الباب الثاني

الأســـئلة

٢-١ أسئلة في الجبر

أسئلة الاختيار من متعدد

السـؤال الأول:

عدد الأزواج المرتبة (أ، ب) المكونة من عددين حقيقيين يحققان

$$\frac{١}{\text{أ}+\text{ب}}=\frac{١}{\text{أ}}+\frac{١}{\text{ب}}$$

هو:

أ) ٠
ب) ١
ج) ٢
د) ٣
هـ) لانهائي

السـؤال الثاني:

$$١^{٣}+٣^{٣}+\cdots+(٢\text{ن}-١)^{٣}=$$

أ) $\text{ن}^{٢}\,(٢\text{ن}^{٢}-١)$

ب) $\text{ن}^{٢}\,(\text{ن}^{٢}+١)$

ج) $\dfrac{\text{ن}^{٢}\,(٢\text{ن}^{٢}-١)}{٢}$

د) $\dfrac{\text{ن}^{٣}\,(٢\text{ن}^{٣}-١)}{٨}$

هـ) $٢\text{ن}^{٢}\,(\text{ن}^{٢}-١)$

السـؤال الثالث:

إذا كانت جميع جذور المعادلة التكعيبية

$$\text{س}^{٣}+\text{ب}\,\text{س}^{٢}+\text{جـ}\,\text{س}+\text{د}=٠$$

حقيقية وتقع في الفترة (−٢ ، ٠)، فإن

أ) $٢٦<\text{ب}+\text{جـ}+\text{د}<٤٠$
ب) $٠<\text{ب}+\text{جـ}+\text{د}<٢٦$
ج) $-٢<\text{ب}+\text{جـ}+\text{د}<٠$
د) $-٢٣<\text{ب}+\text{جـ}+\text{د}<-٢$
هـ) $-٤٠<\text{ب}+\text{جـ}+\text{د}<-٢٣$

السـؤال الرابع:

عدد الأزواج المرتبة (س،ص) المكونة من عددين صحيحين تحقق المعادلة

$$س ص + ٣ س - ٧ ص = -٥$$

هو

أ) ٢
ب) ٤
ج) ٦
د) ٨
هـ) ١٠

السـؤال الخامس:

عدد الثلاثيات (س،ص،ع) المكونة من أعداد حقيقية س، ص، ع تحقق

$$س(١ - ص^{٢})(١ - ع^{٢}) + ص(١ - س^{٢})(١ - ع^{٢}) + ع(١ - س^{٢})(١ - ص^{٢}) = ٤ س ص ع$$

$$= ٤(س + ص + ع)$$

هو

أ) ١
ب) ٢
ج) ٣
د) ٤
هـ) لانهائي

السـؤال السادس:

عدد الأزواج المرتبة (س،ص) المكونة من عددين صحيحين س وَص يحققان المتباينة

$$|س| + |ص| \le ١٠٠$$

هو

أ) ١٩٨٠١
ب) ٢٠٢٠١
ج) ٤٠١
د) ١٠١
هـ) ٥١

<u>الســــــؤال السابع:</u>

إذا كان $\text{أ} \neq ٠$ عدداً حقيقياً، فإن عدد الثلاثيات (س، ص، ع) المكونة من أعداد حقيقية س، ص، ع تحقق المعادلات

$$\begin{aligned} \text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢} - ٢\text{ع}^{٢} &= ٢\text{أ}^{٢} \\ \text{س} + \text{ص} + ٢\text{ع} &= ٤(\text{أ}^{٢} + ١) \\ \text{ع}^{٢} - \text{س}\,\text{ص} &= \text{أ}^{٢} \end{aligned}$$

هو

أ) ٠
ب) ١
ج) ٢
د) ٣
هـ) لانهائي

<u>الســــــؤال الثامن:</u>

$$\sqrt{٣٤ - ٢٤\sqrt{٢}} =$$

أ) $٥ - \sqrt{٢}$
ب) $٥ + \sqrt{٢}$
ج) $-٤ + ٣\sqrt{٢}$
د) $٤ - ٣\sqrt{٢}$
هـ) ٣

<u>الســــــؤال التاسع:</u>

عند صف جميع الأعداد الصحيحة الموجبة كما يلي

...١٥١٤١٣١٢١١١٠٩٨٧٦٥٤٣٢١

فإن الرقم الذي يحتل الخانة ٢٠٦٧٨٨ من اليمين هو

أ) ٣
ب) ٤
ج) ٥
د) ٦
هـ) ٧

السـؤال العاشر:

عدد الثلاثيات (أ، ب، جـ) المكونة من أعداد صحيحة موجبة تحقق

$$(1+\frac{1}{أ})(1+\frac{1}{ب})(1+\frac{1}{جـ})=2$$

هو

أ) ٣
ب) ٥
ج) ٢٧
د) ٣٠
هـ) لا نهائي

السـؤال الحادي عشر:

عدد كثيرات الحدود ك(س) التي تحقق

$$ك(س+ص)-ك(س-ص)=4\,س\,ص$$

لجميع قيم س، ص ∈ ح، وتحقق الشرط ك(٠)=١ هو

أ) ٠
ب) ١
ج) ٢
د) ٣
هـ) لانهائي

السـؤال الثاني عشر:

عدد الخماسيات المرتبة (أ، ب، جـ، د، هـ) المكونة من أعداد حقيقية موجبة تحقق المعادلات

$$أ+ب=جـ^2،\ ب+جـ=د^2،\ جـ+د=هـ^2،\ د+هـ=أ^2،\ هـ+أ=ب^2$$

هو

أ) ٠
ب) ١
ج) ١٢٠
د) ٢٤٠
هـ) لا نهائي

<u>الســـــؤال الثالث عشر:</u>

أكبر قيمة للدالة

$$\text{ه}(\text{س}،\text{ص}) = \text{س}^{٢}\,\text{ص} - \text{ص}^{٢}\,\text{س} \text{ ، حيث } ٠ \le \text{س} \le ١ \text{ وَ } ٠ \le \text{ص} \le ١$$

هي:

أ) $\frac{١}{٦}$

ب) $\frac{١}{٤}$

ج) $\frac{١}{٣}$

د) $\frac{١}{٢}$

هـ) $\frac{٢}{٣}$

<u>الســـــؤال الرابع عشر:</u>

عدد الأزواج المرتبة (س،ص) المكونة من عددين صحيحين س وَ ص يحققان المعادلة

$$(٣\text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢} - ٤\text{ص} - ١٧)^{٣} - (٢\text{س}^{٢} + ٢\text{ص}^{٢} - ٤\text{ص} - ٦)^{٣} = (\text{س}^{٢} - \text{ص}^{٢} - ١١)^{٣}$$

هو

أ) ٤
ب) ٦
ج) ٨
د) ١٠
هـ) ١٢

<u>الســـــؤال الخامس عشر:</u>

عرف المتتابعة $\{\text{س}_{\text{ن}} \mid \text{ن} \ge ١\}$ كما يلي:

$$\text{س}_{١} = ١٦ \text{ وَ } \text{س}_{\text{ن}+١} = \text{س}_{\text{ن}} + ٨\text{ن} + ١٢،\ \forall \text{ن} \ge ٢$$

إذا كان $\sum_{\text{ن}=١}^{\infty} \frac{١}{\text{ن}^{٢}} = \frac{\text{ط}^{٢}}{٦}$ ، فإن $\sum_{\text{ن}=٠}^{\infty} \frac{١}{\text{س}_{\text{ن}+١}} =$

أ) $\frac{ط^٢}{٢}$

ب) $\frac{ط^٢}{٣}$

ج) $\frac{ط^٢-١}{٣}$

د) $\frac{ط^٢-٦}{٢٤}$

هـ) $\frac{ط^٢-٢}{١٢}$

السـؤال السادس عشر:

عرف المتتابعة $\{س_ن | ن \geq ١\}$ كما يلي:

$$س_١ = ٢ \text{ وَ } س_{ن+١} = \frac{س_ن^٤ + ٩}{١٠ س_ن}،\ \forall ن \geq ١$$

إذا كانت $ن \geq ٢$، فإن

أ) $٠,٨ < س_ن \leq ٠,٩$

ب) $٠,٩ < س_ن \leq ١,٢٥$

ج) $١,٢٥ < س_ن \leq ١,٥$

د) $١,٥ < س_ن \leq ١,٧٥$

هـ) $١,٧٥ < س_ن \leq ٢$

السـؤال السابع عشر:

عدد الأزواج المرتبة (س،ص) المكونة من عددين حقيقيين س وَ ص يحققان

$$س + ص = ١$$
$$س^٥ + ص^٥ = ٣١$$

هو

أ) ٠

ب) ١

ج) ٢

د) ٤

هـ) ٦

أسئلة إجاباتها أعداد صحيحة من صفر إلى ٩٩٩

<u>السـؤال الثامن عشر:</u>

لتكن د(س) دالة تحقق

د(ن+١)=(−١)$^{ن+١}$ ن−٢د(ن)، ∀ن≥١

إذا كانت د(١٠١)=د(١)، فإن $\sum_{ن=١}^{١٠٠}$ (ن+٣٠٠د(ن))=

<u>السـؤال التاسع عشر:</u>

إذا كان ن = ل^{٢} مربعاً كاملاً مكوناً من أربع خانات، بحيث يكون الرقمان في الخانتين الأولى والثانية متساويين، والرقمان في الخانتين الثالثة والرابعة متساويين، فإن ل =

<u>السـؤال العشرون:</u>

لتكن د:ك ←ك دالة تحقق الشروط التالية:

١) د(ن+١)>د(ن)، ∀ن∋ك.

٢) د(ن+د(م))=د(ن)+م+١، ∀م،ن∋ك.

أوجد د(٩٩٨).

<u>السـؤال الواحد والعشرون:</u>

عدد الأعداد الصحيحة ك بحيث توجد دالة د:ط ←ص تحقق د(٢)≠٠ والشرط التالي

د(م ن)=د(م)+د(ن)+ك د(ق.م.أ(م،ن))

<u>السـؤال الثاني والعشرون:</u>

إذا كانت أ،ب،جـ جذور المعادلة س^{٣}−س−١=٠، فإن

$$\frac{١-أ}{١+أ}+\frac{١-ب}{١+ب}+\frac{١-جـ}{١+جـ}=$$

<u>الســـــؤال الثالث والعشرون:</u>

إذا كانت الأعداد الحقيقية الموجبة أ،ب،جـ،د تحقق المعادلتين:

أ+ب+جـ+د=١٢

أبجـد=٢٧+أب+أجـ+أد+بجـ+بد+جـد

فإن أبجـد=

<u>الســـــؤال الرابع والعشرون:</u>

عرّف

د(س)=⌊س⌋+⌊١٠×س⌋+⌊١٠٠×س⌋

أوجد عدداً صحيحاً موجباً ن بحيث

١) لا يوجد لأي من للمعادلتين د(س)=ن وَ د(س)=ن+١ أي حل

٢) يوجد للمعادلتين د(س)=ن−١ وَ د(س)=ن+٢، كل على حدة، حل واحد على الأقل.

أسئلة نصية

السؤال الخامس والعشرون:

أثبت أنه لأية أعداد حقيقية موجبة $أ_١، \cdots، أ_ن، ب_١، \cdots، ب_ن$:

$$(أ_١ \times \cdots \times أ_ن)^{\frac{١}{ن}} + (ب_١ \times \cdots \times ب_ن)^{\frac{١}{ن}} \le \left((أ_١ + ب_١) \times \cdots \times (أ_ن + ب_ن)\right)^{\frac{١}{ن}}$$

السؤال السادس والعشرون:

لتكن $\{س_١، \cdots، س_ن\}$، حيث $ن \ge ٢$، مجموعة من الأعداد الحقيقية الموجبة. أثبت أن

$$\sum_{ك=١}^{ن} ك\, س_ك \le \binom{ن}{٢} + \sum_{ك=١}^{ن} س_ك^{ك}$$

السؤال السابع والعشرون:

ليكن $ن$ عدداً صحيحاً موجباً، ولتبدأ بالمتتابعة $١، \frac{١}{٢}، \cdots، \frac{١}{ن}$، لتكوّن متتابعة جديدة عدد عناصرها $ن-١$ تحسب حدودها كما يلي:

الحد الأول هو الوسط الحسابي للحدين الأول والثاني في المتتابعة أعلاه، والحد الثاني هو الوسط الحسابي للحدين الثاني والثالث في المتتابعة أعلاه، وهكذا لتحصل على المتتابعة

$$\frac{٣}{٤}، \frac{٥}{١٢}، \cdots، \frac{٢ن-١}{٢ن(ن-١)}$$

استمر بتكوين متتابعات جديدة بحيث يكون الحد العام ذو الترتيب $ل$ في أية متتابعة جديدة مساوياً للوسط الحسابي للحد ذي الترتيب $ل$، والحد ذي الترتيب $ل+١$ في المتتابعة التي سبقتها مباشرة.

أثبت أن العدد $أ$ الذي نحصل عليه بعد تكرار هذه العملية $ن-١$ من المرات أقل من $\frac{٢}{ن}$.

أسئلة من أولمبياد الرياضيات العالمي

السـؤال الثامن والعشرون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٨١):

لتكن د(س،ص) دالة معرفة لجميع الأعداد الكلية س،ص، وتحقق المعادلات التالية

$$\text{د}(\text{٠}،\text{ص}) = \text{ص}+\text{١}$$
$$\text{د}(\text{س}+\text{١}،\text{٠}) = \text{د}(\text{س}،\text{١})$$
$$\text{د}(\text{س}+\text{١}،\text{ص}+\text{١}) = \text{د}(\text{س}،\text{د}(\text{س}+\text{١}،\text{ص}))$$

أوجد د(٤،١٩٨١).

السـؤال التاسع والعشرون (أولمبياد الرياضيات العالمي ٢٠٠٤):

أوجد جميع كثيرات الحدود ك(س) التي معاملاتها أعداد حقيقية وتحقق

$$\text{ك}(\text{أ}-\text{ب})+\text{ك}(\text{ب}-\text{جـ})+\text{ك}(\text{جـ}-\text{أ}) = \text{٢ك}(\text{أ}+\text{ب}+\text{جـ})$$

لجميع الثلاثيات المرتبة (أ،ب،جـ) التي تحقق

$$\text{أب}+\text{بجـ}+\text{جـأ} = \text{٠}$$

السـؤال الثلاثون (أولمبياد الرياضيات العالمي ٤٢، الولايات المتحدة ٢٠٠١):

أثبت أنه لأية ثلاثة أعداد موجبة أ،ب،جـ :

$$\frac{\text{أ}}{\sqrt{\text{أ}^{٢}+\text{٨بجـ}}}+\frac{\text{ب}}{\sqrt{\text{ب}^{٢}+\text{٨أجـ}}}+\frac{\text{جـ}}{\sqrt{\text{جـ}^{٢}+\text{٨أب}}} \geq \text{١}$$

٢-٢ أسئلة في نظرية الأعداد

أسئلة الاختيار من متعدد

السـؤال الأول:

عدد القواسم الموجبة للعدد ١٩٦٠٠٠ هو

أ) ٦٠
ب) ٨٥
ج) ٧٠
د) ٨٠
هـ) ٧٢

السـؤال الثاني:

رقم الآحاد للعدد $٢١٣٧^{٢٠٠٩}$ يساوي
أ) ١
ب) ٣
ج) ٥
د) ٧
هـ) ٩

السـؤال الثالث:

عدد الأعداد الأولية التي يمكن كتابتها على الصورة ١٠٠٠١٠١٠١ هو

أ) لانهائي
ب) ٣
ج) ٢
د) ١
هـ) ٠

السـؤال الرابع:

الرقم في خانة آحاد العدد $٧^{٧٧}$ هو

أ) ١
ب) ٣
ج) ٥
د) ٧
هـ) ٩

السـؤال الخامس:

عدد الأعداد الصحيحة الموجبة ن بحيث يكون $ن^{٤}+٤^{ن}$ عدداً أولياً هو

أ) لانهائي
ب) ٤
ج) ٣
د) ٢
هـ) ١

السـؤال السادس:

عدد الأعداد الصحيحة الموجبة ن بحيث يقبل العدد $ا = ٢٩٠٣^{ن} - ٨٠٣^{ن} - ٤٦٤^{ن} + ٢٦١^{ن}$ القسمة على ٧ بدون باقي هو

أ) ١
ب) ٢
ج) ٧
د) ٢٧١
هـ) لانهائي

السـؤال السابع:

عدد كثيرات الحدود د(س) ∈ ص[س] التي تحقق الشرطين: د(٧) = ١١ وَ د(١١) = ١٣ يساوي

أ) ٠
ب) ١
ج) ٢
د) ٥
هـ) لانهائي

السـؤال الثامن:

القاسم المشترك الأعظم للعددين $\underbrace{١١\cdots١١}_{٤٠}$ (بتكرار الرقم واحد ٤٠ مرة)، والعدد $\underbrace{١١\cdots١١}_{١٢}$ (بتكرار الرقم واحد ١٢ مرة) هو

أ) ١١
ب) ١١١
ج) ١١١١
د) ١١١١١
هـ) ١١١١١١

السؤال التاسع:

لنفرض أن $ن = ٢^{م-١}(٢^م - ١)$ وأن $٢^م - ١$ عدد أولي. مجموع القواسم الموجبة للعدد ن يساوي

أ) $ن$
ب) $٢ن$
ج) $ن^٢$
د) $ن + ١$
هـ) $ن^ن$

السؤال العاشر:

عدد الأزواج المرتبة (س،ص) المكوَّنة من عددين صحيحين س،ص يحققان

$$١٥س^٢ - ٧ص^٢ = ٩$$

هو

أ) ٠
ب) ٦
ج) ١٢
د) ١٨
هـ) لانهائي

السؤال الحادي عشر:

عدد الأزواج المرتبة (أ، ب) المكونة من عددين أوليين يحققان $أ^٢ - ٢ب^٢ = ١$ هو

أ) ١
ب) ٢
ج) ٣
د) ٤
هـ) لانهائي

السؤال الثاني عشر:

رقم الآحاد للعدد $ن = ١! + ٢! + ٣! + \cdots + ٩٩!$ يساوي

أ) ٩
ب) ٨
ج) ٥
د) ٣
هـ) ٠

السـؤال الثالث عشر:

أوجد أصغر عدد صحيح ن بحيث لو قُسم على ١٠ لكان الباقي ٩، و لو قُسم على ٩ لكان الباقي ٨، ولو قُسم على ٨ لكان الباقي ٧، وهكذا نزولاً إلى قسمته على ٢ ليكون الباقي ١.

أ) ٥٩
ب) ٤١٩
ج) ١٢٥٩
د) ٢٥١٩
هـ) ١٥٩

السـؤال الرابع عشر:

ليكن أ عدداً أولياً. عدد الأزواج المرتبة (س،ص) المكونة من أعداد صحيحة موجبة تحقق

$$\frac{١}{س}+\frac{١}{ص}=\frac{١}{أ}$$

هو

أ) ١
ب) ٣
ج) أ−١
د) أ
هـ) أ+١

السـؤال الخامس عشر:

أوجد مجموع الأعداد الصحيحة الموجبة ن بحيث يكون $٢^{ن}$ قاسماً للعدد $٣^{ن}+١$

أ) ٣
ب) ١
ج) ٦
د) ١٦
هـ) لانهائي

<u>الســــــؤال السادس عشر:</u>

عدد الثلاثيات المرتبة (أ،ب،جـ) المكوّنة من أعداد صحيحة موجبة أ،ب،جـ، بحيث تشكل هذه الأعداد متوالية هندسية، ويكون مجموعها ١١١، هو

أ) ١
ب) ٢
ج) ٣
د) ٤
هـ) ٥

<u>الســــــؤال السابع عشر:</u>

عدد الحلول الحقيقية للمعادلة

$$\left\lfloor \frac{س}{٢} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{س}{٣} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{س}{٥} \right\rfloor = س$$

هو

أ) ١٠
ب) ٢٠
ج) ٣٠
د) ٤٠
هـ) لانهائي

أسئلة إجاباتها أعداد صحيحة من صفر إلى ٩٩٩

السـؤال الثامن عشر:

لنفرض أن ن وَ م عددان فرديان موجبان وأن ن > م. أكبر عدد صحيح يقسم جميع الأعداد التي يمكن كتابتها على صورة ن٢ – م٢ هو

السـؤال التاسع عشر:

ما هو عدد الأعداد الصحيحة الموجبة التي تقل عن ١٠٠٠ وليست من مضاعفات أي من العددين ٥ وَ ٧؟

السـؤال العشرون:

أوجد أصغر عدد صحيح موجب ن بحيث يكون مجموع الأرقام في خانات العدد ٧ن أقل ما يمكن.

السـؤال الحادي والعشرون:

أوجد أصغر عدد صحيح موجب ن ≤ ٦ بحيث توجد مثلثات قائمة، باقي قسمة أطوال أضلاعها على ن يساوي ٤ وَ ٥ وَ ٦.

السـؤال الثاني والعشرون:

لتكن س = {١، ٤، ٩، ١٦، ٢٥، ...} مجموعة مربعات الأعداد الصحيحة الموجبة. أوجد العنصر هـ في هذه المجوعة بحيث يكون هـ + ٤٣ أيضاً عنصراً في س.

السـؤال الثالث والعشرون:

أوجد أصغر عدد صحيح موجب بحيث لو حذفنا أول رقم منه على اليسار ينتج عدد يساوي حاصل قسمة العدد الأصلي على ٢٩.

السـؤال الرابع والعشرون:

أوجد أصغر عدد ن يحقق الشروط التالية:

(١) توجد ٣ قواسم أولية فقط للعدد ن
(٢) ٣٠ | ن
(٣) عدد قواسم ن هو ٢٤
(٤) عدد قواسم ن٢ هو ١٠٥
(٥) عدد قواسم ن٣ هو ٢٨٠

<u>الســــــؤال الخامس والعشرون:</u>

لأي عدد طبيعي ن نعرف الدالة

$$\text{د}(\text{ن}) = \left\lfloor \frac{\text{ن}+١}{٢} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{\text{ن}+٢}{٤} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{\text{ن}+٤}{٨} \right\rfloor + \cdots + \left\lfloor \frac{\text{ن}+٢^{\text{ك}}}{٢^{\text{ك}+١}} \right\rfloor + \cdots \qquad (*)$$

حيث $\lfloor \text{م} \rfloor$ أكبر عدد صحيح أقل من أو يساوي م. أوجد د(٩٩٩).

<u>الســــــؤال السادس والعشرون:</u>

أوجد جميع الأعداد الأولية على صورة $\text{ن}^{\text{ن}}+١$ والتي تقل عن $١٠^{١٩}$.

