

## الفصل السادس

### مقاييس التشتت والانتشار

### *Dispersion*

التشتت : معناه التباعد أو التفاوت والاختلاف بين مفردات الظاهرة المدروسة . وهو مقياس لمقدار التجانس .

والتشتت قد يكون قليلاً بمعنى أن الأرقام القريبة من بعضها ، تختلف عن بعضها ولكن في حدود ضيقة . وقد يكون التشتت كبيراً ، بمعنى أن الأرقام متفاوتة فيما بينها تفاوتاً كبيراً .

ولمقارنة ظاهرتين أو أكثر لا نكتفي بمقاييس المتوسط التي مرت معنا ، فقد يكون للظاهرتين المتوسط نفسه ولكنهما يختلفان في درجة التشتت . فإذا أخذنا درجة الحرارة خلال خمسة أشهر في مدينتين فكانتا على النحو التالي :

درجة الحرارة في المدينة (أ) : ١٥ ، ١٨ ، ٢٠ ، ٢٣ ، ٢٤ م .

درجة الحرارة في المدينة (ب) : ٨ ، ١٠ ، ٢٠ ، ٢٦ ، ٣٦ م .

إن المدينتين السابقتين لهما المتوسط نفسه (٢٠) و الوسيط نفسه (٢٠) ، فإذا اكتفينا بمقارنة القيم الوسطى فإننا نستنتج أن درجة الحرارة متماثلة في المدينتين وهذا يخالف الواقع ، إذ إن درجة الحرارة في المدينة (أ) متقاربة مع بعضها وتتركز حول وسطها ، والمدى بين أشد الأشهر حرارة وأقلها حرارة هو  $24 - 15 = 9$  م ، أما المدينة (ب) فدرجة حرارة الأشهر بها غير متقاربة

بل متباعدة ومبعثرة في مدى أكبر من مدينة (أ)، كما أن الفرق بين أعلى شهر وأدنى شهر يعادل  $36-8=28$  م وهو يزيد عن ٣ أمثال المدى في المدينة الأولى .

إن تساوي المتوسطات في الظواهر المدروسة يخفي وراءه اختلافات كبيرة في شكل التوزيع؛ مما يجعل الاعتماد على المتوسطات مضللاً في كثير من الأحيان؛ ولذا يجب البحث عن مقاييس تبين مدى تقارب أو تباعد الظواهر عن متوسطاتها، وهذه المقاييس هي مقاييس التشتت .  
وتوجد عدة مقاييس تصلح لقياس درجة التشتت أهمها: المدى، الانحراف الربيعي، الانحراف المتوسط، والانحراف المعياري .

#### ١- المدى *Range*:

وهو أبسط مقاييس التشتت، وهو عبارة عن الفرق بين أقل قيمة وأعلى قيمة في التوزيع، فالمدى في درجة حرارة المدينة (أ)  $= 9$  م، وفي مدينة (ب)  $= 28$  م .

ومنه نستنتج أن المدى المطلق لدرجة الحرارة في المدينة (أ) قليل في حين أنه في مدينة (ب) كبير .

وفي حالة البيانات المبوبة في جداول تكرارية فإن المدى يكون مساوياً للفرق بين الحد الأعلى لأكبر الفئات والحد الأدنى لأصغر الفئات . أو الفرق بين مركز أكبر الفئات ومركز أصغر الفئات، ويمتاز المدى بالخصائص التالية :

أ) إنه مقياس سهل وسريع الحساب، إذ إنه يستخدم قيمتين فقط، تقع أولاهما عند نهاية التوزيع والأخرى عند بدايته.

ب) وبسبب ذلك فإنه لا يمكن حسابه من توزيع تكراري مفتوح، كما أن اقتصره على هاتين القيمتين يعني إهماله بقية القيم المتاحة عن الظاهرة.

ج) ولاعتماد المدى على القيمة الأولى والأخيرة، فهو يتأثر بالقيم المتطرفة، ومن هنا فهو غير حساس بالنسبة للمتغيرات الفردية مما قد يؤدي إلى إعطائه صورة غير صحيحة عن درجة تجانس توزيع الظاهرة، فإذا قارنا بين كميات الأمطار الساقطة على مدينتين مثلاً والموضحة أدناه:

المدينة (أ): ١٢، ١٢، ١٢، ١٢، ١١٦ ملم.

المدينة (ب): ١٢، ٦٥، ٩٠، ١٠٠، ١١٦ ملم.

فإننا نجد أن المدى في كل منهما = ١٠٤، وواضح أن المدينة الأولى أكثر تجانساً في أمطارها من المدينة الثانية، ولولا القيمة الشاذة الأخيرة لكان المدى = صفراً.

د) ورغم المآخذ السابقة، فإن هناك بعض الحالات التي يستخدم فيها المدى دائماً، مثل: مدى التغير في درجات الحرارة اليومية، ومدى تغير الأسعار في خلال فترة معينة.

