

## الفصل السادس

### أساليب وطرق تدريس الرياضيات

- طريقة المحاضرة
- طريقة المناقشة
- طريقة الاكتشاف
- أسلوب حل المشكلة
- استراتيجية الأهداف الجزئية في حل بعض المشكلات الرياضية

طريقة المحاضرة

**Lecture Method**

## طريقة المحاضرة

إن أحد أهم خصائص الإنسان المتقف أن تكون لديه القدرة على الاستماع بذكاء ، وطريقة المحاضرة تعد من أهم طرق التدريس المعروفة لتنمية هذه القدرة لدى المتعلمين . ولا يعنى ذلك بحال أن مهارة الاستماع تعنى القدرة على مجرد تكرار ما قاله المعلم ( المحاضر ) وإنما تعنى أيضاً القدرة على متابعة الملاحظات والتعليقات وإبداء الرأى والتفكير الناقد فيما يقال . ولذلك فإن أحد التبريرات الأساسية التى تقال لاستخدام طريقة المحاضرة هو أن الاستماع مهارة أساسية لكبار الناضجين والمتقنين يجب تدريب المتعلمين عليها .

ولا يقتصر استخدام أسلوب المحاضرة على مدارسنا فقط بل ذكر د. إبراهيم بسيونى ( ١٩٧٣ ) أن بعض الباحثين قد زار سبعين مدرسة ثانوية فى الولايات المتحدة ووجدوا أن المحاضرة مستخدمة فى تدريس العلوم فى عشرين منها " ص ١٨٣ " والمحاضر يدرس لطلابه على مستويين فى نفس اللحظة فهو يدرس مادة " Content " كما يدرس مهارة استماع وتفكير ناقد . بمعنى أن المحاضرة بمفهومنا المعاصر تعتبر المدرس قائماً بالتدريس وليس قائماً بالإلقاء اللفظى على مسامع تلاميذه على الرغم من اعتماد طريقة المحاضرة على الإلقاء اللفظى للمعلومة ونحن نقصد أيضاً بالمحاضرة هنا المحاضرة للتدريسية التى يستخدمها المدرس فى المواقف التعليمية وليس المحاضرة البسيطة التى يلقي فيها المحاضر موضوعاً على مسامع مجموعة من الناس والفرق كبير بين الطريقتين فالمحاضرة التدريسية لها هدف محدد ومصممة بطريقة معينة وتحقق نتائج ذات قيمة تعليمية وذلك عكس المحاضرة البسيطة التى قد تعتمد على الارتجال وعدم التخطيط .

ويذكر روناهايمان ( ١٩٨٣ ) ناقلاً عن أميدون وهانتر " Amidon & Hunter " قولهم .  
" ... هناك أنواع لسوء استعمال التعلم اللفظى جد معروفة منها الاستعمال غير الناضج للأساليب الشفوية مع تلاميذ غير ناضجين معرفياً العرض الجاهزة والتعسفى لحقائق غير مترابطة ... ، ثم استخدم أساليب التقييم التى تقيس مجرد القدرة على تذكر حقائق منفصلة .. وعلى الرغم من أنه من المناسب تماماً أن تحذر المدرسين من هذه الأنواع الخاصة بسوء استخدام التعلم اللفظى ، فإنه ليس من العدل أن نعرضها على أنها موجودة ومنتزعة فى الطريقة ذاتها ( ص ٢١١ ) بمعنى أن العيوب الكثيرة للتدريس الشفوى اللفظى لا يعنى بحال أن الطريقة سيئة كل سوء بل إن العيب فى جزء كبير منه يقع على من يستخدم الطريقة فالمحاضر الجيد يمكنه استثارة انتباه تلاميذه عن طريق توجيه واستعمال الأسئلة بكفاءة حيث يعطى ذلك للمحاضرة لوناً مختلفاً ويحفز المتعلمين على الإلتباه .

## طرق استخدام طريقة المحاضرة في التدريس

ذكر كالهان ، Callahan ، أن طريقة المحاضرة تعتمد في جزء كبير منها على القول اللفظي وأنه يمكن تلخيص هذه الطريقة في المقولة المشهورة التالية :

Tell them what you are going to tell them .

Tell Them

Finally tell them what you have told them .

وهذا يعنى أن طريقة المحاضرة تقوم على أن تقول لتلاميذك ما تنوى أن تقوله لهم ( الهدف من المحاضرة ) ، ثم تقول لهم ( العرض التدريسي للموضوع ) ، وأخيراً قل لهم تلخيصاً للموضوع ( الخلاصة ) .

ومن الأساليب المعروفة والجيدة في استخدام طريقة المحاضرة أن يسأل المحاضر نفسه سؤالاً محدداً هو : إذا كان على طلابي أن يتعلموا شيئاً واحداً على الأقل من هذه المحاضرة فما هو ذلك الشيء ؟ إنني أعتقد أن ذلك الشيء هو .. وذكر هايمان ( مرجع سابق ) أن ودور ويلسون " Woodrow Wilson " كان محاضراً ممتازاً في جامعة برنستون وكان يستخدم الطريقة التالية في محاضراته

يقراً في بداية المحاضرة من ورقة مكتوبة بخط اليد أربعة أو خمسة تعميمات مثيرة يدونها الطلاب حرفياً أمامهم ولم تكن بقية المحاضرة إلا تفسيراً وتوضيحاً لهذه العبارات واقتراح كلارك " Clark, L. 1973 " طريقة جيدة أخرى للمحاضرة التدريسية .

- ١- ابدأ المحاضرة بسؤال أو مشكلة مثيرة للاهتمام .
- ٢- حاول أن تكون غامضاً بعض الشيء في بداية المحاضرة ولمدة دقائق معدودة
- ٣- قل لتلاميذك ما تريد أن تقوله من معلومات .
- ٤- حاول إيجاد علاقة بين ما يعرفه تلاميذك فعلاً وما تريد أن يعرفوه .
- ٥- استخدام الوسائل التعليمية لتوضيح فكرتك أو تفسير ما قد يكون غامضاً من

### مفاهيم

- ٦- قدم الطرفة التي تدخل المرح والابتساماة على نفوس تلاميذك .
- ٧- استخدم الأمثلة كلما سمحت لك الظروف بذلك .
- ٨- لا تجعل لمحاضرتك روتين محفوظ ثابت وممل .
- ٩- اختتم المحاضرة بملخص سريع ووافق للموضوع .

على الرغم من النقد الذي يوجه لطريقة المحاضرة إلا أن لها من المميزات والمغريات ما يدفع كثير من المدرسين إلى استخدامها ومن ذلك :

١- أن في صوت بعض الناس - مع من يعرفون كيف يستخدمونه - قدرة خارقة على الإقناع والمحاضر الجيد هو ذلك المدرس الذي يعرف كيف يستخدم صوته ( ارتفاعاً وانخفاضاً ) وتأثيراته استخداماً جذاباً وهذه ميزة جد هامة لطريقة المحاضرة . فالإلقاء اللفظي سهل مع من يحسن استخدامه .

٢- أننا نتعلم حوالي ٥٠% مما نراه ونسمعه ، وأما نتعلم ١١% بواسطة حاسة السمع وحدها ، ٨٣% بواسطة حاسة البصر ( الخطيب ، ١٩٨٦ ) وطريقة المحاضرة تعتمد على عنصرى السمع والبصر وهما عاملان خطيران في عملية التعلم ومن ذلك يتضح مدى فائدة المحاضرة لعملية التعليم والتعلم .

٣- إن طريقة المحاضرة أسلوب سهل وسريع للمرور على رؤوس الموضوعات خاصة مع نكدس المناهج بصفة عامة ومناهج الرياضيات بصفة خاصة .

٤- أنها طريقة جيدة للتلخيص والمراجعة تقدم حداً أدنى للمعلومات لكل التلاميذ في وقت واحد .

٥- تقل في هذه الطريقة المشكلات النظامية في الفصل المدرسي لأنه منضبط في أغلب الأحيان لأن المدرس يتكلم والتلاميذ ينصتون وهذا له دور كبير في إغراء مدرسينا لاستخدام هذه الطريقة خاصة مع الأعداد الكبيرة من التلاميذ

عيوب الطريقة

١- لا تزود الطريقة المعلم بأسلوب محسوس وعملي للتغذية المرتجعة " Feed Back " فغالباً ما يعتمد المعلم على إحساسه الذاتي فقط من متابعة التلاميذ لموضوع المحاضرة .

٢- يقرر بلوم أن ٣١% من تفكير الطلاب في المحاضرة ينصرف إلى موضوعات أخرى لا صلة لها بالمحاضرة ( اللعب مع الأقران بعد المحاضرة ، أو الامتحان الذي سيلي المحاضرة ، ... ) .

٣- من المعروف أننا نتذكر حوالي ٩٠% مما نقوله ونفعله معاً ولما كان الطالب منصتاً طويلاً وقت المحاضرة فهو غالباً لا يقول شيئاً أو أنه يفعل الشيء اليسير فإن قدرة المتعلم على تذكر موضوعات المحاضرة عادة ما تكون ضعيفة للغاية .