<u>الســــــؤال السابع والعشرون:</u>

أثبت أنه لا توجد أية ثلاثة أعداد صحيحة، بحيث يساوي باقي قسمة مجموع مربعاتها على ٨ العدد ٧.

أسئلة من أولمبياد الرياضيات العالمي

<u>السـؤال الثامن والعشرون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٧١):</u>

أثبت أن مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة التي يمكن كتابتها على صورة ٢^{ن} – ٣، حيث ن = ٢، ٣، ... تحتوي على مجموعة جزئية لانهائية كل عنصرين من عناصرها أوليان فيما بينهما.

<u>السـؤال التاسع والعشرون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٩٨):</u>

أوجد جميع الأزواج المرتبة (أ،ب) المكوّنة من عددين صحيحين موجبين أ وَ ب بحيث يقسم العدد أب^{٢} + ب + ٧ العدد أ^{٢} ب + أ + ب.

<u>السـؤال الثلاثون (أولمبياد الرياضيات العالمي ٢٠٠٦):</u>

أوجد جميع الأزواج المرتبة (س،ص) المكونة من عددين صحيحين س،ص يحققان المعادلة

ص^{٢} = ١ + ٢^{س} + ٢$^{(٢س+١)}$

٢-٣ أسئلة في التركيبات

أسئلة الاختيار من متعدد

السـؤال الأول:

عائلة مكونة من أب وأم وثلاثة أولاد ذكور وأربع بنات، تريد أن تصطف في صف واحد لأخذ صورة تذكارية، بحيث يقف الوالدان بجانب بعضهما بعضاً ولا تقف ابنتان بجانب بعضهما بعضاً. عدد الطرق الممكنة هو

أ) ٥٧٦٠
ب) ٢٨٨٠
ج) ١٤٤٠
د) ١١٥٢
هـ) ٢٤٠

السـؤال الثاني:

يحتوي كيس على مجموعة من الكرات مرقمة بالأعداد من ١ إلى ٢٠، بحيث يوجد كرة واحدة مرقمة بالعدد ١، وكرتان مرقمتان بالعدد ٢، ثلاث كرات مرقمة بالعدد ٣، وهكذا إلى عشرين كرة مرقمة بالعدد ٢٠. بدأنا بأخذ الكرات من الكيس بشكل عشوائي الواحدة تلو الأخرى بدون إرجاع أي منها. أقل عدد للكرات يمكن أخذه من الكيس لضمان الحصول على عشرة كرات تحمل نفس الرقم هو

ا) ٢٠٠
ب) ١٥٠
ج) ١٤٥
د) ١٦٠
هـ) ١٢٥

السـؤال الثالث:

لدينا ١٠ حبات من الخرز مرقمة بالأعداد {١، ٢، ٣، ...، ١٠}. عدد العقود الدائرية المختلفة التي يمكن عملها باستخدام ٥ من هذه الخرزات يساوي:

أ) ٣٠٢٤
ب) ١٥١٢٠
ج) $\frac{١٠!}{٢}$
د) $\frac{١٠!}{٥}$
هـ) ٦٠٤٨

<u>الســــــؤال الرابع:</u>

عدد الطرق التي يمكن بها اختيار ثلاثة أعداد من المجموعة {١، ٢، ٣، ...، ١٠٠} بحيث يقبل مجموع الأعداد الثلاثة القسمة على ٣ هو

أ) ٥٣٩٢٢
ب) ٥٣٣٩٤
ج) ٥٢٣٠٥
د) ٥٣٣٩٠
هـ) ٢٧٧٢٨٠

<u>الســــــؤال الخامس:</u>

لنأخذ ١٠٠ خط مختلفٍ خ$_{١}$، خ$_{٢}$، خ$_{٣}$، ...، خ$_{١٠٠}$ في المستوى. جميع الخطوط التي على صورة خ$_{٤ن}$ (أي خ$_{٤}$، خ$_{٨}$، خ$_{١٢}$، ...، خ$_{١٠٠}$) يوازي بعضها بعضاً، وجميع الخطوط التي على صورة خ$_{٤ن-٣}$ تمر بنقطة معينة أ. أكبر عدد ممكن لنقاط التقاطع بين أزواج الخطوط من المجموعة {خ$_{١}$، خ$_{٢}$، خ$_{٣}$، ...، خ$_{١٠٠}$} هو

أ) ٤٣٥١
ب) ٤٩٥٠
ج) ٢٧٧٥
د) ٤٩٠١
هـ) ٩٨٥١

<u>الســــــؤال السادس:</u>

قطعة مستقيمة تصل بين النقطتين أ(١،١) وَ ب(١٢١، ٤٥١). عدد النقاط على القطعة المستقيمة التي تصل بين أ وَ ب والتي إحداثياتها أعداد صحيحة يساوي

أ) ٢٩
ب) ٢٠
ج) ٢٥
د) ٤٠
هـ) ٣٠

<u>الســــــؤال السابع:</u>

عدد الأعداد الصحيحة الموجبة المكونة من ٦ أرقام (أو خانات) كل خانة منها تحتوي على الرقم ١ أو ٢ أو ٣ بحيث يظهر كل واحد من هذه الأعداد الثلاثة مرة واحدة على الأقل هو

أ) ٥٤٠

ب) ٥٦٠
ج) ٥٣٧
د) ٥٣٤
هـ) ٥٥٠

<u>الســــؤال الثامن:</u>

لدينا ١٠٠ خروف كل واحد منها عليه علامة واحدة على الأقل: حمراء أو صفراء أو زرقاء. ٣٨ خروفاً عليها علامات حمراء وَ ٤٠ خروفاً عليها علامات صفراء وَ ١٧ خروفاً عليها على الأقل علامتان حمراء وصفراء، وَ ١٠ خراف عليها على الأقل علامتان حمراء وزرقاء ، وَ ٢٣ خروفاً عليها على الأقل علامتان صفراء وزرقاء وَ ٧ خراف تحمل جميع العلامات. عدد الخراف التي تحمل علامة زرقاء يساوي

أ) ٣٩
ب) ٦٥
ج) ٦١
د) ٣١
هـ) ٤٠

<u>الســــؤال التاسع:</u>

إذا كانت $ن = \left(١+٢^{-\frac{١}{٣٢}}\right)\left(١+٢^{-\frac{١}{١٦}}\right)\left(١+٢^{-\frac{١}{٨}}\right)\left(١+٢^{-\frac{١}{٤}}\right)\left(١+٢^{-\frac{١}{٢}}\right)$

فإن $ن$ تساوي

أ) $١-٢^{-\frac{١}{٣٢}}$
ب) $\left(١-٢^{-\frac{١}{٣٢}}\right)^{-١}$
ج) $\frac{١}{٢}\left(١-٢^{-\frac{١}{٣٢}}\right)$
د) $\frac{١}{٢}\left(١-٢^{-\frac{١}{٣٢}}\right)^{-١}$
هـ) $\frac{١}{٢}$

<u>الســــؤال العاشر</u>

عدد الطرق التي يمكن بها توزيع ١٨ قلماً على ثلاث أولاد بحيث لا يأخذ أي منهم أكثر من ٩ أقلام يساوي

أ) ٦
ب) ٧٣
ج) ٥٥
د) ٦٠
هـ) ٦٤

<u>الســـــؤال الحادي عشر:</u>

عدد الطرق المختلفة لاختيار ٤ مدرسين من بين ١٥ مدرساً يجلسون حول طاولة مستديرة بشرط ألا نختار مدرسين متجاورين يساوي

أ) ٦٥٠
ب) ٤٧٠
ج) ٤٥٠
د) ٥٦٠
هـ) ٣٦٤

<u>الســـــؤال الثاني عشر:</u>

كُتبت الأعداد الفردية الموجبة على صورة مثلث كما يلي

١
٣ ٥ ٧
٩ ١١ ١٣ ١٥ ١٧
١٩ ٢١ ٢٣ ٢٥ ٢٧ ٢٩ ٣١
٣٣ ٣٥ ٣٧ ٣٩ ٤١ ٤٣ ٤٥ ٤٧ ٤٩
... ...

