الفصل الثاني عشر

علاوات التأمين
Primes d'assurance

تحدد علاوات التأمين من خلال 3 عناصر هي: الفائدة، الخطورة، وكذلك التكلفة المتعلقة بإدارة العقد من طرف المؤمن. وترتبط العلاوات الصافية بالفائدة والخطورة فحسب. أما العلاوات الإجمالية التي تسمى أيضا العلاوات التسعيرية فيضاف إليها التكاليف الإدارية الأخرى. سوف نستعرض في هذا الفصل عدة أنواع من العلاوات.

(12.1) المفاهيم المختلفة للعلاوات

شكل التأمين وطريقة تمويله تؤدي إلى تعريف العلاوات الآتية:

- **العلاوة الوحيدة (UP)**. نجد هذا النوع من العلاوات أساسا في عقود تأمين على الدخل. تدفع هذه العلاوة الوحيدة عند إبرام العقد. وهي تمثل القيمة الحالية للخدمات (المبالغ) المؤمنة مستقبلا.
- **العلاوة السنوية (AP)** وهي تدفع عادة مسبقا (ما قبل العد) طالما المؤمن له باق على قيد الحياة ولمدة محددة.

- **العلاوة المجزأة (FP)** يمكن لمؤمن له أن يرغب في دفع علاوته مجزأة بالشهر، بربع السنة أو بنصف السنة. في هذه الحال نتحدث عن علاوة مجزأة.
- **العلاوة الصافية (PP)** وهي تساوي القيمة الحقيقية للخدمات المقدمة (المبالغ المستحقة للمؤمن له). وهي لا تأخذ في الاعتبار سوى الفائدة والخطورة. جميع العلاوات المحسوبة في الفصل السابق هي في حقيقة الأمر علاوات صافية.
- **العلاوة التجارية (CP)** تمثل العلاوة الصافية زائد مصاريف المؤمن.
- **العلاوة المتدرجة (GP)** يدفع المؤمن له طيلة نفاذ العقد نفس العلاوة مهما كان عمره ومهما كانت خطورة وفاته. وهي تحدد مرة واحدة في بداية التعاقد.
- **العلاوة المعاد حسابها سنويا (PRA)** في هذه الحالة يتم حساب العلاوة كل سنة مع الأخذ في الاعتبار عمر المؤمن له وخطر وفاته.
- **العلاوة المتوسطة (AP)** نجد هذا النوع من العلاوات عند التأمين الجماعي، حيث يدفع كل مؤمن على عكس التأمين الفردي مبلغا واحدا مهما كان عمره.

(12.2) قاعدة العمل الأساسية

تتمثل قاعدة العمل الأساسية لحساب العلاوات في حالة التأمين الفردي في الآتي:

$$\text{القيمة الحالية للخدمات} = \text{القيمة الحالية للعلاوات} \qquad (12.1)$$

نتحدث في هذه الحالة عن مبدأ المعادلة الفردية.

بينما في حالة التأمين الجماعي (صناديق المعاشات التقاعدية مثلا) يطبق هذا المبدأ على مستوى إجمالي المؤمنين لهم. في هذه الحالة تمكننا قاعدة العمل التالية من حساب العلاوات:

$$\sum_{i=1}^{\text{عدد المؤمن لهم}} (\text{القيمة الحالية للخدمات}) = \sum_{i=1}^{\text{عدد المؤمن لهم}} (\text{القيمة الحالية للعلاوات}) \quad (12.2)$$

نتحدث في هذه الحالة عن مبدأ المعادلة الجماعية.

(12.3) العلاوات المختلفة

(12.3.1) العلاوات السنوية المتدرجة

لكي نستوعب جيدا مفهوم العلاوات السنوية المتدرجة لنأخذ المثال الآتي:

مثال: يرغب رجل عمره x في الحصول على رأس مال يساوي €1000 بعد عشر سنوات إن كان لايزال على قيد الحياة. في المقابل، فهو يتعهد بدفع علاوات سنوية (AP) مسبقة طيلة 5 سنوات. احسب العلاوة السنوية المتدرجة المطلوب دفعها لكل من الفرضيات التالية:

(أ) لا تستخدم الفائدة ولا الوفيات في العمليات الحسابية.