## ٢- الانحراف الربيعي *Quartile Deviation*

من أهم عيوب المدى اعتماده على القيم العليا والدنيا في التوزيع التي

غالباً ما تكون متطرفة. ويمكن التغلب على هذا العيب بحذف بعض القيم الطرفية، فإذا أهملنا الربع الأول والربع الأخير من هذه القيم فإنه يمكن الحصول على مقياس للتشتت يعتبر أفضل من المدى ويعتمد في حسابه على كل من الربيعين الأدنى والأعلى. إن الفرق بين قيمة الربيع الأعلى والربع الأدنى تسمى: بالمدى الربيعي Quartile Range، أما الانحراف الربيعي: فهو عبارة عن نصف المدى الربيعي، إن:

$$\frac{\text{الربيع الأعلى} - \text{الربيع الأدنى}}{2} = \text{الانحراف الربيعي}$$

ويمكن اتباع الخطوات التالية لاستخراج الانحراف الربيعي:  
 أ) ترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً.

ب) نحسب ترتيب الربع الأدنى  $r_1$  وهو يساوي  $\frac{1 + n}{4}$

ج) نستخرج قيمة الربع الأدنى  $r_1$ .

د) نحسب ترتيب الربع الأعلى  $r_3$  وهو يساوي  $\frac{3(n+1)}{4}$

هـ) نستخرج قيمة الربع الأعلى  $r_3$ .

و) نحسب المدى الربيعي وهو يساوي  $r_3 - r_1$ .

(ز) الانحراف الربيعي =  $1/2$  المدى الربيعي =  $1/2 (3-1)$ .

فإذا طلب إلينا استخراج الانحراف الربيعي من واقع البيانات الموجودة في جدول (٦ : ١) الذي يبين عدد سكان مقاطعات المملكة الإدارية نقوم بترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً، وقد آثرنا هنا استخدام الترتيب التصاعدي، ولما كان عدد المقاطعات ١٤ فإن ترتيب الربيع الأدنى (ر) =  $1 + 14 \div 4 = 3,75$ .

أي إن ترتيب الربيع الأدنى يزيد على الترتيب الثالث، أي إنه يقع في الترتيب الرابع التي تناظر مقاطعة نجران والتي يبلغ عدد سكانها ١٤٧٩٨٠ أما ترتيب الربيع الأعلى (ر) =  $3 = (1 + 14) \div 4 = 4,25$  أي إن الترتيب يقع في الفئة ١١ التي تناظر منطقة عسير والتي عدد سكانها ٦٨١٣٦١.

إن المدى الربيعي يساوي الفرق بين ر٣، ر١.

$$= 681361 - 147980 = 533381.$$

أما الانحراف الربيعي = نصف القيمة السابقة، أي ٢٦٦٦٩٠.

وفي حالة البيانات المبوبة، أو الجداول ذات التوزيعات التكرارية يستخرج قيمة الربيع الأدنى والأعلى بالطريقة التي ذكرناها عند استخراج قيمة الوسيط، ويكون ذلك باتباع الخطوات التالية:

١- نحسب ترتيب الربيع الأدنى وذلك من واقع القانون:

$$ر١ = \text{مجدك} \div ٤$$

ثم ترتيب الربيع الأعلى ر ٣ من واقع القانون: ٣ (مجدك) ÷ ٤ .

٢- نعمل التوزيع المتجمع الصاعد .

٣- نستخرج قيمة الربيع الأدنى من واقع القانون التالي .

### جدول (١-٦)

#### الانحراف الربيعي لعدد سكان مقاطعات المملكة الإدارية

٦١٤٠٤	١- القريات
٦٥٤٩٤	٢- الجوف
١٢٨٧٤٥	٣- الحدود الشمالية
١٤٧٩٨٠ - الربيع الأدنى	٤- نجران
١٨٥٩٠٥	٥= الباحة
١٩٣٧٦٣	٦- تبوك
٢٥٦٩٢٩ - الوسيط	٧- حائل
٣١٦٦٤٠	٨- القصيم
٤٠٣١٠٦	٩- جيزان
٥١٩٢٩٤	١٠- المدينة المنورة
٨٦١٣٦١ - الربيع الأعلى	١١- عسير
٧٦٩٦٤٨	١٢- المنطقة الشرقية
١٢٧٢٢٧٢	١٣- الرياض
١٧٥٤١٠٨	١٤- مكة المكرمة

قيمة الربيع الأدنى = الحد الأدنى لفئة الربيع الأدنى +

ترتيب الربيع الأدنى - التكرار الصاعد السابق لترتيب الربيع الأدنى  
× طول الفئة  
التكرار المتجمع الصاعد اللاحق - التكرار المتجمع الصاعد السابق

٤- نستخرج قيمة الربيع الأعلى من واقع القانون السابق بالطريقة نفسها.

٥- بعد حصولنا على قيمة الربيع الأدنى والربيع الأعلى نحسب الانحراف الربيعي بالشكل التالي:

$$\frac{ر٣-ر١}{٢} = \text{الانحراف الربيعي}$$

وكمثال على استخراج الانحراف الربيعي أخذت الأرقام التي تمثل كميات الأمطار الساقطة على مدينة ما خلال ١٠٠ يوم وحسب لها الانحراف الربيعي على النحو التالي (انظر جدول ٦-٢).