بحيث يزيد عدد الأعداد في كل سطر عن سابقه بعددين، ويبدأ كل سطر بالعدد الفردي التالي للعدد الذي يحتل نهاية السطر الذي يسبقه مباشرة. العدد الأوسط في السطر العشرين هو

أ) ٦٥٩
ب) ٧٦١
ج) ٤٥٣
د) ٥٢٧
هـ) ٨٤٥

<u>الســـــؤال الثالث عشر:</u>

المتتابعة $ح_١$ ، $ح_٢$ ، $ح_٣$ ، ... متتابعة تزايدية من الأعداد المكونة من مجموع القوى المختلفة للعدد ٣ وهي: ٣، ٩، ١٢، ٢٧، ٣٠، ٣٦، ٣٩، ... (لاحظ الحدود هي نفسها

$٣^{١}$، $٣^{٢}$، $٣^{٢} + ٣^{١}$، $٣^{٣}$، $٣^{٣} + ٣^{١}$، $٣^{٣} + ٣^{٢}$، $٣^{٣} + ٣^{٢} + ٣^{١}$، ...).

ترتيب العدد $٣^{٨} = ٦٥٦١$ في هذه المتتابعة هو

أ) ١١٦
ب) ١٣٠
ج) ١٢٠
د) ١٦٠
هـ) ١٢٨

السـؤال الرابع عشر:

مجموع كل الأعداد الصحيحة الموجبة المكونة من ٤ أرقام (أو خانات) كل خانة منها تحتوي على أحد أرقام المجموعة {١،٢،٣،٤،٥} بحيث يظهر كل من هذه الأرقام مرة واحدة على الأكثر هو

أ) ٣٩٩٩٦٠
ب) ٤٠٠٠٠٠
ج) ٣٦٠٠٠٠
د) ٤٦٠٠٠٠
هـ) ٣٩٩٦٦٠

السـؤال الخامس عشر:

عدد الأصفار في يمين العدد

$$١٠٠٠! = ١ \times ٢ \times ٣ \times \cdots \times ٩٩٩ \times ١٠٠٠$$

يساوي

أ) ٢٤٠
ب) ٢٣٠
ج) ٢٥٠
د) ٢٤٩
هـ) ٢٢٠

السـؤال السادس عشر:

نريد كتابة لوحات مختلفة، مثل لوحات السيارات، كل منها يحتوي على ١٠ حروف اختيرت فقط من الثلاثة حروف أ، ب، جـ بحيث يكون تكرار الحرف أ مساوياً لتكرار الحرف جـ. عدد اللوحات المختلفة

يساوي

أ) ١١٠٧
ب) ١٢٦٠
ج) ٢٥٢

د) ٣١٥٠
هـ) ٨٩٥٣

مثال: $\boxed{\text{ب ج ا ب ج ا ب ا ج ب}}$

السـؤال السابع عشر:

في دوري التنس لإحدى المدارس سيلعب n من المدرسين و$2n$ من الطلاب بحيث يلعب كل لاعب مباراة واحدة فقط مع كل لاعب آخر، وفي كل مباراة يجب أن يفوز أحد المتسابقين (لا يسمح بالتعادل).
إذا كانت نسبة عدد المباريات التي فاز فيها المدرسون إلى تلك التي فاز فيها الطلاب تساوي $\frac{7}{5}$ فما قيمة العدد n؟ الجواب هو

ا) ٢
ب) ٣
ج) ٦
د) ١٢
هـ) ٢٣

أسئلة إجاباتها أعداد صحيحة من صفر إلى ٩٩٩

السؤال الثامن عشر:

إذا كان ثمة خلل في عدّاد قياس المسافة في سيارة ما، بحيث أن العدّاد لا يُظهر العدد ٤ بل تقفز قراءة العدّاد من ٣ إلى ٥ مباشرة في جميع خانات العدّاد، على سبيل المثال فإن قراءة العدّاد تقفز من ٠٠٠١٣٩ إلى ٠٠٠١٥٠ بعد أن تسير السيارة كيلومتراً واحداً. إذا كانت قراءة العداد الحالية هي ٠٠٣٠٠٠ فما ثلث المسافة الحقيقية التي قطعتها السيارة؟

السؤال التاسع عشر

ارسم مربعاً طول ضلعه ١٢ سم، وقسّمه إلى ١٤٤ مربعاً، طول ضلع كلٍ منها ١ سم، عن طريق رسم خطوط أفقية وعمودية. أوجد عدد المربعات الموجودة في الشكل الناتج.

السؤال العشرون:

إذا كان لدينا ١٠علب من عصير التفاح وَ٨ علب من عصير العنب وَ ٧ علب من عصير المانجو. أوجد عدد الطرق التي يمكن بها اختيار ١٥ علبة عصير من هذه العلب.

السؤال الحادي والعشرون:

وُضعت نقطة على كل رأس من رؤوس المستطيل اب جـ د، كما وضعت نقطتان وثلاث نقاط، وأربع نقاط وخمس نقاط على الأضلاع اب، ب جـ، جـ د، د ا، على الترتيب. أوجد عدد المثلثات الحقيقية التي تقع رؤوسها على هذه النقاط.

السؤال الثاني والعشرون:

أوجد عدد الطرق المختلفة لتعليق ٣ أعلام مختلفة على ٥ سواري ثابتة على جانب طريق مستقيم. (يمكن تعليق أكثر من علم على السارية الواحدة)

السؤال الثالث والعشرون:

إذا كانت ن تساوي مجموع أرقام الأعداد الموجودة في المتتابعة: ١،٢،٣،...،١٠٠٠٠٠٠. أوجد ن − ١٨٠٠٠٠٠ .

السؤال الرابع والعشرون:

لنأخذ المتتابعة التالية{١}، {٢،٣}، {٤،٥،٦}، {٧،٨،٩،١٠}، ... حيث تحتوي كل مجموعة على عنصر زيادة عن المجموعة السابقة وحيث تبدأ عناصرها بالعدد التالي للعنصر الأخير في المجموعة السابقة. على فرض أن $س_{ن}$ يمثل مجموع الأعداد في المجموعة ن، أوجد $س_{١٢}$ (أي أوجد مجموع الأعداد الموجودة في المجموعة ١٢ الثانية عشر).

أسئلة نصية

السؤال الخامس والعشرون:

اخترنا خمسة أعداد من الجدول الآتي بشرط عدم اختيار عددين من نفس السطر أو من نفس العمود. أثبت أن الأعداد الخمسة هذه دائماً لها نفس المجموع.

١	٤	٧	١٠	١٣
١٦	١٩	٢٢	٢٥	٢٨
٣١	٣٤	٣٧	٤٠	٤٣
٤٦	٤٩	٥٢	٥٥	٥٨
٦١	٦٤	٦٧	٧٠	٧٣

السؤال السادس والعشرون:

ما هو عدد الكلمات التي تحتوي على ٢ن حرفاً نصفها جـ والنصف الآخر د وتحقق الخاصية التالية: عندما تقرأ من اليمين إلى اليسار فإن عدد حروف جـ عند أي مكان لا تقل عن عدد حروف د.

