

الفصل الثالث

الرياضيات مادة وطريقة

أولاً : فلسفة الرياضيات

- طبيعة الرياضيات

- الأنظمة الرياضية

- طرق البرهنة الرياضية

- في تاريخ الرياضيات

طبيعة الرياضيات

الرياضيات هي ذلك العلم الذي يتعامل مع الكميات المجردة مثل العدد والشكل والرموز والعمليات . ويرى بعض الرياضيين أن الرياضيات هي الدراسة المنطقية للشكل والتنظيم والكم وذلك حتى يشمل التعريف موضوعات أكثر تجريباً وعمقاً مثل التوبولوجى الذى يبحث فى دراسة خواص الفراغات بعيداً عن هيئة أشكالها ومقاييس أبعادها.

والرياضيات علم من إبداع العقل البشرى والرياضيون فنانون مادتهم العقل ونتائجهم مجموعة من الأفكار والرياضيات فوق ذلك لغة مفيدة فى التعبير الرمزى وأبرز خاصية للرياضيات أنها طريقة للبحث تعتمد على المنطق والتفكير العقلى مستخدمة سرعة البديهة وسعة الخيال ودقة الملاحظة . ولذلك فقد قيل أن الرياضيات هي سيدة العلوم بلا منازع وفى ذات الوقت هي خادمها وهذا هو موضع العظمة للرياضيات .

ولقد أهتم رجال الرياضيات قديماً بالبحث عن حلول لمشكلات عملية سواء ما كان منها متصلاً بالاقتصاد أو الفلك ، أو الفيزياء ولذلك فقد نظر كثير من الناس إلى الرياضيات على أنها وسيلة لحل بعض مشكلات حياتهم ، ولكن خلال القرنين الماضيين تغير الوضع تغيراً جوهرياً بالإضافة إلى إمكانية استخدام العلوم الرياضية فى حل الكثير من مشكلات الحياة العصرية المعقدة بشكل لم يسبق له مثيل نجد أن البحوث الرياضية قد اتجهت إلى تحليل طبيعة الرياضيات ذاتها والبحث عن حلول رياضية لمشكلات رياضية أو ما قد يسمى بالرياضيات من أجل الرياضيات ولذلك ظهرت أبحاث الجبر المجرد والتحليل الدالى والتوبولوجى والفراغات الريمانية والمصفوفات الفراغية وغير ذلك من ميادين يصعب على أى باحث أن يلم بها .

وفى الحقيقة لم يكن هذا الاتجاه - الاتجاه نحو التجريد - على حساب الرياضيات التطبيقية وإمكانية استخدام العلوم الرياضية لحل مشكلات عالمنا المعاصر الصناعية والزراعية والتربوية والاقتصادية بل أنه ظهرت وتطورت علوم الإحصاء والاحتمالات وبحوث العمليات وعلوم الحاسب الآلى وكل ذلك يدخل ضمن الرياضيات التطبيقية ومن الغريب حقاً أن البحث العلمى الرياضى كلما اتجه إلى التجريد وانطلق من قيود المحسوسات زادت بشكل لم يتصوره الرياضيون أنفسهم تطبيقات ذلك فى الواقع .

أنا نريد أن نؤكد ان الرياضيات علم من صنع العقل البشرى ونتيجة لمعاناة رجال اتعبوا عقولهم وبذلوا كل جهد ليصل علم الرياضيات إلى ما وصل إليه من تقدم وتطور وللرياضيات منهج وطريقة للبحث ولذا على المدرس أن يفهم طبيعة الرياضيات حتى يتمكن من تدريسها بشكل مفهوم .

الرياضيات لغة

الرياضيات لغة مثل كل اللغات

عندما نقول أن الرياضيات لغة مثل كل اللغات فإننا نعنى أن للرياضيات مفردات وعناصر اللغة . وأحياناً نسمع أنها لغة رمزية أو أنها لغة مجردة أن ذلك يعنى أن الرياضيات لغة مختلفة بعض الشيء عن اللغة الكلامية .

أن الرياضيات لغة مقروءة وكذلك مكتوبة لها خصائص محددة . وفى كل لغة قواعد نحوية ومصطلحات لغوية وقواعد اللغة الرياضية تسمى التعبيرات الرياضية مثل :

$$س^3 + 4$$

$$1/2 - 5 - 1/5$$

أما الجمل فى الرياضيات فقد تكون مفتوحة أو مغلقة مثل

$$س = 2$$

$$س^3 + ص > 50$$

بعض الكتب تسمى التعبيرات ، = ، > ، أفعال وأن اللغة الرياضية المكتوبة هى أصل وليست ثانوية بل أننا نفضل فى اللغة الرياضية المكتوبة على اللغة الشفوية لقد حدد كولنج (collinge 1990) فى موسوعة اللغة تكوين اللغة على النحو المربتب التالى :

Available sound

(١) اللغة كأصوات متاحة

Organized Sound

(٢) كتظيم للصوت

Form Pattern

(٣) كصيغ وأنماط

Facueuy

(٤) كتكوين عقلى

(٥) وأخيراً كوسيط كتابى أو وسيط مقروء .

إن اللغة هي وسيط إتصالي للإنسان في الأول وفي الآخر وعليه فالرياضيات هي لغة خاصة ولكن لها خاصيتها المميزة .

الرياضيات لغة مكتوبة :

لقد قيل كثيراً أن الرياضيات لغة رمزية (Symbolic Language) بمعنى أن الرموز الرياضية تشبه الحروف اللغوية في اللغات المعروفة سواء لغة عربية أو إنجليزية أو يابانية . بل أن اللغات تأخذ رموز أو حروف من بعضها البعض فمثلاً في اللغة الإنجليزية تستخدم الحروف الفا " ، B بيتا وهي حروف إغريقية وفي الجبر تستخدم كثير من هذه الحروف الإغريقية Γ ، B بل أن كلمات كثيرة في الرياضة نأخذها من اللغة العادية سواء كانت إنجليزية مثل Ellipse ، Parabola ، Hyperbola أو من اللغة الإغريقية والخوارزميات والجبر من اللغة العربية والدائرة ، Circle ، Radius ونصف القطر من اللغة اللاتينية .

الرياضيات لغة شفوية :

إن اللغة الشفوية أساس لتسجيل اللغة المكتوبة في الذاكرة البشرية ، فالطفل الذي لا يستطيع قراءة العبارة (الجملة) الرياضية التالية ($3 + 5 = 10$) (ثلاثة س + ٥) تساوي ١٠ يصعب عليه فهم المقصود من هذه الجملة والمعنى المتكون من اللغة الشفوية هام للغاية لفهم المفهوم الرياضى بشكل صحيح لأنه يمكن الطالب من استيعاب اللغة وربطها بالأفكار المعروفة لديه عن ذلك المفهوم .

الرياضيات لغة ليس لها معنى في الواقع العملي :

إن كثيراً من المفاهيم والمصطلحات التي نراها تدرس في مدارسنا قد لا تعنى للطلاب أو حتى للمدرسين شيئاً . فعندما نصر على حفظ الطلاب لجدول الضرب دون أن يدرك الطلاب معنى عملية الضرب ولا حتى القسمة ومن هنا فإننا نعلم لغة ليس لها معنى وكثيراً ما نذكر ويتذكر العقل البشري أشياء قد لا يكون لها معنى في الواقع التطبيقي .

الرياضيات لغة مجردة :

إن الرياضيات هي رموز تخضع لقواعد محددة ، والتجريد صفة من صفات الرياضيات وليس بالضروري أن التجريد يعني صعوبة في التعلم فكثير من الصفات حتى في اللغة

كمجردات (مثل الصدق والأمانة) يتعلمها الطلاب بدون صعوبة ، ولكن صعوبة التجريد الرياضى أننا غالباً ما ندرس تلك المجردات دون معرفة الطرق التى وصلت بها إلى مرحلة التجريد ، فتدريس نظرية المجموعات فى المرحلة الجامعية أو حتى الأشكال الهندسية فى المرحلة الابتدائية دون أن يرى الطالب أمثلة ونماذج للمفاهيم المجردة فإن التعلم فى هذه الحالة سيكون عملية صعبة للغاية .

الرياضيات لغة تعبيرية :

من السببى أن الرياضيات لغة يمكن التعبير عنها بالرسم أو بالرمز أو بالشكل كما يضاف إليها الوسائط التعليمية الرياضية كمكعبات دينز ، وقضبان كوزنير وبعض الأشكال هى أشكال فى حد ذاتها ولا تعبر عن تكوينات رياضية ولذلك يقولون أن الهندسة هى دراسة خواص الأشكال .

الرياضيات لغة أجنبية :

والمقصود باللغة الأجنبية أنها ليست لغة قومية يتعلمها الطفل منذ مولده ، بل هى لغة يتعلمها الطفل عند ما يدخل المدرسة وليست لغة يتعلمها فى المنزل وتعلم اللغة الأجنبية عادة أصعب من تعلم اللغة القومية .

الرياضيات لغة حية :

لا يجرؤ أحد أن يقول أن الرياضيات لغة ميتة . بل هى لغة حية حيث تتطور وتتغير باستمرار . بل أنها لغة متطورة متقدمة ولكن إن كنا نصر على تدريس مصطلحات ومفاهيم قديمة عفا عليها الزمن فإنها ستكون لغة ميتة إذا كنا نصر على حساب الجذر التربيعى بطريقة القسمة المطولة مع أنه لدينا الآلات الحاسبة والكمبيوتر ففى هذه الحالة تكون الرياضيات لغة ميتة وإذا كنا نصر على تدريس القسمة المطولة بثلاثة أرقام فى المقسوم عليه فإن الرياضيات تصبح لغة ميتة . إن عدم متابعة تدريس الرياضيات للجديد فى كل مجال وتحديث المفاهيم وطرق التدريس وإدخال التقنيات فى التدريس يجعل الرياضيات لغة ميتة .

الأنظمة الرياضية :

إن أى نظام رياضى يبنى على أساس مصطلحات غير معرفة ومصطلحات معرفة ومسلمات (أو بديهيات) ونظريات وإليك وصفاً مختصراً لكل من هذه المصطلحات .

١ (المصطلحات غير المعرفة والمعرفة :

إن أول جزء في أى نظام رياضى هو المصطلحات غير المعرفة " Undefined terms " فمن الطبيعى ألا نعرف كل مصطلح وكل كلمة فى أى نظام نون أن نتجنب ما يسمى بالتعريفات الدائرية " Circular definition " وأحياناً نسمى المصطلحات غير المعرفة باسم المصطلحات الأولية " Primitive terms " فقد عرف (مثلاً) أقليدس " النقطة على أنها قطعة مستقيمة ليس لها طول ولا عرض " ثم عرف القطعة المستقيمة على أنها " مجموعة من النقط " وهذا ما قصدناه بالتعريف الدائرى حيث عرف النقطة باستخدام مفهوم القطعة و عرف القطعة المستقيمة باستخدام النقطة . .

والمصطلحات غير المعرفة ليس لها معنى إلا فى النظام المعرفة عليه ولذلك فللكل نظام مصطلحاته غير المعرفة وأنه عندما تحدد لكل مصطلح غير معرف معنى معين تحصل على نظام مختلف وكمثال على ذلك إذا أخذنا نظرية المجموعات " Group theory " من الممكن أن تمثّر الفئة باعتبارها من المصطلحات غير المعرفة فإذا أخذت الفئة على أنها فئة الأعداد الصحيحة " Integers " والعملية على أنها عملية الجمع العادى يكون لدينا مجموعة الأعداد الصحيحة .

أما إذا اخترنا الفئة على أنها العناصر ١ ، ٢ ، ، ١٢ ، والعملية هى الجمع المقياس ١٢ فإنه سيكون لدينا مجموعة الجمع الزمنى للساعة وهكذا .

باستخدام المصطلحات غير المعرفة يمكن تعريف بعض المصطلحات فالمعرفات هى كل جملة رياضية أو مصطلح رياضى فى نظام ما تم تعريفه باستخدام اللامعرفات وبعض عبارات النظام فمثلاً إذا قبلنا النقطة على أنها من اللامعرفات فإننا يمكن تعريف الخط المستقيم على أنه مجموعة من النقط .

ب (البديهيات أو المسلمات : Axioms

ينظر بعض الرياضيين على أن البديهيات والمسلمات مترادفات ويعرفانها على أنها جملة رياضية مقبولة بدون برهان إلا أننا نميل إلى اعتبار فرضيات الهندسة بديهيات وفرضيات الجبر مسلمات والبديهيات أو المسلمات جمل رياضية تتضمن مصطلحات معرفة وغير معرفة والبديهية (أو المسلمة) هى قوانين النظرية فمثلاً فى الهندسة الاقليدية نجد أن أحد الأمثلة على البديهيات المثال التالى :

" بين أى نقطتين يمكن رسم خط مستقيم واحد "

من هذه البديهية تجد استخدام كلمات " نقطة " كمصطلح غير معرف وكلمات " خط " ، " بين " كمصطلحات معرفة وعليه نلاحظ أنه في أى بديهية يجب أن تظهر اللامعرفات والمعرفات بشكل مباشر أو غير مباشر فى الصياغة اللغوية .

ج) النظريات Theorms

النظريات هى جمل رياضية قابلة للبرهان وتتضمن مصطلحات (معرفة وغير معرفة) وتتبع منطقياً من البديهيات (أو المسلمات) ولكى نقرر ما إذا كانت جملة معينة تمثل نظرية أو لا فإن النظرية تتطلب برهاناً رياضياً .

والبرهان " Proof " هو مجموعة من الخطوات أو الأدلة لإثبات قضية أو نظرية معينة . وتتعدد طرق البرهنة الرياضية ولذلك سوف نعرض بشيء من الاختصار لبعض أشهر طرق البرهنة الرياضية .

د) شروط الأنظمة الرياضية :

ليست عملية صياغة الأنظمة الرياضية للمتعة العقلية ، ولكن الأصل هو بناء نظام رياضى متسق متآلف ومستقل مجرد يلعب الاستنباط المنطقى الأصل فيه . ولذلك من أهم خواص النظام الرياضى .

١) التآلف : Consistency

التآلف هو عدم احتواء النظام الرياضى تناقضات وأن كل عنصر يرتبط منطقياً بالسابق ويؤدى للاحق دون تناقض أو تعارض .