**جدول (٦-٢)**

**الجدول التكراري المتجمع الصاعد لكمية  
الأمطار الساقطة على مدينة ما خلال ١٠٠ يوم**

التكرار المتجمع الصاعد	أقل من الحد الأعلى للفئة	عدد الأيام (التكرارات ك)	فئات كمية الأمطار
٤	أقل من ٣٠	٤	- ٢٠
١٥	أقل من ٤٠	١١	- ٣٠
٣٥	أقل من ٥٠	٢٠	- ٤٠
٧١	أقل من ٦٠	٣٦	- ٥٠
٨٨	أقل من ٧٠	١٧	- ٦٠
٩٦	أقل من ٨٠	٨	- ٧٠
١٠٠	أقل من ٩٠	٤	٩٠ - ٨٠
		ك = ١٠٠	المجموع

١- إن ترتيب الربيع الأدنى في الجدول (٦-٢) = مجك  $\div ٤ = ١٠٠ \div$   
٤ = ٢٥ ومنه نجد أن فئة الربيع الأدنى = (-٤٠).

٢- إن ترتيب الربيع الأعلى = ٣ مجك  $\div ٤ = ٣ \times ١٠٠ \div ٤ = ٧٥$   
ومنه نجد أن فئة الربيع الأعلى = (-٦٠).

$$٣- \text{قيمة الربيع الأدنى من واقع القانون} = ٤٠ + ١٠ \times \frac{١٥-٢٥}{١٥-٧١}$$

$$١٠ \times \frac{١٠}{٥٦} + ٤٠ =$$

$$١,٧٩ + ٤٠ =$$

$$٤١,٧٩ =$$

$$٤- \text{قيمة الربيع الأعلى} = ٦٠ + ١٠ \times \frac{٧١-٧٥}{٧١-٩٦}$$

$$١٠ \times \frac{٤}{٢٥} + ٦٠ =$$

$$١,٦ + ٦٠ =$$

$$٦١,٦ =$$

وعلى ذلك نجد أن قيمة نصف المدى الربيعي (الانحراف الربيعي) =

$$r-3 = \frac{19,8}{2} = \frac{41,79 - 61,6}{2} = \frac{1}{2}$$

ويمكن إيجاد الانحراف الربيعي بالرسم، وذلك من التوزيع المتجمع الصاعد أو النازل. حيث نخصص المحور الأفقي للفئات والمحور الرأسي للتكرارات الصاعدة، ثم نمد خطاً أفقياً أمام ترتيب الربع الأول والذي يعادل مجك  $\div 4$  فيقطع المنحنى المتجمع الصاعد في نقطة، نسقط منها عموداً على المحور الأفقي يقابله في نقطة هي قيمة  $r-3$ . وبالطريقة نفسها نحدد قيمة  $r-3$ ، والمسافة بينهما هي المدى الربيعي. نصفها هو الانحراف الربيعي.

إن هذا المقياس سهل الحساب والتطبيق ولا يتأثر بالقيم المتطرفة الكبيرة أو الصغيرة؛ ولذلك فهو مفيد جداً إذا ما احتوت البيانات على قيم متطرفة، وكذلك في التوزيعات التكرارية المفتوحة، غير أنه يؤخذ على هذا المقياس أنه غير حساس للقيم الأقل من الربع الأدنى والتي تزيد عن الربع الأعلى.

### ٣- الانحراف المتوسط *Mean Deviation* :

لما كان المقياسان السابقان للتشتت يعتمدان على رقمين فقط من أرقام الظاهرة المدروسة، فقد أوجد الإحصائيون مقياساً ثالثاً يعتمد في حسابه على قيم جميع الأفراد في الظاهرة.

وحيث إن أسهل طريقة لتقدير تبعثر قيم الظاهرة حول نقطة معينة هي أخذ متوسط المسافة بين هذه القيم وتلك النقطة، فقد أمكن استغلال المسافة

بين قيم الظاهرة المدروسة والوسط الحسابي لها كوسيلة لقياس تشتت هذه القيم؛ لذلك يمكننا أن نأخذ متوسط القيمة العددية لانحرافات القيم عن وسطها الحسابي كمقياس للتشتت وهذا المقياس يعرف بالانحراف المتوسط، أي إن:

$$\frac{\text{مجموع انحرافات القيم عن الوسط الحسابي (س - \bar{س})}{\text{عدد قيم الظاهرة}} = \text{الانحراف المتوسط}$$

ولما كان مجموع انحرافات القيم عن الوسط الحسابي يساوي صفرأ مهما كانت درجة التشتت، فإننا نلجأ إلى إهمال الإشارة ونأخذ القيمة العددية المطلقة بدون النظر إلى الإشارة الحسابية (+)، (-).

إن الجدول (٦-٣) يبين مساحة المناطق الإدارية بالمملكة، فإذا أردنا استخراج الانحراف المتوسط لقيم المساحة لهذه المناطق نقوم بما يلي:

١- نحسب المتوسط الحسابي لمساحة المناطق، ويكون ذلك بجمع مساحات المناطق الإدارية وقسمتها على عددها. ومن الجدول السابق يتضح لنا أن متوسط المساحة =  $2194000 \div 14 = 156714,3$  كم<sup>٢</sup>.

٢- نحسب انحراف مساحة كل منطقة عن الوسط الحسابي كما هو مبين بالعمود رقم ٣ من الجدول السابق.

٣- نهمل إشارات الانحراف، وذلك باستبعاد الإشارات السالبة وتصور أن جميع القيم هي موجبة.

٤- نجمع الانحرافات ونقسم الناتج على عدد القيم (ن) فنحصل على الانحراف المتوسط الذي يساوي  $1652584,4 \div 14 = 118041,7$  كم<sup>٢</sup>.