السؤال السابع والعشرون:

أوجد عدد الكلمات المكونة من ن حرفاً من حروف المجموعة سـ = {ا، ب، جـ، د} وتحتوي على عدد زوجي من الحرف د.

أسئلة من أولمبياد الرياضيات العالمي

السـؤال الثامن والعشرون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٧٢):

المجموعة س مكونة من عشرة أعداد من الأعداد التالية: ١٠، ١١، ١٢، ...، ٩٩ . أثبت أنه يمكن دائماً إيجاد مجموعتين جزئيتين منفصلتين من س بحيث يكون مجموع عناصر الأولى مساوياً لمجموع عناصر الثانية.

السـؤال التاسع والعشرون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٧٢):

ن وَ م عددان صحيحان موجبان. أثبت أن العدد ن! م! (ن + م)! يقسم العدد (٢ن)! (٢م)!.

السـؤال الثلاثون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٦٧):

في إحدى المسابقات وزعت م من الميداليات على مدى ن من الأيام (ن > ١). في اليوم الأول وزعت ميدالية واحدة و $\frac{١}{٧}$ مما تبقى من الميداليات. في اليوم التالي وزعت ميداليتان و $\frac{١}{٧}$ مما تبقى من الميداليات، وهكذا. في آخر يوم وزع ما تبقى من الميداليات وعددها ن. ما العدد الكلي للميداليات؟ وما عدد الأيام التي وزعت فيها الميداليات؟

٢-٤ أسئلة في الهندسة

أسئلة الاختيار من متعدد

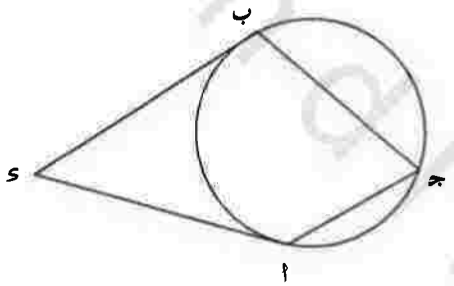
السؤال الأول:

لدينا أربع نقاط ا، ب، ج، د في المستوى. إذا كان |اب| = |بج| = |اج| = |جد| فإن ادب̂ =

أ) °١٥
ب) °٣٠
ج) °٤٥
د) °٦٠
هـ) °٩٠

السؤال الثاني:

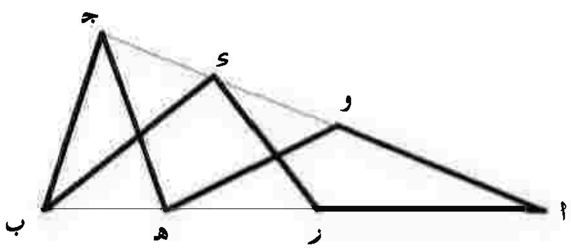
في الشكل المرفق، د̂ = °٤٢ والقطعتان المستقيمتان دا وَ دب تمسان الدائرة. بجا⌢ =



أ) °٢١
ب) °٤٢
ج) °٤٨
د) °٦٩
هـ) °٩٠

السؤال الثالث:

في الشكل المرفق إذا كان |ار| = |رد| = |دب| = |بج| = |جهـ| = |هو| = |وا| ، فإن ا̂ =



أ) $\frac{360^\circ}{29}$

ب) 15°

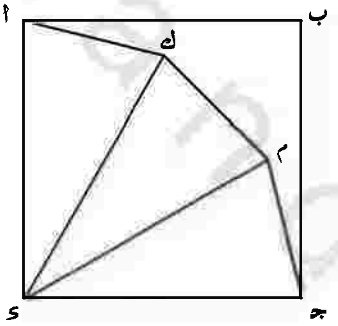
ج) $\frac{180^\circ}{11}$

د) $\frac{180^\circ}{7}$

هـ) 30°

السـؤال الرابع:

النقطتان ك وَ م تقعان داخل المربع ا ب جـ ء بحيث يكون |ءا| = |ءك| = |ءم| = |ءجـ| وَ $\widehat{اءك} = \widehat{كءم} = \widehat{مءجـ}$. المثلث Δ ب ك م

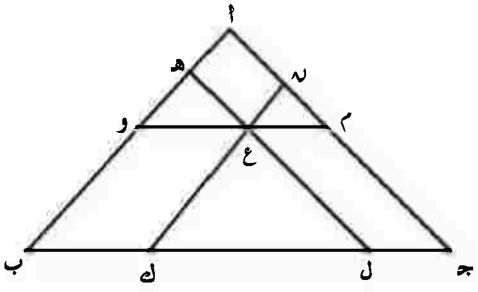


أ) متطابق الأضلاع
ب) فيه ضلعان فقط متطابقان
ج) منفرج الزاوية
د) قائم
هـ) مختلف الأضلاع

السـؤال الخامس:

النقاط ك ، ل ، م ، ن ، هـ ، و تقع على أضلاع Δ ا ب جـ كما في الشكل المرفق. القطع المستقيمة وم وَ ل هـ وَ ن ك موازية على التوالي لِـ ب جـ وَ جـ ا وَ ا ب وتمر جميعها في ع .

$$\frac{|كل|}{|بجـ|} + \frac{|من|}{|اجـ|} + \frac{|هـو|}{|اب|} =$$



أ) $\frac{١}{٥}$

ب) $\frac{١}{٤}$

ج) $\frac{١}{٣}$

د) $\frac{١}{٢}$

هـ) ١

السؤال السادس:

في Δ أب جـ $|أب|=|أجـ|=١٠$ وَ $|ب جـ|=١٦$. إذا كانت س هي طول المتوسط من ب إلى أجـ وكانت ص هي نصف قطر الدائرة الداخلية (الدائرة التي تمس أضلاع المثلث من الداخل) فإن

أ) س $=٣\sqrt{١٧}$ ، ص $=\frac{٧}{٣}$

ب) س $=\sqrt{١٧}$ ، ص $=\frac{٧}{٣}$

ج) س $=٣\sqrt{١٧}$ ، ص $=\frac{٨}{٣}$

د) س $=٤\sqrt{١٧}$ ، ص $=\frac{٧}{٣}$

هـ) س $=٤\sqrt{١٧}$ ، ص $=\frac{٨}{٣}$

السؤال السابع:

أب جـ ء هرم ثلاثي. قياس أطوال أضلاعه الستة ٧،١٣،١٨،٢٧،٣٦،٤١ . إذا كان طول الضلع أب يساوي ٤١ فإن طول الضلع جـ ء

أ) ٧

ب) ١٣

ج) ١٨

د) ٢٧

هـ) ٣٦

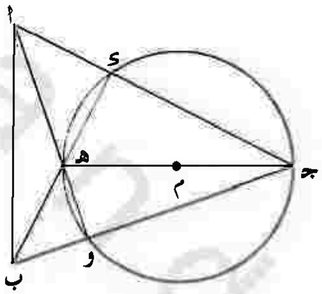
السـؤال الثامن:

يمكن للارتفاعات الثلاثة في المثلث أن تكون

أ) ١،٢،٣
ب) ٢،٤،٥
ج) ٢،٥،٥
د) ٤،٦،٧
هـ) ٤،٩،١١

السـؤال التاسع:

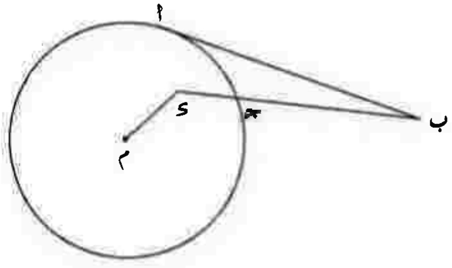
في الشكل المرفق، م مركز الدائرة وَ $\widehat{\text{ءأهـ}}$=٤٠° وَ $\widehat{\text{ءهـ}}$=٤٠° . $\widehat{\text{هـأب}}$=