٢) الاستقلال :

يكون النظام الرياضى مستقلاً إذا كانت جميع مسلماته مستقلة بعضها عن البعض الآخر .

٣) الاكتمال Completeness

يكون النظام الرياضى مكتملاً إذا كانت مسلماته كافية لاثبات أى نظرية تخص النظام ولا يحتاج إلى أى مسلمات إضافية أخرى .

بعض طرق البرهنة الرياضية :

١- البرهان بالاستنتاج الرياضى

يعتمد الاستنتاج الرياضى (Mathematical Induction) على الخطوات التالية

أ) لآى نظرية (قاعدة أو قانون) أثبت أنها صحيحة فى حالة $n = 1$.

ب) افترض صحة القاعدة أو للقانون في حالة $n = k$ ثم أثبت صحة تلك القاعدة في حالة $n = k + 1$.

مثال : اثبت أن : $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ ؟

البرهان :

أ) واضح أن القاعدة صحيحة في حالة $n = 1$ لأن $1 = 1$.

ب) افترض أن القاعدة صحيحة في حالة $n = k$

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) = k^2$$

والمطلوب الآن إثبات صحة القاعدة في حالة $n = k + 1$

بإضافة $(2k + 1)$ إلى كل من الطرفين نحصل على :

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) + (2k + 1) = k^2 + (2k + 1)$$

تثبت صحة القاعدة في الحالة العامة طبقاً لطريقة الاستنتاج الرياضى إذن :

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

١- البرهان غير مباشر : Indirect Proof

عادة ما يعتمد البرهان غير المباشر على افتراض عكس ما هو معطى وباستخدام المعلومات المعطاة والمنطق الرياضى يتم إيجاد تناقض بين ما توصل إليه الباحث وبين ما هو معطى ومن ثم يثبت خطأ الفرض الأول وأبسط طريق للبرهان غير مباشر إذا كان كميّتين فإما أن يكونان متساويان أو أحدهما أصغر من الثانية فإذا استطعت إثبات أنه لا يمكن أن تكون إحدى الكميّتين أصغر أو أكبر من الثانية ففى هذه الحالة يجب أن تتساوى الكميّتين

مثال (١)

إثبت أن $\sqrt{2}$ عدد غير قياسى ؟

افترض أن $\sqrt{2}$ عدد قياسى (عكس ما هو معطى)

$$\sqrt{2} = \frac{a}{b} \quad \text{حيث } a, b \text{ أعداد صحيحة ، } b \neq 0$$

(a, b) = ١ أى أن a, b ليس بينهما عوامل مشتركة غير الواحد الصحيح)

بتربيع الطرفين نحصل على :

$$٢ = \frac{٢١}{ب} : ٢ب = ٢أ \leftarrow (١)$$

∴ أ عدد زوجي

إذا كان أ عدد زوجي فإنه يمكن إثبات أن أ عدد زوجي .
سوف نثبت ذلك بطريقة التناقض .

إذا كان " أ " عدد زوجي فإنه يمكن كتابته على صورة أ = ٢م

أ = ٢٤ حيث م عدد صحيح # صفر بالتعويض في (١) نحصل على :

$$٢٤ = ٢ب : ٢ب = ٢م \text{ ————— } (٢)$$

ب عدد زوجي - إذن " ب " عدد زوجي بنفس طريقة البرهان بالتناقض يمكن إثبات أنه

إذا كان " ب " عدد زوجي " فإن " ب " عدد زوجي

ب عدد زوجي " أ " عدد زوجي

وعليه فإنه (أ ، ب) = ٢ أى أن هناك " ٢ "

كعامل مشترك على الأقل بين " أ ، ب " وهذا تناقض .

مع الفرض الذي افترضناه أولاً من أن (أ ، ب) = ١ ليس بينهما عامل مشترك غير الواحد الصحيح .

وعليه فإن $\sqrt{٢}$ لا يمكن أن يكون عدد قياسي . ∴ إذن $\sqrt{٢}$ عدد غير قياسي

مثال (٢)

اثبت أن الأعداد الأولية أعداد " لا نهائية "؟ باستخدام البرهان غير المباشر . نفترض أن الأعداد الأولية نهائية . إذن يوجد عدد " ن " هو أكبر عدد أولي معروف إذن جميع الأعداد الأولية لا بد أن تكون أقل من (ن)

الآن إذا فرض أننا كتبنا عدد " م " بحيث يكون على الشكل التالي :

$$م = ١ + ٢ \times ٣ \times ٤ \times \dots \times ن$$

فإما أن يكون " م " عدداً أولياً وإذا استطعنا إثبات ذلك فنكون قد حصلنا على تناقض لأننا افترضنا أن " ن " هو أكبر عدد أولي وطالما أننا أثبتنا أن " م " عدد أولي ومن الطبيعي أن " م " عدد أكبر من " ن " وعليه يكون الأعداد الأولية لا نهائية وإما أن يكون " م " عدد غير أولي سنحاول الآن إثبات أن " م " يجب أن يكون عدداً أولياً .

العدد (م) لا يقبل القسمة على أى عدد أولى بدون باقى (طالما أن كتابة " م " بهذه الصورة تتضمن كافة الأعداد الأولية + ١) .

(م) لا يقبل القسمة إلا على نفسه أو على (١)

وعليه يكون " م " عدداً أولياً . وهذا يتناقض مع كون " ن " أكبر الأعداد الأولية الأعداد الأولية لا نهائية .

٢) البرهان بالتناقض

يعتمد البرهان بالتناقض على القاعدة المنطقية التالية :

(أ ← ب) ≡ (" نفي " ب ← " نفي " أ)

بمعنى إذا كانت " أ " جملة رياضية صحيحة تؤدي إلى " ب " فإن ذلك يكافئ منطقياً أن " معكوس " ب " يؤدي إلى معكوس " أ " .

ويمكن إثبات صحة ذلك من جداول الصواب والخطأ المنطقية .

مثال :

إثبت باستخدام البرهان بالتناقض أنه :

إذا كان (أ^٢) عدداً زوجياً فإن (أ) يكون عدداً زوجياً .

بتطبيق القاعدة المنطقية المبنى عليها البرهان بالتناقض نجد أن المراد إثباته فى المثال السابق يكافئ منطقياً الجملة التالية : إثبت أنه إذا كان (أ) عدداً فردياً فإن أ^٢ عدداً فردياً

(أ ← ب) ≡ (" نفي " ب ← " نفي " أ)

البرهان :

بما أن " أ " عدداً فردياً إذن أ = ٢م + ١

وعليه يكون أ^٢ = (٢م + ١)^٢

أ^٢ = ٤م^٢ + ٤م + ١

أ^٢ = ٢ (٢م^٢ + ٢م) + ١

أ^٢ = ٢ك + ١ حيث ك = (٢م^٢ + ٢م)

وعليه يكون أ عدداً فردياً

وعليه نقول أن القاعدة الرئيسية صحيحة وهى أنه إذا كان (أ) عدداً زوجياً فإن (أ) يكون عدداً زوجياً كذلك .

ثانياً : بعض التطورات الحديثة

في العلوم الرياضية

- ما قبل القرن السابع عشر

- القرن السابع عشر

- القرن الثامن عشر

- القرن العشرين

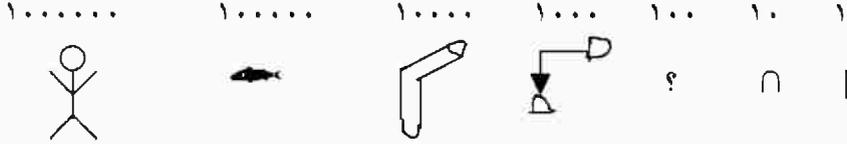
لما كانت التطورات الحديثة فى العلوم الرياضية من الضخامة والتعدد والثراء بحيث يصعب على أى كاتب متتبع لتاريخ الرياضيات من أن يلم بكافة الحقائق وعليه سنعرض فى عجلة سريعة لأبرز الأحداث التاريخية فى هذا العلم ليلم مدرسى الرياضيات خاصة بأهم الأحداث التاريخية ليكونوا على معرفة جيدة بمادتهم التى يدرسونها ومن ناحية أخرى قد يستخدمون ذلك كمقدمة لموضوعاتهم المدرسية إن وجدوا اتصالاً بين ما يدرسونه فى الحصص المدرسية وبين المادة التاريخية المعروضة هنا .

وسوف نقسم تاريخ الرياضيات إلى المراحل التالية :

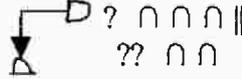
- المرحلة الأولى : ما قبل القرن السابع عشر .
- المرحلة الثانية : القرن السابع عشر .
- المرحلة الثالثة : القرن الثامن عشر .
- المرحلة الرابعة : القرن التاسع عشر .
- المرحلة الأخيرة : القرن العشرين .

المرحلة الأولى : ما قبل القرن السابع عشر

ربما لا يوجد فى تاريخ الرياضيات رجال أثروا العلوم الرياضية أكثر من المصريين القدماء .
فربما يعود إليهم الفضل الأول فى وضع أول نظام عدى عشرى تجميعى معروف فى التاريخ
ويعود ذلك إلى حوالى ٣٤٠٠ سنة قبل الميلاد . وكان هذا النظام يعتمد على نظام التجميع بمعنى
أنه لا يهتم وضع الرقم فى المكان . فالمهم هو عدد الرموز المستخدمة بغض النظر عن مكانها
كما أن هذا النظام يستخدم النظام العشرى وإليك بعض رموز النظام .



فإذا أردت كتابة العدد ١٣٥٢ فإنه يكتب على النحو التالى .



فمن الممكن ترتيب أى من الرموز المستخدمة بأى شكل من الأشكال المهم أن يحتوى على



، وعلى خمس ، ، وعلى ثلاث ؟ وعلى

كما يعود للمصريين القدماء الفضل فى استخدام الكسور الاعتيادية ولكن كانوا يستخدمون
كسوراً بسيطها واحد صحيح ويمكنهم بهذه الطريقة التعبير عن أى كسر وهذا يسمى

الكسور الأحادية " Unit fraction " فمثلاً يمكن التعبير عن $\frac{2}{7}$ بالكسرين $\frac{1}{4} + \frac{1}{28}$

أمسا فى مجال الهندسة فهناك بعض الأدلة التى تثبت أن المصريين القدماء كانوا يعرفون
قانون مساحة الدائرة ، وحجم الاسطوانة القائمة ومعظم البحوث الحديثة فى مجال تاريخ
الرياضيات أثبتت أن المصريين القدماء كانوا يعرفون أن مساحة أى مثلث عبارة عن

حاصل ضرب القاعدة $\times \frac{1}{2}$ الارتفاع .

وبعد أفول الإمبراطورية المصرية القديمة بدأت إمبراطورية اليونان فى الظهور ولأول
مرة فى تاريخ الرياضيات بدأنا نسمع عن الكلمة السؤالية لماذا ؟ مثل لماذا يكون فى
المثلث المتساوى الساقين زاويتا القاعدة متساويتان

ويعتبر فيثاغورث أحد أعظم علماء الإغريق الرياضيين . ويقال أنه ولد في حدود عام ٥٧٢ ميلادى . ويعود لفيثاغورث وتلاميذه الفضل الأكبر فى تطور نظرية الأعداد . فقد قدم مفهوم الأعداد المتحابية Amicable ويقال لعددتين أنهما متحابان إذا كان مجموع القواسم الحقيقية لأحدهما هو العدد الثانى والعكس صحيح فمثلاً العددين ٢٢٠ ، ٢٨٤ يعتبران عدنان متحابان لأن القواسم الحقيقية لـ ٢٢٠ هي (١ ، ٢ ، ٤ ، ٥ ، ١٠ ، ١١ ، ٢٠ ، ٢٢ ، ٤٤ ، ٥٥ ، ١١٠) ومجموع هذه الأعداد يساوى ٢٨٤ وأن القواسم الحقيقية للعدد ٢٨٤ هي (١ ، ٢ ، ٤ ، ٧١ ، ١٤٢) ومجموعها ٢٢٠ . ومن الغريب أنه لم يعلن عن أى زوج من الأعداد المتحابية حتى جاء العالم الفرنسى فورمات " Fermat " عام ١٦٣٦ حيث أعلن العددين ١٧٢٩٦ ، ١٨٤١٦ عدنان متحابان .

وقدم فيثاغورث مفهوم العدد الكامل الذى يكون مجموع قواسمه الحقيقية تساوى نفس العدد مثل ٦ ، ٢٨ ، ٤٩٦ ، ٥٢١ ، ٦٠٧ ، ١٢٧٩ ، كما قدم فيثاغورث وتلاميذه التمثيل الهندسى للأعداد فتكلموا عن الأعداد المتثنية والأعداد الرباعية والخماسية وغيرها . وتعتبر نظرية فيثاغورث وثلاثيات فيثاغورث العديدة من أشهر ما يذكر عنه تاريخياً

وفى تلك الفترة ظهر واحد من أعظم الرياضيين فى التاريخ وهو أقليدس Euclid وقد عمل أقليدس أستاذاً للرياضيات فى جامعة الإسكندرية القديمة وقد ألف أقليدس أشهر كتاب للرياضيات فى التاريخ وهو كتاب العناصر " Elements " ويتكون هذا الكتاب من عشرة أجزاء ومن الطريف أن كتاب العناصر هذا لم يكن محتويًا على هندسة فقط بل يحتوى على جزء كبير من نظرية الأعداد ومبادئ الجبر . وتعتبر هندسة المرحلة الإعدادية والثانوية فى جزء كبير منها أجزاء من كتاب العناصر لأقليدس . ولقد بنى أقليدس نظامه الهندسى الذى يعرف الآن باسم الهندسة الأقليدية نسبة إلى أقليدس على أساس خمس مسلمات رئيسية . كان أشهرها على الاطلاق المسلمة الخامسة التى سميت بمسلمة التوازي التى أدت إلى ظهور الهندسة اللاأقليدية فى العصر الحديث وسيأتى الحديث عن ذلك فيما بعد . بعد ذلك أتت مرحلة الصحوة الإسلامية والسنى شهدت ظهور علماء عظام فى تاريخ الرياضيات . مثل محمد بن موسى الخوارزمى . وكتابه الشهير حساب الجابر والمقابلة الذى ترجم إلى اللاتينية ومنه اشتق اسم الجبر ويعتبر بحق أبو الجبر ، ولقد ترجم كتاب الخوارزمى العالم الإيطالى الرياضى الكبير فاباناش Fibanacci إلى اللغة اللاتينية ولقد كان لعمر الخيام جهد كبير فى تاريخ الرياضيات وربما يكون أفضل ما قدمه هو حله لمعادلة الدرجة الثالثة هندسياً كما أن ناصر الدين " ١٢٥٠م " ليعتبر أحد أهم من وضع أسس حساب المتكثات .