٤- لا يستمع المتعلم إلى المحاضرة بانتباه شديد إلا إذا كان المحاضر ممثلاً وماهراً في استخدام هذا الأسلوب وهي إحدى العيوب الرئيسية للطريقة . فالنجاح في هذه الطريقة يتوقف على جاهزية المحاضر نفسه مما لا يتوفر في كثير من مدرسينا وخاصة مدرسي الرياضيات .  
مقترحات تحسين استخدام الطريقة

وعلى الرغم من هذا النقد الموجه للطريقة ، إلا أنه من الممكن باتباع بعض المقترحات التقليل من تلك العيوب قدر المستطاع .

١- حدد هدف واضح ودقيق لموضوع محاضرتك يعرفه تلاميذك جيداً حيث ينبغي أن تكون الفكرة الرئيسية للموضوع واضحة ومحددة .

٢- خطط محاضرتك بأسلوب منظم بحيث يسهل على المتعلمين متابعة الموضوع من كافة جوانبه وحتى نضمن تياراً متصلًا من التفكير أو المتابعة للموضوع .

٣- حاول ربط حلقات الموضوع ببعضها ببعض من حين لآخر خاصة إذا كان وقت المحاضرة طويلاً والموضوع متشعباً كأن تقول مثلاً لقد تكلمنا في الدقائق الماضية عن ... والآن ننتقل إلى .....

٤- اجعل بداية المحاضرة مشوقة ومثيرة للانتباه وقد تخدمك وسائل الاتصال التعليمي ( السبورة الضوئية ، التسجيلات الصوتية ، .... ) في هذا الخصوص كذلك اجعل بداية المحاضرة غامضة بعض الشيء ولمدة دقائق محددة .

٥- أدخل المرح على نفوس تلاميذك أثناء المحاضرة كلما أمكن ذلك ويجب أن نتذكر أن المرح المقصود هنا هو المرح المنظم والتلقائي في وقت واحد وليس المتكلف أو المفتعل أو غير المهدب . وأفضل أنواع المرح ما ينبع من الموضوع ذاته .

## The Discussion Technique

ربما يكون أسلوب الحوار المبني على توجيه الأسئلة أكثر الأساليب التدريسية تفضيلاً بين معظم مدرسي الرياضيات خاصة . بل إن مهارة استخدام وصياغة وتوجيه الأسئلة تعد أحد المهارات التدريسية التي يجب تدريب المدرسين عليها قبل تخرجهم أو أثناء عملهم التدريسي بصفة عامة .

وتستخدم الأسئلة في مواقف كثيرة ولأغراض متعددة . وذكر منها لينولرد

( Leonard & Trving, 1981 ) الآتي :

- ١- معرفة شيء لا نعرفه .
- ٢- معرفة إذا كان شخص ما يعرف شيئاً معيناً .
- ٣- لتنمية قدرات الطلاب على التفكير .
- ٤- لدفع الطلاب واستثارة اهتمامهم للدرس .
- ٥- لتقديم التدريبات والتمارين عقب أو أثناء الدرس .
- ٦- لمساعدة الطلاب على تنظيم وترتيب المواد التعليمية .
- ٧- لمساعدة الطلاب على اكتساب القدرة على التفسير .
- ٨- لمساعدة الطلاب على فهم بعض العلاقات ( كالسبب والنتيجة ) .
- ٩- للتركيز على بعض النقاط دون غيرها .
- ١٠- للكشف عن اهتمامات الطلاب وميولهم .
- ١١- للمراجعة والتخلص .
- ١٢- للكشف عن مواضع الاتفاق والاختلاف في المعلومات .
- ١٣- للتقويم .
- ١٤- للشخيص .

ولقد صنف جالهر ( Gallagher, 1963 ) الأسئلة إلى أربعة أنواع هي :

### ١- أسئلة التذكر العقلي البسيط Cognitive Memory

وهي تلك الأسئلة المتعلقة بعملية تذكر المعلومات مثل من هو فيثاغورث ؟ وهذه الأسئلة تتعلق بالكلمات السؤالية مثل : من ، متى ، أين ، كيف .

## ٢- الأسئلة التقريبية Convergent Questions

وهذا النوع من الأسئلة يتعلق بعمليات تفكير أعقد من مجرد تذكر المعلومات وتسميمها كما فى النوع الأول . فهذا النوع من الأسئلة يتطلب أن يقدم الطالب إجابة بعد تفكير عميق فى السؤال . كما أن هذا النوع من الأسئلة تكون الإجابة فيه إما صحيحة أو خاطئة .

مثال

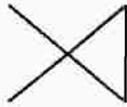
إذا كان نصف قطر دائرة ١٠ سم فما هو محيط تلك الدائرة ؟ وما مساحتها ؟  
ففى هذا المثال على الطالب أن يتذكر قانون حساب محيط الدائرة ( ٢ ط نق )  
وعليه أيضاً أن يعرف معنى كل من تلك الرموز ، وقيمة ط (  $\frac{22}{7}$  أو ١٤ ر ٣ ) ثم يطبق هذه القاعدة على الحالة المطلوبة ويصل إلى الإجابة . فإذا حسب حساباته بطريقة مضبوطة وكان فاهماً لما يفعل حصل على درجة هذا السؤال . وهذا السؤال يختلف عن قولك للطالب ما هو قانون محيط الدائرة ؟ ففى هذه الحالة يكون السؤال من النوع الأول تذكر عقلى بسيط .

## ٣- الأسئلة التباعدية Divergent Questions

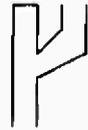
هذا النوع من الأسئلة يسمى بالأسئلة ذات النهايات المفتوحة فلا يستطيع أى فرد حتى واضع السؤال أن يتنبأ بالإجابة التى سيقدمها الطالب . بمعنى أن الأسئلة التباعدية ليست لها إجابة صحيحة وأخرى خاطئة . إنه نوع من الأسئلة يجبر الطالب على التفكير الابتكارى وينطلق إلى أقصى ما تمكنه قدراته فى تخيله وتفكيره .

مثال

ماذا يمكن أن تصمم من الأشكال التالية :



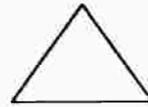
( ٤ )



( ٣ )



( ٢ )



( ١ )

وعلى الطالب أن يرسم ما شاء له أن يرسم من أشكال ورسومات هندسية أو غير هندسية وكلما كانت الإجابة والشكل ذا معنى وغريب كلما دل ذلك على قدراته الإبداعية .

#### ٤- الأسئلة التقييمية Evaluative Questions

فى الأسئلة التقييمية نسال الطلاب لإصدار حكم قىمى على شئ معين . وقد يكون ذلك الحكم مبنى على أدلة داخلية أو على أدلة خارجية .

مثال

درست ثلاث طرق لحل معادلة الدرجة الثانية فى متغير واحد . أى من هذه الطرق من وجهة نظرك تعتبرها الأفضل ؟ ولماذا ؟

ولقد أوضح فرانسيس هونكين ( Francis Hunkins, 1972 ) أنه يمكن تصنيف الأسئلة فى الفصل المدرسى طبقاً لتقسيم بلوم للأهداف التربوية ( ميدان الأهداف العقلية ) . بمعنى أنه يمكن تصنيف أى سؤال يستخدمه المدرس على أى من المستويات الست للأهداف العقلية ( معرفى ، إبراكى ، تطبيقى ، تحليلى ، تركيبى ، تقويمى ) .

استخدام طريقة المناقشة فى التدريس

يعود تاريخ الطريقة إلى عهد سقراط حيث كان يستخدمها فى التدريس وتقوم طريقة سقراط هذه على تصميم مجموعة معينة من الأسئلة يجيب عليها الطالب ( مينو ) ومع النهاية يجبر الطالب على قبول الاستنتاج النهائى :

مثال ما هو خارج قسمة أى عدد لا يساوى صفر على نفسه ؟ بمعنى إذا كان

$$١ \text{ صفر فإن } \frac{1}{1} = \text{—} ?$$

$$\text{الطالب : } \frac{1}{1} = ١$$

المعلم : إذا طبقنا قانون الأسس ماذا ستكون النتيجة ؟

$$\text{الطالب : } ١^{-١} = ١$$

المعلم : ماذا فى الطرف الأيمن ؟

$$\text{الطالب : } ١$$

المعلم : وماذا فى الطرف الأيسر ؟

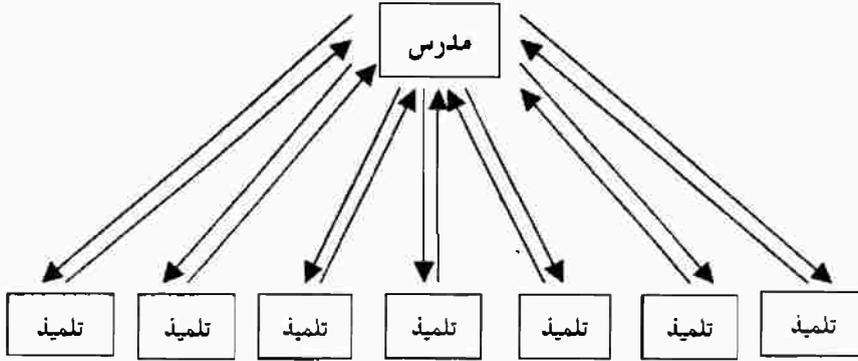
$$\text{الطالب : } ١$$

المعلم : ماذا نستنتج

$$\text{الطالب : } ١ = ١$$

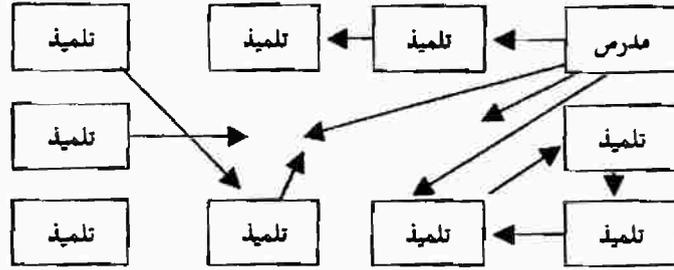
وطريقة سقراط هذه ليست الطريقة الحديثة في المناقشة - فهذه الطريقة السقراطية تعتمد على حمل الطالب أن يجيب على أسئلة حددها المعلم سلفاً ثم قاده بأسئلته إلى أن يقبل النتيجة التي توصل إليها ويوجد على الأقل نموذجين لاستخدام طريقة المناقشة في الوقت الحالي فالنموذج الأول يكون فيه المدرس هو المحرك الأساسي للنشاط والأسئلة الفصلية<sup>١</sup>.

