الفصل العاشر

تأمينات رؤوس الأموال
Assurances de Capitaux

يهتم الفصل الحالي أساسا بالتغطية في حالة الوفاة، ففي الفصل السابق وجب صرف دخل للمستفيدين بينما في هذا الفصل سوف يصرف لهم مبلغ في حالة وفاة المؤمن له خلال فترة الضمان. كما سيتم حساب العلاوة الوحيدة (UP) بنفس الطريقة المبينة في الفصل السابق أي بالاعتماد على اسلوب التوقع الرياضي. وهذا المفهوم تم التطرق إليه في الفقرة (17.3.3).

في حالة تحديد الفترة مسبقا فإن التأمين سيكون مؤقتا. أما في صورة وجود فترة ترقب قبل بداية تطبيق الضمان فإن التأمين يسمى تأمينا مؤجلا. في الغالب يقوم المؤمن بصرف المبلغ المحدد في العقد في نهاية السنة التي توفي خلالها المؤمن له. وهو ما يأخذ به في احتساب القيم الحالية.

مثال رقم (1): يوجب عقد التأمين المبرم بين إحدى الشركات وأحد عملائها صرف مبلغ 50000 € إذا فقدت المؤمن لها حياتها في تمام الأربعين من عمرها. تبلغ المؤمن لها حاليا 30 سنة.أوجد العلاوة الوحيدة (UP) المطلوب تسديدها من العميلة باستخدام جدول الوفاة في الملحق ونسبة فائدة 3%.

الحل

في حالة الوفاة قبل الأربعين لا يوجد أي تعويض. وفي صورة وفاة العميلة في سن الأربعين. فالمبلغ سوف يصرف في نهاية سنة الوفاة، أي بعد 11 سنة. وبالتالي فإن العلاوة الوحيدة (UP) تحسب كما يلي:

$$UP = 50'000v^{11}\frac{d_{y+n}}{l_y} = 50'000v^{11}\frac{d_{40}}{l_{30}}$$

أي:

$$UP = 50'000v^{11}\frac{l_{40}-l_{41}}{30} = 35{,}95€$$

مثال رقم (2): ينص عقد التأمين المبرم بين شركة التأمين وأحد عملائها على صرف مبلغ 500 ف.س في حالة وفاة المؤمن له وعمره x خلال الثلاث سنوات القادمة.ما هي العلاوة الوحيدة المطلوبة على العميل لكي يستفيد من هذه التغطية؟

الحل

بما أن العلاوة الوحيدة (UP) هي متغير عشوائي، فإنها تكتب على النحو التالي:

$$UP = 500v\frac{d_x}{l_x} + 500v^2\frac{d_{x+1}}{l_x} + 500v^3\frac{d_{x+2}}{l_x}$$

أي:

$$UP = 500\sum_{t=0}^{2} v^{t+1}\frac{d_{x+t}}{l_x}$$

الرموز:

نستخدم حرف A بدلا من a لكتابة القيم الحالية لرؤوس الأموال.

مثال: A_x ، $A_{x\overline{n}|}$. وسوف نستعرض في الفقرات القادمة الرموز المستخدمة حسب نوعية التغطية التأمينية. عند حساب القيم الحالية لرؤوس الأموال فإن مفاهيم ما

قبل العدْ وٰما بعد العدْ سوف تزول حيث إن المبلغ المتحصل عليه من المؤمن يتم صرفه دائما في نهاية السنة التي توفي فيها المؤمن له. لكن بعض الشركات تقوم بصرف المبلغ على إثر الوفاة مباشرة. في هذه الحالة، يفترض أن تتم العمليات الحسابية على أساس أن الوفاة حدثت في وسط السنة. وبالتالي فإن ذلك سيكون له تأثير على معامل الخصم فحسب.

مثال: ينص عقد التأمين المبرم بين شركة التأمين وأحد عملائها على صرف مبلغ 500 ف.س من قبل الشركة في حالة وفاة المؤمن له وعمره x خلال الثلاث سنوات القادمة.ما هي العلاوة الوحيدة المطلوبة على العميل لكي يستفيد من هذه التغطية، إذا تقرر صرف المبلغ مباشرة بعد حادث الوفاة؟

الحل

$$UP = 500v^{0.5}\frac{d_x}{l_x} + 500v^{1.5}\frac{d_{x+1}}{l_x} + 500v^{2.5}\frac{d_{x+2}}{l_x}$$

وهو ما يمكن كتابته كذلك على النحو التالي:

$$UP = 500\sum_{t=0}^{3} v^{t+0.5}\frac{d_{x+t}}{l_x}$$

(10.1) تركيبات كلاسيكية

النماذج الأكثر استخداما في تأمين رؤوس الأموال هي: التأمين لمدى الحياة، التأمين المؤقت أو المؤجل وخاصة التأمين المختلط.

