الفصل الثالث

العمليات الحسابية على الفائدة المركبة

Opérations à intérêt composé

عندما يستثمر رأس مال بنسبة فائدة مركبة فذلك معناه أن كل مقدار فائدة يحصل عليه بعد كل فترة يتم إضافته إلى مقدار رأس المال الأصلي ليصبح بدوره مصدرا لأرباح الفائدة. هذا المبدأ الأساسي في الرياضيات المالية يسمى "تحويل الفوائد إلى رأس مال".

وعلى عكس الفوائد البسيطة فإن الفوائد المركبة تنطبق على الفترات الزمنية التي تزيد عن السنة.

كقاعدة عامة يتم صرف (استخلاص) الفوائد إثر نهاية فترة الاستثمار.

إذا لم يتم تحديد الفترة الزمنية فهي تساوي ضمنيا السنة، حيث يمكن القول إن استثمارا حقق 5% ونعني بذلك أن الفائدة المحققة هي سنوية.

في كل المواضيع التي سنتناولها لاحقا في هذا الكتاب سوف نتعامل مع العمليات الحسابية على الفائدة المركبة.

الرموز:

جميع الرموز المستخدمة في الفصل السابق تبقى صالحة لهذا الفصل:

n فترة القرض.

i نسبة الفائدة.

C_0 رأس المال الأصلي.

C_n رأس المال النهائي أو رأس المال المتحصل عليه عند نهاية الفترة n.

(3.1) قواعد الفائدة المركبة

عند كل فترة تحسب الفائدة على رأس المال المتراكم النهائي. وبذلك نستطيع تركيب العلاقة بين رأس المال الأصلي والنهائي على النحو التالي:

رأس المال المتحصل عليه بعد نهاية السنة الأولى:

$$C_1 = C_0 + C_0 i = C_0\,(1+i)$$

رأس المال المتحصل عليه بعد نهاية السنة الثانية:

$$C_2 = C_1 + C_1 i = C_1(1+i) = C_0(1+i)^2$$

رأس المال المتحصل عليه بعد نهاية السنة n:

$$C_n = C_{n-1} + C_{n-1} i = C_{n-1}(1+i) = C_0(1+i)^n$$

وهو ما يعطينا القاعدة العامة للفائدة المركبة:

$$\boxed{C_n = C_0(1+i)^{n-1}} \qquad (3.1)$$

مثال رقم (1): استثمرنا مبلغ 5000 € لمدة 20 سنة في حساب يوفر لنا 2%. ما مقدار رأس المال في نهاية المدة المذكورة؟

الحل

$n = 20$ $i = 0{,}02$ $C_0 = 5'000$ البحث عن n ؟

$$C_n = 5'000\,(1+0{,}02)^{20} = 5'000 \times 1{,}02^{20} = 7'429{,}74€$$

مثال رقم (2): نستثمر مبلغ 12000 € لمدة 5 سنوات و3 أشهر و6 أيام في حساب يوفر 5%. ما مقدار رأس المال في نهاية المدة المذكورة؟

الحل

$C_0 = 12'000$ $i = 0,05$ $n = 5 + \frac{3}{12} + \frac{6}{360} = 5,2666$ البحث عن n ؟

$$C_n = 12'000\ (1 + 0,05)^{5,2666} = 15'515,94€$$

(3.1.1) العلاقات بين المعامل

هذه العلاقات نحصل عليها بسهولة من خلال عمليات التحويل البسيطة. ومعرفة مسبقة ببعض القواعد المستخدمة في اللوغاريتمات هي ضرورية للبحث عن الفترات والمدد:

البحث عن رأس المال الأصلي:

$$\boxed{C_0 = \frac{C_n}{(1 + i)^n}} \tag{3.2}$$

البحث عن المدة n

$$\boxed{n = \frac{\ln\left(\frac{C_n}{C_0}\right)}{\ln(1 + i)}} \tag{3.3}$$

البحث عن نسبة الفائدة i

$$\boxed{i = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}} - 1} \tag{3.4}$$