(ب) الفائدة فقط تستخدم في الحساب.

(جـ) الفائدة والوفيات يتم استخدامهما في العمليات الحسابية.

الحلول:

جميع الحالات يمكن تمثيلها على النحو التالي:

(أ) $PA + PA + PA + PA + PA = 1'000$ قاعدة العمل (12.1)

$5PA = 1'000$ إظهار

$PA = \frac{1'000}{5} = 200€$ القسمة على 5

(ب) $A + PAv + PAv^2 + PAv^3 + PAv^4 = 1'000v^{10}$ قاعدةالعمل (12.1)

$PA\,(1 + v + v^2 + v^3 + v^4) = 1'000v^{10}$ إظهار

$PA\ddot{a}_{\overline{5}|} = 1'000v^{10}$ اختزال

$PA = \frac{1'000v^{10}}{\ddot{a}_{\overline{5}|}}$ القسمة على $\ddot{a}_{\overline{5}|}$

(جـ) $PA\ddot{a}_{x:\overline{5}|} = 1'000\ {}_nE_x$ قاعدة العمل (12.1)

$PA = \frac{1'000\ {}_nE_x}{\ddot{a}_{x:\overline{5}|}}$ القسمة على $\ddot{a}_{x:\overline{5}|}$

(12.3.2) العلاوات المجزأة

يمكن للعلاوة أن تثقل كاهل المؤمن له حين يختار دفعها سنويا. في بعض الحالات يسمح للمؤمن له تسديد علاواته شهريا أو ربع سنويا أو نصف سنويا. تجزئة العلاوة السنوية يؤدي إلى:

- تسديد علاوة سنوية إجمالية أعلى.
- الترفيع في المصاريف الإدارية للمؤمن وهو ما يتم تحميله على المؤمن له عند تحديد السعر النهائي.

مثال: احسب العلاوة الشهرية المدفوعة مسبقا لتأمين رأس مال عند الحياة إلى سن 67 سنة وذلك باستخدام أعداد التبديلات المرفقة في الملحق. العلاوة تدفع طالما المؤمن له على قيد الحياة ولكن بحد أقصى 67 سنة. علما بأن عمر المؤمن له 42 سنة والمبلغ المؤمن: 200000 frs.

الحل

لتكن AP العلاوة السنوية، اعتمادا على مبدأ المعادلة، لدينا فترة تأمين تساوي: 67−42=25 سنة:

$$AP\ddot{a}_{42:\overline{25}|}^{(12)} = 200'000_{25}E_{42}$$

وهكذا تصبح العلاوة السنوية:

$$AP = \frac{200'000_{25}E_{42}}{\ddot{a}_{42:\overline{25}|}^{(12)}}$$

نحسب القيم المطلوبة في العبارة:

$$_{25}E_{42} = \frac{D_{67}}{D_{42}} = 0{,}387215$$

و

$$\ddot{a}_{42:\overline{25}|}^{(12)} = \frac{N_{42} - N_{67} - \frac{11}{24}(D_{42} - D_{67})}{D_{42}} = 16{,}791875$$

وبالتالي:

$$AP = \frac{200'000 \times 0{,}387215}{16{,}791875} = 4'611{,}93\ frs$$

وهو ما يعطينا علاوة شهرية تساوي: $\frac{4611{,}93}{12} = 384{,}33\ frs$

(12.3.3) العلاوات الصافية والتجارية

العلاوة التجارية (CP) تساوي العلاوة الصافية زائد مصاريف المؤمن:

$$\boxed{CP = PP + \text{مصاريف}} \qquad (12.3)$$

المصاريف يمكن أن توزع على النحو التالي:

α مصاريف واحدة متناسبة مع رأس المال المؤمن (مثال: عمولة اكتساب).

β مصاريف دورية متناسبة مع العلاوة التجارية (مثال: مصاريف تحصيل).

γ مصاريف دورية متناسبة مع رأس المال المؤمن (مثال: مصاريف إدارية).