(10.1.1) تأمين على رأس مال في حالة الوفاة

المبلغ يتم صرفه في حالة الوفاة خلال فترة حياة المؤمن له. المبلغ يتم صرفه إذا في كل الحالات.

الرموز:

A_x:القيمة الحالية (UP) لرأس مال وحدة يصرف عند وفاة المؤمن له.

القاعدة الكاملة

$$A_x = v\frac{d_x}{l_x} + v^2\frac{d_{x+1}}{l_x} + v^3\frac{d_{x+2}}{l_x} + \cdots + v^{w-x+1}\frac{d_w}{l_x} \qquad (10.1)$$

القاعدة المختصرة

$$A_x = \sum_{t=0}^{w-x} v^t \frac{d_{x+t}}{l_x} \qquad (10.2)$$

مثال: ما هي العلاوة الوحيدة (UP) لرأس مال مدى الحياة عند الوفاة قدره 100000 ف.س لمؤمن له عمره x؟

الحل

العلاوة الوحيدة أو القيمة الحالية تكتب على النحو التالي:$100'000A_x$.

(10.1.2) رأس مال مؤقت عند الوفاة

رأس المال لا يصرف إلا في حال حدوث الوفاة خلال n سنوات القادمة.

الرموز:

${}_{|n}A_x$: القيمة الحالية (UP) لرأس مال يصرف عند وفاة المؤمن له إذا حدث ذلك خلال n سنوات القادمة.

القاعدة الكاملة

$${}_{|n}A_x = v\frac{d_x}{l_x} + v^2\frac{d_{x+1}}{l_x} + v^3\frac{d_{x+2}}{l_x} + \cdots + v^n\frac{d_{x+n+1}}{l_x} \qquad (10.3)$$

القاعدة المختصرة

$${}_{|n}A_x = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1}\frac{d_{x+t}}{l_x} \qquad (10.4)$$

obeikandl.com

مثال: ينص عقد التأمين المبرم بين شركة التأمين وأحد عملائها على صرف مبلغ 35000 € من قبل الشركة في حالة وفاة المؤمن له وعمره 40 سنة خلال العشرين سنة القادمة.ما هي العلاوة الوحيدة المطلوبة على العميل لكي يستفيد من هذه التغطية؟

الحل

$$UP = 35'000_{|n}A_x$$

(10.1.3) رأس مال مؤجل عند الوفاة

لا يتم صرف رأس المال إلا بعد مرور فترة زمنية قدرها k غير مضمونة.يمكن لرأس المال أن يكون لمدى الحياة أو لفترة مؤقتة كما هو مبين في القوانين التالية:

الرموز:

$_{k|}A_x$ القيمة الحالية (UP) لرأس مال وحدة يصرف عند وفاة المؤمن له إذا حدثت الوفاة بعد k سنة.

$_{k|\,n}A_x$ القيمة الحالية (UP) لرأس مال وحدة يصرف عند وفاة المؤمن له إذا حدثت الوفاة بعد k سنة وخلال الـ n سنة التي تلي الـ k سنوات الأوائل للوفاة.

رأس مال مؤجل:

$$_{k|}A_x = \sum_{t=k}^{w-x} v^{t+1} \frac{d_{x+t}}{l_x} \qquad (10.5)$$

رأس مال مؤجل ومؤقت:

$$_{k|\,n}A_x = \sum_{t=k}^{k+n-1} v^{t+1} \frac{d_{x+t}}{l_x} \qquad (10.6)$$

العلاقة التالية تربط بين التغطية لمدى الحياة والتغطية المؤقتة والمؤجلة:

$$A_x = {}_{n|}A_x + {}_{n|}A_x \qquad (10.7)$$

مثال: اكتب العبارة التالية باستخدام الرموز الأكتوارية:

$$UP = 50'000v^{11}\frac{d_{40}}{l_{30}} + 50'000v^{12}\frac{d_{41}}{l_{30}}$$

الحل

$$UP = 50'000_{10|}\,{}_2A_{30}$$

(10.1.4) رأس مال في حالة البقاء على قيد الحياة

يقوم رأس المال في حالة البقاء على قيد الحياة بدور مهم جدا، وخاصة في التأمينات المختلطة التي سنتطرق إليها لاحقا.