أ) ١٥°
ب) ٣٠°
ج) ٤٥°
د) ٦٠°
هـ) ٩٠°

السـؤال العاشر:

في الشكل المرفق أب مماس للدائرة التي مركزها م في نقطة أ . إذا كانت |ب جـ|=|ء جـ|=٣ ، |م ء|=٢ ، |أب|=٦ فإن نصف قطر الدائرة يساوي



أ) ٢

ب) ٣

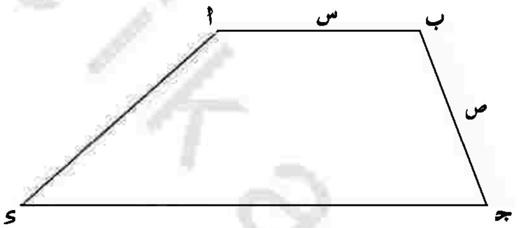
ج) $\sqrt{11}$

د) $\sqrt{17}$

هـ) $\sqrt{22}$

<u>الســـــؤال الحادي عشر:</u>

في شبه المنحرف المرفق ا ب جـ د ، $\hat{ب} = ٢\,\hat{د}$. إذا كانت |ا ب|=س وَ |ب جـ|=ص فإن |جـ د|=



أ) ٢ص − س

ب) ٢ص + س

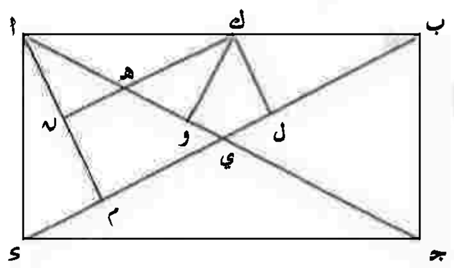
ج) س + ص

د) ٢س + ص

هـ) ٣س − ص

<u>الســـــؤال الثاني عشر:</u>

في الشكل المرفق ك أي نقطة على الضلع ا ب في المستطيل ا ب جـ د ، ك ل ⊥ ب د ، ك و ⊥ ا جـ ، ا م ⊥ ب د ، ك ن ⊥ ا م . أي من المقادير التالية يساوي دائماً المقدار |ك و|+|ك ل| ؟



أ) |ك ن|

ب) |ا ي|

ج) |ك هـ|+|ا هـ|

د) |ا م|

هـ) |ي م|

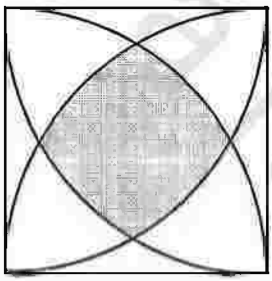
السـؤال الثالث عشر:

وُضع مضلع منتظم عدد أقطاره ٢٠ ومساحته $١٤٤\sqrt{٢}$ داخل دائرة. مساحة الدائرة تساوي

أ) $٩\sqrt{٢}$ ط
ب) ٣٦ط
ج) ٧٢ط
د) ١٤٤ط
هـ) $١٤٤\sqrt{٢}$ ط

السـؤال الرابع عشر:

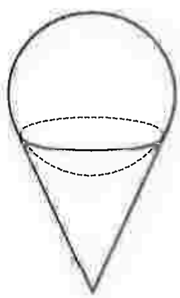
رُسمت أربعة أرباع لدوائر مراكزها رؤوس مربع طول ضلعه $\sqrt{٣}$ كما هو مبين في الشكل. مساحة الجزء المظلل تساوي



أ) ط $+ ٣ - ٣\sqrt{٣}$
ب) ط $+ ٣ + ٣\sqrt{٣}$
ج) $٣ + ٣\sqrt{٣} -$ ط
د) $٣\sqrt{٣} - ٣$
هـ) $٣\sqrt{٣} -$ ط

السـؤال الخامس عشر:

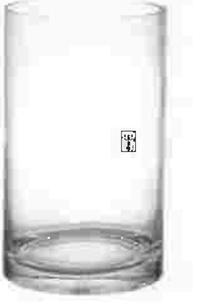
كرة من المثلجات (الآيسكريم) نصف قطرها ٢ سم فوق مخروط من البسكويت نصف قطر قاعدته $\sqrt{٣}$ سم. الكرة تمس جميع الارتفاعات الجانبية في مخروط البسكويت. أكل خالد بعضاً من "الآيسكريم" ووجد أن ما تبقى يملأ المخروط بالضبط. حجم "الآيسكريم" الذي أكله خالد بالسنتمتر المكعب يساوي



أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ ط
ب) ط
ج) ٣ط
د) $\frac{٢٣}{٣}$ ط
هـ) $\frac{٣٢}{٣}$ ط

السـؤال السادس عشر:

لدينا كأس اسطواني فارغ طوله ٨ سم ونصف قطره ٢ سم، تقف نملة في منتصف سطحه الخارجي. طول أقصر مسافة يتوجب على النملة مشيها بالسنتمتر إذا أرادت الوصول إلى نقطة تقع على السطح الداخلي للكأس في الجهة الأخرى المقابلة تماماً للنقطة التي تقف عليها، يساوي



أ) ٢ $\sqrt{\text{ط}^2 + ١٦}$

ب) ٤+٢ط

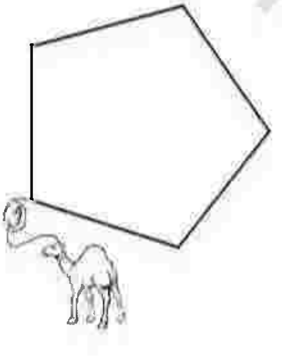
ج) ٨+٢ط

د) ٤+٤ط

هـ) ١٢

السـؤال السابع العشر:

لدينا حظيرة على شكل مضلع خماسي منتظم طول ضلعه ٦ أمتار، رُبط بأحد أركانها الخارجية جمل بطرف حبل طوله ١٠ أمتار، كما في الشكل. المساحة المتاحة لحركة الجمل بالمتر المربع تساوي



أ) $\frac{٣٧٩}{٥}$ط

ب) $\frac{٣٨١}{٥}$ط

ج) $\frac{٣٨٢}{٥}$ط

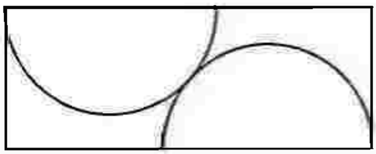
د) $\frac{٣٨٧}{٥}$ط

هـ) $\frac{٣٨٩}{٥}$ط

أسئلة إجاباتها أعداد صحيحة من صفر إلى ٩٩٩

السؤال الثامن عشر:

يريد خياط أن يقص نصفي دائرتين متطابقتين من قماش مستطيل الشكل طوله ١٦٠ سم وعرضه ٨٠ سم كما هو موضح في الشكل. قياس قطر إحدى الدائرتين يساوي

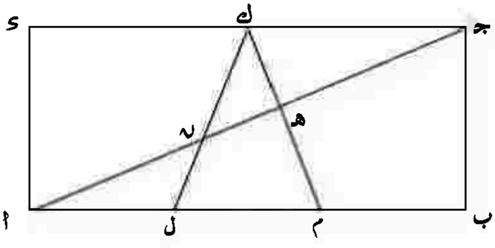


السؤال التاسع عشر:

في Δ أ ب جـ ، $\hat{أ}$ = ١٠٠° وَ $\hat{ب}$ = ٥٠° . النقطة ك تقع على الضلع ب جـ بحيث يكون أ ك ارتفاعاً في المثلث، بينما تقع النقطة م على الضلع أ جـ بحيث يكون ب م متوسطاً في المثلث. الزاوية $\widehat{م ك جـ}$ بالدرجات تساوي