جدول (٦-٢)

الانحراف المتوسط لمساحة المناطق الإدارية بالمملكة

الانحراف عن المتوسط مع إهمال الإشارة (٤)	الانحراف عن المتوسط (٢)	المساحة (٢)	المنطقة الإدارية (١)
٣٧١٤١,٣	٣٧١٤١,٣-	١١٩٥٧٣	مكة المكرمة
٢٦٢١٢٠,٧	٢٦٢١٢٠,٧+	٤١٨٨٣٥	الرياض
٥٥١٢٨٩,٧	٥٥١٢٨٩,٧+	٧٠٨٠٠٤	المنطقة الشرقية
٥٧٩٨٤,٣	٥٧٩٨٤,٣-	٩٨٧٣٠	عسير
١٣٦٦٥,٣	١٣٦٦٥,٣-	١٤٣٠٤٩	المدينة المنورة
١٤٢٨٩٢,٣	١٤٢٨٩٢,٣-	١٣٨٢٢	جيزان
٧٩٩٢٤,٣	٧٩٩٢٤,٣-	٧٦٧٩٠	القصيم
١٢٨٨١,٧	١٢٨٨١,٧+	١٦٩٥٩٦	حائل
٥٧٩٨٤,٣	٥٧٩٨٤,٣-	٩٨٧٣٠	تبوك
١٤١٧٩٥,٣	١٤١٧٩٥,٣-	١٤٩١٩	الباحة
٦٨٩٥٤,٣	٦٨٩٥٤,٣-	٨٧٧٦٠	نجران
٤١٠٩٠,٣	٤١٠٩٠,٣-	١١٥٦٢٤	الحدود الشمالية
٨٢١١٨,٣	٨٢١١٨,٣-	٧٤٥٩٦	الجوف
١٠٢٧٤٢,٣	١٠٢٧٤٢,٣	٥٣٩٧٢	القريات
١٦٥٢٥٨٤,٤	صفر تقريباً	٢١٩٤٠٠٠	المجموع
		١٥٦٧١٤,٣	المتوسط (س-)

ولحساب الانحراف المتوسط من البيانات التكرارية ولتكن قيم درجات الحرارة في مدينة جدة خلال ١٢ شهراً نقوم بعمل ما يلي :

١- إيجاد الوسط الحسابي (س-) بأية طريقة من الطرق السابق شرحها والموضحة في الجداول (٢-٥) ، (٣-٥) .

٢- نوجد مراكز الفئات (س) .

٣- نحسب انحراف كل قيمة من قيم الجدول عن الوسط الحسابي (س-س) .

٤- نضرب كل انحراف في التكرار المناظر له فنحصل على ك (س- س) ثم نستخرج المجموع العام مجدك (س-س) .

٥- نقسم هذا المجموع الأخير على مجموع التكرارات (مجدك) أي مجدك (س-س) ÷ مجدك فنحصل على الانحراف المتوسط لدرجات الحرارة خلال ١٢ شهراً .

#### ٤- الانحراف المعياري Standard Deviation:

وهو من أهم مقاييس التشتت وأكثرها استخداماً؛ وذلك لدخوله في حساب كثير من المقاييس الإحصائية الأخرى، وهو مثل الانحراف المتوسط في اعتماده على كل قيم المجموعة ونحصل عليه بتربيع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي وقسمتها على عدد هذه القيم كالتالي :

$$\frac{\text{مجد (س-س)}^2}{\text{ن}} = \text{ع}^2$$

إن المعادلة السابقة تعطينا ما يسمى بالتباين Variance وهو عبارة عن متوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي . ولكي نحصل على مقياس للتشتت يكون مقيساً بوحدات المتغير س نفسها نأخذ الجذر التربيعي فنحصل على الانحراف المعياري :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\text{مجم (س - س) }^2}{n}}$$

فإذا أردنا معرفة الانحراف المعياري لعدد الأيام المطيرة في بعض محطات المملكة لعام ١٩٧٣ م مثلاً نقوم بما يلي (انظر جدول ٦-٤) :

١- نحسب الوسط الحسابي لعدد الأيام المطيرة (س -) وهو يساوي :

$$\text{عدد الأيام} = \frac{108}{10} = 10,8$$

عدد المحطات

٢- نحسب انحرافات القيم عن الوسط الحسابي (س - س) عمود ٣ في الجدول المذكور .

٣- نربع القيم (س - س) الموجودة في عمود (٤) ونجمعها معاً فنحصل على  $\text{مجم (س - س) }^2 = 707,6$  .

٤- نقسم  $\text{مجم (س - س) }^2$  على عدد القيم ن أي  $\text{مجم (س - س) }^2 \div n$  فينتج التباين  $\sigma^2 = 70,76$  .