لمحات

من تاريخ الرياضيات

عند العرب والمسلمين

الرياضيات عند العرب والمسلمين :

لقد أثبتت كثير من الأبحاث الحديثة الغربية أن الغرب مدين في إنجازاته وتقدمه العلمى إلى عدد كبير من العلماء المسلمين، بل أن كثير من الإبداعات الرياضية التى كان يعتقد قديماً أن علماء الغرب هم أصحابها وخاصة فى القرون السادس عشر والسابع عشر والثامن عشر الميلادى تبين من خلال أبحاث علماء الغرب المنصفين أن تلك الإبداعات فى مجال الرياضيات تعود إلى علماء عرب ومسلمين أنجزوها فى القرن الرابع الميلادى: بل أن بعض الإبداعات فى العلوم الرياضية التى كان يظن أنها من أعمال علماء اليونان تبين أن أصلها عربى أو إسلامى.

لقد امتدت الإمبراطورية الإسلامية من تركيا شمالاً فى وسط أوربا إلى الأندلس (أسبانيا) فى أقصى غرب أوربا، وإلى أقصى الشرق فى الصين وقد كانت بغداد حاضرة الخلافة الإسلامية التى تركزت حولها كل الإنجازات الحضارية بل كانت كعبة العلماء والباحثين يحجون إليها من كل حدب وصوب وقد جذبت بغداد علماء مسلمين من كافة أرجاء المعمورة من الهند وإيران وتركيا ومختلف أصقاع المعمورة وكانت السنوات التى بدأت من عام ٨٠٠ ميلادية وما تلاها أزهى عصور الحضارة الإسلامية و لقد سميت هذه الفترة بالعصر الذهبى للخلافة العباسية وكانت فى عصر هارون الرشيد ومن تبعه من أولاده. فقد حكم هارون الرشيدى وهو خامس الخلفاء العباسيين فى حوالى ٧٨٦ ميلادية. حيث شجع العلماء والباحثين وأغدق عليهم العطايا والهدايا، وخاصة ترجمة العلوم والكتب الإغريقية إلى اللغة العربية، بل أنه من شدة إعجابه وإغداقه على الباحثين كان يعطى المترجم بوزن كتابه المترجم ذهباً ومن الطريف أن أحدهم جاء بكتاب مترجم محمولاً على جمل (وقد كانت الكتب فى ذلك الوقت تكتب على الجلد أو العظام أو سعف النخيل، ...) .

وبعد وفاة هارون الرشيدى جاء ابنه المأمون كخليفة للمسلمين وسار على نفس النهج بل قيل أنه زاد على والده فى هذا الاتجاه فأنشأ دار الحكمة وكانت هذه الدار بمثابة أكاديمية للبحث العلمى بالمفهوم العصرى، حيث جمع فيها العلماء والباحثين لإجراء السبوحات العلمية وقد عمل أغلب المسلمين فى تلك الدار وخاصة الكندى وعمر الخيام

والخوارزى وابن إسحق المترجم العظيم في ذلك الوقت ومن الجدير بالذكر أنه لم يكن المترجمين فى ذلك الوقت يقومون بترجمة اللغات بل كانوا علماء يترجمون العلوم الرياضية والفلك والطبيعة وغيرها، ولم تكن الترجمة بهدف الترجمة ولكن كانت لديهم عقيدة راسخة أن الترجمة هي أساس التقدم العلمى، فكل العلوم والفنون الإغريقية تمت ترجمتها إلى اللغة العربية وكانت تلك الحركة هي الأساس الذى بنيت عليه النهضة الإسلامية فى ذلك الوقت.

وقد ترجمت أعمالا عظيمة فى تلك الفترة مثل كتب أقليدس العناصر (Elements) البيانات، البصريات، الظواهر). وكذلك ترجمت أعمال أرشميدس (الكرة والأسطوانة) وكل أعمال أبولونيوس، ويوفيتس (الحساب) بل إن أهم انجازات العلوم الرياضية فى تلك الفترة كانت أعمال الخوارزمى وخاصة كتابة حساب الجابر والمقابلة وكان هذا الكتاب يمثل ثورة علمية رياضية على الموروثات الإقليدية الإغريقية القديمة والتي كانت تعد الهندسة أساس العلوم الرياضية.

١- معالجة الخوارزمى للجبر تناولت معالجة الأعداد بطريقة رمزية أى علاقة العدد بالرمز كذلك بحث علاقة الجبر بالهندسة فيما سمي فيا بعد بالهندسة التحليلية ولأول مرة فى التاريخ يدخل الخوارزمى مفهوم المعادلة وكثيرات الحدود، والمعالجات العددية للمعادلات والتحليل العدى كذلك بعض مفاهيم نظرية الأعداد كل تلك المفاهيم لم يكن لها وجود قبل الخوارزمى بل أنها تعد الأساس العلمى للأبحاث الحديثة فى مجال الجبر الحديث.

وتبع الخوارزمى فى انجازاته فى الجبر المهانى (٨٢٠م) حيث حول مشكلة مضاعفة المكعب إلى مشكلة جبرية وحاول حلها. ثم جاء أبو كامل (٨٥٠م) حيث أوجد علاقة بين جبر الخوارزمى والكرجى حيث استخدم لأول مرة مفهوم "الأس" وكتابة الرمز "س" بدلا من الكلام الذى كان يستخدمه الخوارزمى فى التعبير عن المعادلة . كما كان الكرجى أول من تكلم عن القانون س^٣ × س^٣ = س^٦ (قانون الأس)

ويعد الكرجى (٩٥٣م) أول من قام بتحرير الجبر بالكامل من الهندسة وإجلال ذلك العلميات الحسابية على الرموز الجبرية وكان له باع فى تعريف كثيرات الحدود س ، س^٢ ، س^٣ ،

وكذلك الدوال الجبرية ١ ، ٢ ، ٣ ... ثم كان عمر الخيام (١٠٤٨م) وهو

س ٢ س ٢ س ٢

أحد أعظم علماء الرياضيات في تلك الفترة .

فلأول مرة في التاريخ يتمكن عالم رياضيات من إيجاد حلول لمعادلات الدرجة الثالثة باستخدام الرسوم الهندسية (هندسة القطاعات المخروطية) بل أنه حاول إثبات مسلمة التوازي لأقليدس وأول من أعد تقويماً سمي بتقويم الجلالى وسوف نفصل أهم إنجازاته في الصفحات التالية.

أما شريف الدين الطوسى (١١٣٥م) فقد قدم حلولاً جيدة لمعادلات الدرجة الثالثة وكان صاحب فضل في تقديم ما سمي بالهندسة الجبرية أو المعالجات الهندسية للمعادلات الجبرية.

ولا يمكن لمنصف أن ينسى فضل ابن قورة (٨٣٦م) وهو ثابت بن قورة العالم الرياضى الشهير الذى قدم شرحاً رائعاً للأعداد المتحابية وأهم ما أنجزه فى نظرية الأعداد (العددان المتحابان هما العددان اللذين يكون مجموع القواسم الحقيقية بعدد تساوى العدد الآخر وهكذا مثلاً (٢٢٠ ، ٢٨٤) تسميان عددان متحابان لأن مجموع قواسم ٢٢٠ تعطى ٢٨٤ ومجموع قواسم ٢٨٤ مجموعها ٢٢٠).

وجاء ابن الهيثم كأحد أهم المبدعين الرياضيين (٩٦٥م) وهو أول من تكلم عن الأعداد الكاملة (العدد "٦" عدد كامل لأن مجموع قواسمه الحقيقية (١ + ٢ + ٣ = ٦) تساوى العدد نفسه) وأوجد العلاقة $١ - ٢^{-٢}$ التى تعطى عدداً كاملاً إذا كان $(١ - ٢^{-٢})$ عدداً أولياً (prime number).

ويعد ابن الهيثم أول من تكلم عن نظرية ولسن المعروفة لدينا حالياً والتي تنص على إذا كان "ن" عدداً أولياً فإن $١ + (ن - ١)$ يقبل القسمة على عدد أولى وهذه النظرية لم يكن لها حل معروف وقد قيل أن "ولسن" هو الذى أوجد حل لهذه النظرية لكن الهيثم كان له الفضل فى إثارة النظرية قبل "ولسن".

وجاء الفاريسى (١٢٦٠م) وقدم أول برهان رياضى لنظرية ثابت بن قورة حول الأعداد المتحابية كما قدم مفهوم المفكوك الرياضى كما ذكر العددين المتحابين (١٨٤١٦ ، ١٧٢٩٦) والتي نسبت خطأ إلى أيلور والتاريخ المنصف العادل ينسبها إلى ثابت ابن قورة.

وفي القرن السابع عشر قدم الرياضى العربى الشهير محمد بكر يازدى زوجين آخرين
لعديدين متحابين هما (٩٤٣٧.٥٦، ٩٣٦٣.٥٨٤) قبل أيلور بسنتين.

وعلى الرغم من أن الرياضيين المسلمين كانوا معروفين بإبداعاتهم فى علم الجبر
إلا أن لهم إنجازات هائلة فى مجال نظرية الأعداد والتي يرى الغرب أنهم (أى الغرب)
هو الذى أوجد نظرية الأعداد. كما قدم المسلمون إبداعات هائلة فى مجال الهندسة
وحساب المتلثات والرياضيات المتعلقة بعلم الفلك، بل أن إبراهيم بن سنان (٩٠٨م) قدم
طريقة للتكامل أكثر تقدماً وإبداعية من طريقة أرشميدس وقدم البيرونى (٩٧٣م) دالة
الجيب والظل.

إن كل تلك الإبداعات لا يستطيع أن يغفلها إلا حاقد أو جاهل ولكن المنصفين من
العلماء المدققين الغربيين يرجعون الفضل إلى أهله.

وسوف نقدم فى الصفحات التالية عينات من جوانب إبداعات علماء المسلمين (عرب
وعجم) كان لهم باعاً لا ينكر فى مجال الرياضيات ننصف من ظلمة الحاقدين ويعطى
لكل ذى حق حقه بلا مجاملة أو تهويل مؤيدين كلامنا بالمستند الصحيح والوثيقة العلمية
التي لا تقبل التأويل أو التهويل إننا لا نريد أن نعطى لا أحد أكثر مما يستحق ولكن لا
نبحث الناس أشياءهم.

الخوارزمي

Khwarizmi

المولود في عام ١٦٤ هجرية حوالي ٧٨٠ ميلادية
والمتوفى في عام ٢٣٢ هجرية حوالي ٨٤٨ ميلادية

الخوارزمي

هو عبدالله محمد بن موسى الخوارزمي وكنيته أبو جعفر الخوارزمي ولد في مدينة خوارزم (كبيف حالياً) التي تقع على بحيرة آرال في تركستان. وقد عاش الخوارزمي ثمانية وستون عاماً كانت حافلة بالبحث والعلم في مجالات الرياضيات والفلك . ولذلك يعد الخوارزمي من أعظم الرياضيين المسلمين على الإطلاق بل يعده البعض من أعظم الرياضيين في التاريخ .

لقد عاش الخوارزمي في عصر ازدهار الحضارة الإسلامية، فقد عاش في عصر هارون الرشيد خامس الخلفاء العباسيين الذي تولى الحكم في حوالي ٧٨٦ ميلادية (٧٨٦/٩/١٤ ميلادية) وكان عمر الخوارزمي حوالي ست سنوات.

لقد عاش الخوارزمي في بغداد حاضرة الحضارة الإسلامية في ذلك الزمان وعمل مع زملائه من العلماء في دار الحكمة (بيت الحكمة) وهي تمثل أكاديمية البحث العلمي في ذلك الزمان حيث تمت ترجمة معظم العلوم الإغريقية وأعمال الفلاسفة اليونانيين في تلك الدار، بل أن معظم ما نعرفه من علوم تم وضع أسسه في تلك الدار.

ولقد توفي هارون الرشيد في عام ٨٠٩ ميلادية وتولى ابنه المأمون حكم الإمبراطورية الإسلامية في ذلك الزمان وسار على درب والده في الاهتمام بالعلم والعلماء بل أنه أضاف إليها فأنشأ مكتبة بغداد التي كانت أعظم مكتبة عرفها التاريخ بعد مكتبة الإسكندرية في مصر القديمة وأنشأ مرصد بغداد الذي استخدمه الفلكيون والباحثون ومنهم الخوارزمي الذي كان له باعاً كبيراً في علم الفلك بالإضافة إلى أعماله في مجال الهندسة والجبر.

الخوارزمي وعلم الجبر:

يعد الخوارزمي أول من ألف كتاباً في علم الجبر بل أن هذا العلم سمي باسم الخوارزمي بل أنه يكنى بأبو الجبر، وذلك بسبب كتابته لكتاب "حساب الجابر والمقابلة" وقد ترجمت كلمة الجابر إلى اللاتينية فكتبت على أنها "الجبر" ومن هنا جاء التسمية الجبر.

وقد ترجم كتاب حساب الجابر والمقابلة إلى اللاتينية عدة مرات كان إحداها التي قام بها المترجم المعروف "جيرادو Gherado"، والأخرى التي ترجمها الإنجليزي روبرت تشستر وهذه النسخة تمت ترجمتها إلى اللغة الإنجليزية في عام ١٩١٥ على يد الرياضى الشهير "كارننسى Karpinski " وهذه هى النسخة الموجودة حالياً فى معظم مكتبات أوروبا وأمريكا.