مثال رقم (1): لدينا مبلغ قدره 3582,15 € حصلنا عليه بعد إيداع مبلغ قبل 6 سنوات في حساب توفير بنسبة 3%. ما هو المبلغ الذي تم إيداعه؟

الحل

$C_n = 3'582{,}15$ $i = 0{,}03$ $n = 6$ البحث عن C_0؟

$$C_0 = \frac{3'582{,}15}{(1{,}03)^6} = 3'000€$$

مثال رقم (2): أودعنا رأس مال في حساب توفير لمدة 20 سنة فحصلنا على ضعف المبلغ المودع. ما هي نسبة الفائدة الموظفة على رأس المال؟

الحل

$C_0 = C_0, C_n = 2C_0, n = 20$ البحث عن i؟

$$i = \sqrt[20]{\frac{2C_0}{C_0}} - 1 = \sqrt[20]{2}-1=0{,}0526=3{,}526\%$$

مثال رقم (3): أودع مستثمر مبلغ 50000 frs في حساب يوفر له 2,5 %. ثم سحب المبلغ المستثمر بعد أن وصلت قيمته إلى 53000 frs. أوجد مدة الاستثمار؟

الحل

$C_0 = 50'000, C_n = 53'000, i = 0{,}025$ البحث عن n؟

$$n = \frac{ln\left(\frac{53000}{50000}\right)}{ln\,(1{,}025)} = 2{,}35977 \text{ سنوات}$$

إكسل

يجب أخذ الحيطة اللازمة عند التعامل مع الدوال المالية في إكسل. وفيما يلي القواعد التي يتضمنها الكتاب والمرادف لها في برنامج إكسل.

$$C_n = FV(i; n; 0; -C_0; 0) \iff C_n = C_0(1+i)^n$$

$$i = RATE(n; 0; -C_0; C_n; 0) \iff i = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}} - 1$$

$$n = NPER(i; 0; -C_0; C_n; 0) \iff n = \frac{\ln\left(\frac{C_n}{C_0}\right)}{\ln\,(1+i)}$$

$$C_n = PV(1; n; 0; C_n; 0) \iff C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

مثال: أودع مستثمر مبلغ 50000 frs في حساب يوفر 3% سنويا.ثم سحب رأس ماله عندما بلغ 53000 frs. ما هي المدة التي بقي فيها المبلغ المستثمر في الحساب المذكور؟

الحل

$C_0 = 50000, C_n = 53000, i = 0{,}025$ البحث عن n؟

$n = NPER(0{,}025; 0; -50000; 53000; 0) = 2{,}35977$ سنوات

الآلة الحاسبة TI-83

تتضمن الآلة الحاسبة تي-83 برنامجا للحلول المالية. يكفي أن نضغط على APPS Finance 1: ثم TVM Solver بعد ذلك نقوم بإدخال العوامل التالية حسب متطلبات المسألة:

N=n
1%=i × 1001
PV=$-C_0$
PMT=0
FV=C_n
P/Y=1
C/Y=1
PMT:END

ثم نضع المؤشر بعد ذلك على الرمز الذي نرغب في البحث عن قيمة له، ثم نضغط على: ALPHA ، SOLVE

مثال: أودع مستثمر مبلغ 50000 frs في حساب يوفر 3% سنويا.ثم سحب رأس ماله عندما بلغ 53000 frs. ما هي المدة التي بقي فيها المبلغ المستثمر في الحساب المذكور؟

الحل

نقوم بإدخال القيم التالية كمعامل ثم نضع المؤشر على مستوى N=1 ونضغط على $\boxed{\text{ALPHA}}$ ، $\boxed{\text{SOLVE}}$ وهو ما يعطينا النتائج الآتية:

N=1
1%=2,5
PV=−50000
PMT=0
FV=53000
P/Y=1
C/Y=1
PMT:END

(3.2) عامل تحويل رأس المال والخصم

يوجد في الرياضيات المالية أو الأكتوارية مفهومان أساسيان هما: القيمة الحالية والقيمة المستقبلية أو القيمة المتحصل عليها من خلال رأس مال.