٥- الجذر التربيعي للتباين هو الانحراف المعياري  $\sigma = \sqrt{70,76} = 8,4$

جدول (٤-٦)

الطريقة الأولى لاستخراج الانحراف المعياري لعدد الأيام المطيرة

لبعض مدن المملكة عام ١٩٧٣م

المنطقة	عدد الأيام ن	الانحراف عن المتوسط (س.س-)	مربع الانحرافات (س.س-) <sup>٢</sup>
الوجه	١	٩,٨ -	٩٦,٠٤
جدة	٧	٣,٨ -	١٤,٤٤
تبوك	٢	٨,٨ -	٧٧,٤٤
المدينة	٢	٨,٨ -	٧٧,٤٤
الطائف	٢٣	١٢,٢ +	١٤٨,٨٤
خميس مشيط	٢٧	١٦,٢ +	٢٦٢,٤٤
حائل	١٢	١,٢ +	١,٤٤
القصيم	١٣	٢,٢ +	٤,٨٤
الرياض	١٤	٣,٢ +	١٠,٢٤
الظهران	٧	٣,٨ -	١٤,٤٤
المجموع	١٠٨	صفر	مج (س.س-) <sup>٢</sup>
المتوسط	س = - ١٠,٨		٧٠٧,٦٠ =

إن حساب الانحراف المعياري بالطريقة السابقة يحتاج لعمليات حسابية كثيرة وخاصة إذا كبر عدد المفردات (ن) وإذا احتوى الوسط الحسابي (س-)

على كسور مما ينجم عنه احتواء الانحرافات (س - س -) على كسور أيضاً،  
ومن ثم صعوبة حساب مربعاتها؛ لذلك كان من الأفضل أن نستخدم صيغة  
أخرى لا تتضمن هذه العمليات الحسابية .

إن الصيغة الأخرى تستخدم البيانات الأصلية مباشرة وتتلخص  
خطواتها فيما يلي : (انظر جدول ٦-٥) .

- ١- نحسب مربعات القيم (س) فنحصل على (س<sup>٢</sup>) .
- ٢- نجمع القيم فنحصل على (مجمس)، ونجمع مربعات القيم فنحصل  
على (مجمس<sup>٢</sup>) ثم نطبق القانون التالي :

$$ع = \sqrt{\frac{\text{مجمس}^2}{ن} - \frac{\text{مجمس}}{ن}}$$

٣- باستخدام الأرقام الموجودة في الجدول (٦-٥) تكون ع =

$$ع = \sqrt{\frac{١٠٨}{١٠} - \frac{١٨٧٤}{١٠}} = \sqrt{١٠,٨ - ١٨٧,٤} = \sqrt{-١٧٦,٦} = ١٣,٠٧٦$$

وهي النتيجة نفسها .

وإذا أردنا إيجاد الانحراف المعياري من بيانات مبوبة في جداول  
تكرارية فإننا نلجأ إلى الخطوات التالية (انظر جدول ٦-٦) .

- ١- نحسب مراكز الفئات (س) .

جدول (٦-٥)

الطريقة الثانية لاستخراج الانحراف المعياري

لعدد الأيام المطيرة المحطات المملكة ١٩٧٣م

المحطة	س	س <sup>٢</sup>
الوجه	١	١
جدة	٧	٤٩
تبوك	٢	٤
المدينة	٢	٤
الطائف	٢٣	٥٢٩
خميس مشيط	٢٧	٧٢٩
حائل	١٢	١٤٤
القصيم	١٣	١٦٩
الرياض	١٤	١٩٦
الظهران	٧	٤٩
المجموع	١٠٨	١٨٧٤

٢- نطرح من كل مركز وسطاً فرضياً مناسباً (و) ونكتب البواقي في عمود (ح) أي أن (ح = س - و).

٣- نضرب كل (ح) في (ك) المناظرة، ونكتب حواصل الضرب في عمود ح ك الذي نجمعه لنحصل على (م ج ح ك).

٤- نضرب كل (ح) في (ح ك) المناظرة لنحصل على عمود (ح<sup>٢</sup> ك) الذي نجمعه لنحصل على (مجح<sup>٢</sup> ك).

٥- نطبق القانون :

$$ع = \sqrt{\frac{\text{مجح}^2 \text{ك}}{\text{مجك}} - \left(\frac{\text{مجح ك}}{\text{مجك}}\right)^2}$$

ويمكن حساب البيانات الموجودة في الجدول السابق (٦-٦) بهذه الطريقة على النحو التالي :

$$\text{مجح}^2 \text{ك} = ٧٧٥ ، \text{مجك} = ١٠ ، \text{مجح ك} = ٣٥$$

$$\text{وبتطبيق القانون يكون } ع = \sqrt{\left(\frac{٧٧٥}{١٠}\right) - \left(\frac{٣٥}{١٠}\right)^2} = ١٢,٥ - ٧٧,٥ = ٨,٠٨$$

وإذا وجدنا أن الانحرافات عن الوسط الفرضي (س - و) والمشار إليها بـ (ح) في الجدول السابق (٦-٦) تقبل القسمة على عدد ثابت (ث)، فنقسم (ح ÷ ث) لنحصل على العمود ح في الجدول التالي (٦-٧) ونكمل الجدول بالطريقة السابقة .