ولم يكن الجبر عند الخوارزمى لم يكن رمزاً كما نعمل الآن بل كان الجبر يكتب كلاماً وليس رموزاً وقد ذكر بن الياسمين شارحاً جبر الخوارزمى فى صورة أبيات شعرية كالتالى: (وليم عبيد وآخرون)

المال والأعداد والجذور

على ثلاثة بدور الجبر

وجذره أحد تلك الأضلاع

فالمال كل عدد مربع

للمال أو للجذر فإنهم نصب

والعدد المطلق ما لم ينسب

والمال يقصد به الرمز (س٢) والجذر هو الرمز (س) والعدد هو الحد المطلق.

ومن الجدير بالذكر أن كلمة "الجابر" التي جاءت في عنوان كتاب الخوارزمي كانت تستخدم في الأندلس لتعني جبر الكسور في العظام المكسورة وقد كان يسمى الحلاق في الأندلس باسم الجابر لأن من وظائفه كما كان في الريف المصري جبر الكسور وفصد السدم. وقد عنى الخوارزمي بكلمة الجابر في عنوان كتابه هو عملية نقل الرموز من طرف وجمعها في طرف واحد ونقل الأعداد إلى الطرف الآخر.

$$\text{وبلغة أخرى إذا كانت المعادلة } 3 - 2 = 5 \text{ س } + 3$$

فإن الجابر بالنسبة للخوارزمي هي عملية جمع الرموز معاً هكذا

$$3 - 2 = 5 \text{ س } + 3$$

أما المقابلة فهي عملية إيجاد قيمة "س" وما يقابلها من عدد آخر ما يعرف بالحل. أي

$$\text{أن المقابلة هي (س = ٨)}$$

وقد كان الخوارزمي متقدماً في فكرة فكان يعني بالجبر هو المزوجة بين العدد

والرمز وقد تضمن كتاب حساب الجابر والمقابلة عدة فصول جاءت على النحو التالي:

(١) الفصل الأول: يتناول الخوارزمي في هذا الفصل مفهوم العدد وكتب عن النظام

العشري المعروف لدينا ومن الطريف أن كلمة "Algorithm" التي نستخدمها في الحساب الحديث ونعني بها روتين الحساب لإيجاد الناتج، جاءت هذه الكلمة من اسم الخوارزمي.

(٢) الفصل الثاني: تناول فيه حل المعادلات وقد تناول في ذلك الفصل حلول معادلة

الدرجة الأولى والدرجة الثانية، وكل حلول الخوارزمي للمعادلات كانت كلامية وليست رمزية.

فمعادلة الدرجة الأولى: كانت كالتالي:

"ما هو الشيء الذي إذا أضيف إلى سبعة أمثاله ٥ يكون المجموع ٤٠"

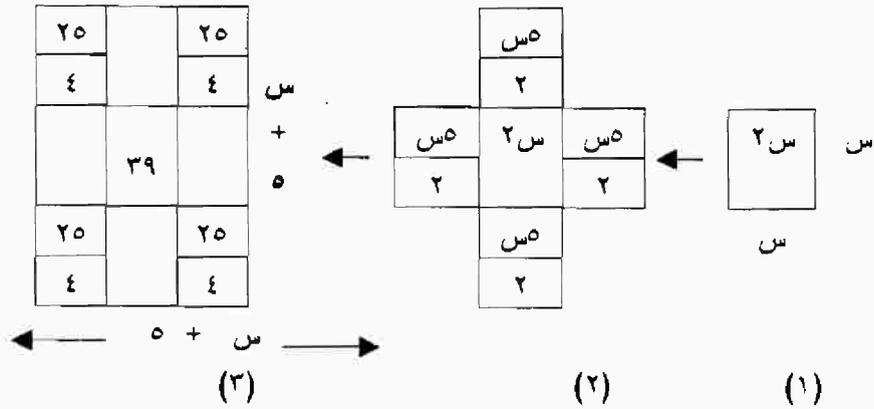
$$7 \text{ س } + 5 = 40$$

أما معادلة الدرجة الثانية (س^٢ + ١٠ س = ٣٩).

فقد استخدم الخوارزمي طريقتين لحلها طريقة هندسية وطريقة جبرية:

الحل الهندسي: المعادلة س^٢ + ١٠ س = ٣٩ يمكن التعبير عنها بالشكل التالي

وهذه الطريقة تسمى إكمال المربع.



$$٦٤ = ٣٩ + ٢٥ = ٣٩ + \frac{٢٥}{٤} \times ٤ \therefore$$

وعليه فإن (س + ٥) طول ضلع المربع = ٨

$$\therefore \text{س} = ٣ \quad \therefore \text{أحد جذور المعادلة } ٣$$

الحل الجبري :

خذ نصف الجذر والجذر هنا هو (١٠س). \therefore نصفه = ٥ ومربعه = ٢٥ أضف إليه العدد المطلق (٣٩) يكون الناتج ٦٤ خذ الجذر التربيعي $\sqrt{٦٤} = ٨$ أطرح منها نصف الجذر "٥" يكون الحل هو ٣ وعليه فإن أحد الجذور هو ٣.

وقد قدم الخوارزمي في هذا الفصل من كتابه حلولاً لستة أنواع من المعادلات وهي :

- ١- المربعات تساوي الجذر (س = ٥ س).
 - ٢- المربعات تساوي العدد (س = ٦٤ س).
 - ٣- الجذور تساوي العدد (س = ٢٠ س).
 - ٤- المربعات الجذور تساوي عدد (س = ٣٩ + ١٠س).
 - ٥- المربعات والعدد تساوي الجذور (س = ٥ + ٢س).
 - ٦- الجذور والعدد تساوي المربعات (س = ٨ + ٢س).
- كما أوجد الخوارزمي حاصل الضرب (أ + ب س) (ج + د س)

مثال لمسألة جبر من كتاب الخوارزمي:

"مالان وعشرة أجزاء تعدل ثمانية وأربعون درهماً".

وقد كتب الخوارزمي الحل على النحو التالي:

ترد المائين إلى مال واحد، وقد علمت أن مالاً هو نصف مائين. فرد كل جزء في المسألة إلى نصفها. وعليه فإن مال وخمسة أجزاء تساوي أربع وعشرون درهماً. ومعناه مال إذا زاد عليه خمسة أجزاء بلغ أربع وعشرون نصف الأجزاء فتكون اثنين ونصف يبقى ثلاثة وهو جذر مال والمال نسبتته.

ومعنى ذلك أن الخوارزمي حل المسألة على النحو التالي:

$$س^2 + ب س = ح \text{ بالقانون } س = \sqrt{\left(\frac{ب}{2}\right)^2 + ح} - \frac{ب}{2}$$

ففي المسألة السابقة

$$س^2 + 2س = 24$$

$$س = \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + 24} - \frac{2}{2} = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}$$

$$س = \frac{6}{2} = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} = 3$$

يلاحظ إهمالهم للجذر السلبى أو الحل السالب للمعادلة.

(مثال ٢)

مال واحد وعشرون من العدد يعدل عشرة أجزاها.

$$س^2 + 2س = 10$$

وقد حلها الخوارزمي على النحو التالي:

$$س = \frac{ب}{٤} + \sqrt{\frac{ب}{٤} - ٢} \quad \text{والحل هو } س = (٣, ٧)$$

وجاء نص الخوارزمي في صورة شعرية كالتالي:

واطرح من التربيع في وجذر ما يبقى عليه يعتمد
فاطرحة من تصنيفك الأجزاء وإن تشأ أجمعه اختيار
فذاك جذر المال بالنقصان وذلك جذر المال بالحملان

$$\text{فالبيت الأول يعنى } \left(\frac{١٠}{٤}\right) - ٢ = ٢١ - \epsilon \quad \epsilon = \sqrt{٤}$$

$$\text{والبيت الثانى } ٥ - ٢ = ٣ \quad ٥ + ٢ = ٧$$

والبيت الثالث يعنى الجذران هما ٣ ، ٧

لقد كتب أحد مؤرخى الغرب (Sarton) أن الخوارزمي هو أحد أعظم الرياضيين فى التاريخ وذلك لو أخذن الظروف والملابسات التى كانت تحيط به فى ذلك الزمن.

إنجازات الخوارزمي الأخرى :

لقد تضمن الجزء الثانى من كتاب الخوارزمي بالإضافة إلى الجبر بعض التطبيقات الرياضية وأمثلة كثيرة تطبيقية. ثم انتقل إلى إيجاد القوانين لحساب بعض المساحات مثل إيجاد مساحة الدائرة، وحجم بعض المجسمات مثل الكرة والمخروط والهرم وهذا الجزء من الكتاب له ارتباط كبير بأعمال الرياضيين الهنود أكثر من اليونانيين أما الجزء الأخير من الكتاب فيتناول قواعد لعلم المواريث طبقاً للشريعة الإسلامية وهذا يتطلب معرفة بعلم الجبر أكثر من مجرد حل معادلة من الدرجة الأولى.

كما كتب الخوارزمي أكثر الكتابات ثراء وذلك فى النظام العددي (العربي الهندي) Hindy - Arabic والكتاب العربي لم يعثر عليه المؤرخين بل فقد ولكن الترجمة اللاتينية هي

Algorit mi de numero Indorum

وباللغة الإنجليزية

Al - Khwarizmi on the Hindo Art of Reckoning

وفى هذا الكتاب يصف الخوارزمى نظام العد العشرى والقسمة المكانية ويحدد الرموز العددية المعروفة لدينا وهى

1 . 2 . 3 . 4 , 8 . 9 . 0

ويعد الخوارزمى أول من استخدم الصفر كحافظ للخانة الخالية فى النظام العشرى ، كما يعود للخوارزمى الفضل فى إيجاد الحذر التريبيعى.

كما يعد كتاب الخوارزمى فى الفلك من أوائل الكتب التى كتبت فى ذلك الوقت وقد اسماه سندهندزيج Sind hind Zij وأهم ما احتواه هو التقويم السنوى، وحساب الموقع الصحيح للشمس والقمر والكواكب، جداول الجيوب والظلل وجداول فلكية كما وضع أهم أسس علم حساب المثلثات الكروى Spherical Trigonometry كما كتب الخوارزمى كتاباً فى الجغرافيا حيث حدد فيه خطوط الطول والعرض وحدد عليه ٢٤٠٢ موقع كانت الأساس فى أعداد أول خريطة للعالم حيث حدد الجبال والهضاب والبحار والمحيطات والأنهار.

عمر الخيام

المولد فى نيسابور (إيران حاليا) فى

١٠٤٨/٥/١٨ م والمتوفى فى ١١٣١/١٢/٤ م

عمر الخيام

هو العالم الرياضى والفلكى والفيلسوف والأديب والشاعر المعروف باسم عمر الخيام. واسمه الكامل هو غايس الدين أبو الفتح عمر بن إبراهيم النيسابورى الخيام وسمى الخيام لأن صنعه والده هى صناعة الخيام والنيسابورى نسبة إلى بلدته نيسابور.

ولد عمر الخيام فى بلدة نيسابور (تقع فى إيران حاليا) وكانت عاصمة إقليم خراسان وذلك فى ١٨/٥/١٠٤٨م وتعلم فى نيسابور وعاش فى سمرقند معظم حياته، وسافر إلى البصرة بالعراق وكذلك أصفهان وكانت تلك المدن مراكز للعلم والثقافة والمعرفة فى العالم فى ذلك الزمان وعلى الرغم من أنه يعد من العلماء الفارسيين أولاً أن له أصول عربية وتعود إلى قبائل الخيام التى استقرت فى بلاد فارس.

عاش عمر الخيام فى عصر السلاجقة الأتراك الذين كونوا الإمبراطورية العثمانية فيما بعد واحتلوا سوريا وفلسطين ومعظم الأراضى الإيرانية، ولما تولى "توجرايل بيح" جعل من مدينة أصفهان الإيرانية عاصمة لملكه، وعمل عمر الخيام فى بلاط الملك وبلاط ابنه ملك شاه من بعد وفاة أبيه.

وقد كلفه الملك بعمل مرصد أصفهان وعمل فيه عمر الخيام لمدة ١٨ سنة ومعهم فريق كبير من علماء الفلك والرياضيات وقدموا أعظم الأعمال فى تاريخ البشرية ومنها أعداد أول تقويم عرفه التاريخ وذلك فى عام ١٠٧٩م وسمى تقويم عمر الخيام باسم "الجلالية" نسبة إلى الملك جلال الدين وفى هذا التقويم حدد عمر الخيام أيام السنة على أنها ٣٦٥,٢٤٢١٩٦ يوماً وهو أدق تحديد لأيام السنة بل أنه لا يختلف عن التقويم الذى نستخدمه الآن والمعروف باسم التقويم الجريجورى نسبة إلى البابا جريجورى الثالث عشر والذى يحدد فيه أيام السنة أنها ٣٦٥,٢٤٢١٩٠ يوماً وهذا يوضح إلى أى مدى كان تقويم عمر الخيام تقويماً دقيقاً رغم بساطة وبداءة الأدوات المستخدمة فى ذلك الوقت. ومن أشهر الميادين التى أسهم فيها عمر الخيام هو الرياضيات وخاصة الجبر حيث يعود له الفضل كأول عالم تمكن من حل معادلة الدرجة الثالثة وذكر أنه يوجد (١٣) نوعاً من تلك المعادلات . وجاء ذلك فى كتابه "مقالات فى الجبر والمقابلة" قدم

مفكوك ذات الحدين فى حالة الأعداد الصحيحة الموجبة ويعد أول من قدم هذا المفهوم فى الجبر فى التاريخ.

ولعمر الخيام إسهامات كثيرة فى الهندسة ومن أهم تلك الإنجازات محاولته لإثبات مسلمة التوازى لأقليدس وقام الخيام بتأليف عشرة كتب وثلاثين ورقة بحثية منشورة

وقدم الخيام أسس الهندسة التحليلية وكان متقدما فى معالجته الهندسة التحليلية على ديكارث الذى يعتبر فى الغرب أول من أسس علم الهندسة التحليلية.

وقد قدم عمر الخيام أحد حلول معادلة الدرجة الثالثة (س³ + ٢٠٠س = س² + ٢٠٠٠) وهو الجذر الموجب وأشار إلى وجود جذور أخرى لكنه لم يتمكن من إيجادها. ويعد عمر الخيام هو أول عالم رياضى يقدم حلا مفصلا لمعادلة الدرجة الثالثة فى التاريخ .

