الفصل الرابع عشر

طرق التحويل بين نظم الإسقاط

(١٤,١) أنواع طرق التحويل واستخداماتها

إن المكونات المكانية وبياناتها، ترد من مصادر عديدة، كالخرائط الورقية والصور الجوية والصور الفضائية والقياسات الحقلية، وتشكل إحداثيات العناصر النقطية لهذه المكونات المعطيات الأساسية للتعريف المكاني أو الجغرافي لها. إلا أن هذه الإحداثيات تكون منسوبة إلى مرجعيات مختلفة، أي إلى نظم إحداثية مختلفة وذلك تبعاً للمصدر الواردة منه.

كما أن الإحداثيات الملتقطة بواسطة جهاز المرقّم، تكون منسوبة إلى نظام إحداثيات يسمى بنظام إحداثيات المرقّم، ولابدّ من تحويل هذه الإحداثيات إلى نظام إحداثيات خرائطية أو إلى نظام الإحداثيات المعتمدة للشبكة الجيوديزية في المنطقة [١٣]. وكذلك الأمر بالنسبة للإحداثيات المعيّنة بطرق المسح الجوي أو من الصور الفضائية.

فلاستخدام هذه الإحداثيات، وتطبيق نتائج التحليل المكاني، واستنتاج المعلومات الدقيقة استناداً إلى البيانات المكانية، لا بدّ أن تكون هذه الإحداثيات منسوبة إلى مرجعية واحدة، أي إلى نظام إحداثيات واحدة وذلك في كل طبقة من طبقات أنظمة المعلومات الجغرافية.

وسنبحث في هذا الفصل عن أهم طرق التحويل الهندسي، التي تسمح بتحويل إحداثيات معرّفة في نظام ما إلى إحداثيات في نظام معتمد في مختلف طبقات أنظمة المعلومات الجغرافية، أو لإنشاء خريطة جديدة تبيّن التفاصيل المستوية ضمن نظام معتمد، استناداً إلى إحداثيات معرّفة في نظام ما.

لدينا ثلاثة أنواع من طرق التحويل التحليلي [١٤]:

١- طرق التحويل التحليلية (Analytical transformation).

٢- طرق التحويل المباشرة أو طرق التحويل من شبكة مستوية إلى شبكة مستوية (Direct transformation or grid-on grid transformation).

٣- طرق التحويل العددي والمسماة أيضا بطرق التحويل باستخدام كثيرات الحدود (Numerical transformation or Polynomial transformation).

تعتبر طرق التحويل هامة في أنظمة المعلومات الجغرافية وهي تستخدم لحل المسائل التالية:

١- تحويل معطيات مكانية معطاة بشكل عددي ضمن مرجعية جغرافية معيّنة(خريطة رقمية بنظام إسقاط محدّد)، إلى مرجعية جغرافية أخرى محددة، أي إلى نظام إحداثيات ضمن نظام إسقاط آخر. وهذا ما يسمح بإصدار خرائط جديدة اعتماداً على نظم إحداثيات مختلفة لتناسب استخدامات معيّنة.

٢- الجمع بين عدة طبقات من المعطيات المكانية ضمن مرجعية واحدة، حيث غالباً ما تكون هذه الطبقات منسوبة إلى جمل إحداثية مختلفة.

٣- تحويل إحداثيات العناصر المكانية التي تمّ الحصول عليها باستخدام جهاز المرقّم(digitizer) أو الماسحة(scanner) من مخططات وخرائط ورقية إلى نظام الإحداثيات المعتمدة في نظام معلومات جغرافي، إذ إن المرقّم أو الماسحة أجهزة

تحول المخططات الورقية إلى معطيات رقمية في نظام إحداثيات محلية خاصة بها، وغير قابلة للاستخدام مباشرة في النظام.

٤- التخفيف من التشوهات في المخططات، حيث أن الاعتماد على المخططات الورقية كمصدر أساسي للمعطيات المكانية، ترافقه في أغلب الأحيان تشوهات ناتجة عن تمدد وتقلص الورق، وهذا ما يؤدي إلى تغيّر في مقياس الخريطة، بالإضافة إلي تغيّر المقياس الناجم عن عمليات النسخ والتصوير للمخططات. هذا ويمكن اعتبار المخطط المشوه على أنه نسخة من المخطط الأصلي، ولكنه بنظام إحداثيات مختلفة عن نظام إحداثيات المخطط الأصلي. وبما أن هذه المخططات المشوهة تحتوي دوماً على نقاط معلومة الإحداثيات وغير متعلقة بالتشوهات الطارئة، كنقاط المضلعات أو النقاط الجيوديزية أو نقاط تقاطع شبكة المربعات الديسيمترية، فإنه يمكن الاستعانة بها للتخفيف من التشوهات وإعادة المخطط إلى نظام الإحداثيات الأصلية قدر الإمكان.