وفي هذه الحالة سيكون قانون الانحراف المعياري =

$$ع = \sqrt{\frac{\text{مجح}^2 \text{ك}}{\text{مجك}} - \left(\frac{\text{مجح ك}}{\text{مجك}}\right)^2}$$

والبينات الموجودة في جدول (٦: ٧) تعطينا ث = ٥ ، مجح<sup>٢</sup> ك = ٣١ ، مجك = ١٠ مجح ك = ٧ وبتطبيق القانون يكون الانحراف المعياري :

مجح - ك = ٧ وبتطبيق القانون يكون الانحراف المعياري :

$$\sqrt[2]{\left(\frac{7}{10}\right) - \frac{31}{10}} \sqrt{5} = \epsilon$$

$$\sqrt{0,49 - 3,1} \sqrt{5} =$$

$$\sqrt{8,08 = 2,61} \sqrt{5}$$

جدول (٦-٦)

حساب الانحراف المعياري لبيانات مبوبة من عدد الأيام المطيرة

في بعض مدن المملكة

الضئات	مراكز الضئات (س)	عدد التكرار (ك)	الانحراف عن الوسط الفرضي ح (س-و)	ح ك	ح ٢ ك
٥-١	٣	٣	٥-	١٥	٧٥+
١٠-٦	٨	٢	صفر	صفر	صفر
١٥-١١	١٣	٣	٥	١٥	٧٥
٢٠-١٦	١٨	--	١٠	صفر	صفر
٢٥-٢١	٢٣	١	١٥	١٥	٢٢٥
٣٠-٢٦	٢٨	١	٢٠	٢٠	٤٠٠
المجموع		١٠		٣٥	٧٧٥

## جدول (٦-٧)

حساب الانحراف المعياري لبيانات مبوبة من عدد الأيام المطيرة

في بعض مدن المملكة

الفئات	مراكز الفئات (س)	عدد التكرار (ك)	الانحراف عن و ح = (س-و)	ح - ح (ح+ث)	ح - ك	ح - ك
٥-١	٣	٣	٥-	١-	٣-	٣
١٠-٦	٨	٢	صفر	صفر	صفر	صفر
١٥-١١	١٣	٣	٥	١	٣	٣
٢٠-١٦	١٨	--	١٠	٢	--	--
٢٥-٢١	٢٣	١	١٥	٣	٣	٩
٣٠-٢٦	٢٨	١	٢٠	٤	٤	١٦
		١٠			٧	٣١

### مزايا وعيوب الانحراف المعياري:

١- إن الانحراف المعياري هو أهم وأدق مقاييس التشتت المعروفة حتى الآن، وله استخدامات إحصائية كثيرة، أهمها استخدامه كجزء من معادلة المنحنى المعتاد. فإذا نحن قسمنا مسافات مختلفة تختلف أطوالها بين انحراف معياري واحد إلى انحرافين إلى ثلاثة تقريباً عن يمين المتوسط الحسابي ويساره على المحور الأفقي لمنحنى معتاد، فإننا سوف نجد أن

٧٣, ٩٩٪ من المفردات التي يضمها المنحنى تقع في المسافة بين الوسط الحسابي وثلاثة انحرافات معيارية على الجانبين ، بينما المساحة التي يحددها تحت المنحنى مسافة تبعد عن الوسط الحسابي بانحرافين معيارين يميناً ويساراً تحصر تحتها ٤٥ , ٩٥٪ من عدد المفردات التي يمثلها المنحنى ، وكذلك نجد أن ٢٥ , ٢٨٪ من عدد المفردات لا يقل قياسها عن الوسط الحسابي ولا يزيد إلا بمقدار انحراف معياري واحد .

٢- في البيانات المبوبة نجد أن افتراض كل القيم متركزة في منتصف الفئة أمر لا يخلو من الخطأ ، وإذا كان هذا الخطأ في مقاييس الموضع عرضة لأن يعوض بعضه بعضاً إلى حد بعيد فإنه ليس كذلك عند حساب مقاييس التشتت . وقد قام شبرد بدراسة هذه الظاهرة وعمل تصحيحاً للانحراف المعياري المحسوب من بيانات مبوبة لتغير متصل على النحو التالي :

الانحراف المعياري المصحح = الانحراف المعياري - ف  $2 \div 12$  حيث ف طول الفئة ، وهناك تصحيحات أخرى أكثر تعقيداً من هذا للتوزيعات الأخرى .

٣- الانحراف المعياري لا يصلح في حالة الجداول المفتوحة وغير المحددة ، وفي هذه الحالة يحسن استخدام الانحراف الربيعي .

٤- يرتبط الانحراف المعياري كثيراً بالمتوسط الحسابي ، فكلما كان المتوسط الحسابي كبيراً كلما ازداد الانحراف المعياري حتى لو لم يكن انتشار المشاهدات كبيراً ، كذلك فإن الوحدات التي يعبر عنها الانحراف المعياري هي الوحدات نفسها المستخدمة للتعبير عن المتوسط الحسابي ؛ ولهذا فإن

الانحراف المعياري لا يصلح للموازنة بين توزيعات تكرارية ذات وحدات قياس مختلفة، كمجموع الأمطار التي تقاس بالمليمتر وبين إنتاجية المحصول التي تقاس بالطن .

ففي المثال السابق كان الانحراف المعياري لعدد الأيام المطيرة لمحطات المملكة هو ٤, ٨ وكان المتوسط الحسابي هو ٨, ١٠ وعلى هذا يكون معامل الاختلاف

$$٧٧,٧ = ١٠٠ \times \frac{٨,٤}{١٠,٨}$$

**العلامة المعيارية Standard Scores :**

وهي عبارة عن القيم الناتجة عن قسمة انحرافات القيم عن متوسطاتها الحسابية على انحرافات المعيارية . ويستخرج من خلال المعادلة التالية :

$$z = \frac{s - \bar{s}}{ع} ، حيث$$

z = العلامة المعيارية

s = مقادير القيم

s- = متوسط القيم

ع = الانحراف المعياري .

