الفصل التاسع

تحليل الارتباط

Correlattion Analysis

العلاقة بين الظواهر الجغرافية :

إن الجغـرافي يعـالج الظاهرات الموجـودة على سطح الأرض لدراسـة مواقعها وتوزيعاتها والعلاقات التي تربطها ببعضـها البعض . ولقد كانت مقارنة خرائط التـوزيعات للظاهرات المختلفة وما زالت من أهم الوسائل لدراسة الترابط بين الظواهر الجغرافية المختلفة . غير أن كثيراً من الأعمال الجغرافية تظهر هذه الارتباطات على أنها مسببات . ولقد اتُّهم الجغرافيون بأنهم كانوا يجيلون أبصارهم على الخرائط ليخرجوا باستنتاجات أثبت التحليل الرياضي الحديث عدم دقتها .

والمنهج الكمي الحديث يساعد الجغرافيين على الوصول إلى أهدافهم بوسائل أكثر دقة ، فمنذ البداية يطبق الجغرافي طريقة إحصائية معينة لكي يعرف إن كان ثمة ترابط بين ظاهرتين معينتين مثلاً . لا بل أصبح الجغرافي أكثر دقة في قياس هذا الارتباط بين الظواهر المختلفة ، فوجود الارتباط لا يعني وجود علاقة سببية ، بل قد يعني فقط أن الظاهرتين متلازمتان تلازماً شديداً يغري المرء بالبحث بعد ذلك عن العلاقات الفعلية بينهما .

تتجلى أمام الجغرافي الكثير من الظواهر التي تبدو مترابطة ، إن ظاهرة واحدة تؤثر في الأخرى بصورة متلازمة ، فمثلاً : يمكن أن نقول بأن هناك ارتباطاً قوياً بين إنتاج الحبوب وكمية المطر ، أي أن هناك علاقة بين أرقام

المطر ووزن المحصول . وإن أي تفاوت في قيمة أي منهما يقابله تفاوت في قيمة الآخر بشكل منتظم .

وكذلك الحال هناك علاقة بين مقدار الإنتاج الصناعي وكفاءة اليد العاملة في الصناعة ، فكلما تحسنت كفاءة اليد العاملة ، كلما زاد الإنتاج الصناعي ، والعكس بالعكس . كلما ضعفت الكفاءة تدنى الإنتاج . وهذا يظهر أن العلاقة طردية ، فالزيادة في أحدهما تعني الزيادة في المتغير الآخر .

وهناك علاقة من نوع آخر ، فمثلاً : كلما ابتعدنا عن مركز المدينة ، قلت الكثافة السكانية ، وكذلك الحال تقل أثمان الأراضي كلما ابتعدنا عن مركز المدينة أيضاً ، . وهذا يعني أنه كلما زادت المسافة عن مركز المدينة قلت أثمان الأراضي وقلَّت الكثافة السكانية أيضاً ، وهنا نرى أن العلاقة بين الظواهر هي علاقة عكسية ، فالزيادة في أحد المتغيرين يقابلها نقص في قيمة المتغير الآخر .

إن الأمثلة السابقة تظهر أن مشكلة الارتباط تكمن عندما يتساءل الفرد حول مدى العلاقة بين زوج من المتغيرات أو أكثر ، مثال ذلك : التساؤل حول مدى العلاقة بين التدخين وأمراض السرطان ، أو بين التذوق الموسيقي وبين القدرة العلمية ، أو بين معدل الطالب في الثانوية العامة ومعدله في السنة الأولى في الجامعة ، أو بين درجات الحرارة والارتفاع عن سطح الأرض ، أو بين سرعة المياه والكميات المحمولة من الرواسب في النهر ، أو بين شدة التعرية ونوع الصخور أو زيادة الانحدار إلى آخر ما هنالك من الأمثلة التي تحتاج إلى توضيح علمي دقيق . وهنا لا بد من استخدام تحليل الارتباط لإظهار مدى قوة العلاقة بين كل زوجين من هذه

المتغيرات السالفة .

إن الطرق والمعادلات المختلفة لإيجاد معامل الارتباط Correlation Co-efficient مبنية على أساس أن هناك ثلاث حالات متطرفة للارتباط وهي :

١- الارتباط الموجب التام Perfect Postitive Correlation:

ويكون حين يتزايد المتغير التابع Dependent Variable بنسبة تزايد المتغير المستقل نفسها Independent Variable وهنا تصبح قيمة معامل الارتباط + ١ كما هو واضح في الشكل (٩-١-أ) .

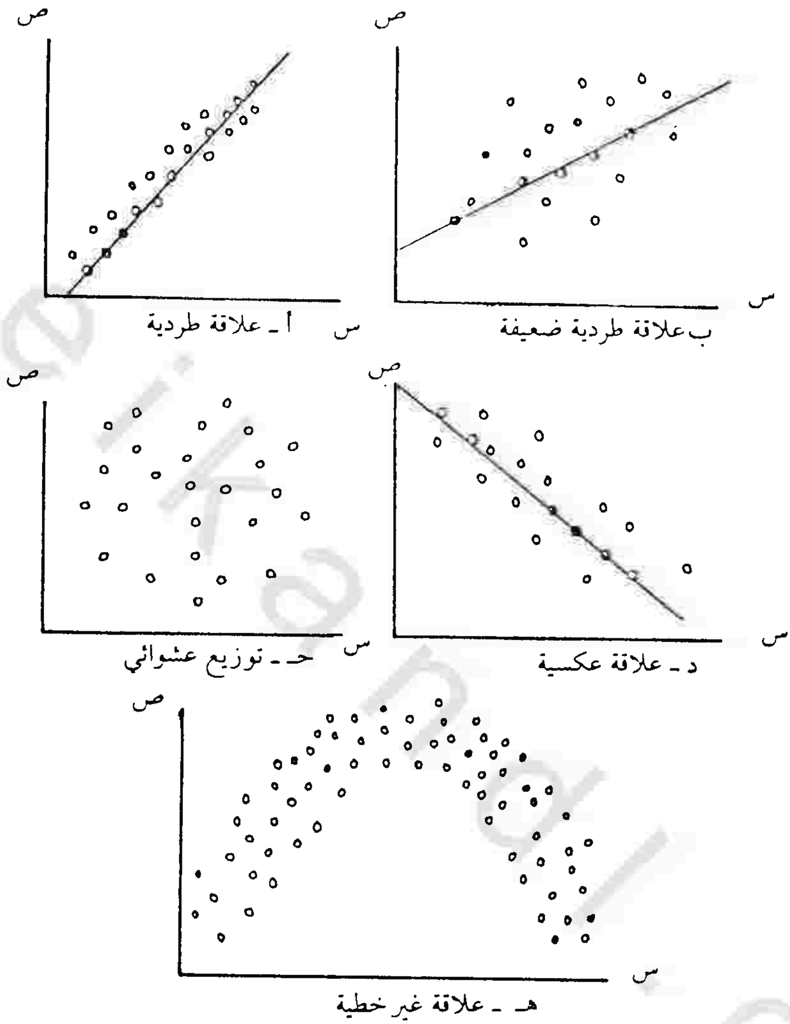
٢- الارتباط السالب التام:

ويكون حين يتناقص المتغير التابع بنسبة تزايد المتغير المستقل نفسها أو العكس بالعكس ، أي حين يتزايد المتغير التابع بنسبة تناقص المتغير المستقل نفسها وتصبح قيمة معامل الارتباط - ١ شكل (٩-١-د) .

٣- التوزيع العشوائي:

وذلك حين لا توجد علاقة بين المتغيرين ، وتصبح قيمة معامل التلازم صفر (شكل ٩-١-جـ) .

ومن الواضح أنه من النادر أن نحصل على هذه القيم المتطرفة ، ولا بد أن تقع قيمة معامل الارتباط للظواهر المدروسة بين + ١ ، -١ ويمكن إيضاح الثلاث حالات السابقة بالمجموعات الرقمية التالية :



شكل (١:٩) نماذج مختلفة من الأشكال الانتشارية

المجموعة الأولى	س =	١	٢	٤	٦
	ص =	٣	٦	٩	١٢
المجموعة الثانيـة	س =	١	٢	٤	٦
	ص =	١٢	٩	٦	٣
المجموعـة الثالثـة	س =	٧	٦	٦	٥
	ص =	٥	٩	٣	٨

٤- إن تغير قيم إحدى الظاهرتين في اتجاه معين لا يعني بالضرورة أن تغير قيم الظاهرة الأخرى طردياً أو عكسياً يحصل بنسبة مماثلة تماماً لما يطرأ على الظاهرة الأولى، مما يشير إلى وجود أشكال مختلفة من الارتباط تتراوح بين +١ و -١ مروراً بكافة القيم بين هذين الحدين.

٥- إن وجود الارتباط بين ظاهرتين قد لا ينشأ عن علاقة سببية مباشرة بينهما، إذ قد يحصل نتيجة لعوامل أخرى تؤثر على الظاهرتين معاً وتوهم بوجود علاقة بينهما، ومن الجدير بالذكر أننا في الإحصاء لا نستعمل السببية؛ لأنه في كثير من الأحيان تكون العلاقة غير حقيقية. فوجود ارتباط بين متغيرين في الإحصاء لا يعني وجود سبب (Cause)، ونتيجة (Ef-fect) فعلى سبيل المثال قد يكون هناك ارتباط ما بين عدد الكتب المنشورة في كل سنة وعدد الحفلات الموسيقية التي تقام في ذلك العام. وهذا لا يعني أن التباين في عدد الكتب المنشورة هو سبب أو نتيجة للتباين في عدد الحفلات الموسيقية التي تقام في كل سنة، حيث تعود العلاقة بين هذين المتغيرين إلى

عوامل أخرى تؤثر على الظاهرتين معاً. فمثلاً الزيادة السكانية قد تساعد على زيادة الشعراء، وبالوقت نفسه تساعد على زيادة الحفلات الموسيقية. وقد يساعد ارتفاع الدخل للأفراد على زيادة المتغيرين معاً مما يرجح أن الظاهرتين قد تتأثران بمؤثرات واحدة توهم بوجود علاقة بينهما؛ لذا لا بد قبل البدء بتحليل الارتباط من صياغة فرضية معينة مع الأخذ بعين الاعتبار وجود علاقة منطقية بين المتغيرين، أي لا بد من معرفة طبيعة المشكلة الجغرافية موضوع الدراسة.

٦- لابد في تحليل الارتباط من تحديد ما يعرف بالمتغير المستقل والمتغير التابع، فإن فهم الباحث لطبيعة الظواهر التي تمثلها المتغيرات تساعده على تحديد كل من المتغيرين. إذ إن المتغير التابع Dependent Variable هو المتغير الذي يرغب الباحث في دراسة سلوكه ومعرفة تأثره بالمتغير أو المتغيرات المستقلة Independent Variable؛ لذا يعتمد التحليل على وجود متغير تابع ومتغير أو مجموعة من المتغيرات المستقلة، فعلى سبيل المثال: في حالة محاولة معرفة الارتباط بين كميات الأمطار الساقطة والمساحات المزروعة قمحاً في منطقة معينة، تعد الأمطار الساقطة متغيراً مستقلاً والمساحات المزروعة قمحاً متغيراً تابعاً. وفي دراسة العلاقة بين دخل الفرد ومصروفه الشهري، يكون المصروف الشهري هو المتغير التابع وقيمة الدخل هي المتغير المستقل.