عندما نجيب على السؤال: "ما هو المبلغ المتحصل عليه بعد إيداع – لمدة محددة – مبلغ X في حساب توفير" فنحن قصدنا البحث عن القيمة المستقبلية أو المتحصل عليها لرأس مال. نتحدث إذاً عن عملية تحويل لرأس مال.

في المقابل عندما نجيب على السؤال: "ما هو رأس المال الذي وجب إيداعه اليوم في حساب توفير لكي نحصل – بعد مرور فترة من الزمن – على رأس مال X؟ فنحن قصدنا البحث عن القيمة الحالية لرأس مال. نتحدث إذا عن عملية خصم.

تعريفات:

نرمز لعامل تحويل رأس المال بالحرف r ولعامل الخصم بالحرف v، والعلاقة التي تربط هذين العاملين هي:

$$\boxed{r = 1 + i} \tag{3.5}$$

و

$$\boxed{v = \frac{1}{1+i}} \qquad (3.6)$$

وهذه العلاقة تكتب كذلك: $v = \frac{1}{r} = r^{-1}$

كما يمكننا كتابة قاعدة تحويل رأس المال المرقمة (3.1) كما يلي:

$$\boxed{C_n = C_0 r^n} \qquad (3.7)$$

كذلك يمكننا كتابة رأس المال الأصلي باستخدام عامل الخصم v حيث:

$$C_n = \frac{C_0}{r^n} = C_0 \frac{1}{r^n} = C_0 \left(\frac{1}{r}\right)^n = C_0 v^n$$

أي:

$$\boxed{C_n = C_0 v^n} \qquad (3.8)$$

وهذا يجعل حساب القيمة الحالية أو القيمة المستقبلية سهلة حيث يكفي أن نضرب رأس المال النهائي أو الأصلي بعامل الخصم أو بعامل تحويل رأس المال مرفوع إلى n.

مثال رقم (1): حول رأس المال المقدر بـ $6000\ frs$ مستخدما نسبة الفائدة المركبة 3.2% ومدة 4 سنوات ونصف؟

الحل

$n = 4{,}5, r = 1 + i = 1 + 0{,}032, C_0 = 6'000$

$C_n = 6'000 \times 1{,}032^{4{,}5} = 6'913{,}69\ frs$

مثال رقم (2): أوجد القيمة الحالية لرأس مال يبلغ 10000 € مدفوع بعد 20 سنة بنسبة فائدة تقدر بـ4%؟

الحل

$$v = \frac{1}{1+i} = \frac{1}{1,04} = 0,96153846 \; C_n = 10000 \; n = 20 \; C_n = ?$$

$$C_0 = 10000 \times 0,96153846^{20} = 4563,87 \text{ €}$$

مثال رقم (3): حساب مبلغ قبل توظيف الضريبة على القيمة المضافة هي عملية مرادفة لحساب تحديث رأس المال على سنة. أوجد المبلغ قبل توظيف الضريبة على القيمة المضافة لسيارة ثمنها 24748 €–ضريبة القيمة المضافة مضمنة له– إذا كانت نسبة الضريبة على القيمة المضافة هي 7,6 %

الحل

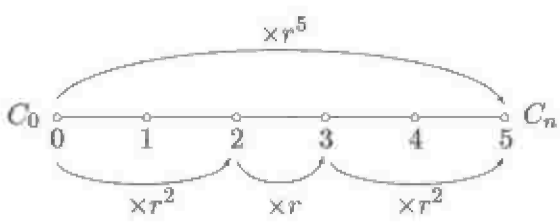
$v = \frac{1}{1+0,076} = \frac{1}{1,076}$ المبلغ دون الضريبة على القيمة المضافة هو إذاً:

$$\frac{24748}{1,076} = 23000 \text{ frs}$$

(3.3) العمليات المتسلسلة

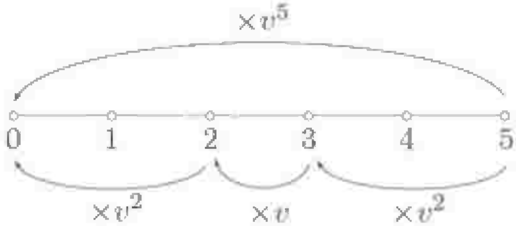
عند تطبيق قاعدة جمع الأسس الجبرية $x^a x^b = x^{a+b}$ على عوامل الخصم أو على عوامل تحويل رأس المال، يصبح بالإمكان عمل تسلسل للعمليات، وهذا يرجع إلى عمل خصومات أو تحويل رأس مال على مراحل.