مثال: ليكن لدينا تأمين مختلط على رأس مال على أن تتضمن العلاوات السنوية ما يلي: عمولات الاكتساب $\alpha = 2\%$، ومصاريف التحصيل $\beta = 2\%$ وكذلك مصاريف إدارية $\gamma = 0{,}2\%$. أوجد العلاوة التجارية لهذا التأمين.

الحل

بحسب مبدأ المعادلة الفردية نستطيع كتابة ما يلي:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = A_{x:\overline{n}|} + \alpha + \beta CP\ddot{a}_{x:\overline{n}|} + \gamma\ddot{a}_{x:\overline{n}|} \quad \text{قاعدة العمل(12.1)}$$

$$CP\,(\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \beta\ddot{a}_{x:\overline{n}|}) = A_{x:\overline{n}|} + \alpha + \gamma\ddot{a}_{x:\overline{n}|} \quad \text{إظهار}$$

$$CP = \frac{A_{x:\overline{n}|}+\alpha+\gamma\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}\,(1-\beta)} \quad \text{اختزال}$$

بالتعويض عن القيم نحصل على:

$$CP = \frac{A_{x:\overline{n}|}+0{,}02+0{,}02\times\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{0{,}98\times\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

(12.3.4) العلاوات المتدرجة والتي يعاد حسابها سنويا

العلاوات التي يعاد حسابها سنويا هي علاوات تدفع مرة واحدة وهي مخصصة لعقود مدتها سنة واحدة، بينما العلاوات المتدرجة تساوي متوسط العلاوات السنوية التي يعاد حسابها سنويا. المثال الآتي يوضح الفرق بين العلاوتين:

مثال: حدد رأس المال لتأمين مؤقت عند الوفاة مدته 3 سنوات بقيمة €10000، إذا علمت أن عمر المؤمن له هو 40 سنة، أوجد العلاوة الوحيدة (UP) والعلاوة السنوية (AP) وكذلك العلاوات السنوية التي يعاد حسابها (RAP) باستخدام التبديلات المرفقة في الملحق.

الحل

لنحسب أولا العلاوة الوحيدة ثم العلاوة السنوية:

$UP = {}_{|3}A_{40}$ قاعدة العمل(12.1)

$= 10'000\frac{M_{40}-M_{43}}{D_{40}} = 58{,}531€$ استخدام التبديلات

$AP = \frac{UP}{\ddot{a}_{40:\overline{3}|}}$ حيث $\ddot{a}_{40:\overline{3}|} = \frac{N_{40}-N_{43}}{D_{40}} = 2{,}90778$

وبالتالي:

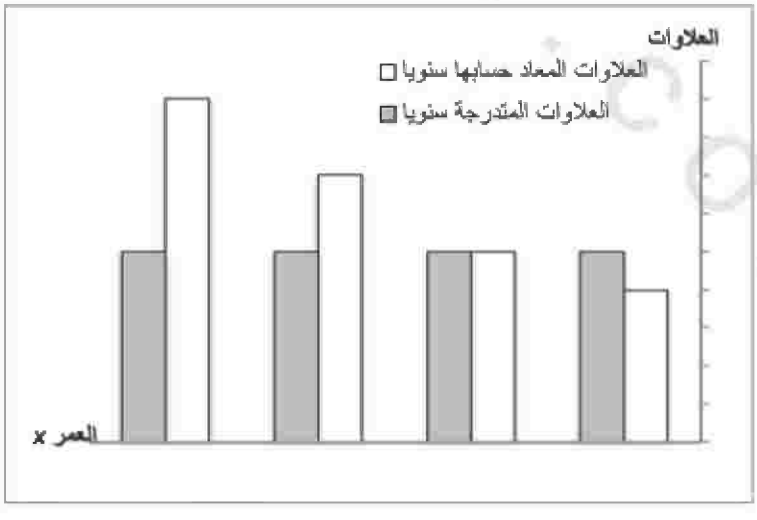
$$AP = \frac{58{,}531}{2{,}90778} = 20{,}13\ €$$