٧- إن تحليل الارتباط هو أداه إحصائية ذات أهمية فائقة لأنه يوصلنا إلى نتائج تمتاز بالدقة فهو:

أ) يحقق وصفاً دقيقاً للعلاقة بين المتغيرات، فعن طريقه يمكن التعرف

فيما إذا كانت العلاقات الارتباطية موجبة أم سالبة .

ب) يوضح درجة العلاقة بين المتغيرات ، وهل هذه العلاقة قوية أو ضعيفة؟

جـ) إن الدلالة الإحصائية للعلاقة بين المتغيرات تكون دقيقة ، مما يبعد احتمال المصادفة في حدوثها .

٨- لا تقتصر طرق تحليل الارتباط على طريقة واحدة ، وإنما تتعدد هذه الطرق ، فبعضها يستخدم لقياس الارتباط بين متغيرين Simple Correlation وبعضها الآخر لتحديد الارتباط الجزئي Partial Correlation . أما الارتباط المتعدد Multiple فيستخدم في تحديد الارتباط بين العديد من المتغيرات ، وسندرس هنا الارتباط البسيط من خلال ثلاثة طرق هي :

١- معامل ارتباط بيرسون Pearson Product Moment Correlation Co-efficient .

٢- معامل ارتباط كندال Kendal .

٣- معالم ارتباط سبيرمان Spearman .

١- معامل ارتباط بيرسون:

يعتبر معامل ارتباط بيرسون من أقوى مقاييس الارتباط ، إلا أنه صعب الحساب لحاجته إلى كثير من البيانات والمعادلات كالانحراف المعياري وغيره ، وكثيراً ما يصرف عنه النظر لوجود مقاييس للارتباط أسهل عند الحساب ، إلا أن الاستعمال الكثير والمنتشر لمعامل سبيرمان والذي يعتمد في حسابه على معامل بيرسون يستوجب معرفة الطريقة التي يمكن بها

حساب معامل ارتباط بيرسون، وستطبق طريقة حساب هذه المعامل على متغيرين هما: مساحة المناطق الإدارية، وسكان المناطق الإدارية للمملكة العربية السعودية، أي إننا نريد أن نعرف مدى تلازم هذين المتغيرين، بمعنى هل يؤثر عدد سكان المناطق الإدارية في حجمها فتزداد مساحة المناطق الإدارية بزيادة سكانها، وفي البداية لا بد أن نوضح بأنه يطلق على أحد هذين المتغيرن اسم: المتغير المستقل Independent Variable والذي يؤثر في المتغير الآخر الذي يطلق عليه اسم: المتغير التابع أو غير المستقل Dependent Variable . وفي مثالنا هذا نجد أن سكان المناطق الإدارية هو المتغير المستقل، وحجمها هو المتغير التابع. إن معامل ارتباط بيرسون يمكن حسابه على أساس المعادلة التالية:

$$ر = \frac{\frac{1}{ن}\ مج(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{ع\ س \times ع\ ص}$$

ولحل المعادلة السابقة يجب أن نقوم بالخطوات التالية:

١- نحسب الوسط الحسابي لكل من المتغيرين أي نستخرج $\bar{س}$ ، $\bar{ص}$.

٢- نحسب انحرافات القيم عن الوسط الحسابي، أي (س ـ س ـ)(ص ـ ص ـ) عمود ٤ ، ٥ في جدول رقم (٩-١).

٣- نربع انحرافات القيم عن الوسط الحسابي، أي نوجد $(س - س-)^2$ ، $(ص - ص-)^2$ ، لنحصل على المجموع العام وهو مج $(س - س-)^2$ ، مجـ $(ص - ص-)^2$ ، عمود ٦ ، ٧ .

جدول (١:٩) طريقة حساب معامل بيرسون

المنطقة	السكان س	المساحة ص	(س-س-)	(ص-ص-)	(س-س-)^2	(ص-ص-)^2	(س-س-)× (ص-ص-)
مكة المكرمة	١٧٥٤١٠٨	١١٩٥٧٣	١٢٧٣٦٣٤+	٣٧١٤١-	٣٧,٢٧	٢٠,٨٨	٢٧,٩٠-
الرياض	١٢٧٢٢٧٥	٤١٨٨٣٩	٧٩١٨٠١+	٢٦٢١٥٥+	٣٤,٧٩	٢٩,٣٦	٣١,٩٦+
م. الشرقية	٧٦٩٦٤٨	٧٠٨٠٠٠	٢٨٩١٧٤+	٥٥١٢٨٦+	٢٩,٨٢	٣٢,٦٣	٣١,٣٥+
عسير	٦٨١٣٦٧	٩٨٧٠٠	٢٠٠٨٨٧+	٥٨٠١٤-	٢٨,١٢	٢٢,٦٩	٢٥,٢٢-
المدينة المنورة	٥١٩٢٩٤	١٤٣٠٤٩	٣٨٨٢٠+	١٣٦٦٥-	٢١,٠٦	١٧,١٠	١٨,٩٨-
جيزان	٤٠٣١٠٦	١٣٨٢٢	٧٧٣٦٨-	١٤٢٨٩٢-	٢٣,٩٠	٢٦,٥٧	٢٥,٢٠+
القصيم	٣١٦٦٤٠	٧٦٧٩٠	١٦٣٨٣٤-	٧٩٩٢٤-	٢٧,١٩	٢٤,٠٤	٢٥,٥٦+
حائل	٢٥٦٩٢٩	١٦٩٥٩٦	٢٢٣٥٤٥-	١٢٨٨٢	٢٨,٦٢	١٦,٨٩	٢١,٩٨-
تبوك	١٩٣٧٦٣	٩٨٧٦٠	٢٨٦٧١١-	٥٧٩٥٤	٢٩,٧٨	٢٢,٦٨	٢٥,٩٩+
الباحة	١٨٥٩٠٥	١٤٩١٩	٢٩٤٥٦٩-	١٤١٧٩٥	٢٩٣٩١	٢٦,٥٤	٢٨,١٧
نجران	١٤٧٩٧٠	٨٧٧٦٠	٣٣٢٥٠٤-	٦٨٩٥٤-	٣٠,٤٩	٢٣,٤١	٢٦,٧١+
الحدود الشمالية	١٢٨٧٤٥	١١٥٦٢٤	٣٥١٧٢٩-	٤١٠٩٠-	٣٠,٧٦	٢١,٢٨	٢٥,٥٩+
الجوف	٦٥٤٩٤	٧٤٥٩٦	٤١٤٩٨٠-	٨٢١١٨-	٣١,٥٦	٢٤,١٥	٢٧,٦١+
القريات	٣١٤٠٤	٥٣٩٧٢	٤٤٩٠٧٠-	١٠٢٧٤٢-	٣١,٩٥	٢٥,١٢	٢٨,٣٢+
المجموع	٦٧٢٦٦٤٢	٢١٩٤٠٠٠			٤١٥,٢٢	٣٣٣,٦٧	٢٧٦,٤٦+
المتوسط	٤٨٠٤٧٤	١٥٦٧١٤					$\frac{٩٤,١٢-}{١٨٢,٣٤}$

ملاحظة: بما أن أرقام المساحة والسكان كبيرة فإن مربعاتها ستكون كبيرة جداً، ولذا حولت الأرقام الصحيحة إلى أرقام لوغاريتمية

الانحراف المعياري (س) =

$$= \sqrt{\frac{٤١٥,٢٢}{١٤}}$$

$$= ٥,٤٤٦$$

الانحراف المعياري (ص) =

$$= \sqrt{\frac{٣٣٣,٦٧}{١٤}}$$

$$= ٤,٨٨$$

معامل بيرسون (ر) =

$$\frac{\frac{١}{ن} \text{مج}(\text{س - س}^-)(\text{ص - ص}^-)}{\text{ع س ع ص}}$$

وهكذا فإن (ر) =

$$\frac{١٨٢,٣٤ \times \frac{١}{١٤}}{٤,٨٨ \times ٥,٤٤٦} = ٠,٤٩$$

٤- نضرب كل قيمة في العمود ٤ بالقيمة المناظرة لها بالعمود ٥ أي (س ـ س-) (ص ـ ص-) عمود ٨ .

٥- نوجد الانحراف المعياري لـ س الذي يساوي $\sqrt{\frac{\text{مجـ (س ـ س-)}^{٢}}{\text{ن}}}$

والانحراف المعياري لـ ص الذي يساوي $\sqrt{\frac{\text{مجـ (ص ـ ص-)}^{٢}}{\text{ن}}}$ وباستخدام القيم

الموجودة في العمودين ٦ ، ٧ يكون ع س = $\sqrt{\frac{٤١٥,٢٢}{١٤}}$ = ٥,٤٤٦

ع ص = $\sqrt{\frac{٣٣٣,٦٧}{١٤}}$ ٤,٨٨

٦- نطبق القانون السابق فيكون معامل بيرسون (ر) $\frac{١ \div ١٤ \times ١٨٢,٣٤}{٤,٨٨ \times ٥,٤٤٦}$ = ٠,٤٩

الطريقة الثانية لحساب معامل الارتباط :

إن حساب معامل الارتباط بالطريقة السابقة يكون في الغالب صعباً، سيما إذا كان الوسط الحسابي يحمل قيماً كسرية، مما يؤدي إلى تعقيد العمليات الحسابية ويزيد من احتمالات الخطأ؛ لذلك فقد اشتقت الصيغة التالية للمعادلة السابقة على النحو التالي :

$$ر = \frac{\frac{1}{ن} \text{مج س ص} - \bar{س}\bar{ص}}{\text{ع س} \times \text{ع ص}}$$

حيث $\bar{س}$: الوسط الحسابي للظاهرة س

$\bar{ص}$: الوسط الحسابي للظاهرة ص

ع س : الانحراف المعياري للظاهرة س

ع ص : الانحراف المعياري للظاهرة ص

وأن $\text{ع س} = \sqrt{\frac{1}{ن} \text{مجـ س}^{٢} - \bar{س}^{٢}}$

$\text{ع ص} = \sqrt{\frac{1}{ن} \text{مجـ ص}^{٢} - \bar{ص}^{٢}}$

ويلاحظ أن حساب معامل الارتباط من المعادلة السابقة يتطلب الحسابات التالية :

١ - إيجاد الوسط الحسابي للظاهرتين $\bar{س}$، $\bar{ص}$.

٢- إيجاد الانحراف المعياري للظاهرتين ع س ، ع ص

٣- مجموع حاصل ضرب قيم كل من الظاهرتين س ص

فإذا طلب إلينا حساب معامل الارتباط بين الدخل اليومي والانفاق لعينة عشوائية مكونة من سبع أسر ، أخذت من أحد أحياء مكة المكرمة وكانت نتائج العينة على النحو التالي :

- الدخل «بالريالات» : ١٣٢ ، ١٤٤ ، ١٦٤ ، ١٥٦ ، ١٣٦ ، ١٤٤ ، ١٤٨ .

- الإنفاق «بالريالات» : ٦٠ ، ٧٢ ، ٨٠ ، ٧٢ ، ٨٠ ، ٧٢ ، ٧٠ .

ولحساب معامل الارتباط نقوم بعمل الجدول (٩-٢) التالي حيث نرمز للدخل بـ س وللإنفاق بـ ص .

