن تحديد العدد اللازم من البرشامات حيث :

$$n \geq \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4}[\tau_{sh}]} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(5-3)$$

وفي الوصلات التي تكون برشاماتها مزدوجة أو مضاعفة القص نضع المجموع الكلي لمستويات القص المبرشمة الواقعة في جهة واحدة من الوصلة محل n في العلاقة (3-4) .

وعادة ما يثبت مقدار أجهادات القص عن طريق التجارب لكي يوضح تأثير عدم انتظام توزيع الأجهادات على متانة الربط بالإضافة إلى تأثير قوى الاحتكاك والفراغات وما إلى ذلك ، وعند القيام بحساب البرشامات تستعمل العلاقة التالية :

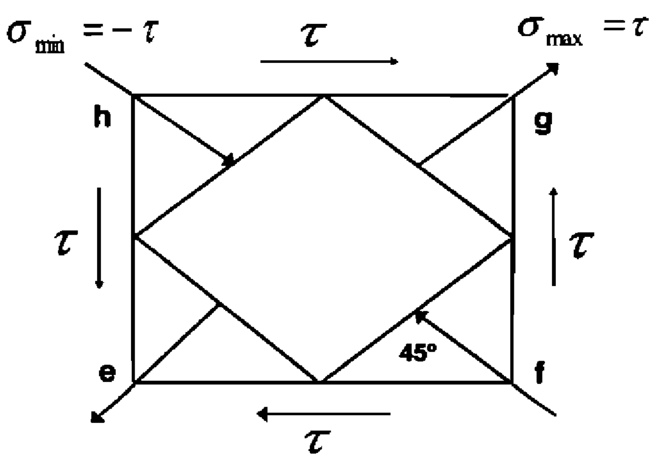
$$[\tau_{sh}] = \frac{0.6}{0.8}[\sigma_t]$$

حيث $[\sigma_t]$ هو الأجهاد المسموح به عند الشد .

ولقد أثبتت الدراسات والتجارب العلمية أن المواد الليفية مثل مادة الخشب والتي تعتبر مادة غير متجانسة ومتباينة الخواص تظهر مقاومة قليلة للقص الذي يحدث باتجاه الألياف . فمثلاً عند قص الصنوبر مثلاً باتجاه الألياف تستعمل العلاقة التالية :

$$[\tau_{sh}] = 0.1[\sigma_t]$$

ولا تؤثر الأجهادات المماسية على مساحتي القص hg و ef فقط بل وعلى المساحتين gf و eh العموديتين على المساحتين السابقتين ، وهذا ما يستنتج من قانون ترافق الأجهادات المماسية كما يبين الشكل (3-3) .



الشكل (3-3)

وفي المقاطع المائلة تؤثر الأجهادات العمودية والمماسية ، وكما أوضحنا في الباب السابق أن الأجهادات العمودية العظمى تؤثر في المساحات الرئيسية ، ويمكن تحديد مقدارها واتجاهاتها بواسطة العلاقات التي تم عرضها في الباب السابق وهي :

$$\sigma_{\frac{max}{min}} = \frac{\sigma_\alpha + \sigma_\beta}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + 4\tau^2} \quad \ldots\ldots (6-3)$$

$$\tan 2\theta_0 = \frac{2\tau}{\sigma_\beta - \sigma_\alpha} \quad \ldots\ldots (7-3)$$

وبمـــا أن الأجهـــادات العموديـــة فـــي حالتنـــا تســـاوي الصـــفر أي أن $(\sigma_\alpha = \sigma_\beta = 0)$ ، لذا فأننا نحصل من الصيغة (7-3)على :

$$\tan\ 2\theta_0 = \infty$$

وذلك يعني أن المساحات الرئيسية تنحرف عن اتجـــاه مســـاحات القـــص بزاوية $\theta_0 = 45^\circ$. أن الأجهادات الرئيسية المحددة بواسطة العلاقة (6-3) في حالة القص تعطى حسب العلاقة التالية :

$$\sigma_{\frac{max}{min}} = \pm\tau \quad \ldots\ldots (8-3)$$

أي أنها تساوي الأجهادات المماسية التي تؤثر على مستوى القـــص مـــن حيث المقدار ، وهنا يكون إجهاد شد رئيسي واحد ، والثاني أجهاد ضغط كما هو مبين في الشكل (3-3) . وبما أن كلاً من الأجهادين الرئيسين لا يســـاوي صفراً فأن القص يعتبر حالة خاصة من حالات الأجهاد الثنائي المحور وهذا ما تم شرحه في الباب السابق .