والتفاعل يتم بين كل تلميذ والمدرس على حدة ويوضحه الشكل ( ٦ - ١ )



أما النموذج ( ٢ ) فإن التفاعل والأسئلة والمناقشات تتم بين كافة الأطراف . فالمدرس قد يسأل والطالب يجيب . وقد يسأل الطالب سؤالاً ويجيب عليه زميله . بمعنى آخر أن التفاعل الصفّي هنا ليس شرطاً أن يكون المدرس طرفاً فيه . وفي ذلك إمكانية مشاركة الطالب الإيجابية في مواقف التعلم . ومن عيوب هذا النظام أن الأسئلة التي سوف تعرض من جانب بعض التلاميذ قد لا تكون جيدة الصياغة . كما قد يحدث سوء نظام في الفصل لمشاركة أكثر من فرد واحد في الإجابة والأسئلة فتكثر الضوضاء والإجابات الجماعية والمقاطعات ويتشتت الانتباه وقد تضيع الفائدة المرجوة . والشكل ( ٦ - ١ ) يوضح هذا النموذج الثاني لاحظ وجود أسهم تتجه إلى وسط الفصل وهذا يعني أن الشخص يتكلم مع كل الفصل سواء كان مدرساً أو طالباً .

- Francis, Hunkins, Questioning strategies and Techniques ( Boston, Mass: Allyn and Bacon, INC. 1972 ) Chapter. 2.



شکل ( ٦ - ٢ )

### نموذج ( ٢ ) لطريقة المناقشة الحديثة<sup>٢</sup>

مقترحات تحسين استخدام الأسئلة في التدريس

- ١- اسأل تلاميذك أولاً ثم ناد على من يعرف الإجابة . وهذا أفضل من أن تتأدى على تلميذ معين ليقف ثم تسأله ففي الحالة الأولى هناك فرصة للتفكير في السؤال والوصول للإجابة أما في الحالة الثانية فإن الموقف قد يربك التلميذ .
- ٢- لا تضع حدود زمنية للإجابة كأن تقول في ثلاث دقائق أجب عن كذا ، خاصة إن كان ذلك شفويًا .
- ٣- إذا قدم لك أحد التلاميذ جزئية من الإجابة ، ساعده لكي يقدم لك الباقي .
- ٤- أشرك أكبر عدد ممكن من تلاميذ فصلك في المناقشة ، وزع أسئلتك على كل أركان الفصل وكل مستويات الطلاب ، وتجنب احتكار بعض التلاميذ للأسئلة والإجابة . فقد وجد أن المدرسين يتيحون فرصاً عديدة للطلاب الممتاز أكثر من الطالب المتوسط أو الضعيف بمعنى إذا أخطأ الطالب المعروف عنه أنه ممتاز في الإجابة عن السؤال شفاهة عادة ما يعطى المدرس هذا الطالب فرصة أخرى وهذا ما يحدث مع الطالب المتوسط أو الضعيف

- هذا النموذج عن كالاها .

- Callahan, J. & Leonard C. Teaching in the Middle and Secondary School Mathematics, MacMillan Pub. Comp. New York, 1982 (p. 178) .

- ٥- عزز دائماً إجابات طلابك بكلمة طيبة ( عظيم ، ممتاز ، .... ) وأن تبدى عدم رضاك على الإجابة الخاطئة .
- ٦- لا تسأل سؤال تدري مقدماً أن التلاميذ لا يعرفون إجابته أو لم تفكر فيه أنت قبل عرضه على تلاميذك . فهذا الوضع يضعك في موقف محرج للغاية .
- ٧- حاول أن تكون حازماً في قيادة المناقشة الفصلية ولا تسمح لأحد بأن يخرج عن الخط العام للموضوع ولكن كن في ذات الوقت مهذباً في الاعتراض على وجهات النظر أو بمن يريد أن يخرج عن مجال الحديث .

## الطريقة الاكتشافية

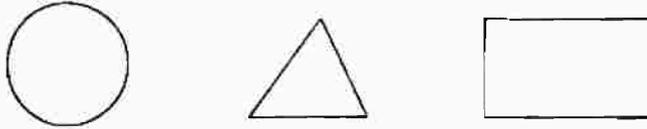
## الطريقة الاكتشافية

### Discovery Teaching

لا يوجد في الحقيقة طريقة واحدة تسمى بالطريقة الاكتشافية ولكن ينظر البعض إلى الاكتشاف من وجهات نظر مختلفة ، وكل مدرس يساعد طلابه ليكتشفوا المعلومة يستخدم الطريقة الاكتشافية والاكتشاف أو التدريس الاكتشافي نوعان . نوع يسمى بالاكتشاف الحر " Free Discovery " والنوع الثاني يسمى بالاكتشاف الموجه " Guided Discovery " والفرق بين الطريقتين يتعلق بمدى تدخل المدرس في العمل التدريسي فإن رتب المدرس الموقف التربوي بشكل بحيث يصل الطالب بنفسه لاكتشاف المعلومة فهو في هذه الحالة يدرس بالطريقة الاكتشافية الحرة .

#### مثال

إذا أراد المدرس أن يجعل طلابه يكتشفوا السبب وراء اختيار الوحدات المربعة كوحدة مساحية . قد يوزع عليهم استمارة مرسوم عليها الأشكال التالية : احسب مساحة كل شكل من الأشكال التالية بأي طريقة تراها .



أما الاكتشاف الموجه ، فهي الحالة التي يقود فيها المدرس تلاميذه إما باستخدام أسئلة معينة أو بنماذج ووسائل تعليمية معينة ليقودهم إلى الاكتشاف .

ولقد قدم هربات ويلز ( Wills, 1970 ) طريقة جيدة يمكن اتباعها عند القيام بالتدريس الاكتشافي الموجه شكل ( ٦ - ٣ ) . ولشرح أهم خطوات هذه الطريقة سنأخذ المثال السابق ( ثلاثيات فيثاغورث ) .

تبدأ الطريقة بعرض من المدرس بالمثال التالي :

## المدخل

نحن نعرف أن الأعداد ( ٣ ، ٤ ، ٥ ) تسمى بثلاثية فيثاغورث هل تعرفون لماذا سميت هكذا ؟ يقود المدرس المناقشة لكي يعرف أن تلاميذه يعرفون المقصود بالثلاثيات الفيثاغورية (  $3^2 + 4^2 = 5^2$  ) .

### المهمة المعيارية

بعد مرحلة التمهيد يبدأ الدخول إلى الدرس حيث يقوم المدرس بعرض المهمة التالية إذا عرفنا عدداً واحداً في ثلاثية فيثاغورث هل يستطيع أحدكم إيجاد العددين الآخرين ؟ أوجد كلاً من ب ، ج إذا كانت  $أ = ٣٩$  حيث  $أ^2 + ب^2 = ج^2$  ؟

### التمارين المساعدة

يتم في هذه المرحلة صياغة بعض التمارين المساعدة المشابهة للمشكلة الأصلية جيدة في هذا الخصوص . ومن الممكن أن يصل الطلاب إلى الاكتشاف مباشرة . ومن خلال الأسئلة والمناقشات والأمثلة المختلفة يستطيع أن يوجه المدرس تلاميذه ليكتشفوا تلك العلاقة المعروفة .