جدول (٩-٢)

معامل الارتباط بين الدخل والإنفاق لعينة عشوائية من أحد أحياء مكة المكرمة .

س	ص	س٢	ص٢	س ص
١٣٢	٦٠	١٧٤٢٤	٣٦٠٠	٧٩٢٠
١٤٤	٧٢	٢٠٧٣٦	٥١٨٤	١٠٣٦٨
١٦٤	٨٠	٢٦٨٩٦	٦٤٠٠	١٣١٢٠
١٥٦	٧٢	٢٤٣٣٦	٥١٨٤	١١٢٣٢
١٣٦	٨٠	١٨٤٩٦	٦٤٠٠	١٠٨٨٠
١٤٤	٧٢	٢٠٧٣٦	٥١٨٤	١٠٣٦٨
١٤٨	٧٠	٢١٩٠٤	٤٩٠٠	١٠٣٦٠
مجـ س	مجـ ص	مجـ س٢	مجـ ص٢	مجـ س ص
١٠٢٤	٥٠٦	١٥٠٥٢٨	٣٦٨٥٢	٧٤٢٤٨

من الجدول السابق يمكن استخراج :

١- الوسط الحسابي للظاهرتين $\bar{\text{س}} = \frac{\text{مج س}}{\text{ن}} = \frac{١٠٢٤}{٧} = ١٤٦,٢٩$

$$\bar{\text{ص}} = \frac{\text{مج ص}}{٥} = \frac{٥٠٦}{٧} = ٧٢,٢٩$$

٢- الانحراف المعياري $\text{ع س} = \sqrt{\frac{\text{مج س}^{٢}}{\text{ن}} - \bar{\text{س}}^{٢}}$

$$= \sqrt{\frac{١٥٠٥٢٨}{٧} - (١٤٦,٢٩)^{٢}}$$

$$= \sqrt{٢١٥٠٤ - ٢١٤٠٠,٨}$$

$$= \sqrt{١٠٣,٢}$$

$$\text{ع ص} = \sqrt{\frac{\text{مج ص}^{٢}}{\text{ن}} - \bar{\text{ص}}^{٢}} = \sqrt{\frac{٣٦٨٥٢}{٧} - (٧٢,٢٩)^{٢}}$$

$$= \sqrt{٥٢٤٦,٥٧ - ٥٢٢٥,٨٤} = \sqrt{٣٨,٧٣}$$

وعلى ذلك فمعامل الارتباط هو:

$$\text{ر} = \frac{١ \div \text{ن مج س ص} - \bar{\text{س}} - \bar{\text{ص}}}{\text{ع س . ع ص}} = \frac{٧٤٢٤٨ \div ٧ - ١٤٦,٢٩ \times ٧٢,٢٩}{\sqrt{١٠٣,٢} \times \sqrt{٣٨,٧٣}}$$

$$= \frac{١٠٦٠٦,٨٥ - ١٠٥٧٥,٣٠}{١٠,١٦ \times ٦,٢٢} = \frac{٣١,٥٥}{٦٣,٢٢} = ٠,٥٠$$

إجراءات تبسيط لحساب معامل الارتباط:

وهناك بعض الخصائص التي يستفاد منها في تسهيل حساب معامل الارتباط وهي:

١ - إن قيمة معامل الارتباط (ر) لا تتغير إذا طرحنا أو جمعنا أي عدد ثابت من جميع قيم الظاهرة الأولى، وأي عدد ثابت آخر من جميع قيم الظاهرة الثانية.

٢-إن قيمة معامل الارتباط (ر) لا تتغير إذا قسمنا أو ضربنا جميع قيم الظاهرة الأولى على أي عدد ثابت، وقسمنا أو ضربنا جميع قيم الظاهرة الثانية على أي عدد ثابت آخر[1].

وسوف نقوم بتطبيق بعض الخصائص السابقة على العينة العشوائية لمعرفة الارتباط بين مقدار الدخل والاستهلاك اليومي الموجودة في جدول(٩-٢). فإذا قمنا بطرح أي عدد من قيم الدخل (س) وليكن ١٥٦، وأي عدد آخر من الإنفاق (ص) وليكن الرقم ٧٢ تكون لدينا الجدول (٩-٣) التالي:

(١) جلال الصياد وزميله - مبادئ الإحصاء لطلاب الدرسات الأدبية ص ١٥٥، ١٥٧.

جدول (٩-٣)

حساب معامل الارتباط لعينة عشوائية من الأسر باستخدام الخاصية الأولى

الدخل	الانفاق	س الدخل ١٥٦-	ص الانفاق ٧٢-	س٢	ص٢	س - ص
١٣٢	٦٠	٢٤-	١٢-	٥٧٦	١٤٤	٢٨٨
١٤٤	٧٢	١٢-	صفر	١٤٤	صفر	صفر
١٦٤	٨٠	٨+	٨+	٦٤	٦٤	٦٤
١٥٦	٧٢	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
١٣٦	٨٠	٢٠-	٨+	٤٠٠	٦٤	١٦٠-
١٤٤	٧٢	١٢-	صفر	١٤٤	صفر	صفر
١٤٨	٧٠	٨-	٢-	٦٤	٤	١٦
		٦٨-	٢+	١٣٩٢	٢٧٦	٢٠٨

من الجدول السابق (٩-٣) يمكن حساب :

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}} = \frac{-٦٨}{٧} = -٩,٧١$$

$$\bar{\text{ص}} = \frac{\text{مجـ ص}}{\text{ن}} = \frac{٢}{٧} = ٠,٢٩$$

$$\text{ع س} = \sqrt{\frac{\text{مجـ س}^{2}}{\text{ن}} - \bar{\text{س}}^{2}} = \sqrt{\frac{١٣٩٢}{٧} - (-٩,٧١٠)^{2}}$$

$$= \sqrt{١٩٨,٨٦ - ٩٤,٢٨} = \sqrt{١٠٤,٥٨}$$

$$\text{ع ص} = \sqrt{\frac{\text{مجـ ص}^{2}}{\text{ن}} - \bar{\text{ص}}^{2}} = \sqrt{\frac{٢٧٦}{٧} - (٠,٢٩)^{2}}$$

$$= \sqrt{٣٩,٤٣ - ٠,٠٨} = \sqrt{٣٩,٣٥}$$

$$\therefore \text{ر} = \frac{\frac{١}{?}\text{مجـ س.ص} - \bar{\text{س}}\,\bar{\text{ص}}}{\text{ع س . ع ص}} = \frac{\frac{٢٠٨}{٧} - (-٩,٧١٠ \times ٠,٢٩)}{\sqrt{١٠٤,٥٨} \times \sqrt{٣٩,٣٥}}$$

$$= \frac{٢٩,٧١ + ٢,٨٢}{١٠,٢٣ \times ٦,٢٧} = \frac{٣٢,٥٣}{٦٤,١٥} = ٠,٥٠$$

وهي النتيجة نفسها التي حصلنا عليها في المثال السابق.

ويمكننا الاستفادة أيضاً من القسمة على عدد ثابت بغرض تبسيط الأرقام الواردة في جدول (٩-٣)، فالأرقام الموجودة في العمود الثالث يمكن قسمتها على ٤، كما أن الأرقام الموجودة في العمود الرابع يمكن قسمتها على ٢، وذلك من أجل تسهيل عمليات الحساب. والجدول رقم (٩-٤) يبين كيفية الاستفادة من هذه الخاصية:

جدول (٩-٤)

حساب معامل الارتباط لعينة عشوائية من الأسر

باستخدام الخاصية الأولى والثانية

الدخل	الإنفاق	الدخل -١٥٦	الإنفاق - ٧٢	س الدخل -١٥٦ ——— ٤	ص الانفاق -٧٢ ——— ٢	س ص	س٢	ص٢
١٣٢	٦٠	-٢٤	-١٢	-٦	-٦	+٣٦	٣٦	٣٦
١٤٤	٧٢	-١٢	صفر	-٣	صفر	صفر	٩	صفر
١٦٤	٨٠	+٨	+٨	+٢	+٤	٨	٤	١٦
١٥٦	٧٢	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
١٣٦	٨٠	-٢٠	-٨	-٥	+٤	-٢٠	٢٥	١٦
١٤٤	٧٢	-١٢	صفر	-٣	صفر	صفر	٩	صفر
١٤٨	٧٠	-٨	-٢	-٢	-١	+٢	٤	١
				-١٧	+١	٢٦	٨٧	٦٩

إن الجدول السابق (٩-٤) يعطينا النتائج التالية :

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}} = \frac{-١٧}{٧} = -٢,٤٣$$

$$\bar{\text{ص}} = \frac{\text{مجـ ص}}{\text{ن}} = \frac{١}{٧} = ٠,١٤$$

$$\text{ع س} = \sqrt{\frac{\text{مجـ س}^{٢}}{\text{ن}} - \bar{\text{س}}^{٢}} = \sqrt{\frac{٨٧}{٧} - (-٢,٤٣)^{٢}}$$

$$= \sqrt{١٢,٤٣ - ٥,٩} = \sqrt{٦,٥٣}$$

$$\text{ع ص} = \sqrt{\frac{\text{مجـ ص}^{٢}}{\text{ن}} - \bar{\text{ص}}^{٢}} = \sqrt{\frac{٦٩}{٧} - (٠,١٤)^{٢}}$$

$$= \sqrt{٩,٨٦ - ٠,٠٢} = \sqrt{٩,٨٤}$$

$$\text{ر} = \frac{\frac{١}{\text{ن}}\text{مجـ س ص} - \bar{\text{س}}\,\bar{\text{ص}}}{\text{ع س . ع ص}} = \frac{\frac{٢٦}{٧} - (-٢,٤٣ \times ٠,١٤)}{\sqrt{٦,٥٣ \quad ٩,٨٤}}$$

$$= \frac{٣,٧١ + ٠,٣٤}{٢,٥٦ \times ٣,١٤} = \frac{٤,٠٥}{٨,٠٢} = ٠,٥٠$$

وهوالجواب السابق نفسه ولكن حصلنا عليه بطريقة أبسط .

معامل ارتباط الرتب (سبيرمان):

تعتمد هذه الطريقة على إعطاء المتغيرات رتباً لتحل محل القياس العددي . ويلزمنا لحساب هذا المعامل أن نرتب القيم ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً (انظر جدول ٩-٥)، ففي مثال السكان والمساحة للمملكة قمنا بترتيب السكان في المقاطعات ترتيباً تنازلياً بيحث أعطي رقم (١) لأكثر منطقة سكاناً ثم رقم (٢) للمنطقة التي تليها وهكذا . وقد كررنا العملية

جدول (٩-٥) طريقة احتساب معامل سبيرمان وكندال

المنطقة	الترتيب من حيث السكان (س)	الترتيب من حيث المساحة (ص)	الفرق (س-ص)	مربع الفرق $(\text{س} - \text{ص})^2$	الدرجات المتحصل عليها من ترتيب العامل (ب)	مجموع الدرجات (س)
مكة المكرمة	١	٥	٤	١٦	(-٤) + (+٩)	+٥
الرياض	٢	٢	صفر	صفر	(-١) + (١١)	+١٠
المنطقة الشرقية	٣	١	٢	٤	+(+١١)	+١١
عسير	٤	٨	٤	١٦	(-٤) + (+٦)	+٢
المدينة المنورة	٥	٤	١	١	(-١) + (+٨)	+٧
جيزان	٦	١٤	٨	٦٤	(-٨)	-٨
القصيم	٧	١٠	٣	٩	(-٤) + (+٣)	-١
حائل	٨	٣	٥	٢٥	(+٦)	+٦
تبوك	٩	٧	٢	٤	(-١) + (+٤)	+٣
الباحة	١٠	١٣	٣	٩	(-٤)	-٤
نجران	١١	٩	٢	٤	(-١) + (+٢)	+١
الحدود الشمالية	١٢	٦	٦	٣٦	(+٢)	+٢
الجوف	١٣	١١	٢	٤	(+١)	+١
القريات	١٤	١٢	٢	٤	صفر	صفر
				١٩٦		-١٣ +٤٨ +٣٥

* ملحوظة: العمود الأول والثاني والثالث والرابع والخامس خاص بمعامل سبيرمان. بينما يخص معامل كندال العمود الأول والثاني والثالث والسادس والسابع.