وعدا حساب القطْش فعند تصميم الوصـــلات المبرمشـــة؛ يحســـب أيضـــا التهصر ، ويتأكد من أجهادات عل مساحات التلامس بين الألواح المربوطـــة

والبرشامات ويبين الشكل (a. 1-3) ، مساقط مساحات التهصر على مستوى الرسم بخطوط عريضة . وتؤخذ مساحة تهصر برشامة واحدة مساوية $A_{cr} = d\delta$.

وتعتبر أجهادات التصهر منتظمة التوزيع على مساحة التصهر ، وأن شروط المتانة عند التصهر يعبر عنها بالعلاقة :

$$\sigma_{cr} = \frac{P}{n' A_{cr}} \leq [\sigma_{cr}] \qquad \text{..........}(9-3)$$

حيث :

$[\sigma_{cr}]$ - الأجهاد المسموح به عند التهصر .

n' - عدد البرشامات .

وفي حالة الثقوب المستحدثة بواسطة الثاقب أو بواسطة الضغط ، والموسعة بعد ذلك ، يستخدم الشرط التالي $[\sigma_{cr}] = 2[\sigma]$. ومن الصيغة (9-3) يمكن تحديد عدد البرشامات اللازمة حسب شروط المتانة عند التهصر :

$$n' \geq \frac{P}{d\delta(\sigma_{cr})} \qquad \text{..........}(10-3)$$

ومن المقدارين n و n' نختار المقدار الأكبر .

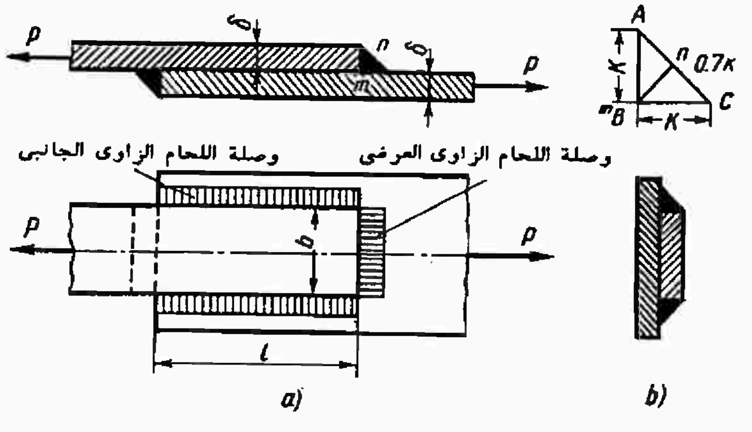
في السنوات الأخيرة وبفضل نتائج التقدم في طرق اللحام المختلفة تم استبدال الكثير من الوصلات المبرشمة بوصلات ملحومة في أواني الضغط

وفي الروابط الإنشائية وغيرها . ويمكن تصميم الوصلات الملحومة باستخدام العلاقة :

$$\tau = \frac{Q}{A}$$

والشكل (a.4-3) يبين وصلة تراكب لـوحين بواسـطة اللحـام الـزاوي العرضي والجانبي . وعند تصميم اللحام الزاوي العرضي والجانبي ، نعتبـر أن المقطع الخطر في اللحام ينطبق مع المستوى الذي يمـر بالمنصـف mn للزاوية القائمة ABC كما يبين الشكـل (b.4-3) ، وبالتـالي فـان مسـاحة المقطع الخطر في كل لحام زاوى عرضي تساوي (b . 07k) ، ولكـل لحـام زاوى جـانبي تسـاوي (L . 0.7k) ، حيـث أن k هنـا هـي قاعـدة اللحام .

والشكل (4-3) يبين أن قاعدة اللحام تساوي سـمك اللوحـة العليـا δ ، وتعتبر أجهادات القص موزعة بانتظام على مساحة المقطع الخطر .



الشكـل (4-3)

في اللحام الزاوي العرضي تحدد عادةً الحمولة المسموح بها حسب العلاقة التالية :

$$[P_{tr}] = 0.7k.b.[\tau_{\omega}] \quad \text{...} (11-3)$$

حيث أن :

τ_{ω} : هو أجهاد القص المسموح به لذلك النوع من اللحام .