مثال : ما هي العلامة المعيارية لأحد محطات المملكة المناخية التي يبلغ

عدد الأيام المطيرة فيها ٢٣؟ حيث إن المتوسط الحسابي هو ٨,٨، والانحراف المعياري هو ٨,٤.

$$\text{العلامة المعيارية (ر)} = \frac{١٢,٢ - ١٠,٨ - ٢٣}{٨,٤} = \frac{١٢,٢}{٨,٤} = ١,٤٥$$

والعلامة المعيارية هي التي تستخدم في المقارنة بين الحالات التي تقاس بمعايير مختلفة، كأن تكون قياسات المطر بالملم، أو أن تكون قياسات الأبعاد والمسافات بالكيلومترات، أو مقدار الإنتاجية بالأطنان وهكذا.

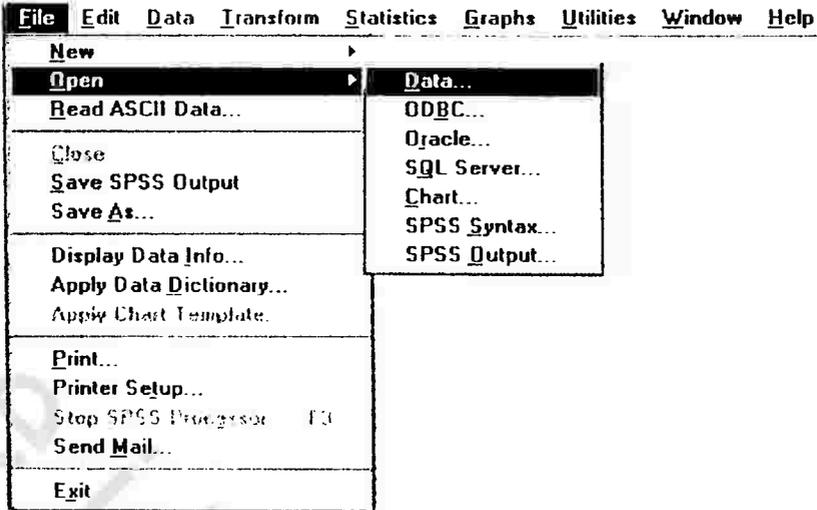
### **حساب مقاييس النزعة المركزية والتشتت باستخدام الحاسوب:**

نستخدم في استخراج مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت عن طريق الحاسوب البرنامج Frequencies.

فإذا أردنا حساب مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت لمتغير سكان المدن في مصفوفة البيانات الخاصة بسكان بعض البلاد العربية والموجودة في جدول رقم (٣-٦) والتي قمنا بتخزينها في الحاسب في ملف أسميناه Pop. Sav نقوم بالخطوات التالية:

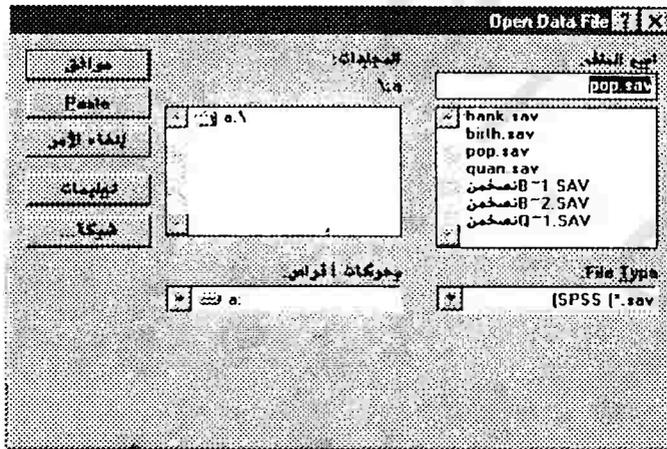
١- نفتح برنامج Spss ومن قائمة file نختار open ثم نختار Data (شكل ٦-١)

٢- نطلب الملف Pop. Save من الملفات المخزنة في برنامج Spss وذلك بالنقر عليه بزر الفأرة ثم اختيار موافق (شكل ٦-٢).



شكل (١-٦)

طريقة فتح الملف (Spss)



شكل (٢-٦)

اختيار الملف المطلوب فتحه

٣- نقر Statistics من قائمة الأوامر ، فتظهر قائمة جديدة نختار منها العنوان Summarize فتظهر قائمة ثالثة نختار منها Frequencies .

٤- قائمة Frequencies تحتوي قائمة المتغيرات الموجودة في الملف نختار أحد المتغيرات وليكن متغير سكان المدن (Urban) وندخله إلى المستطيل الأيمن لاختياره، ثم نقر كلمة Frequencies في أسفل اللوحة (شكل رقم ٦-٣) .