معامل ارتباط سبيرمان (ر) =

$$1 - \frac{\text{٦ مجـ ف}^2}{\text{ن}\,(\text{ن}^2 - 1)}$$

حيث أن: مج ف^٢ = مجموع تربيع الفرق في ترتيب المتغيرين أ، ب ن = عدد القيم

$$(\text{ر}) = \frac{196 \times 6}{34 - 14}$$

$$= 1 - \frac{1176}{2730}$$

= ١-٠,٤٣=٠,٥٧

معامل ارتباط كندال (آ)

$$= \frac{\text{س}}{\frac{1}{2}\,\text{ن}\,(\text{ن} - 1)} = \frac{35}{91} = 0{,}38$$

نفسها في المساحة، غير أننا لم نراع الترتيب في أرقام المساحة، بمعنى أننا لم نبدأ كالعمول الثاني بـ ١، ٢، ٣، ٤ . . . . إلخ بل أخذنا رتبة المساحة لكل منطقة ووضعناها مقابلها.

والخطوة التالية هي إيجاد الفروق بين هذه الرتب مع إهمال الإشارة الحسابية، ثم تربيع قيم هذه الفروق. وبحساب مربعات الفروق يمكن إيجاد معامل سبيرمان باستخدام العلاقة التالية:

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ } ف^{٢}}{ن\,(ن^{٢} - ١)}$$

وقد طبق هذا القانون على سكان ومساحة المملكة في الجدول (٩-٥) فكانت النتيجة كالتالي:

$$ر = ١ - \frac{٦ \times ١٩٦}{١٤\,(١٤^{٢} - ١)} = ١ - \frac{١١٧٦}{٢٧٣٠} = ١ - ٠,٤٣ = ٠,٥٧$$

ومن الطبيعي أن يكون هناك اختلاف بين قيمتي معامل الارتباط للقراءات الأصلية ومعامل الارتباط للرتب، والسبب في ذلك يرجع إلى أننا استعضنا عن القراءات الأصلية برتبها وفي ذلك بعض التقريب. والواقع أن حساب معامل الارتباط عن طريق الرتب أقل دقة من حسابه على أساس القيم، فزيادة القمية أو نقصها لا يغير من وضع القيمة بالنسبة للمجموعة، بينما يتأثر معامل بيرسون بأي تغير في القيم.

مثال آخر: من البيانات المسجلة عن الإنتاج السنوي من بنجر السكر وكمية الأمطار الصيفية في الفترة من سنة ١٩٩٣ إلى سنة ١٩٩٨م تبين أن:

السنة	١٩٩٣	١٩٩٤	١٩٩٥	١٩٩٦	١٩٩٧	١٩٩٨
الإنتاج (مائة ألف طن)	٦٣	٧٧	٦١	٧٣	٤٥	٦٢
كمية المطر (سنتيمتر)	٢٠	٢٦	٧١	٢٢	٢٤	١٤

أوجد معامل ارتباط الرتب بين الإنتاج وكمية الأمطار[1].

الحل: نقوم أولاً بعمل الترتيب على النحو الموجود في الجدول التالي رقم (٩-٦)

جدول رقم (٩-٦)

حساب معامل ارتباط الرتب بين إنتاج البنجر وكمية الأمطار الساقطة

الإنتاج	الأمطار	ترتيب الإنتاج	ترتيب الأمطار	الفرق (ف)	مربع الفرق (ف٢)
٦٣	٢٠	٣	٤	١-	١
٧٧	٢٦	١	١	صفر	صفر
٦١	١٧	٥	٥	صفر	صفر
٧٣	٢٢	٢	٣	١-	١
٤٥	٢٤	٦	٢	٤+	١٦
٦٢	١٤	٤	٦	٢-	٤
				صفر	**٢٢**

(١) جلال الصياد وزميله: مرجع سابق ص ٣٠٥.

وباستخدام معادلة ارتباط الرتب

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ ف } ٢}{ن (ن^{٢} - ١)}$$

$$ر = ١ - \frac{٦ \times ٢٢}{٦ (٦^{٢} - ١)} = ١ - \frac{٦ \times ٢٢}{٦ \times ٣٥}$$

$$= ١ - ٠,٦٢٩ = ٠,٣٧١$$

ويدل معامل الارتباط على وجود علاقة طردية موجبة بين إنتاج بنجر السكر وكمية الأمطار في خلال تلك السنوات.

٣- معامل كندال (آ)

وهو من المعامل المهمة في قياس درجة الارتباط، ويمتاز عن غيره بأنه سهل الحساب وبالإمكان استخدامه لعينات صغيرة جداً، كما أنه يستخدم بصفة أساسية في حساب الارتباط الجزئي. ويتطلب حساب معامل كندال أن نرتب أحد المتغيرات أو العوامل كما فعل في المعامل السابق، ثم نضع ترتيب المتغير الآخر، فمثلاً لو أخذنا كميات الأمطار الساقطة على سبع محطات، ثم أخذنا ارتفاع هذه المحطات عن سطح البحر لدراسة ارتباط شدة المطر وعلاقته بالارتفاع عن طريق استخدام معامل كندال، فإننا نقوم بما يلي: (انظر جدول ٩-٧).

١- ترتب المحطات ترتيباً تنازلياً (أو تصاعدياً) بالنسبة لظاهرة الارتفاع أ.

٢- نضع ترتيب المحطة بالنسبة لكمية الأمطار مقابل ترتيب ارتفاعها ب وذلك على النحو التالي :

جدول (٩-٧)

طريقة احتساب معامل كندال لمعرفة درجة ارتباط ظاهرتين

المحطة	الارتفاع (أ) بالمتر (أ)	كمية الأمطار بالسم (ب)	ترتيب (أ)	ترتيب (ب)	مجموع الدرجات
أ	٣٠٠٠	٢٥٠	١	٢	+ ٤
ب	٢٠٠٠	٣٠٠	٢	١	+ ٥
جـ	١٠٠٠	١٥٠	٣	٤	+ ٢
د	٥٠٠	٢٠٠	٤	٣	+ ٣
هـ	٢٥٠	١٠٠	٥	٥	+ ٢
و	١٢٥	٣٠	٦	٧	- ١
ز	٧٥	٥٠	٧	٦	صفر
	مجموع الدرجات		لترتيب عامل (ب)		س = + ١٥

عامــل أ = ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧

عامل ب = ٢ ١ ٤ ٣ ٥ ٧ ٦

نبدأ بملاحظة ترتيب العامل أو المتغير (ب) ونسجل لكل ترتيب اختلافه عن التـرتيب الذي يليـه بإعطاء + ١ للرقم الأكـبر ، -١ للرقم الأصـغر ، ثم

نجمع الناتج مبتدئين بالرقم ٢ الذي هو أول ترتيب في المتغير (ب)، فمثلاً هذا الرقم يوجد بعده أرقام (١، ٤، ٣، ٥، ٧، ٦) التي تصبح (-١ +١ +١ +١ +١ +١) والمجموع يساوي +٤ وهكذا بالنسبة للأرقام الأخرى للمحطات السبعة المذكورة في الجدول على النحو الذي يلي:

٢ = -١ +١ +١ +١ +١ +١ = (-١) + (+٥) = +٤

١ = +١ +١ +١ +١ +١ = (+٥) = +٥

٤ = -١ +١ +١ +١ = (-١) + (+٣) = +٢

٣ = +١ +١ +١ = (+٣) = +٣

٥ = +١ +١ = (+٢) = +٢

٧ = -١ = (-١) = -١

٣- نقوم بجمع مجموع الدرجات النهائية، الناجمة عن العمليات السابقة فتصبح قيمة س = + ١٥ وهنا بالإمكان تطبيق معادلة معامل كندال وهي:

$$= \frac{س}{\frac{١}{٢} \times ن\,(ن - ١)} \quad أي \quad \frac{١٥}{\frac{١}{٢} \times ٧ \times (٧ - ١)} = \frac{١٥}{٢١} = + ٠,٧١$$

وقد طبقت هذه الطريقة على مثالنا عن سكان ومساحة مقاطعات المملكة كما هو مبين في الجدول (٩-٥) ووجد أن:

$$س = \frac{٣٥}{٩١} = ٠,٣٨$$

اختبارات المعنوية للارتباط Significance Level:

إن النتائج التي نحصل عليها من قيم معاملات الارتباط إنما هي وصف رياضي لدرجة ارتباط وعلاقة المتغيرات المدروسة. ولا تدل دلالة أكيدة على وجود هذه العلاقة بالفعل، إذ قد تكون هذه النتائج متأثرة بعامل الصدفة و خطأ في اختيار العينة أو غير ذلك. وهنا لابد من التوصل إلى طريقة نتأكد بها من درجة احتمال أن هذه النتيجة لا تعود إلى الصدفة. وبمعنى آخر نتعرف على ما يعرف بمستوى المعنوية Significance Level وهي النتيجة التي نتوقع أن نحصل عليها بإعطاء عامل الصدفة ١٪ أو ٥٪ من مجموع نتائج ١٠٠ حالة مدروسة.

ولابد في هذه الحالة من وضع فرضية العدم أو الفرضية الصفرية التي تقول: إن قيمة الارتباط بين المتغيرين هي صفر، أو بعبارة أخرى: إنه لا يوجد ارتباط بين المتغيرين، بمعنى أن المتغيرين مستقلان تماماً عن بعضهما. وهذا يقتضي تحديد مستوى المعنوية سواء لمستوى احتمال ٠,٠٥ أو ٠,٠١، ثم نقوم بمقارنة قيم معامل الارتباط المحسوبة مع القيم النظرية الموجودة في الجداول الخاصة بكل نوع من أنواع معاملات الارتباط الثلاثة. فإذا كانت قيمة معامل الارتباط المحسوبة أكبر من نظيرتها في الجدول بدرجة حرية تساوي عدد أزواج القيم مطروحاً منه (٢) فإن هذا يعني رفض فرضية العدم وقبول الفرض البديل، وهو أنه يوجد فعلاً ارتباط بين المتغيرين ذو دلالة إحصائية.

وسنعالج فيما يلي كيفية اختبار معنوية كل نوع من أنواع الارتباط الثلاثة السابقة على حدة.

معامل ارتباط بيرسون:

لاختبار معنوية معاملات ارتباط بيرسون يمكن استخدام أحد الأمرين التاليين لاختبار قيمة معامل الارتباط المحسوبة:

١- استعمال جداول معامل الارتباط.