أما في اللحام الزاوي الجانبي فان الحمولة المسموح بها تحدد حسب العلاقة التالية :

$$[P_s] = 0.7k.l.[\tau_{\omega}] \quad \text{...} (12-3)$$

وبشكل عام من أجل أن يكون اللحام قوياً يجب ألا تكون المقاومة الكلية المسموح بها لذلك اللحام ، أقل من القوة المؤثرة على الوصلة أي المفصل أي يجب تحقق الشرط التالي :

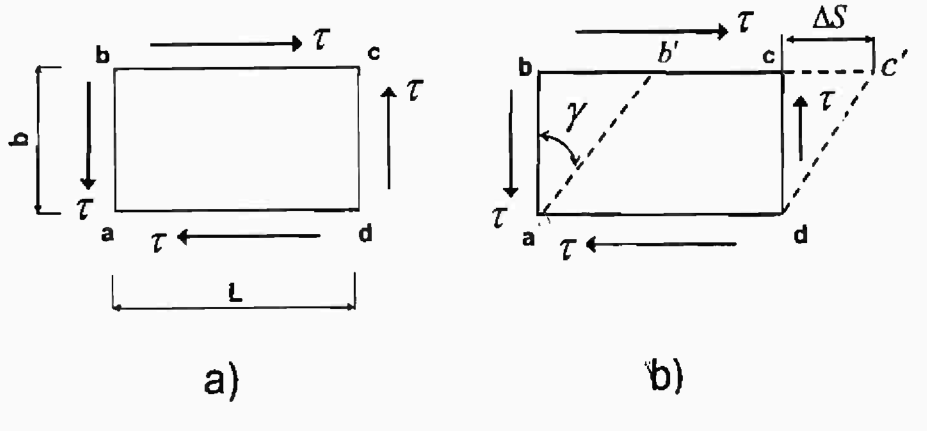
$$2[P_s] + 2[P_{tr}] \geq P \quad \text{...} (13-2)$$

وباستخدام المعادلات السابقة وإعطاء أبعاد k يمكننا تحديد طول وصلة اللحام الضرورية . أن أنواع الوصلات المبرشمة والملحومة في الوقت الحاضر متنوعة ومتعددة جداً وتدرس بالتفصيل في مواضيع ومراجع خاصة اخرى .

2.3 تحديـد الانفعـالات الناشئة عن أجهادات القـص

لتحديد الانفعالات التي تظهر عند تأثير قوة القـص (Shearing Force) نقوم بدراسة انفعال في جزء مستطيل مستوى قطع من جسم مصمت abcd ، والـذي تـؤثر عليـه أجهـادات قـص τ فـي الاتجاهـات المبينـة فـي الشكل (a.5-3) . واضح من الشكل أنه لا توجد أجهادات عمودية تؤثر علـى العنصر ، حيث يفترض أن أوجه المستطيل الموازية للصفحة خالية من أيـة حمولات ، لذا فأن أطوال أضلاع المستطيل الأصلية لن تتغير عنـدما تصـل قيمة أجهادات القص للقيمة τ .

بالرغم من ذلك سوف يكون انحـراف عـن الزوايـا القائمـة الأصـلية للمستطيل ، وبعد هذا الانحراف الناتج عن أجهادات القـص يأخـذ العنصـر المستطيل الشكل المبين في الشكل (b.5-3) . أن المقدار $cc' = \Delta S$ يسمى القص التام . وتسمى النسبة $\tan\,\gamma = \dfrac{\Delta S}{l}$ تسمى القص النسبي ، ونظراً لقلة الانفعالات يمكن اعتبار $\tan\gamma \approx \gamma$ ، وتسمى هذه الزاوية بزاوية القص ، لذا فأن انفعال القص يعرف على أنه التغير في زاوية جزء العنصر المستطيل ويرمز له عادةً بالرمز γ .



الشكـل (5-3)

وقد أظهرت التجارب بأنه لدى الكثير من المواد حتى حدود معينة من التحميل علاقة خطية بين الأجهادات والانفعالات عند القص حيث أن :

$$\gamma = \frac{\tau}{G} \quad \text{.........................} (12-3)$$

وهذه العلاقة تعبر عن قانون هوك لحالة القص .

ويطلق على النسبة بين أجهاد القص (Shearing Stress) τ إلى انفعال القص (Shear Strain) γ بمعامل القص " معامل المرونة من الدرجة الثانية " وأحياناً يسمى بمعاير القص(Shear Modulus) ويرمز له بالرمز G ، وهو يبين قابلية المادة على مقاومة انفعالات القص ، ويعطى حسب التعريف السابق بالعلاقة التالية :

$$G = \frac{\tau}{\gamma} \quad \text{.........................} (13-3)$$

وحدات قياس معامل القص G هي نفس وحدات أجهاد القص N/m^2 ، حيث أن وحدات قياس انفعال القص لا بعدية . وعموماً وبمعرفة γ يمكن الحصول على القص التام فمن الشكل (b.5-3) نجد أن :

$$\Delta S = \gamma a = \frac{\tau a}{G} = \frac{Qa}{GA} \quad \text{.........................} (14-3)$$

حيث :

Q – القوة المؤثرة على الوجه bc .