كمثال على ذلك عملية تحويل رأس مال على فترة 5 سنوات توافق عملية تحويله على سنتين ثم على سنة ثم على سنتين والرسم التالي يوضح ذلك:



وبذلك فإن: $C_n = C_0 r^2 r r^2 \; C_0 r^5$

وهذا ينطبق أيضا على حساب الخصم على 5 سنوات:



وبذلك فإن: $C_0 = C_n v^5 = C_n v^2 v v^2$

كذلك سوف يتم عرض تسلسل العمليات وخاصة عند حساب القيم الحالية للدخل عند دراستنا لهذه الفقرة في الفصل القادم.

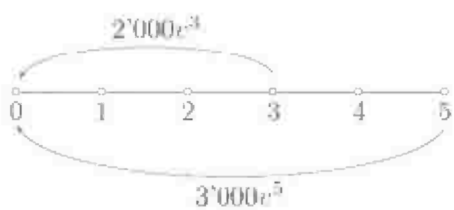
مثال: ما هو المبلغ الذي يجب إيداعه الآن في حساب ادخار يوفر 3%، إذا كنا نرغب في سحب كامل المبلغ المودع في الحساب على مرحلتين:المرحلة الأولى نسحب فيها بعد 3 سنوات مبلغ 3000 frs والمرحلة الثانية نسحب فيها مبلغ frs2000 بعد 5 سنوات؟ استخدم طرق مختلفة لإيجاد الحل.

الحل رقم (1):

كل مبلغ مسحوب هو مبلغ مخصوم فرديا على 3 ثم على 5 سنوات.

حيث:

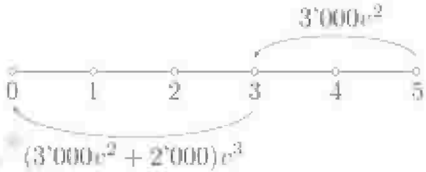
$$C_o = 2000v^3 + 3000v^5$$



$C_0 = 4418,1$ تصبح $v = \frac{1}{1,03} = 0,9708738$ C_0

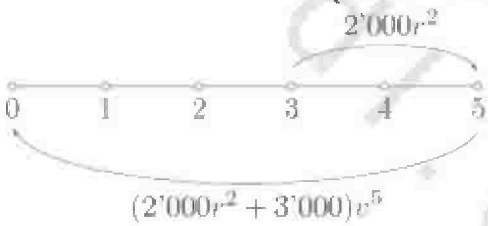
الحل رقم (2):

المبلغ الثاني المقدر بـ 3000 *frs* هو مبلغ مخصوم على سنتين ثم يتم خصم المبلغ الإجمالي على 3 سنوات: $C_0 = (3000v^2+2'000)v^3 = 4418,1$



الحل رقم (3):

طريقة الحل الثالث غير شائعة كثيرا لكنها توضح جيدا العمليات المتسلسلة؛ فالمبلغ الأول المقدر بـ 2000 frs يتم رسملته (الاستفادة من تحويله إلى رأس مال) على سنتين. ثم يتم خصم الإجمالي على 5 سنوات. وبذلك نحصل على: $C_0 = (3000r^2 + 2000)r^5 = 4418,1$



(3.4) النسبة المعادلة

تطبق النسب المعادلة في حساب فوائد النسب المركبة. النسبة المعادلة هي نسبة نحصل من خلالها على نفس الأرباح (الفوائد) التي ينتجها رأس مال مماثل استثمر خلال مدة مماثلة.