العلاوات التي يعاد حسابها سنويا في السن 40 و41 و42 هي:

$$RAP_{40} = 10'000\frac{M_{40}-M_{41}}{D_{40}} = 10'000q_{40}v = 19.98€$$

$$RAP_{41} = 10'000\frac{M_{41}-M_{42}}{D_{41}} = 10'000q_{41}v = 20.09€$$

$$RAP_{42} = 10'000\frac{M_{42}-M_{43}}{D_{42}} = 10'000q_{42}v = 21.40€$$



(12.3.5) العلاوات المتوسطة

في حالة التأمينات الجماعية (صناديق المعاشات التقاعدية مثلا)، نحسب عادة معدل علاوة موحد لجميع المؤمن لهم، فيمكن مثلا لعلاوة تقدر بـ 8% من راتب كل موظف أن تكون ضرورية لتمويل رواتب التقاعد. لتحديد العلاوة المتوسطة التي تنطبق على جميع المؤمن لهم نستخدم مبدأ المعادلة الجماعية (12.2).

مثال رقم (1): ليكن لدينا مؤمنان لهما من الذكور عمرهما على التوالي 20 و30 سنة، وسن تقاعدهما المرتقب هو 60 سنة. الدخل التقاعدي سوف يساوي 60% من الراتب. ولتمويل ذلك الدخل يقتطع من الراتب علاوات سنوية طالما بقي المؤمن لهما على قيد الحياة وبحد أقصى سن التقاعد.احسب العلاوة المتوسطة السنوية للمجموعة مستعينا بالجدول المرفق وأعداد التبديلات بالملحق:

المؤمن له	الراتب السنوي	العمر	فترة التأمين	الدخل التقاعدي السنوي
x_1	80'000 €	20	40 سنة	48'000 €
x_2	120'000 €	30	30 سنة	72'000 €
$\sum$	200'000 €			

الحل

المؤمن له	العلاوة	الدخل التقاعدي	n	x	$\ddot{a}_{x:\overline{n}\rceil}$	القيمة الحالية للعلاوات	${}_{n\rceil}\ddot{a}_x$	القيمة الحالية للدخل التقاعدي
x_1	P	€48000	40	20	23,156	23,156P	,8963	€187008
x_2	P	€72000	30	30	16,635	16,635P	,3225	€383184
					$\sum$	39,791P		€570192

وبالتالي:

$$P = \frac{570192}{39,791} = 14329,67€$$

وهذه العلاوة السنوية يتم تسديدها من قبل جميع المؤمن لهم وقد تم إيجادها على أساس راتب قاعدي يقدر بـ €200000. نستطيع الآن تحديد معدل العلاوة الموحدة للمجموعة:

معدل العلاوة $= \frac{14'329,67}{200'000} = 0,071648 \approx 7,16\%$

العلاوة السنوية لأول مؤمن له تقدر بـ:

$$80'000 \times 7,16\% = 5'728€$$

والعلاوة السنوية لثاني مؤمن له هي:

$$120'000 \times 7,16\% = 8'592€$$

مثال رقم (2): (تكملة للمثال الأول) التحق مؤمنان لهما جديدان إلى المجموعة. الأول عمره 20 سنة ويحصل على راتب سنوي يقدر بـ 80000 €. أما الثاني وعمره 30 سنة فيحصل على راتب سنوي يقدر بـ€120000. ما هي مساهمات هذه الشخصين بعد دخولهما للمجموعة؟

الحل

سوف يدفع المؤمنان لهما الجديدان نفس معدل العلاوة التي يدفعها بقية المؤمن لهم وهي 7,16% من راتبهما السنوي. في المقابل ولتجنب اختلال التوازن المالي للمجموعة، سوف يدفع المؤمن لهما الجدد علاوة واحدة إضافية لتمويل دخولهما للمجموعة. وهكذا نحصل على:

المؤمن الأول الجديد:

- القيمة الحالية للخدمات 0 ,187008€
- القيمة الحالية للعلاوات 80000*7 ,16%*156 ,23 132637 ,6€
- المساهمات الإضافية 54370 ,4€

المؤمن الثاني الجديد:

- القيمة الحالية للخدمات 0 ,383184€ .
- القيمة الحالية للعلاوات120000*7 ,16%*635 ,16 142927 ,9€
- المساهمات الإضافية 1 ,240256€ .