A – مساحة هذا الوجه مع اعتبار أن أجهادات القص موزعة بإنتظام على مساحات تأثيرها . أن العلاقة الخطية بين τ و γ تبقى سارية المفعول ما دامت أجهادات القص لا تتجاوز الحد التناسبي عند القص .

4.3 العلاقة بين ثوابت المرونة الثلاثة μ, G, E وطاقة الوضع عند القص .

لتوضيح العلاقة بين ثوابت المرونة الثلاثة وهي معامل المرونة (Modulus of Elasticity) ، ومعامل القص (Shear Modulus) ، معامل أو نسبة بواسون (Poisson's Ratio) نقوم بحساب طاقة الوضع في حالة القص ، ولتسهيل حساب ذلك نفترض أن أحدى أوجه المستطيل المبين في الشكل (a.5-3) ثابت وليكن الوجه ad للمستطيل ، وفي هذه الحالة يكون شغل القوة Q المؤثرة على الوجه bc مساوياً لطاقة الوضع حيث :

$$W = \frac{Q\Delta S}{2} = \frac{Q^2 a}{2GA} \qquad \text{...}(14-3)$$

نجد طاقة الوضع النوعية والتي هي عبارة طاقة الوضع المنسوبة إلى وحدة حجم المادة حيث :

$$u = \frac{W}{V}\frac{Q^2 a}{2GA^2 a} = \frac{\tau^2}{2G} \qquad \text{.......... ....}\ (15-3)$$

وذلك لأن :

$$\tau = \frac{Q}{A}$$

$$V = Aa$$

كما يمكن حساب طاقة الوضع باعتبارها شغل الأجهادات العمودية الرئيسية المبينة في الشكل (3-3) ، ومن العلاقة الخاصة بحالة الأجهاد السطحي والتي تم عرضها في الباب السابق وباستخدام قانون هوك العام فأنها تعطى على الشكل التالي :

$$u = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu\ (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)\right] \ldots\ldots\ldots(16-3)$$

ومن هذه العلاقة وكحالة خاصة ، إذا اعتبرنا أحد الأجهادات الرئيسية يساوي الصفر ، فأنه من السهل الحصول على صيغة لحالة الأجهاد السطحي . لذا في حالة الأجهاد السطحي الذي يعتبر قصاً صرفاً نفرض أن $\sigma_2 = 0$ حيث نحصل على :

$$u = \frac{1}{2E}\left(\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - 2\mu\sigma_1\sigma_3\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(17-3)$$

ولكن الأجهادات الرئيسية متساوية $\sigma_1 = \tau$ و $\tau- = \sigma_3$ أذن :

$$u = \frac{\tau^2(1+\mu)}{E} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(18-3)$$

وكما هو معروف بأن مقدار الطاقة لا يجب أن يتعلق باتجاه أضلاع المستطيل (المادة) ، لذا فأنه بمساواة الإطراف اليمنى للمعادلتين (15-3) و (18-3) نحصل على :

$$\frac{\tau^2}{2G} = \frac{\tau^2(1+\mu)}{E}$$

ومن هنا نستطيع أن نحدد العلاقة الهامة بين معامل القص G ومعامل المرونة من الدرجة الأولى E حيث :

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(19-3)$$

وتتطابق هذه العلاقة النظرية بين معامل القص ومعامل الشد E بشكل جيد مع العلاقة التجريبية . فمثلاً بالنسبة للفولاذ وباستخدام $E=2\times10^6$, $\mu=0.3$ نجد معامل القص للفولاذ من العلاقة (3-18) حيث :

$$G=\frac{2\times10^6}{2(1+0.3)}\approx 8\times10^5\ Kg/cm^2$$

أما إذا استخدمنا القيمة النظرية لمعامل بواسون والتي تساوي $\mu=0.25$ فإننا نحصل من المعادلة (3-18) على معامل القص للفولاذ $G=8.4\times10^6$ وهذا ما يبين التطابق الجيد ما بين العلاقة النظرية والتجريبية بشكل عام .