الرموز:

i_m نسبة الفائدة المسددة في الفترة m

الجدول الآتي يبين النسبة المعادلة حسب الفترة المحددة:

الفترة	m	i_m
سنوية	1	i
نصف سنوية	2	i_2
ربع سنوية	4	i_4
شهرية	12	i_{12}

التعريف أعلاه يؤدي إلى بيان العلاقة التالية:

$$\underbrace{C_0 i_m}_{\text{فوائد مركبة مدفوعة سنويا}} = \underbrace{C_0\,(1+i_m)^m}_{\text{فوائد مركبة مدفوعة } m \text{ مرات في السنة}}$$

وهذا يمكن من وضع العلاقة بين i و i_m :

$$\boxed{i_m = (1+i)^{\frac{1}{m}} - 1} \quad (3.9)$$

$$\boxed{i = (1+i_m)^m - 1} \quad (3.10)$$

مثال رقم (1): أوجد النسبة الشهرية المعادلة للنسبة السنوية المقدرة بـ 12%؟

الحل

$i = 0,12$ إذا $_{12} = (1+0,12)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0,009488$ أي %0,949

مثال رقم (2): أوجد النسبة ربع السنوية المعادلة للنسبة الشهرية المقدرة بـ 1%؟

الحل

$i_{12} = 0,01$ تبحث عن $_4$ ؟ نحول النسبة أولا إلى سنوية ثم نحولها إلى ربع سنوية.

$i = (1+0,01)^{12} - 1 = 0,126825$ ثم

$i_4 = (1+0,126825)^{\frac{1}{4}} - 1 = 0,0303$ أو %3,03

(3.5) النسبة الفعلية والاسمية

هذه النسب تظهر من حين لآخر في حساب القروض وخاصة القروض الصغيرة، وهي تعطي المؤسسة الممولة إمكانية إعلان نسب تبدو في ظاهرها صغيرة عما هي عليه فعليا.

لنفترض أن شروط الإقراض هي كالآتي: فوائد سنوية تقدر بـ 12% تدفع شهريا بنسبة 1%. والقارئ المتنبه يمكنه ملاحظة أن نسبة 12% السنوية لا تعادل النسبة الشهرية بـ 1% بل تعادل نسبة: $i = (1 + 0{,}01)^{12} = 12{,}682\%$ سنويا. ولكي يكون إعلان المؤسسة المالية دقيقا يجب أن يتضمن ما يلي: "نسبة فائدة سنوية بـ 12,682% سنويا يدفع شهريا بنسبة 1%".

هذا التوضيح ينطوي على مفهومين أساسيين:

النسبة الفعلية (12,682%) والنسبة الاسمية (12%) المدفوعة شهريا بمقدار 1%.

الرموز:

لنرمز إلى $i^{(m)}$ نسبة الفائدة الاسمية التي تدفع على أجزاء متساوية $\frac{i^{(m)}}{m}$ و i نسبة الفائدة السنوية الفعلية.

بالرجوع إلى القاعدة (3.9) نستطيع كتابة العلاقة: $i^{(m)} = m i_m$ وهذا ما يؤدي إلى تحرير العلاقة بين i و $i^{(m)}$:

$$\boxed{i^{(m)} = m\left[(1+i)^{\frac{1}{m}} - 1\right]} \qquad (3.11)$$

و

$$\boxed{i = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^{m} - 1} \qquad (3.12)$$

مثال: أوجد نسبة الفائدة السنوية الفعلية المماثلة لنسبة فائدة اسمية بـ 8% مدفوعة على أجزاء شهرية تقدر بـ2%.

الحل

$i^{(4)} = 0,08$ لذلك فإن: $i = \left(1 + \frac{0,08}{4}\right)^4 - 1 = 8,243\%$

الآلة الحاسبة تي آي-83

تحتوي الآلة الحاسبة تي آي-83 من خلال القائمة: APPS ، Finance على دالتين تتمكن بفضلهما من حساب:

(أ) النسبة الفعلية حسب النسبة الاسمية:

C▸Eff ($i^{(m)}$ في صورة نسبة مئوية, m)

(ب) النسبة الاسمية حسب النسبة الفعلية

C▸Nom (i في صورة نسبة مئوية, m)

مثال: أوجد النسبة السنوية الفعلية المماثلة لنسبة اسمية تقدر بـ 6% مدفوعة بتجزئة على فترات ربع سنوية تساوي 1,5%.