كما تكلم عمر الخيام عن نظريه ذات الحدين واتخذ مثلثا يشبه مثلث بسكال وهو المثلث التالى.

				١						
				١	٢	١				
			١	٣	٣	١				
		١	٤	٦	٤	١				
	١	٥	١٠	١٠	٥	١				
	١	٦	١٥	٢٠	١٥	٦	١			
	١	٧	٢١	٣٥	٣٥	٢١	٧	١		
	١	٨	٢٨	٥٦	٧٠	٥٦	٢٨	٨	١	
١	٩	٣٦	٨٤	١٢٦	١٢٦	٨٤	٣٦	٩	١	
١	١٠	٤٥	١٢٠	٢١٠	٢٥٢	١١٠	١٢٠	٤٥	١٠	١
١١	٥٥	١٦٥	٣٣٠	٤٦٢	٤٦٢	٣٣٠	١٦٥	٥٥	١١	١

وهذا المثلث يستخدم في إيجاد معاملات مفكوك ذات الحدين فمثلا الصف الثالث (١، ٢، ١) هو معاملات (س + ص)^٢ كذلك الصف الرابع (١، ٣، ٣، ١) هو معاملات (س + ص)^٣ وهكذا.

ولقد كتب عمر الخيام أربعة كتب في الرياضيات وثلاثة في الفيزياء وثلاثين بحثا في مختلف مجالات المعرفة كان من أشهرها "مقالات في الجبر والمقابلة" وهذا أفضل كتاب في علم الجبر في التاريخ بعد كتاب "حساب الجابر القابلة" الخوارزمي. وقد قدم عمر الخيام تصنيفا للمعادلات الجبرية بحسب درجاتها حسب عدد الجذور وأوضح أن عدد الجذور يقابل درجة المعادلة، كما انه حل معادلات الدرجة الثالثة والرابعة بواسطة استخدام القطاعات المخروطية وتعد معالجته هذه أرقى معالجة لحل المعادلات عرفها الإنسان حتى بما فيهم العلماء المحدثين.

ويعد كتاب عمر الخيام "أهم مشكلات (مصادر) أقليدس" من أهم كتب الخيام عامة حيث تتناول فيه محاولة إثبات صحة مسلمة التوازي لأقليدس [إذا قطع خط خطان وكان مجموع الزاويتين الداخلتين في جهة واحدة من القاطع = ١٨٠° كان الخطان متوازيان] وقصد حاول الخيام إثبات صحة هذه المسلمة على أساس أنها نظرية هندسية يمكن إثباتها باستخدام المسلمات الأربع الأخرى لأقليدس وقد استنتج الخيام خلال محاولاته لإثبات تلك

المسلمة العديد من خصائص الهندسة اللا أقليدية (التي ظهرت فيما بعد) وخصائص الأشكال والزوايا فى تلك الهندسة التى تتبأ بوجودها والتى لم تكتمل إلا فى العصر الحديث على يد كل من "يوباتشيفسكى" الروسى "وجاوس" الألمانى "وريمان" المجرى وقد برع عمر الخيام فى الفلك، كما كان أديباً وشاعراً عرفت أشعاره باسم "رباعيات الخيام" والتى ترجمت إلى الإنجليزية على يد المترجم الإنجليزى "Edward Fitzgerald" عام ١٨٥٩م، وتتضمن حوالى ٦٠٠ بيت كل أربع أبيات لها قافية وسجع معين وتسمى الارباعيات لهذا السبب وقد غطت شهرته كشاعر وأديب على شهرته كعالم رياضيات وتوجد نسخة من رباعيات الخيام باللغة الفارسية ترجمها الشاعر المصرى الكبير أحمد رامى وتغنت بها السيدة أم كلثوم فيما سمي برباعيات الخيام.

البوزجاني

المولود في رمضان سنة ٣٢٨ هـ الموافق ١٠/٦/٩٤٠م

والمتوفى في ٣ رجب ٣٨٨ هـ الموافق ١٥/٧/٩٩٨م

هو أبو الوفا محمد بن يحيى بن إسماعيل بن العباس البوزجاني، ولد في بوزجان وهي بلدة صغيرة قرب نيسابور (إيران حالياً) ومن هنا سمي بالبوزجاني من أعظم علماء الرياضيات المسلمين العرب وكان له الفضل الأول في نشر كثير من العلوم الرياضية.

كان البوزجاني من ألمع علماء عصره في الفلك والرياضيات وله مؤلفات قيمة للغاية كان من أشهرها ما كتبه في الجبر حيث زاد على أعمال الخوارزمي حيث وضع أسس العلاقة بين الجبر والهندسة وهو ما يسمى فيما بعد بالهندسة التحليلية. وهو أول من تكلم عن النسبة التقريبية (ط) وأول من استخدمها في حل بعض المسائل الهندسية وبعض النسب الهندسية وخاصة جيب الزاوية 30° . وكان حسابه صحيحاً لهذه النسبة لثمانية أرقام عشرية. كما كتب عن بعض النسب المثلثية مثل جا(أ+ب).

وألّف كتاباً في الهندسة سماه "كتاب في عمل المسطرة والفرجال والكونيا" وكان يقصد بالكونيا المثلث القائم الزاوية. وكتب كتاباً في الحساب سماه "منازل الحساب"، وكتب كتاباً سماه تفسير كتاب حساب الجابر والمقابلة للخوارزمي. ويعد البوزجاني من مؤسسي علم الهندسة التحليلية.

أحمد بن يوسف المصرى

المولود فى ٨٣٥ ببغداد

والمتوفى فى ٩١٢ بمصر

هو أحمد بن يوسف وكنيته أحمد بن يوسف المصرى وهو أحد عظماء الرياضيين عاش فى بغداد ثم انتقل إلى دمشق فى حوالى ٨٣٩م ثم جاء إلى القاهرة وعاش فى عصر بن طولون.

- أبو كامل ابن إسلام الحاسب المصرى

المولود فى ٨٥٠ ميلادية فى مصر

والمتوفى فى ٩٣٠ ميلادية

هو أبو كامل ابن إسلام بن محمد بن شاجى المصرى وكنيته بالحاسب المصرى وهو عالم رياضى كتب أهم كتبه فى الجبر وهو يعد ثانى رياضى فى التاريخ تكلم عن الجبر بعد الخوارزمى وتعد أعمال أبو كامل المصرى فى الجبر الأساس العلمى الذى بنى عليه العالم الإيطالى الشهير "فاباناشى Fibancci" أعماله المتقدمة فى الجبر وبعد أحد الذين قدموا علم الجبر إلى أوربا. ومن أهم مسلسلات فاباناشى المسلسلة المشهورة باسم متسلسلة الأرانب ١، ١، ٢، ٣، ٥، ٨، ١٣، ٢١، ٣٤، والتى يمكن من خلال إيجاب العدد غير النسبى المشهور ϕ من تقريب الأعداد النسبية $\frac{1}{1}$ ، $\frac{2}{1}$ ، $\frac{3}{2}$ ، $\frac{5}{3}$ ، $\frac{8}{5}$ ، $\frac{13}{8}$ ، $\frac{21}{13}$ ، $\frac{34}{21}$ ،

والتي تعطى القيم ١، ٢، ١،٥، ١،٦٧٧، ١،٦، ١،٦٢٥، ١،٦١٥، ١،٦١٩، وهذه القيم تقترب من ١،٦١٨٠٣ وهى تساوى $\sqrt{5+1}$ والمعروف أن النسبة الذهبية "golden Raito" هى النسبة بين ١ والتي لها علاقة بمساحات وريقات الزهور وسداسيات النحل، وغيرها والتي يعرفها المهندسين المدنيين فى التعبير عن مساحة الأشكال والفتحات فى تلك المساحات بحيث تكون مساحة الفتحة فى الحائط إلى مساحة الحائط كالنسبة الذهبية للوصول إلى اجمل حائط ممكن.

وقد تكون كتاب أبوكامل المصرى فى الجبر من ثلاثة أجزاء:

(أ) الجزء الأول يتناول حل معادلة الدرجة الثانية.

(ب) الجزء الثانى يتناول تطبيقات الجبر على الأشكال الخماسية.

(ج) الجزء الثالث يتناول معادلات ديوفيتش.

ومن أشهر معالجات أبوكامل الرياضية هى حلوله لمعادلات الدرجة الثالثة والرابعة واستخدم أبوكامل مفهوم تربيع الجذر التربيعى للقيمة $s^5 = s^4$. s^3 . s^2 ، والمكعبات $s^6 = s^5 \times s^2$.

واستخدم أبوكامل قوى الأسس حتى القوة الثامنة

$s^8 = (s^2 \times s^2 \times s^2 \times s^2)$ وقد تضمن كتاب أبوكامل فى الجبر ٦٩ مشكلة رياضية منها حوالى ٤٠ مشكلة من كتاب الخوارزمى ولكن تمت معالجتها بطريقة مختلفة عن معالجة الخوارزمى أما أهم إنجازات أبوكامل المصرى فى الهندسة فقد جاءت فى كتابه المشهور "الأنفاذ والهندسة" "Surveying & Geometry" ولم يكتب أبوكامل هذا الكتاب للرياضيين ولكن كتبه للحكومة ولذلك لم يتضمن هذا الكتاب أى براهين هندسية ولكن قدم مجموعة من القواعد العامة ومعظمها يعطى حلولاً عديدة للمشكلات الهندسية ومن تلك المشكلات ما يتعلق بالمساحات والمحيط وذلك لبعض الأشكال الهندسية مثل المربع والمستطيل والمثلثات بأشكالها المختلفة. كما قدم فى هذا الكتاب أيضاً طرق متعددة لحساب حجم بعض المجسمات مثل المنشور القائم والهرم الرباعى والمخروط واستخدم أبو كامل فى ذلك النسبة التقريبية "ط" واستخدمها بقيمة $\frac{22}{7}$. كما تناول كتابه فى الهندسة حساب أطوال أضلاع الأشكال المختلفة سواء المرسوم داخل دائرة أو خارجها وتعددت أعداد أضلاعها من ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ . وألف كتاباً ثالثاً سماه الأشياء النادرة Rare Things فى فن الحساب وقد تتضمن حلولاً لمعادلات غير محددة وهى تعد أول مرة يحاول فيها رياضى مسلم عربى حل المعادلات غير المحددة كما كان أبوكامل أول عربى مسلم درس كتاب ديوفيتش دراسة عميقة فى كتابه ولكن هنا كانت أول المحاولات للبحث عن الحل وإيجاد حلول رياضية لمثل تلك المعادلات.

ولقد ظهرت فى تلك الفترة فى حوالى القرن الثالث عشر جامعات أوربا الشهيرة مثل أكسفورد وكمبردج والتى كانت إحدى العلامات البارزة فى تاريخ الفكر الرياضى .

ومع تقدم القرن الخامس عشر وصحوة أوربا من غفوتها ، ظهرت الطباعة التى غيرت شكل الحياة وظهرت مشاكل رياضية كثيرة ومعقدة وزاد الاهتمام بالرياضيات ومن ثم تطورت الكثير من المفاهيم الرياضية ولقد ظهر فى هذه الفترة (١٥٠٠ م) كتاب للرياضيات للإنجليزى الكبير روبرت ركورد " R. Record " ويعتبر أهم اكتشافات القرن السادس عشر اكتشاف الحل الجبرى لمعادلات الدرجة الثالثة والرابعة على يد الرياضى الكبير كاردان " Cardano " وتلميذه الشهير فريسر " Ferrai " كما قدمت العديد من الأعمال حول الأعداد القياسية وغير القياسية وكذلك الأعداد التخيلية .

القرن السابع عشر :

لقد شهد القرن السابع عشر تطوراً هائلاً فى العلوم الرياضية كما ظهرت الكثير من الأسماء الشهيرة فى عالم الرياضيات . فمثلاً قدم نابير " Napier " اللوغاريتمات للأساس " هـ " ولقد زار العالم الرياضى برجز " Briggs " نابير وقدم له اللوغاريتمات للأساس " هـ " فعملاً معاً لتقديم اللوغاريتمات للأساس " ١٠ " والى نابير يعود الفضل فى استخدام طريقته المعروفة باسم أعمدة نابير فى الضرب الموضحة فى الشكل (٣ - ١) .

	٦		١	٦	١	٥	
بعد الحصول على	.		١	٦	١	٥	
حواصل الضرب يتم	٦		١	٦	١	٥	
الجمع بالطريقة	١		٢	٢	٢	٣	
التالية	٢		٣	٨	٣	٥	٣ ← ١٦١٥ × ٣ ٤٨٤٥
الأحاد (٥) ٨.٧٥	١		٤	٤	٤	٥	
٩٦٩.	٨		٥	٥	٥	٥	٥ ← ١٦١٥ × ٥ ٨.٧٥
العشرات (٦) ٤٨٤٥	٢		٦	٦	٦	٥	
المئات (٣) ٥٨٩٤٧٥	٤		٧	٢	٧	٥	
هذه هي الإجابة	٣		٨	٨	٨	٥	
	٥		٩	٤	٩	٥	
	٤						

شكل (٣ - ١)

أعمدة نابير في الضرب

لاحظ في الشكل أن العمود المكتوب عليه "٦" قد وضع هنا لتوضيح كيفية الحصول على أي عمود من أعمدة نابير ويتم إعداد أعمدة لكل رقم (٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩) بنفس الطريقة. فإذا فرض أنني أردت إيجاد حاصل ضرب ٣٦٥×١٦١٥ فإنني

أجهز أعمدة نابير الخاصة بالأرقام ٥ ، ١ ، ٦ ، ١ كما هو موضح في الشكل وأضعها جنباً إلى جنب كما هو مبين وأقرأ في الصفوف ٥ ، ٦ ، ٣ النتيجة وأجمع الأعداد المتحصل عليها يعطينا حاصل ضرب ٣٦٥ × ١٦١٥ كما هو مبين في الشكل (٣-١)

كما ظهر علماء عظام في الفلك والرياضيات مثل جاليليو وكبلر كما فتح باسكال " Pscal " ميداناً جديداً للهندسة (ولد في فرنسا في عام ١٦٢٣) حيث قدم أعظم ما كتب عن هندسة القطاعات المخروطية . وذلك بمناقشة بعض أعمال ديسرجوز " Desargues " الذي قدم أيضاً الهندسة الإسقاطية .