ملاحظة: يمكن للمساهمة الإضافية التي تأخذ شكل العلاوة الواحدة الإضافية أن تكون مهمة نسبيا فهي مرتبطة أساسا بعمر المؤمن له عن دخوله المجموعة.

(12.4) تمارين

1- احسب العلاوة السنوية لتأمين مؤقت على رأس مال عند الوفاة يقدر بـ28000€ تقدمت بطلبه إلى شركة تأمين مؤمن لها عمرها 24 سنة ولفترة تساوي 36 سنة. استخدم أعداد التبديلات المرفقة بالملحق.

2- احسب العلاوة الشهرية لتأمين مؤقت على رأس مال عند الوفاة يقدر بـ28000€ تقدمت بطلبه إلى شركة تأمين مؤمن لها عمرها 24 سنة ولفترة تساوي 36 سنة. استخدم أعداد التبديلات المرفقة بالملحق.

3- احسب العلاوة السنوية لتأمين مختلط على رأس مال يقدر بـ50000€ لمؤمن لها عمرها 50 سنة ولفترة 15 سنة. استخدم أعداد التبديلات المرفقة بالملحق.

4- احسب العلاوة السنوية لتأمين مختلط على رأس مال يقدر بـ50000€ لمؤمن لها عمرها 50 سنة ولفترة 15 سنة. العلاوات في هذه المرة تدفع لمدة 10 سنوات فقط. استخدم أعداد التبديلات المرفقة بالملحق.

5- احسب العلاوة الشهرية لدخل عمري مؤجل يقدر بـ €2000 لمؤمن له عمره 30 سنة. تدفع العلاوات إلى حين بلوغ المؤمن له سن الحصول على الدخل، أي 65 سنة. استخدم أعداد التبديلات المرفقة بالملحق.

6- احسب العلاوة السنوية لرأس مال يساوي €100000 في حالة البقاء على قيد الحياة إلى سن الستين لمؤمن له يبلغ من العمر 25 سنة.تدفع العلاوات إلى حين بلوغ المؤمن له سن الأربعين كحد أقصى. استخدم أعداد التبديلات المرفقة بالملحق.

7- يرغب زوجان يبلغان من العمر $x = 34, y = 28$ في الحصول على رأس مال يقدر بـ€ 300000 إذا بقيا الاثنان على قيد الحياة حين يصل x إلى 65 سنة. العلاوات السنوية تدفعها المرأة طالما بقيت على قيد الحياة وبحد أقصى يساوي فترة التأمين. احسب هذه العلاوة السنوية باستخدام جدول أعداد التبديلات المرفق بالملحق.

8- ■ يرغب مؤمن له عمره 45 سنة في تأمين مختلط على رأس مال إلى حين بلوغه سن 65. كما يرغب في الحصول -عند البقاء على قيد الحياة -على ضعف قيمة رأس المال التي يحصل عليها ورثته في حالة وفاته. يستطيع هذا المؤمن دفع علاوة بـ€400 شهريا. ماهو رأس المال الذي سيحصل عليه في سن 65 إذا استخدمنا جدول التبديلات المرفق بالملحق.

9- ■ يدفع مؤمن له عمره 40 عاما علاوة سنوية تبلغ 1600 frs لمدة 20 سنة وذلك مقابل تأمين مختلط. ما هي نسبة الفائدة المستخدمة من قبل الشركة المؤمنة على رأس المال إذا استعملت جدول الوفيات المرفق بالملحق؟ استخدم برنامج 'محلل إكسل' Excel Solver لحل هذا التمرين.