الحل

Eff (6,4%) = 6,136%

(3.6) نسبة فائدة حينية وتحويل رأس مال مستمر

(3.6.1) نسبة فائدة حينية

باسترجاع القاعدة:

$$i = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m - 1$$

يمكن أن نتساءل عن التغييرات التي ستطرأ على نسبة الفائدة الفعلية إذا كانت الفائدة لا تسدد شهريا ولا يوميا بل تسدد بشكل مستمر (متواصل).

كنتيجة تحليلية لهذه العملية نحصل على:

$$lim_{m\to\infty}\left(1+\frac{x}{m}\right)^m = e^x$$

وبتطبيق هذه المعادلة هنا نحصل على:

$$lim_{m\to\infty}\left(1+\frac{i^{(m)}}{m}\right)^m = e^{i^{(m)}}$$

نرمز لـ $\delta = i^{(m)}$ ونعرف النسبة الفعلية حسب النسبة الحينية كما يلي:

$$\boxed{i = e^{\delta} - 1} \quad (3.13)$$

مثال: أوجد النسبة السنوية الفعلية المماثلة للنسبة الحينية المقدرة بـ 8%؟

الحل

$$\delta = e^{0,08} - 1 = 8,329\%$$

(3.6.2) تحويل رأس مال مستمر

في حالة تحويل رأس مال مستمر، نكتب دالة تحويل رأس المال على النحو التالي:

$$\boxed{C_n = C_0 e^{\delta n}} \quad (3.14)$$

مثال: بنسبة فائدة مستمرة تقدر بـ 10% سنويا أوجد عدد السنوات اللازمة لرأس مال يبلغ 6000 € لكي يصل إلى 15000 €؟

الحل

$C_0 = 6'000, C_n = 15'000\ , \delta = 0,1$ البحث عن n؟

من خلال: $C_n = C_0 e^{\delta n}$ نستنتج:

$$n = \frac{ln\,(C_n/C_0)}{\delta} = \frac{ln\,(2{,}5)}{0{,}1} = 9{,}1629 \text{ سنوات}$$

(3.7) النسبة المتوسطة لعدد من الاستثمارات

إذا تم استثمار مجموعة من المبالغ خلال فترات مختلفة وبنسب فائدة مختلفة كذلك فإنه بالإمكان إيجاد نسبة الفائدة المتوسطة لهذه الاستثمارات.

الرموز:

C_t رأس المال (الاستثمار) رقم t.

i_t نسبة الفائدة رقم t.

r_t عامل تحويل رأس المال رقم t.

n_t مدة الاستثمار رقم t.

k عدد الاستثمارات.

T النسبة المتوسطة لإجمالي الاستثمارات.

يتم البحث عن القيمة النهائية التي أفرزتها مجموعة الاستثمارات التي أدخلت في بداية العملية. وهذه الحالة تبدو أكثر تعقيدا من البحث عن النسبة المتوسطة لمجموعة استثمارات بنسب فائدة بسيطة (انظر الفقرة (2.3)). حيث ليس بالإمكان وضع قاعدة نحصل من خلالها على النسبة المتوسطة. لذلك فاستخدام الحلال هو إجباري في هذه الحالة.