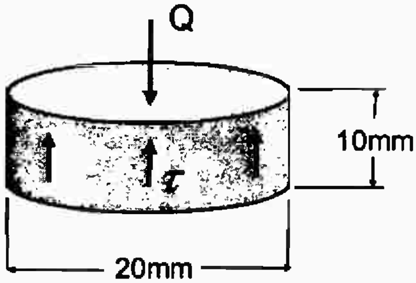
5.3 تطبيقات وأمثلة محلولة

سنقوم بعرض بعض التطبيقات والأمثلة الهامة والمتعلقة بتأثير أجهادات القص وبذات عند تصميم الوصلات المبرشمة والملحومة ، فمثلاً عند تصنيع الأنواع المختلفة من أواني الضغط يتطلب ذلك عادةً وصلة أو أكثر وهذه الوصلات كما أشرنا سابقاً أما أن تكون مبرشمة أو ملحومة وذلك حسب مادة الإناء وظروف أستخدامه وفي جميع الحالات المطلوب يكون وصلة متينة مانعة للتسرب ، وعادةً يتطلب تصميم وصلة مبرشمة لإناء ضغط الاختيار المناسب لسمك الصفيحة وقطر مسمار البرشام ، وخطوة مسمار البرشام لتكون مقاومة الوصلة متساوية لكل أنواع الانهيار . والأمثلة التالية سوف توضح بعض هذه التطبيقات .

مثـــال (3-1)

تستخدم قضبان التسليح في منشاءات البناء من فولاذ له مقاومـــة قــص قصوى مقدارها 310MPA . إذا كان المطلوب حفر ثقب خلال لوح ســمكه 10mm مصنوع من الفولاذ المذكور أعلاه ، كما يبين الشكل (3-6) . أوجــد ما يلي :

1) القوة اللازمة لحفر ثقب قطره 20mm .
2) انفعال القص عند حافة الثقب عندما يكون أجهاد القص يساوي 200MPa.



الشكـــل (3-6)

الحـــــل :

نفرض أن القص منتظم على السطح الاسطواني ، لذا يمكن أيجاد القــوة اللازمة لحفر ثقب قطره 200mm حسب العلاقة (3-3) نجد أن :

$$\tau = \frac{Q}{A}$$

هنا المساحة A هي مساحة المقطع العرضي للثقب المراد حفره وتساوي :

$$A = \pi d t$$

ومن هنا نجد :

$$310\times10^{6}=\frac{Q}{\pi(20)\times(10)\times(10^{-6})}$$

ومنه نجد أن القوة اللازمة لعمل الثقب المطلوب تساوي :

$$Q=194.8\,KN$$

ولتحديد انفعال القص γ عندما يساوي أجهـــاد القـــص $\tau=200MPa$ نستخدم العلاقة (3-12) حيث :

$$\gamma=\frac{\tau}{G}$$

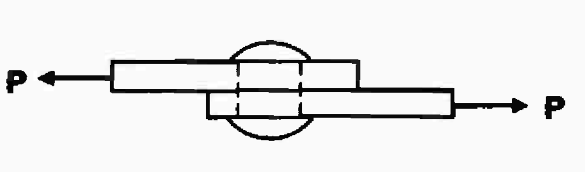
ومنه نجد أن γ تساوي :

$$\frac{200\times10^{6}}{85\times10^{9}}=0.00235$$

$$=235\times10^{-5}\,rad$$

مثـــال(3-2)

الشكل (3-7) يبين مسمار برشام واحد لوصل لوحين . أحســب أجهـــاد القص المتوسط الناشئ في المسمار ، إذا علمت أن قطــر المســـمار يســاوي 300mm والقوة Q تساوي 45KN .



الشكـل (3-7)

الحــل :

أجهاد القص في المسمار يعطى حسب العلاقة (3-3) كما يلي :

$$\tau = \frac{Q}{A}$$

حيث أن A هي مساحة المقطع المستعرض للمسمار وتعطى كما يلي :

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

وحيث أنه عادةً ما يكون ثقب المسمار أكبر في القطر بمقدار 1.5mm عــن المسمار فأنه يفترض عادةً أن المسمار يملأ الحفرة كلها وبالتالي فأن إجهــاد القص يعطى في هذه الحالة حسب العلاقة (3-3) حيث :

$$\tau = \frac{Q}{A}$$
$$= \frac{45 \times 10^3}{\frac{\pi}{4}(30 + 1.5)^2}$$
$$= 57.7\ MPa$$

مثـــال (3-3)

الشــكل (3-8) يبــين لــوحين لهمــا نفــس المقطــع وســمكه 16mm مغطيان بلوحي تغطية . المطلوب تصــميم وصــلة مبرشــمة للــوحين ، إذا كانت $P = 60\,t$ ، والإجهاد المسموح بها عند الشد $[\sigma_t] = 1600\ Kg/cm^2$ ، وإجهاد القص المسموح به $[\tau_{sh}] = 1000\ kg/cm^2$ ، والإجهاد المسموح به عند التهصر $[\sigma_{cr}] = 3200\ kg/cm^2$.