معروف أن الأعداد ( ٣ ، ٤ ، ٥ ) تسمى ثلاثيات فيثاغورث وباستخدام طريقة الاكتشاف الموجه يمكن أن يساعد المدرس تلاميذه ليكتشفوا العلاقة بين هذه الأعداد الثلاثة بحيث إذا عرف عدد واحد من الممكن إيجاد العددين الآخرين . أنظر الجدول التالي

أ	٣	٥	٧	٩		١٣	١٧
ب	٤	١٢	٢٤	؟	؟	؟	؟
ج	٥	١٣	؟	؟	؟	؟	؟

### تنظيم البيانات

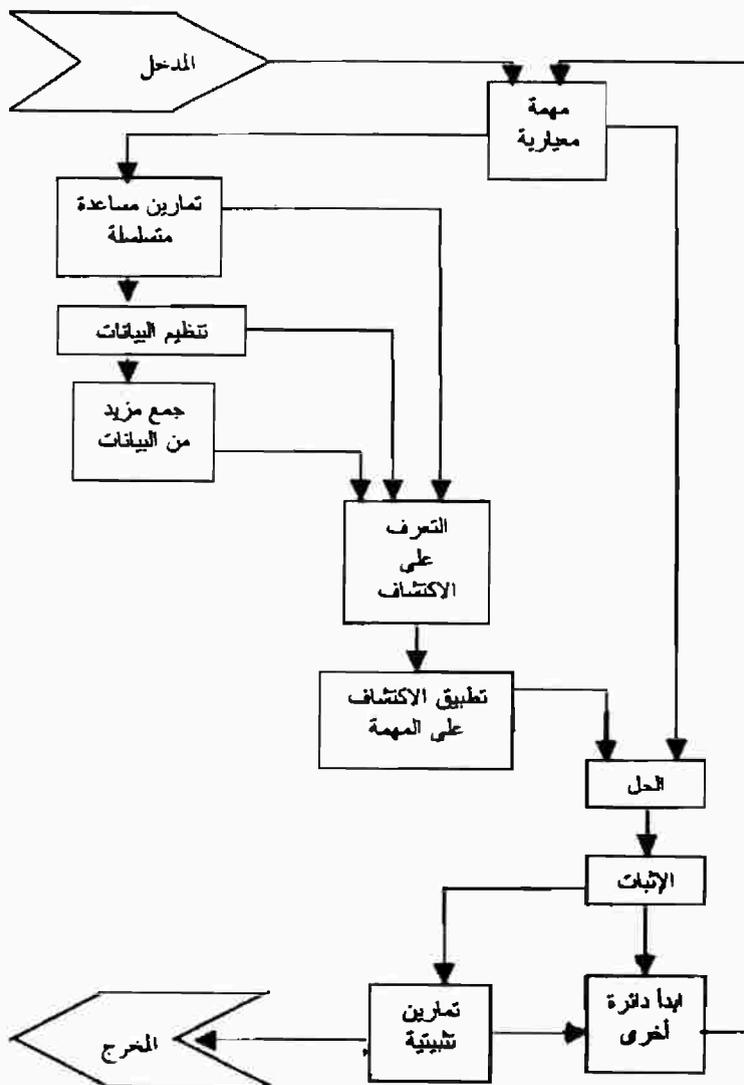
يتم في هذه المرحلة تنظيم البيانات التي توصلنا إليها من خلال حل التمارين المساعدة لتوضيح العلاقة بين أ ، ب ، ج . وقد يكون ذلك باستخدام جدول معين وقد تؤدي هذه الخطوة إلى توضيح علاقة بين أ ، ب ، ج (  $أ^2 = ب^2 + ج^2$  ) .

### جمع مزيد من البيانات

قد لا يتوصل بعض الطلاب إلى العلاقة بعد كل ذلك الجهد هنا نحتاج إلى مزيد من التمارين وحلها ومحاولة الإشارة أو التلميح كأن يقول المدرس مثلاً ماذا تلاحظ عن العلاقة بين "  $٥ + ٤ = ٣$  " ، كيف نحصل على "  $٤ + ٥ = ٩$  " من "  $٣$  " ما هي علاقة ٤ ، ٥ ، ٣ ما هي علاقة ٤ ، ٥ ، ٣ ؟ وهكذا قد يتوصل الطلاب إلى الاكتشاف المطلوب .

شكل ( ٦ - ٣ )

رسم تخطيطي لطريقة التدريس باستخدام الاكتشاف الموجه<sup>٢</sup>



- Wills, H. Generalizations "From the No. 33 Year Book The Teaching of Secondary Mathematics. 1970 . P. 263.

وكفاعة عامة في هذه المرحلة تجنب تحت أى ظرف أن تعلن الاكتشاف لفظياً سواء  
منك شخصياً أو من جانب التلاميذ الذين توصلوا إلى ذلك الاكتشاف لأن ذلك الإعلان  
سيغلق فرصة التفكير أمام جميع التلاميذ الذين يحاولون الوصول إليه .  
التعرف على الاكتشاف

بعد أن نتأكد أن كل الطلاب قد عرفوا الاكتشاف أطلب منهم أن يكتبوا العلاقة  
المطلوبة بين ( أ ، ب ، ج ) وقد يكون ذلك على النحو التالي :

$$\left( \frac{1+}{2} , \frac{1-}{2} , ٢١ \right)$$

تطبيق الاكتشاف على المهمة

بعد أن يتم الإعلان عن الاكتشاف وتتأكد من أن جميع التلاميذ يفهمون ذلك ، أطلب  
منهم تطبيق ذلك الاكتشاف على المهمة المعيارية المطلوب . وقد يكون ذلك على النحو  
التالى :

$$٣٩ = أ ، ب = ؟ ، ج = ؟$$

الحل

بعد أن يتم الوصول إلى الاكتشاف وتطبيقه على المشكلة المعيارية المراد حلها نصل  
بعد ذلك إلى الحل وهو :  
الثلاثيات الفيثاغورثية هي ( ٣٩ ، ٧٦ ، ٧٦١ ) .

الإثبات :

إن أمكن إثبات الاكتشاف بالطرق الرياضية المعروفة ذلك يكون أفضل لأنه من  
الممكن الوصول إلى اكتشافات ليست صحيحة رياضياً فى جميع الحالات .

تمارين تثبيئية

بعد البرهنة فى الحالة العامة يتم تذكير الطلاب بالاكتشاف وطريقة الحل بإعطاء  
مزيد من التمارين المشابهة للمهمة كنوع من تثبيت المتعلم وبعد حل هذه التمارين إما أن  
تنتهى الحصة ويحدث الخروج من الدرس أو يبدأ المدرس دائرة أخرى بمهمة أخرى  
وهكذا .

أسلوب حل المشكلة

## أسلوب حل المشكلة

أن تحل مشكلة هذا أمر صعب ، وأن تدرس شخصاً أو مجموعة أشخاص كيف يحلون مشكلة فهذا أصعب . ولقد ركزت معظم المناهج الحديثة للرياضيات فى الولايات المتحدة بصفة خاصة على أسلوب حل المشكلة حتى أن الرابطة الأمريكية لمدرسى الرياضيات قد قدمت توصية لرياضيات الثمانينات تقول أن أسلوب حل المشكلة يجب أن يكون مركز وبؤرة الاهتمام لمناهج رياضيات الثمانينيات " NCTM, 1980 " .

يعد جورج بولياى " Polya " أحد أفضل من كتب فى أسلوب حل المشكلة فى تدريس الرياضيات . ولذلك فسوف نورد طريقته حل للمشكلة فقد ذكر أن الفرد يكون فى مشكلة إذا كان لديه هدف يريد الوصول إليه وفى استطاعته ذلك ولديه من الدوافع ما يمكنه البحث الواعى للوصول إلى ذلك الهدف والاستمرار فيه . ولكن ولو مؤقتاً توجد بعض العوائق التى تمنعه من الوصول إلى هدفه بسرعة يجب عليه التغلب عليها " Polya, 1945 " .

ويتضمن حل أى مشكلة مجموعتين رئيسيتين من العوامل

أ ( المعرفة العقلية .

ب ( استراتيجيات الحل .

- المجموعة الأولى ( المعرفة العقلية ) تتضمن الحقائق والمفاهيم والقوانين والنظريات بمعنى أن هذه المجموعة من العوامل تتضمن كافة المعارف العقلية الضرورية واللازمة لحل المشكلة والتى بدونها لا يستطيع أن يحل الطالب المشكلة

- المجموعة الثانية ( استراتيجيات الحل ) تتعلق بالعمليات أو الخطوات التى يقوم بها الفرد مستخدماً معارفه العقلية ( المجموعة الأولى ) للوصول إلى الحل المطلوب للمشكلة . وهذا هو صلب العملية . ولذلك فقد كان برونر ( Bruner, 1969 ) يقول ليس المهم حل المشكلة بل الأهم هو طريقة الحل .

وفى ذلك يقول بولياى " Polya " أن أسلوب حل المشكلة نوع من الفن العملى مثل السباحة أو الترحلق أو العزف على البيانو ، يمكنك تعلمه من خلال التقليد والتدريب .

... Solving problems is a practical art like swimming, skiing, or playing the piano, do you can learn it, only by imitation and practice. ( Polya, 1962, P. vi ).

وليس التدريب والمحاكاة وحدهما يمكنان الفرد من أن يكون حالاً للمشاكل بل إن انتباه الطالب يجب أن يركز ويوجه نحو أسلوب الحل وأن يتعلم حالات وظروف استخدام كل حل ممكن للمشكلة .

وهناك طرق وأساليب عديدة لحل المشكلة تسمى بالاستراتيجيات والاستراتيجية هي خطة عامة محددة المعالم للوصول إلى حل المشكلة . ومن أمثلتها :

- ١- المحاولة والخطأ Trail & Error .
- ٢- القائمة المنظمة Organized Listing .
- ٣- البحث عن قاعدة Look for a pattern .
- ٤- التبسيط - حل مشكلة مشابهة ولكن أبسط .
- ٥- التجريب .
- ٦- استبعاد بعض الحالات أو الشروط ولو مؤقتاً .
- ٧- العمل من النهاية للبدائية .
- ٨- إيجاد مثال لا ينطبق Counter example .
- ٩- الحل العددي .
- ١٠- الاستنتاج .