كما كان باسكال أول من قدم أول آلة حاسبة في التاريخ وذلك في عام ١٦٤٢ - كما يعود له الفضل في تقديم منحنى السيكلويد " Cycloid Curve " وهو عبارة عن المنحنى الذي ترسمه نقطة على محيط دائرة عند حركة الدائرة على خط مستقيم .



وبعد اكتشاف باسكال للآلة الحاسبة قدم ليبنتز Leibnitz العالم الألماني الشهير آلة حاسبة أخرى في عام ١٦٧١ دون أن يكون عارف بما قدمه باسكال . كما قدم الإنجليزي مورلاند Morland آلة حاسبة أخرى في عام ١٦٧٣ . وكانت كل هذه الآلات بطيئة وغير عملية إلا أنها كانت البدايات في صناعة الآلات الحاسبة.

كما ظهرت في ذلك القرن الهندسة التحليلية على يد ديسكارت Descarts والفرنسي الشهير فورمات Fermat التي حولت الأشكال الهندسية إلى معادلات جبرية .

ويعتبر من العلامات البارزة لهذا القرن ظهور التفاضل والتكامل قرب نهاية القرن السابع عشر . ولقد كان للعلامة الكبير إسحق نيوتن Newton والعالم الألماني الشهير ليبنتز Leibnitz الفضل الأعظم في ظهور ذلك العلم .

ولقد عمل نيوتن وليبنتز كلاً منفصلاً عن الآخر فى تجميع كل المعلومات التى كانت معروفة حتى ذلك التاريخ لإظهار علم التفاضل والتكامل فى شكل متكامل .
 إلا أن اتجاه نيوتن كان مختلفاً عن اتجاه ليبنتز فلقد اهتم نيوتن بحل بعض المشكلات العملية رياضياً . إلا أن ليبنتز كان مهتماً بالبحث التجريدى والتحليل الرياضى بصفة خاصة . وكانت محاولات ليبنتز هذه أساس صحيح لعلم التحليل الرياضى والجبر البولى الذى قدمه جورج بول (Boole) (١٨١٥ - ١٨٦٤) كما كان العالم الرياضى الكبير برتراند رسلّى الفضل الكبير فى تقديم الجبر البولى لنا فى القرن العشرين .

وإذا نظرنا إلى الدوريات التى نشرت فيها بحوث علوم الرياضيات قبل عام ١٧٠٠ لوجدناها ١٧ دورية فقط لا غير وفى عام ١٨٠٠ زاد العدد إلى أن وصل إلى ٢١٠ دورية أما فى القرن التاسع عشر فقد وصل ذلك العدد إلى ٩٥٠ دورية (Eves,1969) وهذا العدد من الدوريات أصبح غدداً هائلاً مع دخول القرن العشرين ولا يمكن أن ننسى فضل العالم الفرنسى الأشهر فورمات Fermat الذى قدم العديد من الأعمال فى مجال نظرية الأعداد وغيرها . ففى مجال الأعداد الأولية ذكر الكثير من النظريات التى لاتزال تحمل اسمه مثل : أى عدد أولى فردى يمكن التعبير عنه بالفرق بين مربعين بطريقة واحدة وواحدة فقط .

إذا كان " ٥ " عدداً أولياً فردياً فمن السهل إثبات أن

$${}^2\left(\frac{1-o}{2}\right) - {}^2\left(\frac{1+o}{2}\right) = 0$$

أما إذا كان $o = 2$ فإن ${}^2(1-o) - {}^2(1+o) = 0$. و $(s - o) (s + o)$ ولكن (o) عدداً أولياً إذن عوامله هى $(1, o)$ وعليه فإن $(s + o) = 1$ و $(s - o) = 1$

أى أن $s = \frac{1+o}{2}$ ، $o = \frac{1-o}{2}$ ومن أشهر ما قدمه فورمات ما يسمى بنظرية فورمات الأخيرة " Format,s last theorem " وهى تنص على أنه لا يوجد عدد صحيح موجب s ، o ، n بحيث $(s^n + o^n) = c^n$ حيث n عدد صحيح موجب .

فقد قرأ فورمات كتاب دى فوناتيس " Diophantus " العالم الرياضى المصرى القديم وكان أن وصل إلى هذه النظرية فى ذلك الكتاب فكتب يقول لقد وجدت برهاناً رائعاً لإثبات هذه النظرية لكن الهامش لا يتسع للكتابة هنا وسواء كان فورمات - قد وجد البرهان أو لم يجده ، فقد شغلت هذه المشكلة عقول كثير من علماء الرياضيات ، فقد أوجد أيلور برهاناً لهذه النظرية فى حالة $n = 3$. وفى حوالى عام ١٨٢٥ أوجد لاجندر " Legendre " برهاناً لها فى حالة $n = 5$. ومع دخول عصر الحاسبات الآلية السريعة تم إثبات صحة نظرية فورمات هذه فى حالة $n = 4003$ (Eves, 1969) .

القرن الثامن عشر

لقد شهد القرن الثامن عشر تطوراً هائلاً فى العلوم الرياضية خاصة بعد اكتشاف التفاضل والتكامل والهندسة التحليلية فى القرن السابع عشر وأثبت كل منهما قدرتهما على حل الكثير من المشكلات الرياضية المعقدة إلا أن من أشهر رياضى القرن الثامن عشر دموفوار " De Moivre " الذى ولد فى فرنسا فى الفترة (١٦٦٧ - ١٧٥٤) ولكن قضى معظم أيام حياته فى إنجلترا صديقاً عزيزاً لنيوتن . ويعود إلى دموفوار الفضل فى معالجة التكامل الخاص بالمنحنى الاعتدالى المعروف فى الإحصاء .

كذلك الصيغة الرياضية المشهورة باسم قانون دموفوار

$$(\text{حاس} + \text{تجتاس})^n = \text{جتان س} + \text{ت حان س} .$$

كما يعتبر أيلور من عظماء رياضيات القرن الثامن عشر وإليه يرجع الفضل فى كثير من الأعمال فإليه يعود الفضل فى اكتشاف العلاقة بين عدد أسطح أى مجسم وأحرفه ورؤوسه .

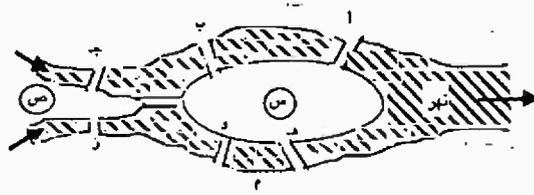
$$r - \text{ح} + \text{س} = 2 \text{ حيث } r = \text{عدد الرؤوس} \text{ " ح " عدد الأحرف " س " عدد السطوح "}$$

كما يعود الفضل لأيلور إلى الصيغة الرياضية المشهورة

ت س

$$\text{هـ} = \text{جتاس} + \text{ت حاس}$$

وهناك حل لأيلور لمعادلات الدرجة الثانية والدالة " هـ " لأيلور كما حل أيلور مشكلة كوبرى كسونبرج " Konigsberg " ، الشهيرة والتي يوضحها الشكل (٣ - ٣) .



شكل (٢-٢)

رسم تخطيطي لمشكلة كوبري كسونبيرج

والمشكلة ببساطة توجد جزيرة س في مدينة كسونبيرج الألمانية والتي أصبحت بعد الحرب العالمية الثانية في الاتحاد السوفيتي الآن وتسمى ستالنجراد وأن هناك سبع كباري (أ ، ب ، ج ، د ، هـ ، و ، ز) فكيف يمكن لك أن تعبر النهر من أي جهة وتمر على السبع كباري كل واحد مرة واحدة وتعود إلى المكان الذي بدأت منه ولقد أثبت أيلور رياضياً استحالة حدوث ذلك . لقد تميزت رياضيات القرن الثامن عشر بالبحث التجريدي للرياضيات مثل التقارب والتباعد والاتصال والانفصال واللانهائيات .

ويعتبر بيرونالي " J. Bernoulli " أحد رواد علم الفيزياء الرياضية " mathematical physics " في ذلك العصر . كما قدم لاجرانج أول نظرياته في المتغير الحقيقي " Real Variable " كما يعود له الفضل في تقديم نظرية المجموعات " Group Theory " كما كانت أفضل وأعظم إنجازاته محاولاته لتقديم التحليل الحقيقي " Real Analysis " .

ومن الطريف أن كلمة دالة " Function " تعنى باللاتيني المكافئ وقد قدمها على أنها تعبير مكون من متغيرات وبعض القيم الثابتة ونظر ايلور إلى الدالة على أنها معادلة تتضمن متغيرات وثوابت . وجاء فورير " Fourier " (١٧٦٨ - ١٨٣٠) الذي تابع دراسة المتسلسلات بشكل عام ومتسلسلات حساب المثلثات خاصة واستخدم مفهوم الدالة بشكل أعم وأشمل من مفهوم ايلور على أنها علاقة بين مجموعة من المتغيرات .

ثم جاءت نظرية الفئات وعممت مفهوم الدالة أكثر ليشمل العلاقة بين مجموعتين من الفئات بمعنى أن الدالة د (س) في نظرية الفئات تعرف على أنها فئة من الأزواج المرتبة بحيث إذا كان (أ ، ب) د (س) ، (ح ، د) د (س) وكان أ = ح فإن ب = د وتسمى الفئة التي تحتوي كافة العناصر (أ ، ب ، ١ ، ١ ، ب ، ١ ، ..) بالنطاق ،

وتسمى الفئة التي تحتوى العناصر (ج ، د ، ج ، ١ ، ١٥ ،) بالنطاق المصاحب وتتحول الدالة إلى ما يسمى بالرسم " Mapping " وهكذا تلاحظ أن مفهوماً واحداً مثلاً الدالة قد تطور بشكل ملفت للنظر وكلما تطور العلم لاحظ مدى التصميم والتوسع في فهم الرياضيين للمفهوم نفسه وكلما ازداد فهم الناس زادت تطبيقات المفهوم على حالات أعم وأشمل .

القرن التاسع عشر

لقد شهد القرن التاسع عشر تغييراً عظيماً في أسلوب و محتوى الرياضيات فلم تعد تعتمد الرياضيات على الشكل والعدد كما كان سائداً طوال العصور الماضية بل اتجهت إلى مزيد من التجريد الذى شهدنا بوادره فى القرن الثامن عشر على يد ايلور وغيره . ولكن يتميز القرن التاسع عشر بثلاث تغيرات رئيسية غيرت مسار التفكير الرياضى . ويسمى الرياضيون المحدثون القرن التاسع عشر بالعصر الذهبى للرياضيات .

الاتجاه الأول :

وهذا الاتجاه يتمثل فى أهم الاكتشافات فى ميدان الهندسة فلقد ارتبطت الهندسة وحتى ذلك التاريخ بالمفهوم الاقليدى على الرغم من ظهور الهندسة التحليلية والإسقاطية و هندسة القطاعات المخروطية وغير ذلك .

ولقد شهد القرن التاسع عشر مولد الهندسة اللاقليدية وذلك نتيجة محاولات علماء الرياضيات خلال عصور التاريخ المختلفة إثبات مسلمة التوازي الخامسة فى كتاب أقليدس على أساس أنها تشبه النظرية وليست مسلمة لاختلاف الصياغة عن باقى المسلمات الأخرى . وهذه المسلمة تقول " إذا قطع خط خطين وكان مجموع الزوايا الداخلة فى جهة واحدة من القاطع ١٨٠ كان الخطان متوازيين " وفى محاولات العلماء البحث عن إثبات هذه المسلمة كنظرية مستخدمين المسلمات الأخرى الأربع توصل ثلاثة من كبار الرياضيين كل منفصل عن الآخر إلى أن مسلمة التوازي لا يمكن إثباتها كنظرية باستخدام المسلمات الأخرى لاقليدس .

وهؤلاء العلماء الرياضيون بولياى " Bolyai " المجرى والرياضى الروسى المشهور لوباتشيفسكى " Lobachevsky " وجاوس " Gauss " الألمانى .

ونستج عن تلك المحاولات ظهور هندسات أخرى مختلفة عن هندسة الاقليدية سميت بالهندسة اللاقليدية .

ومن أمثلة الهندسات اللاقليدية الهندسة التناقصية والهندسة الزائدية وهندسة السطوح الريمانية .

وبعيداً عن ذلك وجدنا فيليكس كلاين " Felix Klein " (١٨٤٩ - ١٩٢٥) الذي قدم برنامجاً للهندسة مختلفاً كل الاختلاف وهو المتعلق بهندسة التحويلات

الاتجاه الثانی

إن أعظم الاكتشافات في القرن التاسع عشر كان في ميدان الجبر فقبل ذلك القرن كان الجبر يعتمد على أنه تعميم لدراسة العلاقات وخواص العدد إلا أن هذا القرن شهد عصر البناءات الرياضية " Mathematical Structure " ففي عام ١٨٤٣ قدم الرياضى الأيرلندى الشهير وليام هاملتون " Hamilton " أول نظام جبرى رياضى ضربى لا ينطبق عليه قانون الإبدال . وهذا النظام يسمى الأرباعيات " Quaternions " وتعرف الأرباعيات الحقيقية على أنها أرباع مرتبة (أ ، ب ، ج ، د) حيث أ ، ب ، ج ، د أعداد حقيقية وتعرف عمليات الضرب والجمع والتساوى على أساس :

$$١- (أ ، ب ، ج ، د) = (ه ، و ، م ، ن) \quad أ = ه \quad ب = و \quad ج = م \quad د = ن .$$

$$٢- (أ ، ب ، ج ، د) + (ه ، و ، م ، ن) = (أ + ه ، ب + و ، ج + م ، د + ن)$$

$$٣- (أ ، ب ، ج ، د) (ه ، و ، م ، ن) = أ ه - ب و - ج م - د ن ،$$
$$أ و + ب ه + ج ن - د م ، أ م + ج ه + د و - ب ن ، أ ن + ب م + د ه - ج و) .$$

بعد ذلك قدم كيلي " Cayley " المصفوفات عام ١٨٥٧ وهو نظام جبرى أيضاً لا يتحقق قانون الإبدال على الضرب فيه .