٢- استعمال جداول توزيع ت.

١-استعمال جداول معامل الارتباط:

يمكن اللجوء إلى الجداول الرياضية الخاصة بمعاملات الارتباط (انظر الملحق) لاستخلاص النتيجة المتوقعة حسب مستوى المعنوية المطلوب سواء أكان ٠٥ , ٠ أو ٠١ , ٠، وحسب درجة الحرية التي على أساسها يتم معرفة القيمة الموجودة في الجدول. ودرجة الحرية في حالة اختبار الارتباط بين متغيرين هي: عدد القيم مطروحاً منه(٢) أي درجة الحرية = ن - ٢ حيث ن عدد الحالات.

ففي المثال السابق الخاص بالمناطق الإدارية في المملكة نجد أن عدد القيم = ١٤؛ لذا فإن درجات الحرية = ١٤ - ٢ = ١٢، فإذا كان مستوى المعنوية المطلوب هو ٥٪ فإن قيمة ر = ٥٣٢ , ٠ وهي نتيجة تزيد عن النتيجة المحسوبة، وهذا يعني أن النتيجة المحسوبة أقل من النتيجة الجدولية؛ ولذلك نقبل فرضية العدم القائلة بأنه لا يوجد ارتباط حقيقي بين المتغيرين عند مستوى دلالة ٥٪، وبالتالي فإننا واثقون بدرجة ٩٥٪ أن هذه النتيجة لا ترجع لعامل الصدفة.

٢- استعمال جداول توزيع ت:

يستخدم كثير من المختصين جداول توزيع ستيودنت (ت) Student لاختبار قيمة معامل ارتباط بيرسون، وتحسب قيمة ت لهذا الغرض على النحو التالي:

$$ت = ر \sqrt{\frac{ن - ٢}{١ - (ر)^{٢}}}$$

حيث ر = معامل ارتباط بيرسون.

ن = عدد أزواج القيم

ففي مثال المناطق الإدارية في المملكة العربية السعودية وجدنا أن قيمة ر = ٠,٤٩ وأن ن = ١٤ وبالتعويض في المعادلة السابقة نحصل على:

$$ت = ٠,٤٩ \sqrt{\frac{١٤ - ٢}{١ - (٠,٤٩)^{٢}}}$$

$$= ٠,٤٩ \sqrt{\frac{١٢}{٠,٧٦}} = ١,٩٤٧$$

وحيث إن قيمة ت النظرية في الجدول بدرجات الحرية ١٤ - ٢ = ١٢ هي: ٢,٢ . وهذا يعني أن قيمة ت المحسوبة (١,٩٤٧) هي أصغر من قيمة ت الجدولية (٢,٢) فإننا نقبل فرضية العدم القائلة بأنه لا توجد فروق جوهرية بين معامل الارتباط المحسوب ومعامل ارتباط صفر. وأن قيمة معامل الارتباط المحسوبة ليس لها دلالة إحصائية عند مستوى دلالة ٠,٠٥

وفي حالة مثال الدخل والإنفاق تحسب قيمة ت على أساس أن عدد القيم =٧ وقيمة معامل الارتباط المحسوبة = ٠,٥ على النحو التالي :

$$\text{ت} = \text{ر} \sqrt{\frac{\text{ن} - ٢}{١ - (\text{ر})^{٢}}}$$

$$= ٠,٥ \sqrt{\frac{٧ - ٥}{١ - (٠,٥)^{٢}}} = ٢,٥٨$$

وحيث إن قيمة ت من الجدول بدرجة حرية ٧ - ٢ = ٥ لمستوى دلالة ٠,٠٥ = ٢,٥٧ . وهذا يعني أن قيمة ت المحسوبة أكبر من القيمةالجدولية، وهذا يعني رفض فرضية العدم القائلة بعدم وجود علاقة بين الدخل والإنفاق، بمعنى أن هناك علاقة مؤكدة بين الدخل والانفاق عند مستوى دلالة٠,٠٥ .

أما إذا أخذنا مستوى الدلالة ٠,٠١ فإن قيمة ت في الجدول تساوي ٤,٠٣ وهي أكبر من القيمة المحسوبة والتي تعادل ٢,٥٨ ، ومعنى ذلك أنه عند مستوى دلالة ٠,٠١ فإنه لا يوجد علاقة ارتباطية بين متغيري الدخل والإنفاق.

معامل ارتباط سبيرمان:

فيما يختص بمعامل سبيرمان للارتباط يمكن استخدام بيانات الجدول الإحصائي الخاص بمعاملات سبيرمان (انظر الملحق) لاستخلاص القيمة المتوقعة لمعامل الارتباط حسب حجم العينة (ن) ومستوى الدلالة المطلوب. ففي حالة اختبار العلاقة بين كمية الأمطار الصيفية ومقدار الإنتاج من قصب السكر الواردة في الجدول السابق رقم (٩-٦) نجد أن حجم العينة =

٦ وأن مستوى الدلالة هو ٠٥ , ٠ (أي احتمال أن ٥٪ من الحالات تكون فيها قيمة معامل الارتباط راجعة إلى الصدفة) والقيمة الموجودة في الجدول تعادل ٨٨٦ , ٠ ، ومعنى ذلك أن القيمة المحسوبة في السابق لمعامل الارتباط هي٣٧١ , ٠ أصغر من القيمة الجدولية ؛ ولهذا نقبل فرضية العدم القائلة بأن العلاقة بين المتغيرين ليس لها دلالة إحصائية عند مستوى المعنوية المطلوب.

بالإضافة إلى ذلك يمكن استخدام الصيغة الإحصائية لاختبار ستيودنت (ت) لمعايرة قيمة معامل ارتباط سبيرمان المحسوبة لتحديد دلالة هذه القيمة بالطريقة نفسها التي اتبعناها عند معايرة قيمة ارتباط بيرسون.

٢- معامل ارتباط كندال:

بالنسبة لمعامل ارتباط كندال فإن التعرف على معنوية المعامل يختلف حسب عدد التكرار أو عدد العينة، فإذا كان العدد لا يزيد عن ١٠ كما هو في مثالنا الفرضي التوضيحي (عدد التكرار ٧) فإننا نلجأ إلى الجداول الرياضية الخاصة بهذا المعامل والتي توضح درجة الاحتمال المرتبطة بعدد العينة ومجموع الدرجة المستحصلة. وفي مثالنا السابق عدد العينة = ٧ والدرجة المستحصلة هي ١٥ فتصبح درجة الاحتمال ٠١٥ , ٠ ، أي أن هناك ٥ , ١ حالة ترجع إلى الصدفة من كل ١٠٠ حالة، وبذلك نكون واثقين بمستوى ٩٥٪. إن نتيجة معامل كندال لا تعود لعامل الصدفة، وبمعنى آخر أن النتيجة وهي (٧١ , ٠) معنوية في مستوى ٥٪ وقريباً من المعنوية في مستوى ١٪.

أما إذا كان عدد العينة أكثر من ١٠ كما هو في حالة مثالنا عن سكان

ومساحة المقاطعات الإدارية بالمملكة (١٤) فإننا لابد من التعرف على ما يعرف بقيمة (Z) والمعادلة الخاصة بإخراج هذه القيمة هي:

$$Z = \frac{\text{ر ك}}{\sqrt{\frac{٢ (٢ ن + ٥)}{٩ ن (ن - ١)}}}$$

حيث ر ك = معامل ارتباط كندال

ن = عدد القيم والوحدات.

وبتطبيق المعادلة السابقة على معامل كندال للارتباط بين المساحة والسكان في المملكة ينتج ما يلي:

$$= \frac{٠,٣٨}{\sqrt{\frac{٢ (٢ \times ١٤ + ٥)}{٩ \times ١٤ (١٤ - ١)}}}$$

$$= \frac{٠,٣٨}{\sqrt{\frac{٦٦}{١٦٣٨}}}$$

$$= \frac{٠,٣٨}{٠,٢} = ١,٩$$

وبالاطلاع على الجداول الرياضية الخاصة بقيمة (Z) وما تقابلها من

مستوى المعنوية نجد أن قيمة (Z) المستحصلة وهي ٩ , ١ لها احتمال يساوي ٥٧ , ٠ = ٠٢٨٥ , ٠ أي إن نتيجة معامل كندال لا ترجع إلى الصدفة بدرجة من الثقة تعادل ٩٥٪ ولكنها لا تصل إلى ٩٩٪ ؛ لأن عامل الصدفة يتدخل في ٨٥ , ٢٪ من الحالات .

الارتباط الجزئي *Partial Correlation*:

درسنا فيما سبق الارتباط بين ظاهرتين فقط، وأوجدنا بعض المقاييس لقياس العلاقة بين الظاهرتين (المتغيرين)، وقد كنا نفترض أنه لا توجد عوامل أخرى ترتبط في الظاهرتين، إلا أنه كثيراً ما نجد أن ظاهرة ما تتأثر بعدد من الظواهر المتعددة، فمثلاً نجد أن نمو السكان في المدينة لا يرتبط فقط بفرق المواليد عن الوفيات ولكنه يتأثر بحجم الهجرة من وإلى المدينة . كما أن كمية محصول معين لها علاقة بكمية السماد المستخدم، ودرجة خصوبة التربة، وكمية المياه المستخدمة في الري وغير ذلك من العوامل الأخرى التي تؤثر في حجم المحصول ونوعه . وأن مقدار تراجع خط الساحل يرتبط ارتباطاً وثيقاً بسرعة الأمواج، وقوتها واتجاهها، وما تحمله من مواد من ناحية ونوع الصخور التي يتألف منها الساحل من ناحية أخرى . إن كل عامل من العوامل السابقة يؤثر في مقدار تراجع خط الشاطئ، وقد يكون تأثير كل عامل من هذه العوامل مستقلاً عن تأثير العوامل الأخرى أ و مرتبطاً بتأثير عامل معين أو أكثر من عامل . فعلى سبيل المثال يمكن اعتبار نوع الصخور التي تؤلف خط الشاطئ، مستقلة في تأثيرها ولو نظرياً عن سرعة الأمواج، واتجاهها، وقوتها، وما تحمله من مواد. ولكن لا يمكن

بأي حال من الأحوال الفصل بين سرعة الأمواج، واتجاهها، ومقدار المواد التي تحملها هذه الأمواج. فجميع هذه العوامل مرتبطة معاً بتأثير عامل معين وهو حركة الأمواج نفسها..

والباحث حينما يهتم بقياس ارتباط كمية المحصول، أو ارتباط تراجع خط الشاطئ مثلاً وأحد العوامل فقط، بفرض أن العوامل الأخرى ثابتة (أي بحذف تأثير العوامل الأخرى) فهنا تقتصر الدراسة على العلاقة الجزئية ومجالها معامل الارتباط الجزئي. ونلاحظ أن عملية استبعاد بعض العوامل، سهلة التنفيذ إلى حد ما في البحوث الطبيعية، ولكنها متعذرة وأحياناً مستحيلة في البحوث الاجتماعية والاقتصادية، حيث تكون فيها الظواهر متشابكة فلا يمكن عزلها أو استبعاد بعضها.