ومن الاستراتيجيات المساعدة للإستراتيجيات السابقة :

- ١- الرسوم التخطيطية Diagrams .
- ٢- الجداول Tables .
- ٣- الأشكال Graphs .

وقد حد دالتون ( Dalton, 1985 ) عدة خصائص للمشكلة في حصص الرياضيات

والتي منها :

- ١- أن لها علاقة ببعض المشكلات السهلة والمماثلة والتي من الممكن للطالب أن يحلها بسهولة .
- ٢- أنه يمكن حلها بأكثر من طريقة واحدة في ضوء معلومات الطالب وقدراته .

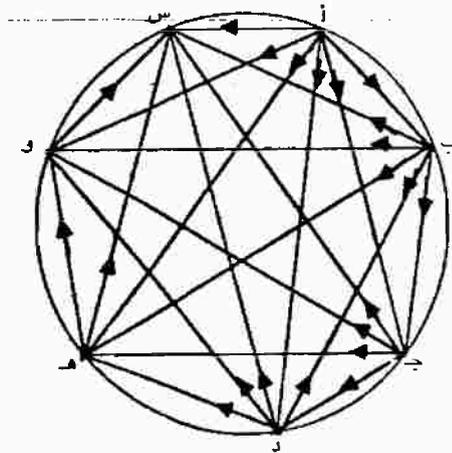
- ٣- أن تقود الطالب إلى مشكلات أخرى أكثر عمومية من هذه المشكلة .
- ٤- أن تحتوى بيانات يمكن تنظيمها في جدول أو رسمها في شكل تخطيطي
- ٥- يمكن حلها بواسطة الرسوم التوضيحية أو التخطيطية .
- ٦- تلمس اهتمامات الطلاب وميولهم وتشجيعهم للوصول إلى الحل .
- ٧- يمكن حلها من خلال التعرف على قانون أو قاعدة معينة .
- ٨- لها إجابة شيقة وممتعة لكل من الطالب والمعلم .

مثال ( ١ ) : المشكلة : افترض أن هناك سبعة أفراد حضروا حفلة وأن كل فرد سلم على كل الحاضرين مرة واحدة ، كم عدد السلامات التي تمت في هذه الحفلة ؟  
الاستراتيجيات العامة

- ١- البحث عن قاعدة .
  - ٢- تحل مشكلة أبسط ( التبسيط ) .
  - ٣- تنظيم البيانات ( القائمة المنظمة ) .
- الاستراتيجية المعينة

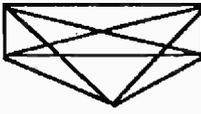
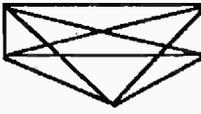
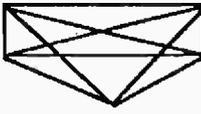
- ١- استخدام الرسوم التخطيطية .
- ٢- استخدام الجداول .

الحل : استخدم الدائرة المبينة كتمثيل للمشكلة حيث تعبر كل نقطة عن كل فرد . وتمثل الخطوط بين النقاط عدد السلامات بين الأفراد وتمثل الأسهم اتجاه السلام  
أ \_\_\_\_\_ ب وعدد الأسهم = عدد السلامات .

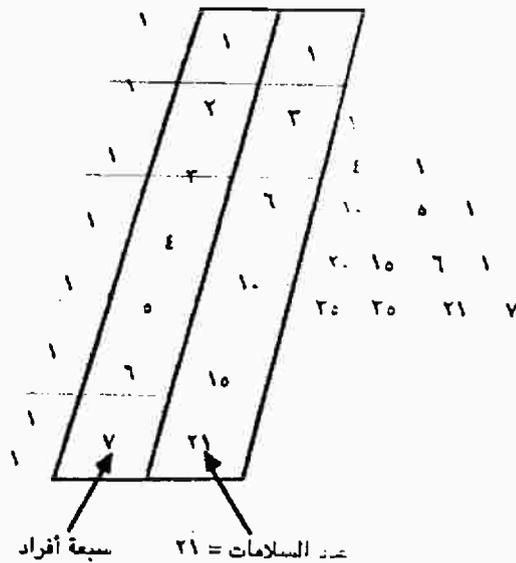


لاحظ أن الشخص "أ" قد سلم على ستة أفراد والشخص "ب" سلم على "٥"

ومكذا فيكون المجموع = ١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٦ = ٢١

عدد السلامات	الشكل	عدد النقاط (الأشخاص)
١		٢
٢		٣
٣		٤
٤		٥
٥		٦
٦		٧
٧		

الحل ( ٣ ) بعد هذه الأمثلة والتمارين تلاحظ أن عدد السلامات = ٢١ .  
 باستخدام مثلث باسكال :



التعميم

١- إن كان عدد السلامة م فإن م = ن ق حيث ن عدد الأفراد ..

$$m = n(n-1)$$

$$m \cdot 2 = n^2 - n$$

٢- طريقة أخرى باستخدام المتسلسلات ، لاحظ أن الحدود هي ١ ، ٢ ، ٣ ، ٦ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢١ ، ٢٨ ، ..

$$\text{والحد العام لهذه المتسلسلة ممكن اكتشافه } 1 - \frac{n^2}{2}$$

٣- إذا كانت " م " عبارة عن عدد السلامة ، " ن " عدد الأفراد أوجد عدد السلامة في حالة ن = ١٠ ، ن = ٢٠ ، ن = ١٠٠ .

٤- أوجد عدد السلامة إن كان عدد الأفراد ١٥ .

أمثلة لمشكلات ممكن استخدامها في حصص الرياضيات

١- ما هي حالات توزيع ٢٥ قطعة من الشيكولاته بين ثلاث أفراد بشرط حصول

كل فرد على الأقل على قطعة واحدة ؟

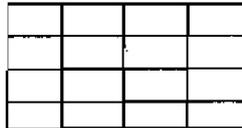
٢- إذا كان أ ب ج د هـ

$$\frac{4 \times}{\text{هـ د ج ب أ}}$$

فإن أ = \_\_\_ ، ب = \_\_\_ ، ج = \_\_\_ ، د = \_\_\_ ، هـ = \_\_\_

حيث أ ، ب ، ج ، د ، هـ أعداد طبيعية موجبة ١٠ .

٣- كم عدد المربعات في الشكل ؟



٤- حل المعادلة الأسية الآتية :  $3^x + 3^{x-3} = 5$

ولقد ذكر كثير من الباحثين بعض الاستراتيجيات الهامة في حل المشكلة والتي من الممكن أن يستخدمها مدرسي الرياضيات في هذا الخصوص .

ذكر ويتلى " Wheatley, 1980 " أحد الاستراتيجيات التدريسية في حل المشكلة وتلخص هذه الطريقة في الخطوات التالية :

- ١- اقرأ المشكلة بدقة .
- ٢- أعد صياغة المشكلة بلغتك أنت .
- ٣- قسم المشكلة إلى عناصرها وحدد ما هو معطى وما هو مطلوب ؟
- ٤- حاول الوصول إلى الحل بالتقريب .
- ٥- استخدم طريقة أخرى للحل إن فشلت الطريقة الأولى .
- ٦- ابحث عن قاعدة أو قانون معين .
- ٧- أعد قائمة بالبيانات التي توصلت إليها .
- ٨- نظم تلك البيانات في جدول لتتضح العلاقة بشكل أفضل .
- ٩- استخدم جميع المعلومات المتاحة .
- ١٠- اكتب جملة أو صيغة رياضية للمشكلة بلغتك .
- ١١- راجع الحل والمشكلة ومدى ارتباط الاثنان .

وذكر شونفيلد " Schoenfield " استراتيجية أخرى مكونة من خمس خطوات :

- ١- ارسم شكلاً توضيحياً للمشكلة كلما أمكن .
- ٢- إذا عرضت لك مشكلة ذات متغيرات نونية ابحث عن طريقة الاستنتاج الرياضي كأسلوب للحل .

مثال : أوجد مجموع المتسلسلة :

$$\frac{1}{1+n} + \frac{1}{4 \times 3} + \frac{1}{3 \times 2} + \frac{1}{2 \times 1}$$

٣- استخدم البرهان غير المباشر في حالة عدم وضوح البداية الصحيحة .

مثال ( ١ ) : أثبت أن الأعداد الأولية لا نهائية .

مثال ( ٢ ) : أثبت أن ٢ عدد غير قياسي .

٤- أنظر إلى المشكلة مع استبعاد بعض المتغيرات مؤقتاً ثم حل المشكلة في شكلها البسيط ، ثم ارجع للمشكلة الأصلية وحاول تطبيق لحل في الحالة المبسطة على الحالة العامة .

مثال : إذا كان أ ، ب ، جـ ، د . ا. إثبت أن  $(1 - أ) (1 - ب) (1 - جـ)$   $(1 - د) = 1 - أ - ب - جـ - د$  .

٥- اختر أهدافاً جزئية في بداية الحل تتطور بعد ذلك إلى أهداف عامة بمعنى أنه يكفيك أن تصل في أول الأمر إلى حل جزء من المشكلة ثم تتطرق إلى حل باقى المشكلة .