علاقة التوازن تحرر على النحو التالي:

$$C_1 r_1^{n_1} + C_2 r_2^{n_2} + \cdots + C_k r_k^{n_k} = C_1\,(1+T)^{n_1} + C_2\,(1+T)^{n_2} + \cdots + C_k\,(1+T)^{n_k}$$

مثال: أوجد نسبة الفائدة المتوسطة للاستثمارات التالية:

الاستثمار	المدة	نسبة الفائدة
€ 1000	سنة	%3
€ 2000	سنتين	%4
€ 3000	3 سنوات	%5

الحل

باستخدام برنامج إكسل أو الآلة الحاسبة تي آي -83 (انظر الفقرة 17.4.3). والمطلوب هنا هو حل المعادلة التالية بعد تعويض $T+1$ بـx :

$$1'000x + 2'000x^2 + 3'000x^3 - 1'000 \times 1{,}03 - 2'000 \times 1{,}04^2 - 3'000 \times 1{,}05^3 = 0$$

من خلال برنامج إكسل أو الآلة الحاسبة تي آي-83 نجد:= T أو $x = 1{,}0459$ .4,59%

(3.8) تمارين

1- احسب رأس المال النهائي (بما في ذلك أرباح الفوائد) لرأس مال أصلي يساوي frs13000 استثمر بنسبة 4,2% لمدة 8 سنوات وأشهر و3 أيام.

2- أوجد القيمة الحالية لقيمة مستقبلية تقدر بـ100000 € تصرف بعد 6 سنوات ونصف. احسب ذلك مستخدما الفرضيات التالية ومقارنا بينها:

(أ) نسبة الفائدة السنوية تساوي 3,5%.

(ب) نسبة الفائدة نصف السنوية التي تتناسب مع نسبة الفائدة السنوية 3,5%.

(ج) نسبة الفائدة نصف السنوية التي تعادل نسبة الفائدة السنوية 3,5%.

3- كم عدد السنوات اللازمة لتحويل رأس مال يبلغ 3000 € إلى 5000 € علما بأن نسبة الفائدة تبلغ 3%؟

4- استثمر مبلغ 2500 € لمد 13 سنة إلى حين بلغ 3234 €. أوجد نسبة الفائدة السنوية المناسبة لهذه العملية.

5- استثمر رأس مال أصلي يقدر بـ2000 € بنسبة 12% مجزأة بنسبة 3% لكل ربع سنة. أوجد رأس المال المتحصل عليه بعد سنة.

6- ★إثر وفاة أحد الفلاسفة الكبار ترك في حساب بنكي يوفر نسبة فائدة سنوية 4% رأس مال يقدر بـ1 *frs* . وفي عيد ميلادها بتاريخ 11 مايو 2002 اكتشفت 'سيليا' عبر بنك 'بكسو' أنها صاحبة الحظ السعيد بعد إعلامها أنها المستفيدة بدفتر ادخار تبلغ قيمته مليون *frs* . المطلوب تحديد تاريخ إيداع المبلغ الأصلي؟ (أساس 30/ 360)

7- استثمر رأس مال في حساب يوفر فائدة نسبتها 4% لمدة 3 أشهر (فائدة بسيطة). المبلغ المتحصل عليه استثمر مرة ثانية في حساب يوفر 1% لمدة 5 سنوات (فائدة مركبة). أوجد القيمة النهائية بدلالة القيمة الحالية (رأس المال الأصلي) المستثمرة.

8- نودع في البنك مبلغ 5000 *frs* في حساب توفير يستخدم الفائدة المركبة. بعد سنة سحبنا المبلغ الذي تم إيداعه وتركنا الباقي لمدة سنة فحصلنا في آخر السنة على مبلغ 208 *frs* . أوجد نسبة الفائدة المستخدمة في هذه العملية.

9- مقداري رأس مال مجموعهما 5000 € استثمرا على النحو التالي:

(أ) الأول بنسبة فائدة بسيطة سنوية تساوي 10%.

(ب) الثاني بنسبة فائدة مركبة سنوية تساوي 8%.

بعد 9 سنوات حصلنا على نفس الأرباح للمبلغين. أوجد مقدار كل رأس مال.

10- أوجد نسبة الفائدة النصف سنوية المعادلة لنسبة فائدة شهرية بـ1%.

11- ما هي نسبة الفائدة الشهرية المعادلة لنسبة فائدة سنوية بـ9%؟

12- حدد ثمن البضاعة المرفع بنسبة 50% بـ50, 379 €. أوجد الثمن قبل الترفيع.