وسوف نقتصر في عرضنا لهذا الموضوع على العلاقة الخطية Linear بين ثلاثة متغيرات فقط، منها متغير تابع واحد وآخرين مستقلين كنموذج لحساب الارتباط الجزئي بالطريقة اليدوية أما إذا زاد عدد المتغيرات فلابد من استخدام الحاسوب.

استبعاد أثر المتغيرات:

إن ظواهر الحياة العامة متشابكة ومعقدة. وإن دراسة أي ظاهرة منها لابد وأن تتأثر بالعديد من العوامل المتنوعة بدرجة متفاوتة.

فإذا درسنا العلاقة بين ظاهرة ما مثل: زيادة عدد السكان في مدينة مكة المكرمة مثلاً (س١)، وبعض الظواهر الأخرى التي تؤثر في هذه الزيادة مثل الزيادة الطبيعية (س٢)، وصافي الهجرة الداخلية (س٣)، والمتخلفين

من الحج (س٤) وغير ذلك من العوامل الأخرى . . نجد أن كلاً من هذه العوامل يؤثر في مقدار الزيادة العامة . وقد يكون التغيير في أي عامل مستقلاً عن العاملين الآخرين أو مرتبطاً بهما أو بأحدهما .

فالارتباط الجزئي هو العلاقة الموجودة بين قيم المتغيرين س١ ، س٢ مثلاً بعد استبعاد المتغير الثالث (س٣)، والرابع (س٤). ويتم عزل أو استبعاد (س٣)، (س٤) بتثبيتهما . وتثبيت المتغيرات يعني استبعاد أثرها وذلك بافتراض إيقاف عملها ولو نظرياً .

إن المثال التالي يوضح كيفية استبعاد تأثير بعض المتغيرات أثناء دراسة الارتباط الجزئي . فإذا درسنا مثلاً العلاقة بين ظاهرة إنتاج العامل (س١)، وظواهر أخرى مثل : مدة الخبرة في العمل (س٢)، وسرعة الآلة التي يعمل عليها (س٣)، ودرجة الإضاءة (س٤)، في المكان الذي يعمل فيه، نجد أن كل واحد من هذه العوامل يؤثر في مقدار الإنتاج . فإذا أردنا دراسة العلاقة بين مقدار إنتاج العامل (س١) ومدة خدمته (س٢) فقط فإنه يجب استبعاد العوامل الأخرى، وهي سرعة الآلة (س٣)، ودرجة الإضاءة (س٤). ويتم الاستبعاد أو تثبيت العوامل (س٣)، (س٤) بأن نختار العمال ذوي الخبرة المتفاوتة، ونجعلهم يعملون على آلات متماثلة تماماً، أي أن لها السرعة نفسها (س٣) كما أنها موضوعة في مكان واحد له نفس درجة الإضاءة (س٤) وبهذا ينعدم تأثير (س٣)، (س٤) مما يسهل دراسة العلاقة الجزئية بين الإنتاج (١) ومدة الخدمة (س٢)[1] .

(١) محمود محمد صفوت - مراحل البحث الإحصائي - ١٩٦٢م، ص٣١٦ .

حساب معامل الارتباط الجزئي:

إن حساب معامل الارتباط الجزئي يتم بعمل ما يلي :

١- إيجاد معامل الارتباط البسيط (ر) بين المتغيرات المدروسة .

٢- إيجاد معامل الارتباط الجزئي من المعادلة التالية(*) :

$$\text{ر}_{٢١٠٣} = \frac{\text{ر}_{٢١} - \text{ر}_{٣١} \times \text{ر}_{٣٢}}{\sqrt{(١-\text{ر}^{٢}_{٣١})(١-\text{ر}^{٢}_{٣٢})}}$$

حيث ر ٢١٠٣ = معامل الارتباط الجزئي بين المتغيرين الأول والثاني مع ثبات المتغير الثالث .

ر ٢١ = معامل الارتباط البسيط بين المتغيرين الأول والثاني (بطريقة بيرسون) .

ر ٣٢ = معامل الارتباط البسيط بين المتغيرين الثاني والثالث .

ر ٣١ = معامل الارتباط البسيط بين المتغيرين الأول والثالث .

مثال:

اختيرت عينة مكونة من خمسة عمال يعملون في مصنع كسوة الكعبة بمكة المكرمة . وقد أخذت معلومات عن مقدار الإنتاج الشهري لهؤلاء العمال الخمسة ، والمدة التي قضاها هؤلاء العمال في هذا المصنع ، ثم درست طاقة أنوال الغزل الي يستعملها هؤلاء وكانت نتائج العينة كما يلي :

مقدار الإنتاج بالمتر المربع للعمال الخمسة (س١) = ٤ ، ٥ ، ٩ ، ٤ ، ٨ .

(*) هذه المعادلة تستعمل في حالة ثلاثة متغيرات فقط . وفي حالة دراسة أكثر من ثلاثة متغيرات لابد من استعمال صيغ أخرى (انظر أحمد عبادة سرحان - مرجع سابق ص ٤٠٤) .

طاقة أنوال الغزل التي يستعملها هؤلاء العمال (س٢) = ٥ ، ١٢ ، ١٥ ، ٨ ، ١٢ .

مدة الخدمة التي قضاها هؤلاء في المصنع (س٣) = ٤ ، ٨ ، ٩ ، ٦ ، ٩ .

والمطلوب إيجاد معامل الارتباط الجزئي (ر ٢١٠٣) لمقدار الإنتاج الشهري س١ ، مع طاقة أنوال الغزل س٢ ، مع استبعاد مدة الخدمة س٣ .

أولاً : إن حساب معامل الارتباط الجزئي يقتضي تكوين الجدول (٩-٨) التالي بحيث تظهر فيه :

١- قيم المتغيرات الثلاثة س١ ، س٢ ، س٣ .

٢- مربعات قيم المتغيرات س١ ، س٢ ، س٣ .

٣- حاصل ضرب كل قيمتين متناظرتين من قيم المتغيرات الثلاثة س١ س٢ ، س١ س٣ ، س٢ س٣ .

٤- المجموع الكلي لجميع القيم السابقة .

ثانياً : من الجدول السابق نحسب معامل الارتباط البسيط بين قيم المتغيرين الأول والثاني س١ س٢ ، والمتغيرين الأول والثالث س١ س٢ : والمتغيرين الثاني والثالث $س_٢$ $س_١$

أ- معامل الارتباط البسيط بين $س_١$ ، $س_٢$:

$$ر_{٢١} = \frac{\frac{١}{ن} \text{ مجـ } س_١ س_٢ - \bar{س}_١ \bar{ص}_٢}{ع س_١ \quad ع س_٢}$$

جدول (٩-٨)

طريقة إيجاد معامل الارتباط المتعدد

س١	س٢	س٣	$س_{١}^{٢}$	$س_{٢}^{٢}$	$س_{٣}^{٢}$	س١× س٢	س١× س٣	س٢× س٣
٤	٥	٤	١٦	٢٥	١٦	٢٠	١٦	٢٠
٥	١٢	٨	٢٥	١٤٤	٦٤	٦٠	٤٠	٩٦
٩	١٥	٩	٨١	٢٢٥	٨١	١٣٥	٨١	١٣٥
٤	٨	٦	١٦	٦٤	٣٦	٣٢	٢٤	٤٨
٨	١٢	٩	٦٤	١٤٤	٨١	٩٦	٧٢	١٠٨
المجموع = ٣٠	٥٢	٣٦	٢٠٢	٦٠٢	٢٧٨	٣٤٣	٢٣٣	٤٠٧

حيث إن ر ٢١ معامل الارتباط البسيط (بيرسون) بين س١ ، س٢

$\bar{س}_{١}$ ، $\bar{س}_{٢}$ الوسط الحسابي للمتغيرين س١ ، س٢ .

ع $س_{١}$ = الانحراف المعياري للمتغير $س_{١}$ = $\sqrt{\frac{١}{ن} مجـ س_{١}^{٢} - \bar{س}_{١}^{٢}}$

ع $س_{٢}$ = الانحراف المعياري للمتغير س٢ = $\sqrt{\frac{١}{ن} مجـ س_{٢}^{٢} - \bar{س}_{٢}^{٢}}$

وبالرجوع إلى الجدول (٩-٨) نجد أن :

$$\bar{س}_{١} = \frac{مجـ س_{١}}{ن} = \frac{٣٠}{٥} = ٦$$

$$\bar{س}_٢ = \frac{مجـ س_٢}{ن} = \frac{٥٢}{٥} = ١٠,٤$$

مجـ $س_١ س_٢$ = ٣٤٣، مجـ $س^٢_١$ = ٢٠٢، مجـ $س^٢_٢$ = ٦٠٢

$ع س_١ = \sqrt{١ ÷ ٥ × ٢٠٢ - (٦)^٢} = \sqrt{٤,٤} = ٢,١$

$ع س_٢ = \sqrt{٦٠٢ ÷ ٥ - (١٠,٤)^٢} = \sqrt{١٢,٢٤} = ٣,٥$

$$\therefore ر_{٢١} = \frac{٣٤٣ ÷ ٥ - ٦ × ١٠,٤}{٢,١ × ٣,٥} = \frac{٦٨,٦ - ٦٢,٤}{٧,٣٥} = \frac{٦,٢}{٧,٣٥} = ٠,٨٤$$

ب- معامل الارتباط البسيط بين المتغيرين $س_١$، $س_٢$ والمتغيرين $س_٢$ $س_٣$:

بحل المعادلة السابقة وتطبيقها على قيم $س_١$، $س_٢$ الموجودة في الجدول نحصل على معامل الارتباط بين المتغيرين $س_١$، $س_٢$ والارتباط بين $س_٢$، $س_٣$ وهو:

$ر_{٣١} = ٠,٨٤$

$ر_{٣٢} = ٠,٩٦$

ثالثاً: بعد حصولنا على قيم معامل الارتباط البسيط بين المتغيرات الثلاثة نطبق القانون التالي: لإيجاد معامل الارتباط الجزئي بين المتغيرين $س_١$، $س_٢$ مع ثبات $س_٣$:

$$ر_{٢١٫٣} = \frac{ر_{٢١} - ر_{٣١}\, ر_{٣٢}}{\sqrt{(١-ر^{٢}_{٣١})(١-ر^{٢}_{٣٢})}}$$

$$= \frac{٠,٨٤ - ٠,٨٤ \times ٠,٩٦}{\sqrt{[١-(٠,٨٤)^{٢}][١-(٠,٩٦)^{٢}]}}$$

$$= \frac{٠,٠٣}{٠,٢٩ \times ٠,٠٨}$$

$$= \frac{٠,٠٣}{٠,١٥}$$

$$= ٠,٢$$

أي أن العلاقة بين مقدار الإنتاج وطاقة أنوال الغزل مع إهمال أثر مدة الخدمة تعادل ٠,٢ وهي علاقة موجبة ضعيفة. وقد كانت العلاقة بين مقدار الإنتاج وطاقة أنوال الغزل مع وجود أثر مدة الخدمة (الارتباط البسيط بين المتغير الأول والثاني) تعادل ٠,٨٤ وهي علاقة قوية. مما يدل على أن ارتفاع الارتباط البسيط ناتج عن أثر المتغيرات الأخرى. والدليل انخفاض قيمة الارتباط من ٠,٨٤ إلى ٠,٢ وهذا يستوجب الحيطة والحذر في تفسير وتعميم نتائج الارتباط البسيط، والذي يمكن أن يكون خادعاً في بعض الأحيان.