٥- تحويل الصور الجوية والفضائية إلى نظام الإحداثيات المعتمدة، وبشكل تقريبي اعتماداً على إحداثيات نقاط مميزة على الصور ومعلومة في نظام الإحداثيات المعتمدة. إلا أن هذا التحويل يبقى تقريبياً للأسباب التالية:

(أ) إن العناصر على الصور تعاني من تشوهات ناتجة عن تشوه المادة الحساسة للفيلم، وعن تشوه عدسة التصوير وعن أخطاء انكسار الأشعة... إلخ.

(ب) يمكننا اعتبار الصور نظام إسقاط مركزي للنقاط المصورة، وهو مغاير لنظام الإسقاط العمودي، فلا يمكننا والحالة هذه أن نتكلم عن مقياس واحد ثابت للتفاصيل المصورة إلا في حالة خاصة جداً وهي:

- أن تكون المنطقة المصورة مستوية تماماً.

• أن يكون مستوي نظام الإسقاط أي مستوي فلم التصوير موازياً تماماً للمنطقة المصورة.

وبما أن هذين الشرطين غير محققين بشكل عام، فسيكون التحويل الهندسي للصور المنفردة تقريبياً، وتتعلق درجة التقريب فيه بفروق الارتفاعات للنقاط المصورة وبميلان محور حجيرة التصوير. لذلك علينا استخدام طرق المسح الرقمي اعتباراً من الصور الجوية، بتطبيق طرق المساحة التصويرية (الفوتوغرامتري)، على مزدوجات الصور. هذه الطرق التي من شأنها تلافي هاتين السلبيتين المذكورتين آنفاً، والتي بواسطتها نحصل على إحداثيات دقيقة للنقاط، في نظام إسقاط عمودي حيث يمكن بعدها تطبيق طرق التحويل الهندسي للحصول على إحداثيات في النظام المعتمدة. إلا أن هذا التحويل التقريبي للصور قد يكون كافياً في عدد من التطبيقات التي لا تتطلب دقة كبيرة كالتطبيقات الخاصة بالبيئة ودراسة المصادر المائيّة والتطبيقات الزراعية الخ.

(١٤,٢) طرق التحويل التحليلي [١٣]

يشكل التحويل التحليلي الحل المباشر، الذي يربط الإحداثيات الديكارتية لنقاط من الخريطة، مع الإحداثيات الجغرافية للنقاط المقابلة على سطح رياضي يمثل شكل الأرض. وتعتمد طرق التحويل التحليلي على تحويل الإحداثيات المستوية (ξ,η) لنقاط تمّ تحديدها وفق نظام إسقاط ما، إلى إحداثيات جغرافية $(\varphi,\lambda)_I$ على السطح المرجعي المستخدم في هذا الإسقاط (إهليلج أو كرة) ، ليصار بعد ذلك إلى تطبيق تحويل ثان للإحداثيات الجغرافية لهذه النقاط إلى إحداثيات جغرافية $(\varphi,\lambda)_{II}$ على سطح مرجعي آخر مستخدم في إسقاط ثان، ويتم أخيراً تحويل الإحداثيات الجغرافية $(\varphi,\lambda)_{II}$ ، إلى إحداثيات ديكارتية (x,y) في المستوي، وفق نظام إسقاط آخر،

وذلك باعتبار أن نظام الإحداثيات(x,y) هي المرجعية المعتمدة لكل المكونات المكانية في نظام المعلومات الجغرافي المعتمد.

فنموذج التحويل التحليلي بشكل عام يمكن التعبير عنه بالنموذج :

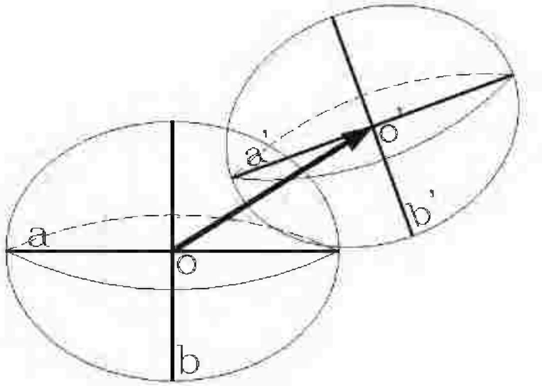
$$(\xi,\eta) \rightarrow (\varphi,\lambda)_I \rightarrow (\varphi,\lambda)_{II} \rightarrow (x,y) \qquad (١٤,١)$$

ويمكن القول أن التحويل التحليلي يتضمّن تحويلاً من مرجعية جغرافية إلى مرجعية جغرافية أخرى، أي من $(\varphi,\lambda)_I$ إلى $(\varphi,\lambda)_{II}$ ، حيث كل مرجعية جغرافية تتميّز بسطح مختلف عن سطح المرجعية الأخرى من حيث أبعاد السطح وتوجيهه.