الإجاء الثالث : فى ميدان التحليل " Analysis " ويعتبر كوشى " Cauchy " وأبحاثه المشهورة فى تقارب وتباعد المتسلسلات والنهائيات أحد أهم الرياضيين الذين وضعوا أساس التحليل كما كانت هناك إسهامات لكوشى فى مجال المعادلات التفاضلية والمتغير المركب كما ظهر فى نفس هذا القرن الرياضى الكبير آبل " Abel " الذى ترتبط باسمه المجموعات الإبداعية كما يعود إليه الفضل فى إثبات أنه لا يوجد حل جبرى عام لمعادلات الدرجة الخامسة بدلالة معاملات حدودها .

ويعتبر جورج كانتور " G. Cantor " أحد أهم رياضى القرن التاسع عشر والقرن العشرين . فلقد ولد كانتور فى عام ١٨٤٥ ودرس فى جامعة بربلين ومات فى عام ١٩١٨ وقد نشر أهم أبحاثه حول نظرية الفئات فى عام ١٨٧٤ ونظرية اللانهائيات . وفى القرن العشرين أثبت الكثير من الرياضيين أن الأعداد الطبيعية يمكن تعريفها فى ظل مفاهيم نظرية الفئات . وعليه فإن معظم النظريات الرياضية من الممكن تعريفها فى ظل ذلك المفهوم .

ولقد دفع برتران رسل " Bertran Russel " (١٨٧٢ - ١٩٧٠) الرياضى الشهير الرياضيات فى القرن العشرين دفعة أخرى فقد توصل إلى أن نظرية الفئات من الممكن استنتاجها باستخدام المنطق على الرغم من عدم موافقة عدد كبير من الرياضيين المعاصرين لهذا الاتجاه .

القرن العشرين لقد شهد القرن العشرين تطوراً آخرأ فى مجال الرياضيات فبعد وضع أسس التحليل الرياضى مع نهاية القرن التاسع عشر تم وضع أسس جديدة وتعريف جديدة وتعريف جديدة للمفاهيم الرياضية طبقاً لهذا التطور فى ميدان التحليل فعرفت مفاهيم قابلية التفاضل والتكامل والنهائيات والدوال والاتصال والانفصال وغير ذلك فى ضوء هذا التطور الهام فى علوم الرياضيات .

لقد شهد القرن العشرين مولد الفراغات المجردة " Abstract spaces " التى أدت فى النهاية إلى ظهور التوبولوجى بمعنى أنه مع الفهم العميق لمفاهيم نظرية الفئات ولدت علوم جديدة وأبدعت أفكار معاصرة .

ولا يمكن أن نختم حديثنا عن القرن العشرين دون أن نتكلم عن أهم أحداث ذلك العصر وهو الخاص بتطور علوم الحاسب الآلى . إن كثيراً من رجال تدريس الرياضيات فى عصرنا الحالى لا يكفهم أن يتعلم طالب المرحلة الثانوية بعض مبادئ علوم الحاسب لكى نمحو أمتهم حول ذلك العلم الجديد بل ينادون بضرورة تدريب الطلاب على استخدام وتصميم وإعداد بعض برنامج الكمبيوتر ليس فقط بلغة الباسيك بالإضافة إلى ذلك لغة الكوبل أو لغة الباسكال " Pascal " .

إن دراسة الطالب فى المرحلة الثانوية لفصل دراسى كامل على الأقل لأهم أساسيات علم الحاسب الآلى بالإضافة إلى فصل دراسى كامل للبرمجة يمثل الحد الأدنى المطلوب لطالب المرحلة الثانوية .

ولقد تطورت علوم الحاسب الآلى تطوراً سريعاً فى مدة زمنية قصيرة فإذا عرفنا أن أول آلة حاسبة بمعنى الكلمة قد صممت فى لندن أثناء الحرب العالمية الثانية نجد إلى أى حد هذا العلم سريع التطور والنمو ولقد كانت هذه الآلة تعتمد على الصمامات وكانت تلك الصمامات كثيرة حتى أنه قد وصل فى بعضها إلى ١٨ ألف صمام وفى الخمسينات تم اختراع الترانزستور فى الولايات المتحدة فحلت تلك الترانزستورات محل الصمامات مما سهل العمل وقلل التكلفة . ومع بداية الستينات خلت الولايات المتحدة ثورة الرقائق " Chips " التى أدت إلى ثورة فى عالم الإلكترونيات .

ولقد مرت قصة الكمبيوتر فى أربعة مراحل أو أجيال كان أولها كما ذكرنا فى مطلع عام ١٩٤٥ وسمى " ENIAC " أما الجيل الثانى فقد استخدمت فيه " الترانزستورات " والجيل الثالث استخدمت فيه رقائق السليكون . والجيل الرابع هو جيل الميكروكمبيوتر . ولقد حدثت الطفرة الكبيرة فى عالم الميكروكمبيوتر فى عام ١٩٧١ . ويتم الآن تصنيع الجيل الخامس فى اليابان والذى يطلقون عليه الذكاء الاصطناعى . وفى ذلك النوع يطمعون فى إنتاج كمبيوتر لا يقوم فقط بإجراء الحسابات والعمليات بسرعة وبدقة فقط ، بل يفكر فى الاختيارات المتاحة لحل المشكلة ويقدم حلولاً لكل احتمال . ومهما حاولنا أن نعرض بالتفصيل فإن قصة الرياضيات هى قصة الجنس البشرى وأى مجلد مهما اتسع صفحاته لا يستطيع أن يحصى أهم إنجازات ذلك العلم السريع التطور الغنى برجاله وأفكاره .

ثالثاً : اتجاهات حديثة فى
مناهج الرياضيات

- بعض مناهج الرياضيات الحديثة (SMSG, UICSM)
- نقد المناهج الحديثة للرياضيات .
- برنامج مقترح لرياضيات التسعينات فى المرحلة الثانوية
- مراجع الفصل .

اتجاهات حديثة في مناهج الرياضيات

لقد بدأت حركة الرياضيات الحديثة "New math" في الولايات المتحدة الأمريكية مع بداية الستينات وكرد فعل مباشر للثورة التي اجتاحت الولايات المتحدة في ذلك الوقت بعد إطلاق الاتحاد السوفييتي لمركبة الفضاء الأولى سبوتنك "Sputnik" في أكتوبر ١٩٥٧ وعليه بدأت حركة واسعة في تصميم وإعداد وتنفيذ العديد من برامج الرياضيات في ذلك الوقت كان من أشهرها وأكثرها استخداماً في المدارس الثانوية الأمريكية برنامج "UISM" "University of Illinois committee on school Mathematics" برنامج جامعة الينوى للرياضيات المدرسية تحت قيادة "ماكس بيبرمسان" وكذلك برنامج جامعة "بيل" "SMSG"

"School Mathematics study Group"

تحت قيادة ادوارد بيجل "E. Begle" وغير ذلك من برامج انتشرت واشتهرت في ذلك الوقت مما لا يتسع معه المجال لعرضها هنا .

إلا أن ما يهمنا في هذا الخصوص هو أن حالة الرياضيات المدرسية في الولايات المتحدة في منتصف الثمانينيات تشبه والى حد كبير حالتها في عام ١٩٥٧ فبعد ثلاثين عاماً من البحث والتجريب وتنفيذ العديد من البرامج نجد أن هناك عدم رضا سواء كان ذلك من المتخصصين أو أولياء الأمور أو المسؤولين السياسيين على نوعية الرياضيات التي تقدمها المدارس الثانوية . وبالقطع فإن ذلك فيه بعض المؤشرات لرياضيات المدرسة الثانوية والإعدادية عندنا في مصر وفي غيرها من الدول العربية التي لا تزال تستخدم المناهج الحديثة للرياضيات .

ولقد لخص يسوسكن "Z. Usiskin, 1985" الوضع :

The similarities between the situation of the 1950 and 1970 were well known to the leader of mathematics . Education ... these leaders saw a return, not to on era in which students were mathematically capable, but to an era where neither skills nor understanding was achieved (P. 12)

أنا في حالة مشابهة للحالة في عام ١٩٥٧ بل نحن الآن كما يرى كثير من

قادة طرق تدريس الرياضيات فى أمريكا فى حالة أسوأ بمعنى أننا فى عصر لم يعد الطالب يعرف المهارات الرياضية فقط . بل إنه لا يعرف ولا يفهم الرياضيات . وأبسط دليل على ذلك هو نتائج اختبار (SAT - M) .

" The scholastic Aptitude test of mathematics "

وهو أشهر اختبار للرياضيات يعطى للطلاب الحاصلين على الثانوية العامة لدخول الجامعة . ولا يقيس هذا الاختبار المهارات الرياضية بل هو اختبار يعتمد على حل المشكلة أكثر من اعتماده على الحسابات الرياضية ويمكن تلخيص أهم أهداف هذا الاختبار فى :

١- قياس إالى أى مدى يفهم ويطبق الطالب معلوماته الرياضية سواء كان ذلك على المستوى الابتدائى أو الإعدادى أو الثانوى .

٢- قياس كيف يستطيع الطالب استخدام معلوماته فى مواقف جديدة عليه .

٣- قياس كيف يستطيع الطالب استخدام معلوماته الرياضية فى مواقف ومشكلات غير روتينية (مواقف واقعية) .

وإلىك متوسط درجات الطلاب الذين أخذوا هذا الاختبار فى الولايات المتحدة منذ عام ١٩٥١ وحتى عام ١٩٨٣ لترى الصورة كاملة ومدى التغير فى الأداء .

جدول (٣ - ١)

متوسط درجات الطلاب في اختبار " SAT - M " (*)

متوسط	السنة	متوسط	السنة
٤٩٤	١٩٦٨ - ١٩٦٧	٤٩٤	١٩٥٢ - ١٩٥١
٤٩١	١٩٦٩ - ١٩٦٨	٤٩٥	١٩٥٣ - ١٩٥٢
٤٨٨	١٩٧٠ - ١٩٦٩	٤٩٠	١٩٥٤ - ١٩٥٣
٤٨٧	١٩٧١ - ١٩٧٠	٤٩٦	١٩٥٥ - ١٩٥٤
٤٨٢	١٩٧٢ - ١٩٧١	٥٠١	١٩٥٦ - ١٩٥٥
٤٨١	١٩٧٣ - ١٩٧٢	٤٩٦	١٩٥٧ - ١٩٥٦
٤٧٨	١٩٧٤ - ١٩٧٣	٤٩٦	١٩٥٨ - ١٩٥٧
٤٧٣	١٩٧٥ - ١٩٧٤	٤٩٨	١٩٥٩ - ١٩٥٨
٤٧٠	١٩٧٦ - ١٩٧٥	٤٩٨	١٩٦٠ - ١٩٥٩
٤٧١	١٩٧٧ - ١٩٧٦	٤٩٥	١٩٦١ - ١٩٦٠
٤٦٩	١٩٧٨ - ١٩٧٧	٤٩٨	١٩٦٢ - ١٩٦١
٤٦٦	١٩٧٩ - ١٩٧٨	٥٠٢	١٩٦٣ - ١٩٦٢
٤٦٧	١٩٨٠ - ١٩٧٩	٤٩٨	١٩٦٤ - ١٩٦٣
٤٦٨	١٩٨١ - ١٩٨٠	٤٩٦	١٩٦٥ - ١٩٦٤
٤٦٨	١٩٨٢ - ١٩٨١	٤٩٦	١٩٦٦ - ١٩٦٥
٤٦٧	١٩٨٣ - ١٩٨٢	٤٩٥	١٩٦٧ - ١٩٦٦

وقبل الدخول في تحليل بيانات هذا الجدول لبيان دلالتها يجدر بنا أن نلاحظ أن الحصول على درجات اختبار " SAT - M " عملية ليست سهلة فهي عملية معقدة إلا أننا

(*) هذه البيانات مأخوذة من :

- National Council of Teachers of mathematics " 1985 Year BOOK " NCTM. The secondary school curriculum . P . 4 .

نجد على سبيل المثال درجات عام ١٩٨٢ - ١٩٨٣ ومتوسطها ٤٦٧ مأخوذة من مجموعة من طلاب الصف الثالث الثانوى وعددهم ٧٤٨٣٦٠ وعدد ٥٩٦٧٦٠ من طلاب الصف الثانى الثانوى وغيرهم من طلاب آخرين قد يكونوا فى مراحل أخرى أو أنهوا الدراسة الثانوية وعدد هؤلاء ١٤٢٦٠٩ .

لاحظ من الجدول (١) أن الانحدار فى المتوسط للدرجات قد بدأ مع بداية ١٩٦٧ - ١٩٦٨ كما نلاحظ أن أعلى متوسط وهو ٥٠٢ فى بداية الحركة وفى زروة الاهتمام بها وذلك فى عام ١٩٦٢ - ١٩٦٣ وأن أقل متوسط ٤٦٦ فى عام ١٩٧٨ - ١٩٧٩ وأن أكبر فرق حدث بين عامى (١٩٦٢ - ١٩٦٣) ، (١٩٧٨ - ١٩٧٩) حيث وصل ذلك الفرق إلى ٣٦ درجة .

وباعتبار أن اختبار " SAT - M " هو اختبار فى الفهم قبل المهارة يتضح للقارئ أن المناهج الحديثة للرياضيات قد فشلت والى حد كبير فى تدريب الطلاب على الفهم وعلى المهارة فى ذات الوقت والدليل واضح على مستوى الولايات المتحدة ككل .

وقد يبدو أن الذين استفادوا حقاً من المناهج الحديثة هم الصفوة من الطلاب وليسوا المتوسطين أو البطيء التعلم .

وإليك عينة من الأمثلة التى تنك على ذلك :

١- أن أبسط المسائل الرياضية المتعلقة بمناهج المرحلة الإعدادية يصعب على طلاب المرحلة الثانوية حلها . فعلى سبيل المثال نجد أن ٣٥% من طلاب المرحلة الثانوية لم يستطيعوا الإجابة عن المثال التالى . وأن ٥٢% من عدد الطلاب الذين درسوا مقرر فى الهندسة لمدة عام (سواء فى المرحلة الإعدادية أو الثانوية) هم فقط الذين استطاعوا الإجابة عن هذا المثال رغم بساطته " Usiskin, 1985 " .