10- احسب باستخدام التبديلات المرفقة بالملحق، العلاوة التجارية السنوية لتأمين مختلط يبلغ €50000 تعاقد من أجله مؤمن له يبلغ من العمر 50 سنة ولمدة 15 سنة، علما بأن العلاوات تدفع خلال مدة أقصاها 15 سنة وأن التكاليف الأخرى تتمثل فيما يلي:

- عمولة الاكتساب: 3% من قيمة رأس المال المؤمن.
- مصاريف التحصيل: 2% من العلاوة التجارية السنوية.
- مصاريف إدارية: 0,25% من رأس المال المؤمن يسدد طيلة المدة التي يشملها التأمين.

11- احسب العلاوة السنوية التجارية لرأس مؤمن يبلغ €100000 في حالة البقاء على قيد الحياة إلى سن الستين لمؤمن له عمره الآن 25 سنة. تدفع العلاوات إلى حين بلوغ المؤمن له سن الأربعين كحد أقصى.استخدم التبديلات المرفقة بالملحق والتكاليف الإضافية التالية:

- عمولة الاكتساب: €2000 تدفع لموظف التأمينات.
- مصاريف التحصيل والمصاريف الإدارية: 3% من العلاوة التجارية السنوية طيلة كامل فترة التغطية.

12- احسب باستخدام التبديلات المرفقة بالملحق، العلاوة الواحدة التجارية لدخل عمري سنوي ومؤجل بقيمة frs12000 . إذا علمت أن المؤمن له يبلغ من العمر 50 عاما وأن الدخل يصرف ما بعد العد في سن 65 وأن المصاريف الأخرى هي:

- عمولة الاكتساب: 3% من العلاوة الواحدة التجارية.
- مصاريف إدارية: 2% (ما قبل العد) من قيمة الدخل طيلة فترة التأجيل و2,5% (ما بعد العد) من قيمة الدخل طيلة الفترة المستحقة للصرف.

13- احسب العلاوة السنوية لرأس مال يبلغ €50000 مؤمن على الطريقة المختلطة لمؤمن له عمره 50 سنة ولفترة تأمين بسنتين.ثم احسب العلاوات السنوية التي يعاد حسابها سنويا في 50 و51 سنة. استخدم أعداد التبديلات المرفقة بالملحق.

14- ■ لتحفيز موظفيها قررت مؤسسة أن تصرف لكل موظف علاوة تشجيع لمدة ثلاثة سنوات. هذه العلاوة المقدرة إجمالا بـ100000 frs سوف تصرف مع الراتب الشهري للموظفين. بالنسبة للمتمرنين تصرف هذه العلاوة لسنة واحدة فقط وهي تساوي 10% من قيمة العلاوة التي تصرف للموظف. وقد قررت الشركة صرف العلاوة بدءا من الشهر القادم ويبلغ عدد الموظفين 30 (متوسط أعمارهم 25 سنة) بينما يوجد في الشركة 4 متمرنين (متوسط أعمارهم 17 سنة).

احسب قيمة العلاوة التي سيحصل عيها الموظفون والمتمرنون مستندا إلى الفرضيات التالية:

(أ) توفر مبلغ العلاوة الإجمالي في صندوق الشركة.

(ب) توفر مبلغ العلاوة الإجمالي في حساب بنكي يوفر 3% سنويا.

(جـ) تستخدم الشركة مبلغ €100000 كعلاوة وحيدة (UP). وتتكفل شركة التأمين بصرف علاوات التشجيع (وهذا يستدعي استخدام التبديلات المرفقة بالملحق).

15- ■ احسب العلاوة السنوية المتوسطة في صورة نسبة مئوية من الراتب لمجموعة الأشخاص التالية وباستخدام أعداد التبديلات المرفقة بالملحق. علما بأن

دخل الشيخوخة المؤمن والذي يصرف ما قبل العدّ بدءا من عمر 62 عاما يمثل 60% من الراتب.

عمر الدخول	العدد	الراتب السنوي
27	32	€672000
32	39	€1872000
40	29	€1566000
الإجمالي	100	€4110000

التحقت مؤمن لها عمرها 50 عاما بالمجموعة وبراتب مؤمن عليه يساوي €33000. أوجد العلاوة الوحيدة (تمويل الدخول) التي وجب عليها تسديدها لضمان عدم تغيير التوازن المالي.