الحـــل :

واضح أن البرشام في هذة الحالة يكون مزدوج القص ، ولذلك فأن الوصلة حتى تنهار يجب أن تقص كل برشامة بمستويين . فإذا اعتبارنا قطر البرشامة $d = 20mm$ ، فإننا نستطيع تحديد عدد مستويات القص الضرورية أي يمكن تحديد العدد اللازم من البرشامات ذات القص المفرد بواسطة العلاقــة (5-3) حيث :

$$n = \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4}\left[\tau_{sh}\right]}$$

$$= \frac{60 \times 10^3 \times 4}{3.14 \times 2^2 \times 1000}$$

$$= 17.4$$

وبما أن البرشام مزدوج القص كما اشرنا في بدايــة الحــل ، أذاً نضـــع المجموع الكلي لمستويات القص المبرشمة الواقعة في جهة واحدة من الوصلة محل n في العلاقة (3-4) حيث :

$$\tau = \frac{P}{n\mathrm{A}} = \frac{Q}{\mathrm{A}} \le \left[\tau_{sh}\right]$$

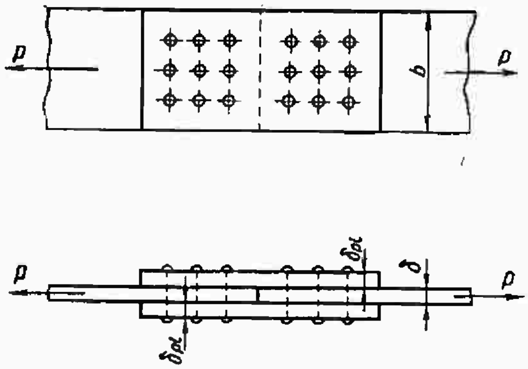
أذن يجب علينا أخذ 9 برشامات ، حيث أن عدد البرشامات عند التهصـــر يعطى حسب العلاقة (3-10) :

$$n' = \frac{P}{\delta d\left[\sigma_{cr}\right]}$$

$$= \frac{60 \times 10^3}{1.6 \times 2 \times 3200}$$

$$= 5.86 \approx 6$$

وقد أشرنا سابقاً بأن حساب القص هو الحساب الذي يعتمد نهائياً عند تصميم الوصلات المبرشمة . لذا نأخذ 9 برشامات على كل من جانبي الوصلة في ثلاثة خطوط وفي كل خط ثلاثة برشامات كما يبين الشكل (3-8) .



الشكل (3-8)

واعتماداً على حساب الشد نقوم باختيار مقطع اللوح A حيث :

$$A = \frac{P}{\sigma_t} = \frac{60 \times 10^3}{1600} = 37.5\,cm^2$$

ومنه نجد أنه عندما يكون سمك اللوح $\delta = 16mm$ ، فان عرضه :

$$b_1 = \frac{A}{\delta} = \frac{37.5}{1.6} = 23.5\,cm$$

ويجب علينا هنا إضافة عرض الثقوب (3d = 6cm) إلى هذا العرض وعندها يصبح العرض الكلي للوح $b = 23.5 + 6 = 29.5\,cm$. وهذا العرض يكفي لاستيعاب ثلاثة برشامات ، حيث أن المسافة بين مراكز البرشامات تكون عادةً مساوية 3d . أن سمك كل لوح تغطية δ_{pl} يجب أن يكون أكثر من نصف سمك اللوح ويمكن هنا اعتبار $\delta_{pl} = 0.8\,cm$.

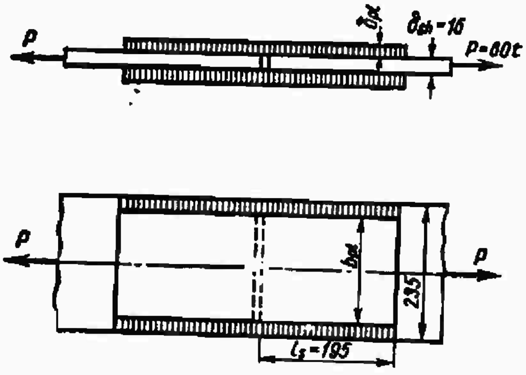
مثال (3-4)

باستخدام معطيات المثال السابق ، المطلوب تصميم وصلة ملحومة كما هو مبين في الشكل (3-9) ، إذا علمت أن إجهاد القص المسموح به لذلك النوع من اللحام يساوي $[\tau_{\omega}] = 1100\,Kg/cm^2$.