٥- تظهر شاشة جديدة تتضمن قائمة بمختلف مقاييس النزعة المركزية والتشتت شكل رقم (٦-٤) ، نختار من تلك الشاشة المقاييس التي نرغب في استخدامها ، ثم نعطي الأمر بالموافقة ، فتظهر تلك المقاييس مكتوبة في أسفل الجدول التكراري شكل رقم (٦-٥) ، فالمتوسط الحسابي (mean) يساوي ٦١ ، والوسيط (median) ٥٧, ٥ ، والمنوال (mode) ٢٧ ، والمدى range ٧١ ، وأصغر قيمة (Minimum) ، وأعلى قيمة (Maximum) ٩٨ ، والتباين Variance ١٤٣, ٥٣٧ ، والانحراف المعياري Std.dev ١٧٦, ٢٣ ، والربيع الأدنى (Percentile 25) ٤٤, ٧٥ ، والربيع الأعلى Percentile 75 = ٧٨, ٧٥ .

شكل (٦-٢)

## أوامر الدخول إلى تحليل التكرارات Frequencies

The screenshot shows the SPSS Statistics menu with the 'Frequencies...' option selected. The menu items are: Summarize, Custom Tables, Compare Means, ANOVA Models, Correlate, Regression, Loglinear, Classify, Data Reduction, Scale, Nonparametric Tests, Survival, and Multiple Response. The 'Frequencies...' sub-menu is open, showing options: Descriptives..., Explore..., Crosstabs..., List Cases..., Report Summaries in Rows..., and Report Summaries in Columns... The background shows a data editor window with a table containing variables 'pop' and 'birt'.

pop	birt
19	
2	
4	
29	
64	

The screenshot shows the 'Frequencies: Statistics' dialog box. The 'Percentile Values' section has 'Cut points for 10 equal groups' selected. The 'Central Tendency' section has 'Mean', 'Median', 'Mode', and 'Sum' selected. The 'Dispersion' section has 'Std. deviation', 'Variance', 'Range', 'Minimum', 'Maximum', and 'S.E. mean' selected. The 'Distribution' section has 'Skewness' and 'Kurtosis' selected. The 'Values are group midpoints' checkbox is unchecked. The 'Continue', 'Cancel', and 'Help' buttons are visible.

1	2	3	4	5

شكل (٦-٤)

## مقاييس النزعة المركزية والتشتت

شكل (٥-٦)

نتائج مقاييس النزعة المركزية والتشتت

Value Label	Value	Frequency	Percent	Valid Percent	Cum Percent
	27	1	8.3	12.5	12.5
	44	1	8.3	12.5	25.0
	47	1	8.3	12.5	37.5
	50	1	8.3	12.5	50.0
	65	1	8.3	12.5	62.5
	70	1	8.3	12.5	75.0
	79	1	8.3	12.5	87.5
	90	1	8.3	12.5	100.0
	.	4	33.3	Missing	
	Total	12	100.0	100.0	
Mean	61.000	Median	57.500	Mode	27.000
Std dev	23.176	Range	71.000	Minimum	27.000
Maximum	90.000				

\* Multiple modes exist. The smallest value is shown.

Valid cases 8 Missing cases 4

## أسئلة وتطبيقات

س ١ : فيما يلي متوسط أمطار شهر يناير (بالملم) في مدينة ما لمدة عشر سنوات وهي :

٢٤ ، ٢٠ ، ٢٦ ، ٢٧ ، ٢٠ ، ٢٢ ، ٢٥ ، ١٩ ، ٢١ ، ٢٠

احسب المدى ، والانحراف الربيعي ، والانحراف المتوسط ، والتباين ، والانحراف المعياري لكميات الأمطار الساقطة على المدينة المذكورة .

س ٣ : الجدول التالي يبين توزيع عدد من الشقق حسب إيجارها في موسم الحج في أحد المناطق القريبة من الحرم المكي الشريف (بآلاف الريالات) :

عدد الشقق	فئة الإيجار
٦	-٢٠
٨	-٣٠
١٥	-٤٠
١٠	-٥٠
١١	-٦٠

١- احسب الانحراف الربيعي والانحراف المعياري لإيجارات الشقق .

٢- استخرج الانحراف الربيعي بالرسم .

س ٣ : اختيرت عينة من (١٠) مكالمات دولية بعد الساعة الحادية عشرة

مساءً وقبل الساعة الثامنة صباحاً فكانت أطوالها بالدقائق هي :

١٠، ٣، ٩، ٤، ٨، ١٥، ٢٠، ٦، ١٠، ١٢

١- احسب الانحراف المعياري بالطريقتين الأولى والثانية .

٢- استخرج قيمة المدى بالدقائق .

٣- احسب التباين لأطوال المكالمات .

٤- احسب الانحراف المتوسط للقيم السابقة .

٦- احسب باستخدام برنامج (Spss) المقاييس السابقة وقارن بين

النتائج .

س ٤ : لدينا مجموعتان من البيانات عن تباعد الأسواق المركزية عن

بعضها البعض في مدينتين متجاورتين . وفيما يلي المسافات التي تفصل

بينها (بالكم) .

المدينة الأولى ٣، ٨، ٤، ٢، ٩ .

المدينة الثانية ٤، ٦، ٥، ٣، ١٢

١- حدد المدينة ذات التشتت الأكبر من حيث الأسواق المركزية باعتبار أن

الوسيط هو نقطة القياس .

٢- احسب الانحراف المعياري لتباعد الأسواق المركزية في المدينة الأولى .

٣- احسب الانحراف المتوسط لتباعد الأسواق المركزية في المدينة الثانية .

٤- قارن بين المدى والمتوسط في كل من المدينتين .