الرمز:

${}_nE_x$:القيمة الحالية (أو UP) لرأس مال وحدة يصرف في حال بقاء المؤمن له على قيد الحياة خلال n سنة.

القاعدة

$$ {}_nE_x = v^n\frac{l_{x+n}}{l_x} \qquad (10.8)$$

مثال: ينص عقد التأمين المبرم بين شركة التأمين وأحد عملائها على أن تصرف الشركة مبلغ 100000 € إلى العميل الذي يبلغ من العمر 40 سنة في حال بقائه على قيد الحياة إلى سن 65. اكتب العلاوة الوحيدة (UP) لصورة هذا العقد باستخدام رمز أكتواري.

الحل

$$UP = 100'000_{25}E_{40}$$

(10.1.5) التأمينات المختلطة

هي تركيبة مختلفة من التأمينات حيث يتم مزج عقد التأمين المؤقت في حالة الوفاة مع عقد التأمين في حالة البقاء على قيد الحياة. عمليا يمكن لرأس المال في حالة الوفاة أن يكون مختلفا على رأس المال في حالة الوفاة. يجب -إذن- التعامل مع رأس المال في حالة البقاء على قيد الحياة ورأس المال في حالة الوفاة كل على حدة لكل مبلغ مؤمن.

الرمز:

$A_{x:\overline{n}|}$: القيمة الحالية (UP) لرأس مال وحدة يصرف في حالة وفاة المؤمن له خلال n سنة القادمة أو في حال بقاء المؤمن له على قيد الحياة عند نهاية الفترة.

القاعدة

$$A_{x:\overline{n}|} = {}_{n}A_x + {}_{n}E_x \qquad (10.9)$$

العلاقة التالية تربط بين دخل عمري مؤقت وتأمين مختلط:

$$A_{x:\overline{n}|} = 1 - d\ddot{a}_{x:\overline{n}|} \qquad (10.10)$$

مثال: إذا علمت أن $\ddot{a}_{20:\overline{2}|}$=1.969354 من خلال جدول الوفاة المرفق في الملحق، أوجد قيمة الرمز $A_{20:\overline{2}|}$. استخدم نسبة فائدة تساوي 3%.

الحل

بما أن $d = \frac{i}{i+1} = \frac{0.03}{1.03} = 0.0291262$ إذاً:

$$A_{20:\overline{2}|} = 1 - 0.0291262 \times 1.969354 = 0.94264$$

(10.2) تأمين على الوفاة لشخصين

نميز التأمينات على الوفاة الأولى (الشخص الأول) من التأمينات على الوفاة الثانية (الشخص الثاني).

الرموز:

A_{xy}: القيمة الحالية (UP) لرأس مال مدفوع في حال حدوث الوفاة الأولى.

$A_{\overline{xy}}$: القيمة الحالية (UP) لرأس مال مدفوع في حال حدوث الوفاة الثانية.

نستخدم القواعد المتعلقة بتأمين رأس مال لشخص واحد بتوظيفها على حالة الشخصين لكي تصبح مثلا كما يلي:

$$A_{xy} = \sum_{t=0}^{w-x} v^{t+1} \frac{d_{x+t:y+t}}{l_{xy}} = \sum_{t=0}^{w-x} v^{t+1} \frac{l_{x+t}l_{y+t} - l_{x+t+1}l_{y+t+1}}{l_{xy}}$$

$$A_{\overline{xy}:\overline{n}|} = A_{x:\overline{n}|} + A_{y:\overline{n}|} - A_{xy:\overline{n}|}$$

(10.3) تمارين

1- تعهدت مؤسسة تأمين بدفع مبلغ 15000 € حين يتوفى المؤمن له. اكتب عبارة (UP) لهذا العقد.

2- تعهدت مؤسسة تأمين بدفع مبلغ 15000 € إلى مؤمن له يبلغ من العمر 28 عاما وذلك عند وفاته قبل بلوغه سن 65 عاما. اكتب عبارة (UP) لهذا العقد.