مساحة المربع المبين هى :	
١- ٢سم ^٢	١٠سم
٢- ٢سم ^٤	١٠سم
٣- ٤سم ^٤	١٠سم
٤- ٢سم ^{١٠٠}	١٠سم
٥- ١٠سم ^{١٠٠}	١٠سم

ماذا يعنى ذلك ؟ نعتقد أن الدليل واضح على مدى تمكن التلاميذ من المفاهيم الأساسية للرياضيات .

وفى دراسة أخرى لسنك (Senk, 1983) تضمنت ٨٤ فصلاً يدرسون هندسة وجد أن ٢٩% من طلاب هذه الفصول لا يستطيعون تكملة برهان مشكلة بسيطة مثل تطابق المثلثات وبشكل عام فقد وجد أن ٥١% من هؤلاء الطلاب هم الذين يستطيعون حل مثل هذه المشكلة .

والصورة تتضح أكثر إذا عرفنا أن من بين جميع الطلاب الذين كان عمرهم ١٧ سنة فى ربيع ١٩٨٢ وجد أن ٧١% قد حصل على فصل دراسى واحد فى الجبر ، ٥٢% منهم قد حصل على فصل دراسى واحد فى الهندسة . وأن حوالى ٢٥% من طلاب المرحلة الثانوية لا يحصلون على أى مقرر فى الجبر أو الهندسة سواء كان ذلك فى الصف الأول أو الثانى أو الثالث الثانوى (NAEP, 1983, Carpenter, 1983) .
وعلى ذلك فقد بدأ الفكر الرياضى التربوى يعيد النظر فى المناهج الرياضية وقد أوصت لجنة (NACOME, 1975) .

" The National Advisory Committee on Mathematics Education "

بضرورة أن يتضمن أى محتوى منهجى للرياضيات الأساسيات التالية :

- ١- أن التركيب المنطقى للرياضيات وأصولها ينبغى أن يؤخذ فى الاعتبار فى أى منهج للرياضيات المدرسية .
- ٢- أن الخبرات المحسوسة لا بد أن تتكامل مع تلك المجردة لتوضح المفاهيم الرياضية .
- ٣- أن تعطى كل فرصة للطلاب لتطبيق المعلومات الرياضية على مدى متنوع (مجال العلوم ، الاقتصاد ، الهندسة ، ومشكلات الحياة العامة) .
- ٤- أن استخدام الرموز وصياغتها وفهم معناها وحدود استخدامها عامل مهم فى فهم الرياضيات ذاتها .

٥- ويجب قبل دخول الطالب للمرحلة الثانوية وعلى الأقل فى الصف الثانى الإعدادى أن يتعلم الطالب كيف يستخدم الآلة الحاسبة فى معظم حصص الرياضيات بما فى ذلك الاختبارات .

٦- أن على جميع طلاب المرحلة الثانوية أن يتعلموا شيئاً عن علوم الحاسب الآلى وليس هذا الشئ من الجانب النظرى فقط بل يجب عليهم أن يتعلموا لأصول البرمجة والتدريب العملى على ذلك .

٧- أن مجرد الاعتماد على محو الأمية فيما يتعلق بعلوم الحاسب الآلى يعد كافياً فى هذا العصر بل إن لغة الباسك ليست اللغة الوحيدة التى يجب أن يعرفوها .

٨- أن الإحصاء ونظرية الاحتمالات لا يبد وأن تحتويها مناهج المرحلة الإعدادية والثانوية على حد سواء .

وفى ذلك اقترح كلاً من كان ، كارى ، لاب (R. Cain, Carry, C. lamb. 1985) اقترحوا برنامجاً للرياضيات يعتمد على أربع مكونات رئيسية لطلاب المرحلة الثانوية وهذه المكونات الأربع هى :

Basic skill	١- المهارات الأساسية
Conceptual math	٢- المفاهيم الرياضية
Applied math	٣- الرياضيات التطبيقية
Pure math	٤- الرياضيات البحتة

ونقدم لك شرحاً مختصراً لكل مكون .

١- المهارات الرئيسية :

يتضح من الاستعراض السابق مدى قصور المناهج الحديثة للرياضيات فى معالجة هذا الجانب حتى أنه فى منتصف السبعينيات بدأت الدعوة إلى العودة إلى المهارات الرئيسية " Back to Basic " وعليه فلا يمكن بالقطع العودة إلى الوراء ولكن يمكن تشكيل

الحاضر ليحقق ويعالج عيوب المناهج الموجودة والهدف الرئيسى للمحتوى المنهجي لهذا المكون هو تمكين الطلاب من معرفة واستخدام المهارات الأساسية للرياضيات بشكل عملى وبسهولة .

٢- المفاهيم الرياضية :

إن هذا المكون وما يتضمنه من محتويات وموضوعات رياضية يجب أن يركز على تعرف المفاهيم الرياضية وفهمها ، فالرياضيات ليست محتوى منهجى فقط بل هى طريقة وأسلوب تفكير ، هناك فرق بين الطريقة والأسلوب . فالطريقة هى عملية تنظيم المحتوى المنهجي أما الأسلوب فهو عملية عرض تلك المادة داخل الفصل (Young, 1965) وعليه فنتدريس المفاهيم هنا والمحتوى المنهجي يجب أن يركز على مستوى الإدراك خاصة فيما يتعلق بالعلاقات الرياضية والمفاهيم الفراغية ويعتبر المنهج الحلزوني هو أفضل أسلوب لعرض ذلك المحتوى المنهجي كما أن دور المدرس يجب أن يكون دور الموضح والمفسر وليس الناقل أو المررد للمعلومة كما فى (١) إن القدرة على التصميم والاستخدام فى مواقف جديدة تعد الهدف الأساسى من وراء هذا المكون المنهجي .

٣- الرياضيات التطبيقية :

إن أحد أهم عيوب المناهج الحديثة للرياضيات هو عدم قدرة الطلاب على استخدام معلوماتهم الاستخدام التطبيقى فى مواقف الحياة وعليه فإن هدف هذا المكون هو تدريب الطلاب على استخدام معلوماتهم الرياضية فى مواقف تطبيقية لحل مشكلات حقيقية فى الاقتصاد والهندسة والعلوم وغير ذلك من ميادين المعرفة التى تساعد الطالب بعد تخرجه ليعيش حياته ويختار نوع التخصص الملائم له فى الجامعة فيما بعد . وهذا المكون يحتاج إلى نوع أرقى فى التفكير من المستويات الأخرى فهنا الجانب يركز على أسلوب حل المشكلة والإبداع والابتكار . ودور المعلم هنا هو الانتقاء والتوجيه والإرشاد إلى بعض الأساليب المتبعة فى حل المشكلات من خلال خبرته ومعرفة . إلا أن العبء الأكبر يقع على المتعلمين .

٤- الرياضيات البحتة :

يعتقد البعض وهم على حق أن أرقى مستوى للرياضيات للمرحلة الثانوية هو ذلك المتعلق بالرياضيات البحتة فالهدف الأساسى لذلك المكون هو تدريب الطلاب على استخدام التحليل الرياضى والوصول إلى اكتشافات أو تعميمات جديدة . ولذلك فإن هذا المستوى يجب أن يقتصر على الطلاب الذين يمتلكون المهارات والقدرات العقلية العالمية التى تمكنهم من الدراسة فى هذا الميدان ومتابعة الدراسة فيما بعد . فنظرية الأعداد والتفاضل والتكامل وبعض مبادئ التحليل والمتسلسلات وغيرها مكونات أساسية . ودور المدرس يجب أن يقرر على اختيار الأمثلة وتقويم السلوك والعبء الأكبر يقع على الطالب

جدول (٣ - ٢)

تصور منهجى لرياضيات المرحلة الثانوية

الرياضيات البحتة	الرياضيات التطبيقية	المفاهيم الرياضية	المهارات الأساسية	
الرياضيات من أجل الرياضيات	الاستخدامات فى حل بعض المشكلات التخصصية	الاستخدام العقلى وتربية التفكير	الاستخدام العام للرياضيات كمواطنين صالحين	الأهمية
تحليلى إدراكى تطبيقي معرفى	تطبيقي معرفى إدراكى تحليلى	إدراكى تطبيقي معرفى تحليلى	معرفى إدراكى تطبيق تحليل	الأهداف
نظام المسلمات Axiomatic	أسلوب حل المشكلة	الحلزوني Spiral	الترتيب الهرمى والمنطقى	المنهج
التحليل العقلى والمنطقى	التدريب على أسلوب حل المشكلة	فهم المكونات والعلاقات	العمل على تمكين التلميذ مهارياً	التدريس
استخدام أسلوب الدور النموذجى	الحصول على المشكلات وعرضها وتدريب الطلاب عليها والتصميم من جانبهم	تربية وتكوين للمفاهيم . أمثلة مختلفة وتدريبات مختارة	الشرح ، التوضيح التشخيصى	المعلم
تلميذ	تلميذ ثم معلم	معلم ثم تلميذ	المعلم عليه يقع العبء الأكبر	المسئوليات
أعلى ١٠% من مستويات الطلاب	أعلى ٢٥% من مستوى الطلاب	٧٥% من مجتمع الطلاب	كل الطلاب	الطلاب

وفى ضوء هذا التصور المنهجي لرياضيات المرحلة الثانوية يمكننا وضع المقررات التالية التي تحقق تلك الأهداف .

نموذج مقترح

لمقرر الصف الأول الثانوى

المهارات الأساسية :

أ (معلومات رئيسية عن الهندسة والجبر :

- ١- خصائص نظام الأعداد القياسية .
- ٢- جمع وضرب وقسمة كثيرات الحدود .
- ٣- حل المعادلات الخطية واللامتساويات فى متغيرين من الدرجة الأول .
- ٤- قياس الزوايا وتصنيفها واستخدام المنقلة والفرجال والمسطرة الغير مرقمة .
- ٥- المساحات (مساحة شبه المنحرف ، متوازى الأضلاع ، المثلث) .
- ٦- الحجوم (المنشور ، متوازى المستطيلات ، الهرم الثلاثى) .
- ٧- النسبة والتناسب (جمع وطرح وضرب وقسمة الكميات المتناسبة) .
- ٨- التشابه والتطابق للأشكال الهندسية .

ب (المنطق :

- ١- الجمل المنطقية - جداول الصواب والخطأ ، الروابط و ، أو .
 - ٢- الاشتراطات (إذا كان فإن ، إذا كان وكان فقط) .
 - ٣- النفى والتناقض .
 - ٤- التتولوجى (تحصيل الحاصل) .
 - ٥- أمثلة رياضية وغير رياضية لاستخدام المنطق .
- ٢- المفاهيم الرياضية :
- ١- مفاهيم الاحتمال، العينة ، الإحصاء .
 - ٢- الهندسة التحليلية والتمثيل البيانى للأشكال الهندسية والمعلومات الإحصائية الهيستوجرام .

- ٣- المعادلات : معادلة لخط المستقيم فى مستوى معادلة الدائرة والممارس والقاطع .
- ٤- حل المعادلة : الحل البيانى لمعادلات الدرجة الأولى الحل البيانى للامتساويات فى متغيرين خطياً .
- ٣- الرياضيات التطبيقية :
- ١- معدل تغير الكمية .
 - ٢- قوانين الجاذبية وحركة الأجسام .
 - ٣- مراكز الثقل لبعض الأشكال الهندسية .
 - ٤- نظرية الاحتمالات .
 - ٥- نظرية ذات الحدين وتطبيقاتها .
 - ٦- الإحصاء .
- أ (معنى الإحصاء - الإحصاء الوصفى - الإحصاء الاستدلالي .
- ب (التمثيل البيانى للمعلومات الإحصائية على مشكلات واقعية (معدلات نمو السكان ، نمو الصناعات الوطنية) .
- ج (مقاييس النزعة المركزية (المتوسط ، الوسيط ، المنوال) وباستخدام أمثلة تطبيقية .
- د (الأرباعيات واستخدام أمثلة تطبيقية .
- ٧- نظرية فيثاغورث واستخداماتها فى الإنشاءات الهندسية .
 - ٨- تطبيقات ومشكلات واقعية تحتاج إلى رياضيات البرمجة الخطية ، بحوث العمليات .
 - ٩- برامج الكمبيوتر بلغة الباسك كمقدمة وتعريف بأصول لغة الباسك وكتابة بعض البرامج البسيطة مثل حساب مساحات المثلث والدائرة
- ٤- الرياضيات البحثية :
- أ (الفئات ، الاتحاد ، التقاطع .
 - ب (المجموعات : خصائص المجموعات ، أنواع المجموعات (المجموعات الأبلية) .
 - ج (نظام الأعداد الحقيقية :

١- أهمية توسعة النظام العددي .

٢- أمثلة لأعداد غير قياسية .

د) الهندسة الاقليدية :

١- مناقشة نظام المسلمات ، اللامعرفات ، المعرفات ، النظريات .

٢- البينية Betweenness

هـ) هندسة التحويلات :

١- الدوران ، التعاكس ، الانتقال .

٢- ربط مفاهيم التحويلات بالمجموعات .

و) نظرية الأعداد :

١- الأعداد الأولية والكاملة والناقصة والزائدة .

٢- الأعداد الحقيقية والأعداد المركبة .

٣- الرباعيات كتوسعة لنظام الأعداد المركبة .

مراجع الفصل

أولاً : المراجع العربية :

- ١- فريدريك هـ . بل : طرق تدريس الرياضيات - ترجمة وليم عبيد ومحمد أمين المفتى وممدوح سليمان ، الجزء الثانى ، الدار العربية للنشر والتوزيع ، ١٩٦٠ .
- ٢- وليم عبيد وآخرون ، تاريخ الرياضيات . وزارة التربية والتعليم .

ثانياً : المراجع الأجنبية :

- 2- Eves, H. history of Mathematics, N. Y : Holt & Rinhart Winston pub. 1969 .
- 3- Exner, R. M. & M. F. Roskopf " Proof " in The Teaching of Secondary School Mathematics. Thirty - third year book . NCTM, 1970 .
- 4- Usiskin, R. " The Status of Secondary School Mathematics " in the 1985 year book . The Secondary School Mathematics Curriculum . NCTM. 1985 .
- 5- Young, N. in NCTM. 1985 year book .