الحــــل :

يجب ترك مكان لوضع اللحام الزاوي لذلك نجعل عرض لوح التغطية اقل من عرض اللوح b_{sh} إلى حد معين ما حيث :

$$b_{pl} = b_{sh} - 2\delta = 235 - 32 = 203 \;\; mm$$



الشكــل (3-9)

وكما أشرنا في الأمثلة السابقة ، وبناءً على شروط المتانة فـــان مســـاحة المقطع العرضي للوحي التغطية يجب أن لا تكون اقل من مســـاحة المقطـــع العرضي للوح ، أي يجب تحقق الشرط التالي :

$$2b_{pl} \cdot \delta_{pl} \geq A_{sh}$$

ومن هنا نستطيع أيجاد سمك لوح التغطية حيث :

$$\delta_{pl} \geq \frac{1.6 \times 23.5}{2 \times 20.3} = 0.92\,cm$$

نأخذ $\delta_{pl} = 10\,mm$ ، ونقوم بتحديد الطول العملي الضروري للحام الــزاوي الجانبي l_s من الشرط المبين في العلاقة (3-12) حيث :

$$[P_s] = 0.7k.l.[\tau_\omega]$$

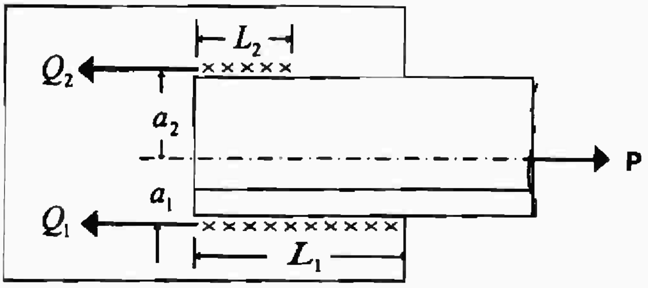
$$1100 \times 4 \times 0.7 l_s \geq 60 \times 10^3$$

ومن هنا نجد :

$$l_s = 19.5\,cm$$

مثـــال (4-5)

الشكل (3-10) قضيب من الفولاذ معرض لقـــوة شـــد $P = 470\ KN$ ، وإبعاد مقطعـــه $150\,mm \times 150\,mm \times 12\,mm$ ، ملحـــوم علـــى صـــفيحة بواسطة وصلتين " درزتين " على الجانبين معرضتان لحالة قص مباشـــرة ، إذا علمت أن أضيق مقطع للدرزة أو ما يسمى بعنق الدرزة يساوي t=9mm ، وإجهاد القص المسموح به للدرزة هو $[\tau_\omega] = 95\ N/mm^2$. أوجد الطول اللازم للدرزتين l_1 , l_2 .



الشكــل (3-10)

الحــــل :

واضح من الشكل (3-10) أن خط اتجاه قوة الشد P يمر من خلال مركــز المقطع المحدد بالمسافتين $a_1 = 41.4mm$, $a_2 = 108.6mm$ ، وكمــا هو معروف ولموازنة القوة يجب أن يكون اتجاه القوة P متطابقاً مــع اتجــاه محصلة القوتين في الدرزتين . فإذا كانت القوتين هما Q_1 ، Q_2 فان شــروط الاتزان تكون كما يلي :

$$Q_1 + Q_2 = P$$

$$Q_1 a_1 = Q_2 a_2$$

وبــالتعويض عــن القــيم العدديــة فــي الشــروط الســابقة نجــد أن $Q_1 = 240KN$, $Q_2 = 130KN$ ، وحيث أن مقاومة كل مليمتر من طــول الدرزة هو :

$$q = 9 \times 95 = 855 N/mm$$

ومنه نستطيع أيجاد الطول اللازم الدرزتين :

$$l_1 = \frac{340 \times 1000}{855}$$

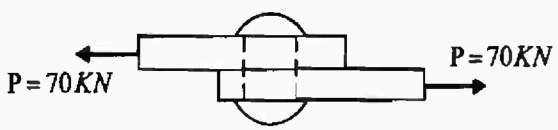
$$l_2 = \frac{130 \times 1000}{855}$$

6.3 تمـــاريـــــن

س1 : أحسب معامل القص G لمادتين المطاط والخرسانة إذا علمت أن معامل المرونة ونسبة بواسون لمادة المطاط ($E=2.1 N/mm^2$, $\mu=0.5$) ولمادة الخرسانة ($E=14.3 N/mm^2$, $\mu=0.1$) .