3- تعهدت مؤسسة تأمين بدفع مبلغ 15000 € إلى مؤمن له يبلغ من العمر 28 عاما وذلك عند وفاته قبل بلوغه سن 65 عاما أو في حال بلوغه سن 65 عاما. اكتب عبارة (UP) لهذا العقد.

4- تعهدت مؤسسة تأمين بدفع مبلغ 10000 frs إلى مؤمن له يبلغ من العمر 30 عاما وذلك عند وفاته قبل بلوغه سن 40 عاما، و20000 frs إذا توفي بين 40

و50 عاما وأخيرا 15000 frs إذا بقي على قيد الحياة في سن 50 عاما.اكتب عبارة (UP) لهذا العقد.

5- من خلال جدول وفاة محدد ونسبة فائدة محددة حصلنا على القيم الحالية التالية التي تتضمن مؤمن له عمره 50 عاما ولفترة قدرها 10 سنوات:

$$A_{x:\overline{n}|} = 0.54312909 \quad \text{و} \quad \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 7.4856542$$

اعتمادا على العلاقة بين $\ddot{a}_{\overline{n}|}$ و $A_{x:\overline{n}|}$أوجد نسبة الفائدة المستخدمة.

6- إذا كانت $x = 100 - x$ حيث $0 \leq x \leq 100$و$i = 0.05$ احسب $A_{40:\overline{25}|}$

7- ■أثبت ما يلي: $A_{n|} = {}_nE_xA_{x+n}$

8- إذا كانت: $A_x = 0.25$ و $A_{x+20} = 0.40$و$A_{x:\overline{20}|} = 0.55$ احسب:

(أ) ${}_{20}E_x$.

(ب) ${}_{|20}A_x$.

9- استخدم جدول الوفاة المرفق في الملحق ونسبة فائدة 3% لإيجاد القيمة الحالية لرأس مال عند الوفاة ولمدى الحياة وذلك لرجل عمره 105 سنة.

10- ■ جدول الوفاة الافتراضي التالي يبين معدل الوفيات عند الذكور والإناث لمجموعة من الأعمار:

x	l_x	l_y
1	10	12
2	8	10
3	6	9
4	2	6
5	1	3
6	0	2

افترض كذلك أن نسبة الفائدة تساوي 10%.

(أ) أوجد A_y و $\ddot{a}_y$ لـ $y = 4$.

(ب) تأكد من المعادلة التالية باستخدام نتائج السؤال (أ):

$$A_y = 1 - d\ddot{a}_y$$

(جـ) احسب القيمة $A_{x:\overline{3}|}$ لـ $x = 2$ ، أوجد $\ddot{a}_{x:\overline{3}|}$.

(د) احسب القيمة الحالية لرأس مال في حالة البقاء على قيد الحياة لمؤمن له عمره سنتان.

(هـ) ليكن لدينا مؤمن له ومؤمن لها عمر كل منهما سنتان. احسب (UP) لرأس مال بقيمة 100 € ويصرف إذا بقي الزوجان على قيد الحياة إلى سن 5 سنوات.

(و) ليكن لدينا مؤمن له ومؤمن لها عمر كل منهما سنتان. احسب (UP) لرأس مال بقيمة 100 € ويصرف فقط في حالة بقاء y أو x على قيد الحياة إلى حين بلوغهما سن الخامسة. في المقابل لا يصرف أي مبلغ في حال بقاء الاثنين على قيد الحياة.

(ز) مؤمن له ومؤمن لها عمر كل منهما سنتان. احسب (UP) لرأس مال بقيمة 100 يصرف عند حدوث أول وفاة.

(ح) مؤمن له ومؤمن لها عمر كل منهما سنتان. احسب (UP) لرأس مال بقيمة 100 يصرف عند حدوث الوفاة الثانية.

11- ■ قدرت مؤسسة خسائرها المالية بمقدار 500000 frs لمدة ثلاث سنوات في حال وفاة مديرها العام. لذا قررت المؤسسة إبرام عقد تأميني مع إحدى شركات التأمين ينص على صرف مبلغ 500000 frs سنويا إلى المؤسسة لمدة ثلاث سنوات في صورة وفاة المدير العام خلال العشر سنوات القادمة. أوجد العلاوة الوحيدة (UP) لهذا العقد.