السؤال العشرون:

النقطتان ل وَ م تقعان على أ ب في المستطيل أ ب جـ د بحيث يكون |أ ل| = |ل م| = |م ب| وَ ك منتصف الضلع جـ د . أ جـ يقطع ك ل في ن وَ ك م في هـ . إذا كانت مساحة المستطيل أ ب جـ د تساوي ٦٠ فإن مساحة Δ أ ن ل تساوي



السؤال الحادي والعشرون:

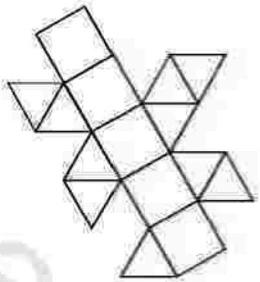
ك وَ م وَ ن أطوال أضلاع في مثلث. إذا كانت ك = ٥ وَ م = ١١ وَ ن عدداً صحيحاً فإن مجموع قيم ن الممكنة بحيث يكون المثلث منفرجاً يساوي

السـؤال الثاني والعشرون:

أكبر عدد ممكن من الأضلاع لمضلع محدب فيه بالضبط ثلاث زوايا داخلية منفرجة هو

السـؤال الثالث والعشرون:

ينتج الشكل المرفق، والمكون من عشرة مثلثات متطابقة الأضلاع وخمسة مربعات متطابقة، إذا فردنا متعدد سطوح مكون من خمسة عشر وجهاً. عدد رؤوس متعدد السطوح يساوي



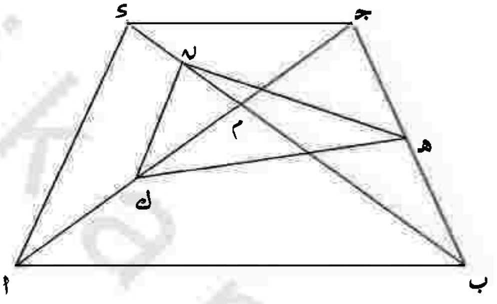
السـؤال الرابع والعشرون:

ا ب جـ ء هرم ثلاثي منتظم، المسافة من منتصف الضلع ا ب إلى منتصف الضلع جـ ء تساوي ٦.
حجم الهرم يساوي

أسئلة نصية

السـؤال الخامس والعشرون:

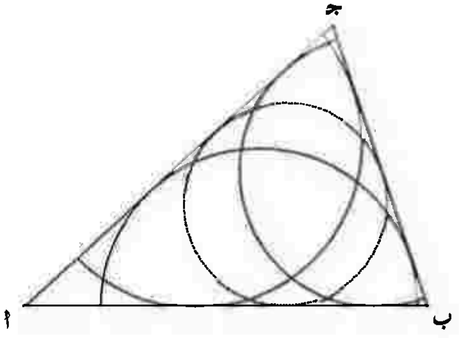
أبجد شبه منحرف متطابق الساقين، أب // دج وَ |أد| = |بج| . يتقاطع أج وَ بد في نقطة م حيث ∠أمب = ٦٠°. النقاط ك وَ ن وَ هـ تنصف القطع المستقيمة أم وَ دم وَ بج على التوالي. اثبت أن Δ كنهـ متطابق الأضلاع.



السـؤال السادس والعشرون:

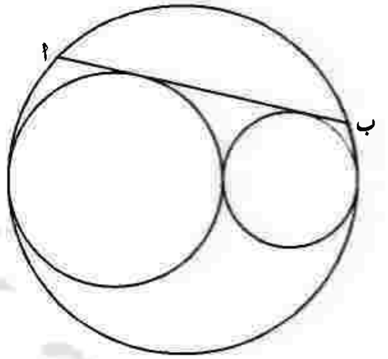
رسمنا نصف دائرة نصف قطرها نق$_{جـ}$ في المثلث الحاد أبجـ بحيث تكون قاعدتها على الضلع أب وتمس الضلعين أجـ وَ بجـ من الداخل. ورسمنا بنفس الطريقة نصفي دائرتين على الضلعين الآخرين، كما هو موضح في الشكل. إذا كانت نق هي نصف قطر الدائرة الداخلية للمثلث، أثبت أن

$$\frac{٢}{نق} = \frac{١}{نق_{أ}} + \frac{١}{نق_{ب}} + \frac{١}{نق_{جـ}}$$



السـؤال السابع والعشرون:

في الشكل التالي، نصفا قطري الدائرتين الصغيرتين المتماستين من الخارج ٦ و ٤ . الدائرتان تمسان الدائرة الكبيرة من الداخل. أوجد طول القطعة المستقيمة ب أ التي تمس كلتي الدائرتين الصغيرتين.



أسئلة من أولمبياد الرياضيات العالمي

<u>الســـــــؤال الثامن والعشرون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٦٤):</u>

رُسمت ثلاثة مماسات للدائرة الداخلية في Δأبجـ موازية لأضلاعه الثلاثة. كل مماس من هذه المماسات يكوّن مثلثاً صغيراً مع ضلعين من أضلاع المثلث. في كلٍ من هذه المثلثات الصغيرة رُسمت دائرة داخلية. أوجد مجموع مساحات الدوائر الأربعة الداخلية.

<u>الســـــــؤال التاسع والعشرون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٨٩):</u>

أبجـد مضلع محدب حيث $|\text{أب}| = |\text{أد}| + |\text{بجـ}|$. تقع النقطة م داخل المضلع وعلى مسافة ع من الضلع جـد بحيث يكون $|\text{أم}| = \text{ع} + |\text{أد}|$ وَ $|\text{بم}| = \text{ع} + |\text{بجـ}|$. اثبت أن

$$\frac{\text{١}}{\sqrt{\text{ع}}} \le \frac{\text{١}}{\sqrt{|\text{أد}|}} + \frac{\text{١}}{\sqrt{|\text{بجـ}|}}$$

<u>الســـــــؤال الثلاثون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٦٠):</u>

قُسِّم الوتر بجـ في المثلث القائم Δأبجـ والذي طوله س إلى عدد فردي (ن) من القطع المستقيمة المتطابقة. إذا كان طول الارتفاع المرسوم من رأس القائمة إلى الوتر يساوي ع والقطعة المستقيمة الوسطى على الوتر الناتجة عن التقسيم تقابل زاوية قياسها ى في الرأس أ ، اثبت أن

$$\text{ظا ى} = \frac{\text{٤ ن ع}}{(\text{ن}^{\text{٢}} - \text{١})\,\text{س}}$$

الإجابات

سؤال	الجبر	نظرية الأعداد	التركيبات	الهندسة
١	أ	هـ	أ	ب
٢	أ	د	ج	د
٣	ب	د	أ	د
٤	ب	ب	أ	أ
٥	هـ	هـ	أ	هـ
٦	ب	هـ	أ	ج
٧	ج	أ	أ	ب
٨	ج	ج	ب	د
٩	أ	ب	د	ب
١٠	ج	أ	ج	هـ
١١	ب	أ	ج	ج
١٢	ب	د	ب	د
١٣	ب	د	هـ	ج
١٤	هـ	ب	أ	أ
١٥	د	ب	د	د
١٦	ب	هـ	هـ	أ
١٧	ج	ج	ب	ج
١٨	٥٠	٨	٧٢٩	١٠٠
١٩	٨٨	٦٨٦	٦٥٠	٣٠
٢٠	٩٩٩	١٤٣	٥٧	٤
٢١	٢	٩	٧٤٧	٦٦
٢٢	١	٤٤١	٢١٠	٦
٢٣	٨١	٧٢٥	١	١٢
٢٤	١٠٩	٣٦٠	٨٧٠	٧٢