الارتباط المتعدد Multiplc Correlation:

إذا كان المتغير التابع يعتمد على متغيرين مستقلين أو أكثر فإن درجة

العلاقة بين المتغير التابع وهذين المتغيرين تسمى: بالارتباط المتعدد. وقد ذكرنا سابقاً أنه يجب أن نكون حذرين في تفسير نتائج الارتباط الثنائي بين متغيرين أحدهما تابع والآخر مستقل، فقد تكون هذه العلاقة خادعة. ومعظم الظواهر الجغرافية يشترك في تفسيرها أكثر من عامل، لذلك يلجأ الباحثون إلى دراسة الارتباط المتعدد حيث يمكن حساب تأثير مختلف العوامل في الظاهرة المدروسة. فعلى سبيل المثال يمكن دراسة أثر مختلف العوامل التي ذكرناها سابقاً التي تؤثر على كمية المحصول وهي كمية السماد وخصوبة التربة وكمية المياه المستخدمة في الري من خلال الارتباط المتعدد الذي يظهر مقدار ما تفسره هذه العوامل من كمية المحصول السنوي. وكذلك الحال يمكن دراسة أثر نوع الصخور وسرعة الأمواج واتجاهها وقوتها وما تحمله هذه الأمواج من مواد على تراجع خط الساحل من خلال تبيان التأثير الكلي لهذه العوامل على مقدار النحت في الساحل من خلال تحليل الارتباط المتعدد أيضاً. وهناك آلاف الدراسات الجغرافية التي استفادت من تقنية تحليل الارتباط المتعدد لإبراز مختلف الجوانب المؤثرة على سير ظاهرة ما ومعرفة ما تفسره المتغيرات المستقلة المتعددة من المتغير التابع قيد الدراسة.

إن معامل الارتباط المتعدد كالارتباط البسيط والارتباط الجزئي تقع قيمته بين (صفر ± ١) وكلما كان الارتباط المتعدد قريباً من الواحد الصحيح، كلما كانت العلاقة أفضل في تحليل البيانات التي لدينا. وبالعكس إذا كان معامل الارتباط المتعدد قريباً من الصفر، كلما كانت العلاقة أبعد عن تمثيل تلك البيانات.

لقد سهل وجود الحاسوب العمليات الرياضية المعقدة لحساب الارتباط

المتعدد، وأصبح بالإمكان حساب الارتباط المتعدد بسهولة ويسر؛ ولذلك أعرضنا عن الطريقة اليدوية لعملية حساب الارتباط المتعدد نظراً لكثرة العمليات الحسابية التي نحتاجها واكتفينا بناتج الحاسوب، ومن الجدير بالذكر أن حساب الارتباط المتعدد يتم بالحاسوب من خلال حساب الانحدار المتعدد Multiple Regession التي تظهر مقدار الارتباط الكلي (Multiple R) ومعامل التحديد (R sqaire).

مثال:

لنعد إلى مثال عمال مصنع الكسوة في مكة المكرمة لمعرفة الارتباط بين مقدار الإنتاج كمتغير تابع وبين مدة الخدمة وطاقة أنواع الغزل التي يستعملها العمال كمتغيرين مستقلين (انظر الجدول رقم: ٩-٨). إن نتائج معاملات الارتباط يظهرها الجدول رقم (٩-٩) الذي يظهر معاملات الارتباط البسيط والجزئي والمتعدد لعمال كسوة الكعبة. ولابد من ذكر

جدول رقم (٩-٩)

معاملات الارتباط لإنتاجية: خمسة عمال من مصنع كسوة الكعبة

معامل الارتباط البسيط	معامل الارتباط الجزئي	معامل الارتباط المتعدد
ر ٢١ = ٠,٨٤ ر ٣١ = ٠,٨٤ ر ٣٢ = ٠,٩٦	ر ٣٠٢١ = ٠,٢	ر ١ / ٣٢ = ٠,٨٥

بعض الملاحظات الهامة حول تفسير هذه المعاملات وهذه الملاحظات هي:

١ - إن معاملات الارتباط البسيط بين المتغيرات الثلاثة قوية وعالية، وهذا الأمر يجب أن يؤخذ بحذر ؛ لأن معاملات الارتباط البسيط تكون أحياناً خادعة وتظهر أرقاماً عالية من الارتباط مع أن العلاقة قد تكون ضعيفة ؛ لذا لابد من استخدام جداول مستوى المعنوية والدلالة للحكم على العلاقات الارتباطية. فقد تكون الأرقام عالية غير أنها غير دالة وغير مهمة عند مستوى دلالة معين.

٢- إن معامل الارتباط الجزئي بين المتغير الأول وهو مقدار الإنتاج والمتغير الثاني وهو طاقة أنوال الغزل قد انخفض كثيراً حينما ثبتنا أثر المتغير الثالث وهو مدة الخدمة. لقد انخفض مقدار الارتباط بين المتغيرين من ٨٤, ٠ إلى ٢٠, ٠ وهذا يدل على أن المتغير الثاني وهو طاقة أنوال الغزل ترتبط بمهارة العامل من خلال مدة الخدمة وهي المتغير الثالث ؛ لذلك انخفضت قيمة ارتباط المتغير الأول بالمتغير الثاني مع ثبات المتغير الثالث.

٣- أما معامل الارتباط المتعدد ٨٥, ٠ فقد أبرز أن ٧٢٪ من التباين في مقدار الإنتاج (مربع معامل الارتباط) مرده إلى خبرة العامل وطاقة تشغيل الآلة، وأن ٣٨٪ من التباين غير مفسر، ولا بد من البحث عن أسبابه. ومن الجدير بالذكر أن المتغيرين المستقلين حينما أدخلا إلى معادلة الارتباط المتعدد انخفضت قيمة معامل الارتباط البسيط لكل منهما.

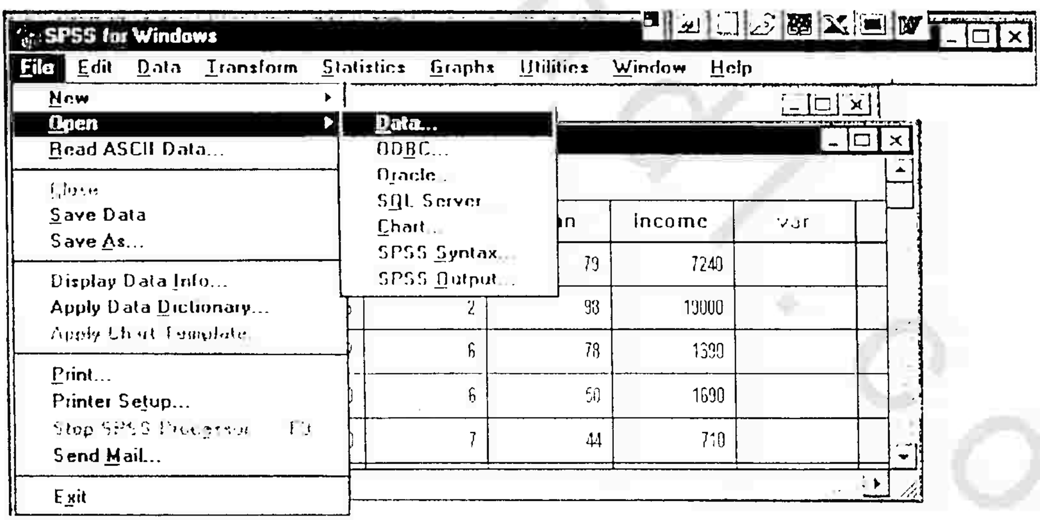
حساب معاملات الارتباط عن طريق الحاسوب:

الخطوة الأولى لحساب معاملات الارتباط البسيط هي : إدخال مصفوفة البيانات الخاصة بالمتغيرات والمشاهدات، وذلك عن طريق ورقة

العمل أو لوحة البيانات الخاصة ببرنامج (SPSS)، ثم تسمية المتغيرات، وتخزين ملف البيانات بالاسم الذي نختاره (راجع ملفات البيانات من حيث الإدخال والتسمية والتخزين واسترجاع المعلومات في فصل تبويب البيانات).

إذا أردنا حساب مصفوفة الارتباط لمتغيرات السكان في بعض البلاد العربية والموجودة في الجدول رقم (٣-٨) السابق والتي قمنا بتخزينها وحفظها في ملف أسميناه Pop. sav نقوم بالخطوات التالية:

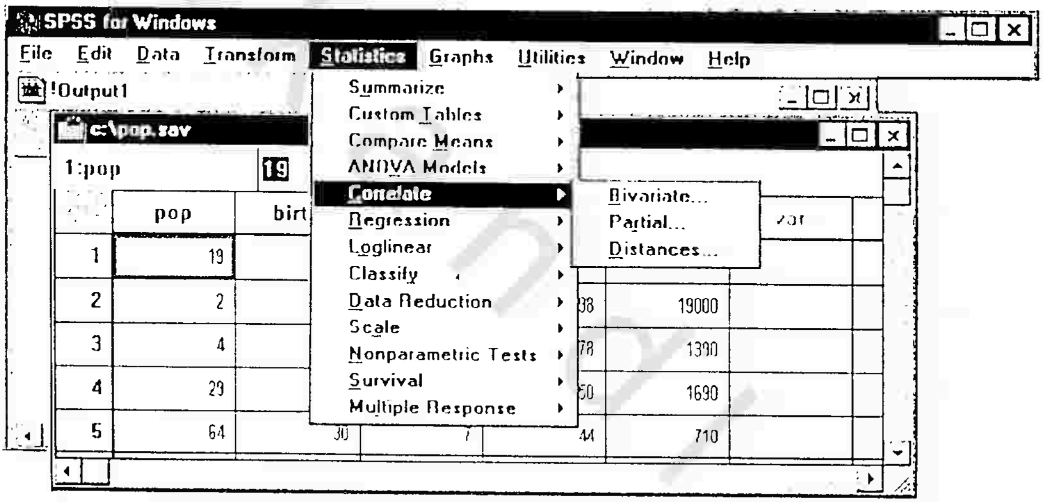
١- نفتح برنامج (SPSS) ومن قائمة File ، نختار Open ، ومن القائمة الفرعية نختار Data . (انظر شكل ٩-٢).



شكل (٢:٩) أوامر الدخول إلى ملف (Pop. Sav)

٢- نطلب الملف Pop-sav من قائمة الملفات المخزنة في برنامج (SPSS) فيضهر الملف على الشاشة .

٣- من قائمة الأوامر ننقر statistics فتظهر قائمة جديدة تحوي العديد من الخيارات نختار منها Correlate التي تعني الارتباط ، فتظهر شاشة ثانوية خاصة بموضوعات الارتباط (شكل رقم ٩-٣) يتضمن الخيارات التالية :



شكل (٩:٣) أوامر الدخول إلى معاملات الارتباط

أ- Bivariate ويستخدم لحساب معاملات الارتباط الثنائي البسيط ، كمعاملات بيرسون وسبيرمان وكندال .

ب- Partial ويستخدم لحساب معاملات الارتباط الجزئي .

ج – Distances ويستخدم لحساب قرائن التشابه والاختلاف .