مثال ( ١ ) :

$$\text{إثبت أنه كان } أ^2 + ب^2 + جـ^2 + د^2 = أ ب + ب جـ + جـ د + د أ$$

فإن  $أ = ب + جـ = د$  .

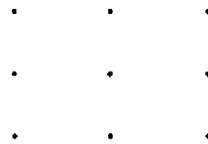
مثال ( ٢ ) :

إثبت أن كان أ ، ب ، جـ ، أعداد حقيقية موجبة وضح أن أى من الحدود الثلاثة الآتية

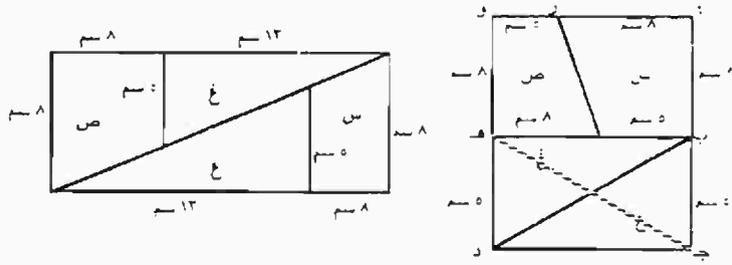
$$\text{لا تزيد قيمها عن } \frac{1}{4} أ (1 - ب) ، ب (1 - جـ) ، جـ (1 - أ)$$

أمثلة أخرى لمشكلات رياضية

١- ارسم أربع خطوط مستقيمة متصلة بين التسع نقط المبينة بشرط المرور على كل نقطة مرة واحدة .



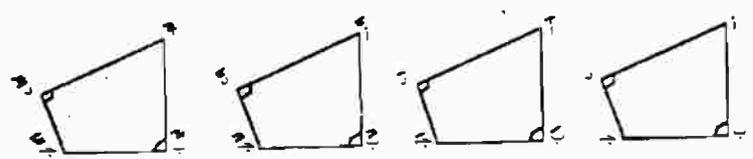
٣- فى هذا المربع الذى طول ضلعه ١٣سم تم قصة طبقاً للخطوط الموضحة فى الشكل بحيث تم إنشاء المستطيل التالى . لاحظ أن مساحة المربع ١٦٩سم<sup>٢</sup> ومساحة المستطيل ١٦٨سم<sup>٢</sup> ما هو السبب ؟ اشرح ذلك بالتفصيل .



٣- باستخدام هذه الأشكال الأربعة

( أ ) أنشأ متوازي أضلاع .

( ب ) أنشأ مربع .



## أمثلة ودروس على استراتيجية الأهداف

### الجزئية فى تدريس الرياضيات

#### الموضوع الأول

#### الضرب بمجرد النظر

#### الهدف

تهدف هذه الدروس إلى :

- 1- تعريف الطلاب بأسلوب حل المشكلة بشكل عام وبعض الأمثلة على ذلك .
- 2- التدريب على إجراء بعض عمليات الضرب بمجرد النظر كدروس تمهيدية لاستخدام استراتيجية الأهداف الجزئية فى حل بعض المشكلات الرياضية .
- الزمن : حصتان .
- العرض : بعد التقديم وشرح فكرة الطريقة وأهميتها وأهم الموضوعات التى سيتم مناقشتها وزرع استمارة المشكلة ( ١ ) .

#### مشكلة تدريسية ( ١ )

( أ ) بمجرد النظر دون استخدام الآلة الحاسبة

أو الضرب المطول أوجد مجموع أرقام ( ١١١١١١ ) ؟

- ومن خلال مناقشة الطلاب يتم تحديد ما هو معطى بالضبط وذلك من خلال قراءة العدد قراءة صحيحة والتأكد من تحقق الشروط . بعد ذلك يتم مناقشة المطلوب وهو ايجاد
- 1- مربع العدد ( ١١١١١١ ) .
  - 2- مجموع أرقام ناتج الضرب .

يوجه الطلاب إلى ضرورة البحث عن أمثلة أبسط ولكن على نفس النمط والشكل

وذلك من خلال التمارين الآتية :

( أ ) أوجد حاصل ضرب العدد ( ١١ ) فى نفسه ؟ وأوجد مجموع أرقام الناتج ؟

( ب ) أوجد حاصل ضرب العدد ( ١١١ ) فى نفسه ؟ وأوجد مجموع أرقام الناتج ؟

( جـ ) أوجد حاصل ضرب العدد ( ١١١١ ) فى نفسه ؟ وأوجد مجموع أرقام الناتج ؟

وخلال حل تلك التمارين المساعدة يمكن للطالب استخدام طريقة الضرب المطولة

ويوجه الطلاب إلى ضرورة تنظيم تلك البيانات في جدول كالتالي :

العدد	حاصل الضرب	مجموع أرقام الناتج
$2^2 (11)$	١٢١	٤
$2^3 (111)$	١٢٣٢١	٩
$2^4 (1111)$	٠٠٠٠	٠
$2^5 (11111)$	٠٠٠٠	٠

ومن خلال الحوار والمناقشة يتضح للطلاب العلاقة بين مجموع أرقام الناتج وعدد أرقام العدد وكذلك ترتيب الأرقام في حاصل الضرب . وبعد التأكد من فهم الطلاب لتلك الحلول الجزئية انتقلنا إلى حل المشكلة الأصلية وأوجدنا حاصل الضرب وهو ( ٣ ٢ ١ ٤ ٥ ٤ ٣ ٢ ١ ) ومجموع الأرقام = ٣٦ .

وبعد التأكد من حصول كل تلميذ على الإجابة المطلوبة طلبنا منهم إيجاد حاصل الضرب ومجموع أرقام الناتج في حالة سبعة أرقام وثمانية أرقام كنوع من تثبيت الاكتشاف المتوصل إليه .

انتقلنا بعد ذلك إلى مناقشة المشكلة التالية :

مشكلة تدرسية ( ٢ )  
 ( ب ) بمجرد النظر ودون استخدام  
 الضرب المطول أو الآلة الحاسبة أوجد  
 $9995 \times 9995$

بنفس الطريقة تم تهيئة أذهان الطلاب إلى ضرورة البحث عن مشكلات مشابهة لكنها أبسط ومن خلال حل تلك المشكلات الأبسط يمكن التعرف على طريقة حل المشكلة الأصلية . وقد تم استخدام التمارين المساعدة الآتية :

$$\begin{array}{cccccc} 195 & 125 & 115 & 95 & 35 & 25 & 15 \\ 195 \times & 125 \times & 115 \times & 95 \times & 35 \times & 25 \times & 15 \times \end{array}$$

ومن خلال الحصول على نواتج الضرب هذه باستخدام الضرب المطول وتوجيه نظر الطلاب إلى العلاقة بين ناتج الضرب والعدد ذاته وتقسيم الناتج إلى جزئين الأول

يحتوى (٢٥) والثانى باقى الناتج اتضح للطلاب العلاقة المبسطة . ثم طلب منهم حل المشكلة الأصلية مستخدمين ما اكتشفوه من علاقة من خلال تلك التمارين ثم التأكد من صحة استنتاجهم بإجراء عملية الضرب العادى . بعد التأكد من الحل والاكتشاف المتوصل إليه تم تعميم المشكلة على مواقف مشابهة .

$$1224 \quad 112 \quad 196 \quad 183$$

$$1226 \times \quad 118 \times \quad 194 \times \quad 187 \times \quad : \text{بمجرد النظر أوجد}$$

وبمناقشة الطلاب والاجابة عن الأسئلة : هل ينطبق الاكتشاف المتوصل اليه سابقاً

على مثل تلك الحالات ؟ وما العلاقة بين مثل هذه التمارين وما سبق شرحه ؟

ومن خلال الاجابة على مثل هذه الأسئلة وغيرها توصلنا إلى إجابات هذه التمارين

. تلى ذلك إعطاء بعض التمارين التأكيدية لتثبيت الاكتشافات المتوصل إليها .

ومع نهاية الدرس الثانى أعطيت الواجبات التالية :

أوجد نواتج كلاً مما يأتى دون استخدام الآلة الحاسبة أو الضرب بالطريقة المطولة .

$$( أ ) \quad = 99 \times 141$$

$$( ب ) \quad = 99 \times 343$$

$$( جـ ) \quad = 99 \times 2969$$

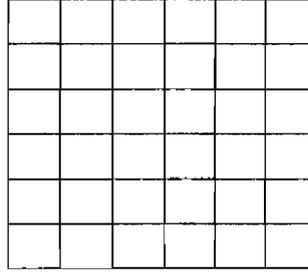
## الموضوع الثانی المربعات والمستطيلات

### الهدف

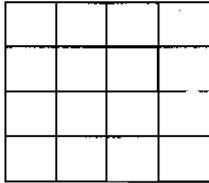
تهدف هذه الدروس إلى التدريب على استخدام استراتيجية الأهداف الجزئية في إيجاد عدد المربعات والمستطيلات لبعض الأشكال .  
- الزمن : حصتان .