س2 : أوجد انفعال القص في قطعة مـــن الفـــولاذ المســـتخدم فـــي المبـــاني المنشاءات البنائية إذا علمت أن معامل القص يساوي $80 GN/m^2$ وإجهـــاد القص في قطعة الفولاذ يساوي $150\ MPa$.

س3 : تم استخدام مسمار برشام واحد قطره 25mm لوصل لوحين كما يبين الشكل (3-11) . إذا علمت أن قوة الشد $P = 70\ KN$. أحسب إجهاد القص المتوسط الناشئ في المسمار .

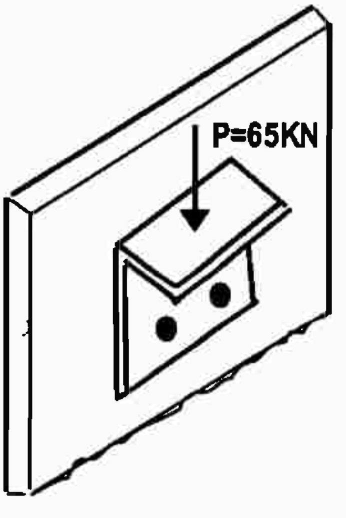


الشكـــل (3-11)

س4 : تعرضت أنبوبة فولاذية قصيرة مغلقة من الطرفين ذات جـــدار رقيـــق متوسط قطرها 70mm ، وسمك جدارها 0.5mm ، لضـــغط غـــاز داخلـــي مقداره $3.5\ N/mm^2$. أحسب قوة الانضغاط المحورية الخارجية P الواجـــب تسليطها عند طرفي الأنبوبة لجعل جدارها معرضاً لحالة قص صرف .

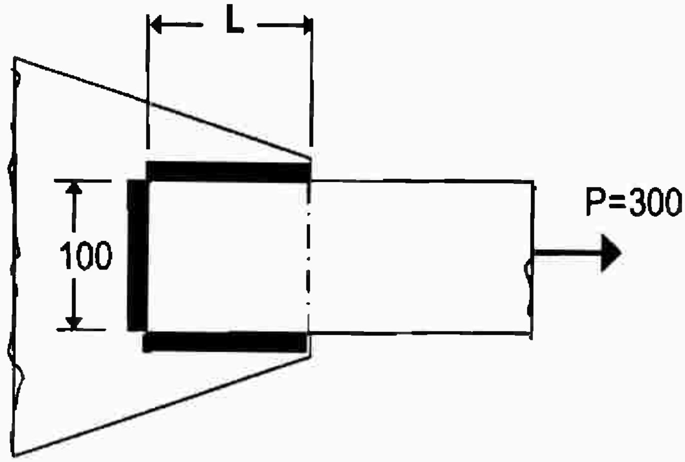
س5 : تم استخدام مثقاب دائري قطره 25mm في ثقب حفرة خلال لوح من الفولاذ سمكه 15mm . احسب إجهاد القص الأفقي الذي ينـــتج فـــي معـدن الفولاذ لو كانت القوة اللازمة لدفع المثقاب خلال الفولاذ تساوي 32KN .

س6 : في كثير من الأحيان تستخدم الزوايا الماسكة من الصلب في عمليـــات البناء والإنشاء وذلك لنقل الحمولات من العتبات الأفقية إلى الأعمدة الراسية ، فإذا كان رد فعل العتبة أو الكمرة على الزاوية يساوي قوة تؤثر إلى الأســفل مقدارها 65KN كما يبين الشكل (12-3) ، وكانت هذه الزاوية مثبتــة مــن خلال مسماري برشام قطر كل منهما 25mm يعملان على مقاومة هذه القوة . أحسب إجهاد القص المتوسط في كل مسمار برشام مع افتــراض أن مســمار البرشام يملأ فجوة قطرها اكبر من قطر المسمار بمقدار 1.5mm كما ورد في حل الأمثلة في البند السابق .



الشكــل (12-3)

س7: صحيفة من الصلب سمكها 15mm وعرضها 10mm مثبتة على صحيفة أخرى بواسطة ثلاث درزات من الحام كما يبين الشكل (3-13) إذا علمت أن حمولة الشد P = 300KN ، وإجهاد القص المسموح به $\tau_{\omega} = 95\,N/mm^2$ ، وإجهاد الاشتغال للدرزة هو $\sigma_{\omega} = 116 N/mm^2$.
أحسب الطول اللازم l لكل من الدرزتين الجانبيتين .



الشكل (3-13)