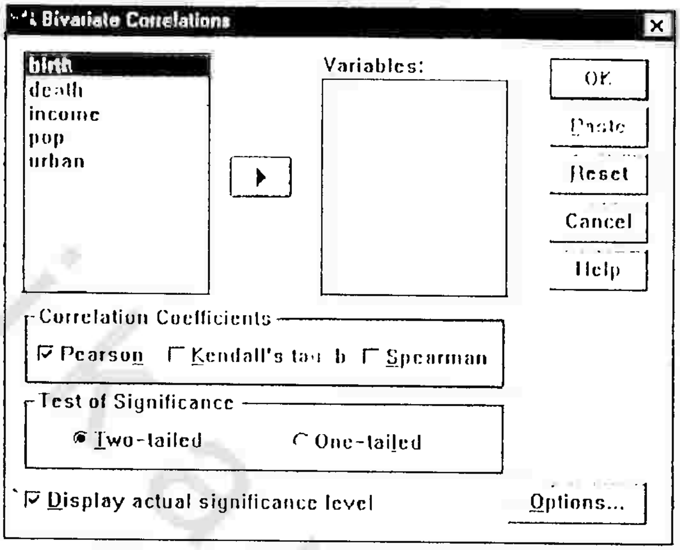
٤- نختار Bivariate لإعداد معاملات ارتباط بيرسون وسبيرمان وكندال فتظهر الشاشة المبينة في الشكل رقم (٩-٤) وتتضمن مصفوفة المتغيرات التي نريد حساب مصفوفة ارتباط لها. ننقل المتغيرات التي نريد عمل ارتباط لها، أو ننقل جميع المتغيرات إلى المربع المعنون (Variables) إذا أردنا حساب الارتباط لكافة المتغيرات .

٥- نختار معامل الارتباط الذي نريده من بين معاملات الارتباط الثلاثة الموجودة في أسفل اللوحة، أو نختار الثلاثة جميعها إذا أردنا حساب جميع معاملات الارتباط .

٦- من اللوحة نفسها نختار اختبار المعنوية، وغالباً ما يكون اختبار المعنوية ذي الطرف الواحد، ثم ننقر (OK) فتظهر مصفوفات الارتباط المطلوبة .

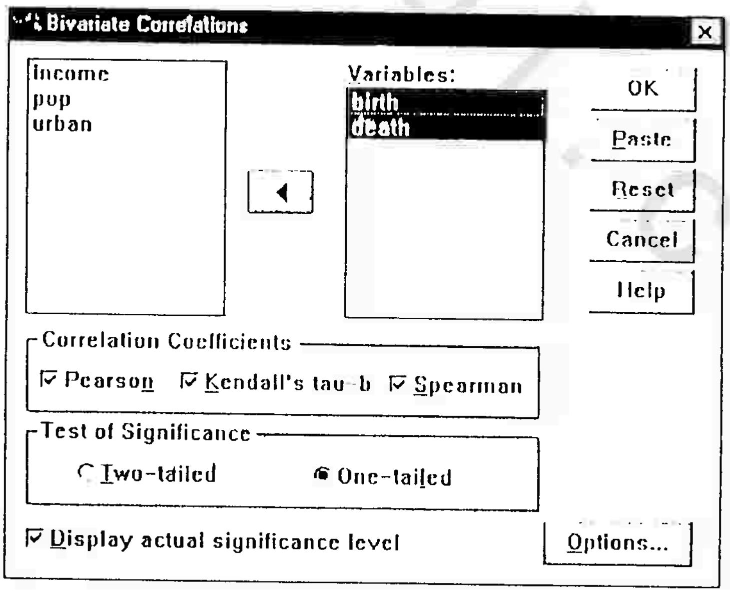
شكل (٩-٤)

لوحة الارتباط الثنائي



شكل (٩-٥)

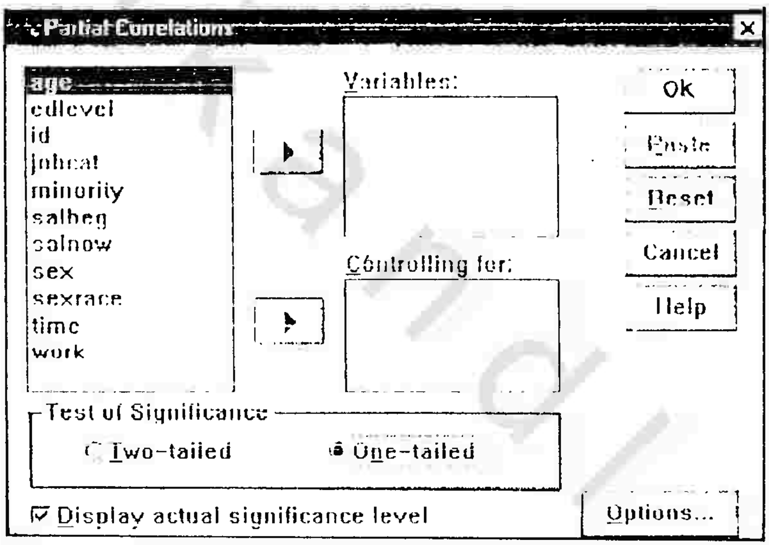
لوحة الارتباط الثنائي بعد اختيار المتغيرات ونوع الارتباط



٧- إذا أردنا حساب الارتباط الجزئي نختار من لوحة أساليب الارتباط شكل (٩-٣) Partial فتظهر الشاشة المبينة في شكل (٩-٦)

شكل (٩-٦)

لوحة الارتباط الجزئي



وفيها يظهر مستطيل يحوي كافة المتغيرات الموجودة في الملف، نختار منها المتغيرات التي نريد إجراء تحليل ارتباط لها ونضعها في المستطيل الأيمن العلوي المعنون ب (Varlables) ، ثم نضع المتغيرات التي نريد إيقاف تأثيرها في المستطيل السفلي المعنون بـ(Controlling for)، ثم نضغط أمر OK. فنحصل على نتائج تحليل الارتباط الجزئى.

أسئلة وتطبيقات

س١ : إذا كانت تقديرات (٥) طلاب في كل من الإحصاء والرياضيات على النحو التالي :

تقديرات الإحصاء	٩٥	٧٠	٦٠	٥٥	٨٥
تقديرات الرياضيات	٨٧	٧٠	٥٢	٦٠	٩٢

أوجد معامل ارتباط الرتب بين تقديرات الطلاب في الإحصاء والرياضيات ، يدوياً ثم بالحاسوب .

س٢ : البيانات التالية تبين درجات الحرارة الخارجية (بدرجات مئوية) والارتفاع عن سطح البحر (بآلاف الأقدام) في أوقات مختلفة .

الارتفاع	صفر	٤	٤	١٠	٦
الحرارة	٢٧	٢١	١٨	١٠	١٦

احسب ما يلي :

١- معامل ارتباط بيرسون بين الارتفاع ودرجة الحرارة ، بالطريقة العادية ثم بالحاسوب .

٢- ما نوع العلاقة بين الارتفاع ودرجة الحرارة وما مدى قوتها؟

٣- كون فرضية عدم بخصوص العلاقة بين الارتفاع ودرجة الحرارة .

٤- اختبر هذه الفرضية في مستوى دلالة ٠,٠١ .

س٣ : في أحد برامج المسابقات قام حكمان بترتيب ثمانية متسابقين

تبعاً لأفضليتهم وذلك كما يلي :

الحكم الأول	٥	٢	٨	١	٤	٦	٣	٧
الحكم الثاني	٤	٥	٧	٣	٢	٨	١	٦

أجب عما يلي :

١- أوجد معامل كندال لارتباط الرتب .

٢- أوجد معامل ارتباط الرتب لسبيرمان .

٣- قارن بين قيمة معاملي ارتباط كندال وسبيرمان .

٤- أوجد فرضية عدم بين الحكمين .

٥- اختبر هذه الفرضية بموجب معامل كندال من جهة وبموجب اختبار(ت) من جهة أخرى وذلك في مستوى معنوية ٠,٠٥ .

س٤ : البيانات التالية تمثل مساحة حوض النهر وطوله لعينة من عشرة أنهار لأحد نظم التصريف النهري في منطقة ما . والمطلوب حساب معامل ارتباط بيرسون بالطريقة الثانية بين هذين المتغيرين، وكذلك اختبار العلاقة بين هذين المتغيرين عند مستوى دلالة ٠,٠٥ ، ومقارنة هذه النتائج مع النتائج المتحصلة في حساب الارتباط من خلال الحاسوب .

طول النهر (كم): ٩,٤٠ ، ١٠,٨٥ ، ١٠,٦٩ ، ١٠,٩٧ ، ١١,٩٤ ، ١٨,٦٩ ، ١٧,٢٣ ، ١٨,٤١ ، ٢٠,١٤ ، ٢٠,٦٨ .

مساحة حوض النهر (كم٢): ٤,٠٨ ، ٤,٥٢ ، ٤,٩٢ ، ٦,١٨ ، ٦,٢٢ ، ٦,٥٤ ، ٧,٥٥ ، ٨,٩٢ ، ١٠,١٦ ، ١٢,٥٠ .

س٥ : الجدول التالي يبين معاملات الارتباط البسيط والجزئي والمتعدد لأربعة متغيرات هي :

١ – كثافة السكان الريفيين س١ (متغير تابع) .

٢– معدل كمية المطر س٢ .

٣– بعد المركز الريفي عن المدينة س٣ .

٤– مقدار إنتاج المحصول س٤ .

وذلك لما يزيد عن ١٦١ تجمع ريفي في سهول الولايات المتحدة الوسطى .

معامل الارتباط البسيط والجزئي والمتعدد لكثافة السكان الريفيين في سهول الولايات المتحدة

معامل الارتباط البسيط	معاملات الارتباط الجزئي لثلاثة متغيرات	معامل الارتباط الكلي
ر٢١ = +٠,٧٨	ر٣٠٢١ = +٠,٧٣	ر٢١ = +٠,٧٨
ر٣١ = -٠,٤٣	ر٢٠٣١ = +٠,١٢	ر٣٢٠١ = +٠,٧٩
ر٤١ = ٠,٥٨	لأربعة متغيرات	ر٤٣٢٠ = ٠,٩٠
ر٣٢ = -٠,٤٢	ر٤٣٠٢١ = ٠,٦٣	
ر٤٢ = +٠٢٦,	ر٤٢٠٣١ = -٠,١٠	
ر٤٣ = ٠,١٦	ر٣٢٠٤١ = +٠,٣٩	

ادرس الجدول السابق وأجب عما يأتي

١- ما نوع العلاقة الارتباطية البسيطة بين المتغير الأول والثاني (طردية أم سلبية).

٢- ما نوع العلاقة الارتباطية البسيطة بين المتغير الأول والثالث.

٣- هل العلاقة الارتباطية البسيطة بين المتغير الثالث والرابع قوية أم ضعيفة؟ وما نوعها؟

٤- ما دلالة معامل الارتباط الجزئي بين المتغيرين الأول والثالث مع ثبات المتغير الثاني (نوع العلاقة وقوة الارتباط).

٥- ما هو أفضل ارتباط جزئي بين المتغيرات الأربعة حينما نقوم بتثبيت أثر متغيرين معاً هل هي بين المتغير الأول والثاني، أم الأول والثالث، أم الأول والرابع؟

٦- ما هو مقدار الارتباط الكلي بين المتغيرات جميعها؟ وما مقدار التباين المفسر بواسطة هذه المتغيرات.