- العرض : بعد التذكير بما تم عرضه في الحصص الماضية ، وجمع الواجبات المنزلية ومناقشتها يتم نموذج المشكلة ( ٣ ) .  
مشكلة تدريسية ( ٣ )

كم عدد جميع المربعات في هذا الشكل ؟



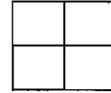
بعد مناقشة الطلاب وحوارهم والتأكد من مدى فهمهم للمشكلة والمطلوب حيث أسرع معظمهم ليقول أن عدد تلك المربعات ٣٦ - قام الباحث بتوضيح أن العدد أكبر بكثير وأوضح أمثلة لتلك المربعات المتداخلة . تلى ذلك توزيع استمارة مرسوم عليها الأشكال الآتية :



شكل (جـ)



شكل(ب)



شكل (أ)

والمطلوب إيجاد عد جميع المربعان في شكل من هذه الأشكال وبعد مناقشة الطلاب وحوارهم تم إعداد جدول كالتالي :

المجموع	عدد المربعات مربعات = ٥ وحدات	عدد المربعات مربعات = ٤ وحدات	عدد المربعات مربعات = ٣ وحدات	عدد المربعات مربعات = ٢ وحدات	عدد المربعات وحدة = ١ وحدة	الشكل
٥	—	—	—	١	٤	أ
١٤	—	—	١	٤	٩	ب
٣٠	—	١	٤	٩	١٦	جـ
٢٥	—	—	—	—	٢٥	د
—	—	—	—	—	—	هـ
—	—	—	—	—	—	و
—	—	—	—	—	—	ز

وبعد أن تم حل الأمثلة الثلاثة السابقة وتفريغ البيانات في الجدول السابق تم تكليف الطلاب برسم الشكل (٤) هو عبارة عن مربع منقسم إلى ٢٥ وحدة مربعة وطلب منهم إيجاد عدد تلك المربعات وكتابة البيانات في جدول .

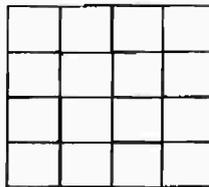
وجه بعد ذلك الطلاب إلى المشكلة الأصلية ( مربع منقسم إلى ٣٦ وحدة مربعة ) ثم أسأل الطلاب عن القاعدة أو القانون الذي يربط بين مجموع تلك المربعات وشكل المربع ووحداته وقد استنتجها الطلاب على النحو التالي :

عدد المربعات المكونة لـ " ن × ن " من الوحدات الجزئية هو :

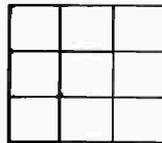
$$١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٦ + \dots + ن$$

وبعد ذلك طلب من الطلاب إيجاد عدد تلك المربعات في حالة المربع المنقسم إلى ٤٩ وحدة مربعة سواء بالعدد أو بالقانون العام السابق .

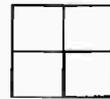
بعد ذلك نوقشت فكرة تعميم ذلك في حالة المستطيلات بمعنى هل يمكن إيجاد قاعدة أو قانون تربط عدد المربعات وعدد المستطيلات في أي مشابه لما سبق مناقشته ؟ وباعتبار أن كل مربع مستطيل عرضت التمارين التالية :



شكل ( جـ )



شكل ( ب )



شكل ( أ )



## الموضوع الثالث الأنظمة العددية

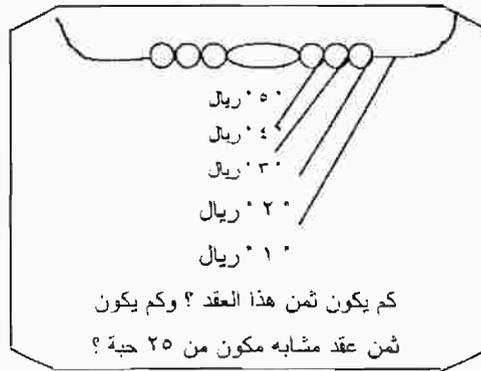
### الهدف

تهدف هذه الدروس إلى التدريب على استخدام استراتيجية الأهداف الجزئية في مواقف مختلفة بغض النظر عما سبق دراسته ( الأنظمة العددية ) .

- الزمن : حصتان .

- العرض : تم عرض نموذج المشكلة الآتى مع بداية الحصة الأولى .

مشكلة تدريسية ( ٤ )



وطلب من كل تلميذ شرح ما يراه ومعرفة ما هو معطى بالضبط وما هو مطلوب أولاً ، وما هو مطلوب ثانياً . وقد ترك الحرية للطلاب كل بطريقته لإيجاد ثمن العقد في الحالة الأولى وبعد التأكد من أن كل طالب حصل على الحل الصحيح ناقش الباحث الحلول المختلفة على السبورة ثم طلب من كل تلميذ حل المشكلة في الحالة الثانية سواء بالرسم أو بأى طريقة يراها الطلاب بعد ذلك طلب من كل تلميذ ذكر إجابته وتمت مناقشة الاجابات المختلفة والتأكد من أن كل طالب وصل للإجابة الصحيحة .

بعد ذلك عرض السؤال الثانى : أوجد مجموع أول مائة عدد فردى ؟ ومن خلال الحوار والمنقشة يتم العرف على ما هو مطلوب ومفهوم الطلاب للأعداد الفردية تلى ذلك سؤال الطلاب عن :

( أ ) ايجاد مجموع أول عشرين فرديين .

( ب ) ايجاد مجموع أول ثلاثة أعداد فردية .

( ج ) ايجاد مجموع أول أربعة أعداد فردية .

وقد تم تنظيم البيانات المتحصل عليها في جدول كالتالى :

المجموع	المكونات	
٤	مجموع أول عددين فرديين ٣ + ١	( أ )
٩	مجموع أول ثلاثة أعداد فردية ٥ + ٣ + ١	( ب )
١٦	مجموع أول أربعة أعداد فردية ٧ + ٥ + ٣ + ١	( جـ )
٢٥	مجموع أول خمسة أعداد فردية ٩ + ٧ + ٥ + ٣ + ١	( د )
٣٥	مجموع أول عشرة أعداد فردية	( هـ )
٥٥	مجموع أول خمسون عدداً فردياً	( و )
٩٠٠	مجموع أول مائة عدد فردى	( ز )

ومن خلال ملاحظة العلاقة بين عدد الأعداد الفردية المراد ايجاد مجموعها

والمجموع يكتشف الطلاب العلاقة الآتية :

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n + 1) = n^2$$

حيث " م " هو عدد الأعداد الفردية المراد جمعها بدأ من أولها .

وبعد أن تأكدنا من أن غالبية الطلاب وصلوا إلى الحل المطلوب للسؤال الرئيسى تم

عرض السؤال التالى :

وبنفس الطريقة تم توجيه الطلاب لاكتشاف قانون جمع الأعداد الزوجية والحصول

$$\text{على إجابة السؤال السابق وهي } \frac{(101)(100)}{2} = (5050)$$

تلى ذلك تحديد الواجبات المنزلية الآتية لتثبيت الاكتشافات المتوصل إليها ولمزيد من

التدريب على الطريقة المستخدمة فى الحل .

١- أوجد مجموع أول مائة عدد طبيعى .

٢- أوجد مجموع الأعداد :  $2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^n$

٣- أوجد مجموع الأعداد :  $3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^n$

## الموضوع الرابع الاحتمالات

### الهدف

- تهدف هذه الدروس إلى التدريب على استخدام استراتيجية الأهداف الجزئية من خلال ايجاد احتمالات ترتيب مجموعة من الأعداد للوصول إلى حل بعض المشكلات .
- الزمن : حصتان .
  - العرض : بعد مراجعة الواجبات المنزلية والتأكد من أن كل طالب وصل إلى الإجابات الصحيحة والمطلوبة وطريقة الحل . تم توزيع المشكلة التالية :

### مشكلة تدريسية

أراد أحد الأشخاص عمل مشتل على شكل مستطيل في حديقة منزله بجانب سور منزله كما هو مبين فماذا كان ليه " ١٠٠ " متر من سلك الأسوار كم تكون أبعاد ذلك المستطيل بحيث يحصل على أكبر مساحة ممكنة .



- بعد التأكد من أن كل الطلاب فهموا المشكلة بالضبط وما هو المطلوب ؟ وما هو معطى ؟ وزع عليهم الجدول التالي لتكلمته .

المساحة	العرض ( بعد واحد )	العرض ( بعدين )	المساحة	الطول ( بعد واحد )	العرض ( بعدين )
..	..	١٥	٩٨	٩٨	١
..	٦٥	..	١٩٢	٩٦	٢
..	٦٠	..	٢٨٢	٩٤	٣
..	..	٢١	٣٦٨	٩٢	٤
..	..	٢٣	..	..	٥
..	..	٢٤	..	..	٦
..	..	٢٥	..	..	٧
..	..	٢٦	..	..	١٠
..	..	٣٠	..	..	١٢

وبإكمال هذا الجدول استنتج الطلاب أن أكبر مساحة = ١٢٥٠ وتتعلق بالأبعاد ٢٥٠ ، ٥٠ .

بعد الانتهاء من هذه المشكلة والتأكد من أن كل طالب فهم الطريقة والحل يتم الانتقال إلى المشكلة الخامسة المشابهة للمابقة في طريقة الحل وإن اختلفت عنها في الصياغة .