13- بنسبة فائدة سنوية بـ 5% أجريت عملية خصم على مبلغ 40000 € في مدة 5 سنوات و3 أشهر. احسب مقدار الخصم:

(أ) مباشرة.

(ب) إذا افترضنا أن عملية تحويل رأس مال لمدة 3 سنوات و9 أشهر تسبق عملية خصم على الناتج لمدة 9 سنوات.

14- أجريت عملية خصم على مبلغ 1000 *frs* على 3 سنوات: السنة الأولى بنسبة خصم تقدر بـ1% والسنة الثانية بنسبة خصم تقدر بـ0% والسنة الثالثة بنسبة خصم تقدر بـ9%. أوجد نسبة الفائدة السنوية المتوسطة الموظفة على هذه العملية.

15- مبلغين مقدارهما 1000 € و2000 € تم استثمارهما في حسابين مختلفين، الأول يوفر نسبة فائدة 3% والثاني نسبة فائدة 5%. استخدم قاعدة رياضية جبرية لإيجاد نسبة المردود المتوسط لهذين الاستثمارين.

16- نرغب في تسديد 4 مبالغ مستحقة في المستقبل بمبلغ وحيد نستطيع تسديده خلال 5 سنوات. أوجد المبلغ الوحيد إذا علمت أن نسبة الخصم على المبالغ الأربعة تساوي 10% وأن الآجال الممنوحة على المبالغ كانت على النحو التالي:

المبلغ	الآجال
frs 2000	سنة
frs 3000	3 سنوات
frs 1000	4 سنوات
frs 4000	7 سنوات

17- محتوى إحدى الإعلانات يقول: نُعطيكم 13% فوائد: إذا أودعتم لدينا مبلغ 100 *frs* نرجع لكم 204 *frs* بعد 8 سنوات. هل تستطيع تفسير هذا الإعلان؟

18- باستخدام برنامج إكسل أوجد النسبة المتوسطة لمجموعة الاستثمارات التالية:

المبلغ	المدة	نسبة الفائدة
8000 *frs*	سنتين ونصف	%3
6000 *frs*	3 سنوات	%3,5
4000 *frs*	3 سنوات	%4

19- شروط أحد القروض كانت على النحو التالي:المبلغ المقرض 52000 € بنسبة فائدة 10% سنويا.الفائدة تدفع كل 3 أشهر بمقدار 1300 €. ما هي نسبة الفائدة الفعلية التي يستخدمها البنك؟

20- ■ نرغب في إسناد جائزة قيمتها تساوي P وسوف تمنح الجائزة أول مرة بعد خمس سنوات من الآن ثم تمنح نفس القيمة بعد 10 سنوات. لدينا الآن مبلغ 20000 € نستطيع إيداعه في حساب يوفر لنا 2.5% سنويا. أوجد قيمة P.

21- مبلغ من المال قدره X وضع في حساب فوائده مركبة.بعد سنتين قدر المبلغ الإجمالي المتحصل عليه بـ 242000 *frs* وبعد 5 سنوات قدر بـ 322102 *frs*.

(أ) أوجد القيمة الجبرية لمقدار رأس المال النهائي ومقدار رأس المال الأصلي بعد الأربع سنوات الأولى.

(ب) أوجد باستخدام الحل الجبري مقدار رأس المال النهائي بعد 6 سنوات.

(جـ) أوجد باستخدام طريقة الاستيفاء الخطي مقدار رأس المال النهائي بعد الأربع سنوات الأولى.

22- تم إيداع مبلغ 35000 € في حساب ادخار بنسبة فائدة مركبة مستمرة تقدر بـ 105 سنويا.

(أ) متى يبلغ حساب الادخار مقدار 100000 € ؟

(ب) كم مدة تستلزم ليصل المبلغ إلى الضعف؟

23- في سنة 1980 بلغ عدد سكان إحدى الدول 200 مليون ساكن. وقد سجلت هذه الدولة معدل نمو سكاني مستمر بلغ 0,7% سنويا. قدر عدد السكان في سنة 2010 إذا افترضنا أن نسبة النمو بقيت ثابتة.