#### مشكلة تدريسية ( ٦ )

شاهد أحمد في المطار " ٣٦ " طائرة منها ست طائرات لها أربع محركات والباقي إما بمحرين أو ثلاث محركات فإذا كان عدد جميع المحركات " ١٠٠ " محرك كما طائرة لها محركين ؟ وكم طائرة لها ثلاثة محركات ؟

وبعد مناقشة الطلاب والتأكد من إدراكهم وفهمهم للمشكلة وتحديد ما هو معطى وما هو مطلوب وزع على الطلاب الجدول التالي لتكتملته للوصول إلى الحل المطلوب من خلال إيجاد احتمالات توزيع " ٣٠ " عدداً بين مجموعتين .

عدد المحركات	عدد الطائرات	٣ محركات	مركبين	٤ محركات	عدد المحركات	عدد الطائرات	مركبين	٣ محركات	٤ محركات
	٣٦	١٠	٢٠	٦	٨٥	٣٦	١	٢٩	٦
	٣٦	٥	٢٥	٦	٨٦	٣٦	٢	٢٨	٦
		٠٠	٠٠	٦	٨٧	٣٦	٣	٢٧	٦
		٠٠	٠٠	٦			٥	٢٥	٦
		١٥	١٥	٦			٠	٠٠	٦
		١٦	١٤	٦			٠	٠٠	٦
		١٤	١٦	٦			٠٠	٠٠	٦
				٦			١٢	١٨	٦
				٦			١٣	١٧	٦
				٦			١٧	١٣	٦
				٦			١٦	١٤	٦

وبإكمال هذا الجدول خطوة خطوة وحساب عدد المحركات في كل حالة تم التوصل إلى أن عدد الطائرات ذات المحركين ١٤ طائرة وعدد الطائرات ذات الثلاث محركات هو ١٦ .

وبحصول كل تلميذ على الحل الصحيح انتهت الحصة الثانية وتم تحديد الواجبات المنزلية الآتية :

- ١- باستخدام معادلات الدرجة الأولى في متغيرين حل كلاً من المشكلتين السابقتين دون استخدام الجداول السابقة ؟

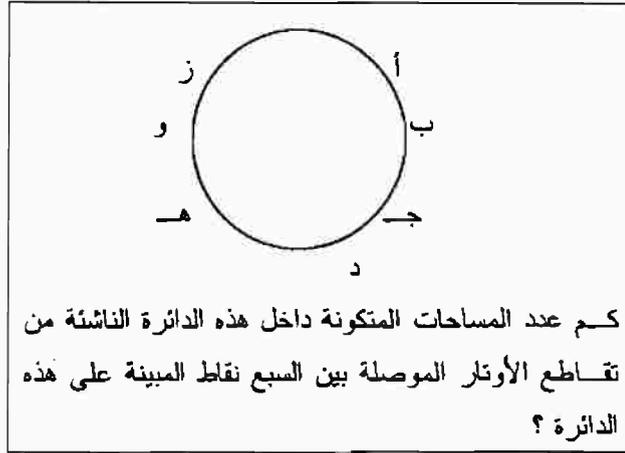
## الموضوع الخامس

### الدائرة

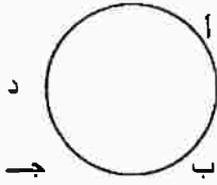
#### الهدف

- ١- التدريب على استخدام استراتيجية الأهداف الجزئية في ايجاد عدد المساحات المنفصلة ( غير المتداخلة ) المتكونة داخل دائرة من تقاطع الأوتار الموصلة بين عدد من النقاط على محيط هذه الدائرة .
- ٢- التدريب على عدم إصدار أحكام أو تعميمات دون ملاحظة عدد كافٍ من الأسئلة والتمارين .
- الزمن : حصتان .
- العرض توزيع نموذج المشكلة السادسة التالي :

#### مشكلة تدريسية ( ٧ )

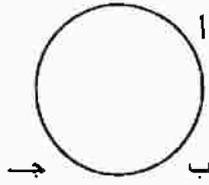


بعد التأكد من فهم الطلاب للمشكلة والمطلوب ،وقيامهم ببعض المحاولات التجريبية لاجاد المطلوب ، طلب من كل تلميذ رسم الدوائر الآتية وايجاد عدد المساحات المتكونة على النحو التالي :



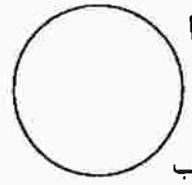
عدد النقط : ٤

عدد المساحات : ٨



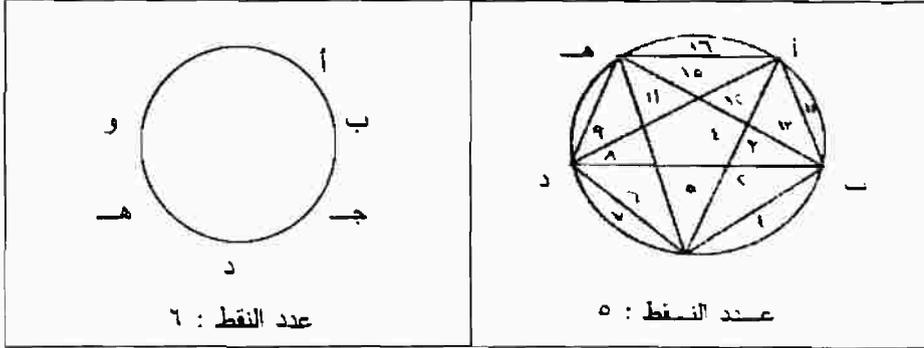
عدد النقط : ٣

عدد المساحات : ٤



عدد النقط : ٢

عدد المساحات : ٢



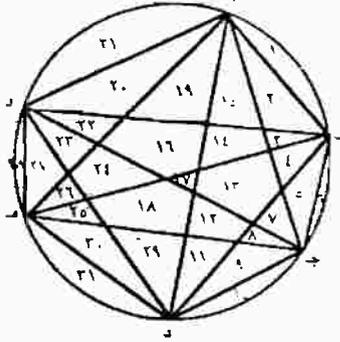
عدد المساحات : ؟

عدد المساحات : ١٦

ومن خلال حل التمارين الأربعة السابقة طلب من الطلاب ايجاد المساحات في الحالة الأخيرة ( ست نقاط ) دون القيام بالرسم ومن خلال ملاحظة البيانات والنتائج المبينة في الجدول التالي :

عدد النقط	٢	٣	٤	٥	٦	٧
عدد المساحات : ؟	٢	٤	٨	١٦	؟	؟

وقد تسرع غالبية الطلاب فكتبوا أن عدد تلك المساحات " ٣٢ " وهنا طلب من الطلاب القيام برسم الدائرة التالية وعدد المساحات بدلاً من استنتاجها للتأكد من مدى صحة استنتاجهم .



عدد النقط : ٦

عدد المساحات : ٣١

وعليه اتضح للطلاب مدى تسرعهم في الاستنتاج غير الصحيح من مجرد ملاحظة وحل عدد كاف من التمارين .

وقد بدأ التساؤل هل هناك قانون يربط عدد النقط (ن) على محيط الدائرة وعدد تلك المساحات غير القانون (2ن-1) الذي ثبت عدم صحته في حالة (ن = 6) .

وقد تم متابعة العمل والحوار والمناقشة ومحاولة ربط النتائج بعضها ببعض حتى تم التوصل إلى القانون التالي

إذا كانت " ن " عدد النقط على دائرة فإن عدد تلك المساحات هو :

$$1 + \frac{N(N-1)}{1 \times 2} + \frac{N(N-1)(N-2)(N-3)}{1 \times 2 \times 3 \times 4}$$

وبعد اكتشاف ذلك القانون تم تطبيقه في حالة (ن = 7)

$$57 = \frac{(4)(5)(6)7}{1 \times 2 \times 3 \times 4} + \frac{(6)7}{2} + 1 = \text{عدد المساحات}$$

بعد حساب عدد المساحات من القانون تم رسم دائرة وعليها سبع نقاط ( المشكلة الأصلية ) وحسب عدد تلك المساحات والتأكد من أن عددها الفعلي ٥٧ مساحة تلي تكرار نفس العمل في حالة ثمانى نقاط وإيجاد عدد تلك المساحات بالقانون وبالعد على الرسم . ثم حددت الواجبات المنزلية .

- ارسم دائرة وعليها تسع نقاط أوجد عدد المساحات المتكونة بطريقتين مختلفتين .

## مراجع الفصل

### المراجع العربية

- ١- إبراهيم بسيونى عميرة ، فتحى الديب ، تدريس العلوم والتربية العلمية ، دار المعارف ، القاهرة ، ١٩٧٣ .
- ٢- أحمد الخطيب ورداح الخطيب : اتجاهات حديثة فى التدريس ، مطابع الفردوق ، الرياض ، ١٩٨٦ .
- ٣- رونالد هايمان ، ترجمة ابراهيم الشافعى ، طرق التدريس ، مطبعة جامعة الملك سعود ، الرياض ، ١٩٨٣ .

4- Bruner, J. Toward a Theory of Instruction New York : W. W. Nurton & Company INC. 1966 .

5- Callahan, J. & Clark, L. Teaching in the Middle and Secondary School . 2nd Ed. New York Macmillan Pul. Co. INC. 1982.

6- Clark, L. Teaching Social Studies in Secondary School. New York Macmillan Pub Co. INC. . 1973 .

7- Dalton, L... Aplan for Incorporating problem solving throughout the Advanced Algebra Curriculum in the NCTM, 1985. Year Book. The Scondary School Mathematics Curriculum NCTM, Reston, Virginia. 1985.