تعتمد عادة كل دولة سطحاً مرجعياً (إهليلج دوراني) معرّفاً بأنصاف أقطاره a وb. وللتحويل من سطح مرجعي أول إلى سطح مرجعي ثان يجب معرفة، إضافةً إلى أنصاف أقطار كل إهليلج(a,b) و(a', b')، العناصر التالية :

- $\Delta x, \Delta y, \Delta z$: مركبات متجه الانسحاب 'oo (الشكل رقم ١٣٥) للسطح المرجعي الثاني بالنسبة للسطح المرجعي الأول.
- الدورانات α, β, γ الواجب تطبيقها على محاور الإهليلج الأول لتصبح موازية لمحاور الإهليلج الثاني.

وتجدر الإشارة إلى أن تحويل الإحداثيات بين مرجعيتين تعتمدان إهليلجين مختلفين، هي حالة خاصة لا تصادف إلا حين الاعتماد على الصور الفضائية، أو على خرائط لنفس المنطقة صادرة عن جهات مختلفة، أو حين اعتماد إحداثيات مقاسة بطرق نظام التوضع العالميGPS، إذ تعطى هذه الإحداثيات دوماً على الإهليلج WGS84 [١٤].



الشكل رقم (١٣٥). التحويل من إهليلج لآخر.

أما بشكل عام فإن الدولة الواحدة تعتمد عادة سطحاً مرجعياً واحداً، وعليه فيعبّر عن النموذج التحليلي بالتحويلين:

$$(\xi,\eta) \to (\varphi,\lambda) \to (x,y) \qquad (١٤,٢)$$

إن الإحداثيات المستوية الديكارتية (x,y) لنقطة ما على خريطة، تابعة لموقع النقطة المقابلة على سطح الأرض، باعتماد سطح رياضي لشكل الأرض، حيث يعرّف موقع نقطة من سطح الأرض بإحداثيات جغرافية على الكرة أو الإهليلج. وباعتماد طريقة للتمثيل المستوي للكرة أو للإهليلج أو لجزء منهما، نعبّر عن طريقة نظام إسقاط هذه السطوح(أو لجزء منها) بتوابع نسميها بتوابع التحويل المباشر من السطح إلى المستوي:

$$x = f_1(\varphi,\lambda) \qquad y = f_2(\varphi,\lambda) \qquad (١٤,٣)$$

وهي تسمح بحساب الإحداثيات المستوية بدلالة الإحداثيات الجغرافية.

ونسمي العلاقات التي تسمح بحساب الإحداثيات الجغرافية (φ,λ) بدلالة الإحداثيات المستوية ، (x,y) بعلاقات التحويل العكسي لنظام الإسقاط أي:

$$\varphi = g_1(x,y) \qquad \lambda = g_2(x,y) \tag{١٤,٤}$$

نلاحظ من هذا النموذج أننا في التحويل التحليلي نطبق أولاً تحويلاً عكسياً ثم تحويلاً مباشراً.

وتكمن الصعوبة في طرق التحويل التحليلي في إيجاد قوانين التحويل العكسية، وخاصة عند اعتماد الإهليلج كسطح للمرجعية الجغرافية لنقاط سطح الأرض، ويسهل بشكل عام إيجاد قوانين التحويل العكسية عند اعتماد الكرة بدلاً من الإهليلج، وتعريف الإحداثيات الجغرافية عليها.

ولبيان هذه الصعوبة سنعتبر في الفقرة التالية مثالاً عن نظام إسقاط ميركاتور.

(١٤,٣) قوانين التحويل المباشرة والعكسية لنظام إسقاط ميركاتور

يستخدم نظام إسقاط ميركاتور في الخرائط البحرية. وعند اعتماد سطح الكرة يعطينا هذا نظام الإسقاط قوانين التحويل المباشرة التالية:

$$x = R\lambda \quad ; \quad y = R\,ln\,tan(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}) \tag{١٤,٥}$$

حيث ln هو اللوغاريتم النيبري و R نصف قطر الكرة.

ويمكننا من العلاقتين استنتاج قوانين التحويل العكسية:

$$\lambda = \frac{R}{x} \quad ; \quad \varphi = 2\,arctan(\varepsilon^{\frac{y}{R}}) - \frac{\pi}{2} \tag{١٤,٦}$$

وقد رمزنا ب ε للعدد النيبري (2.7181818...) لتميّزه عن e ، حيث يرمز بـ e^2 إلى اللامركزية الأولى للإهليلج الدوراني.

أما عند اعتماد الاهليلج الدوراني كتقريب أول لسطح الأرض وتعريف الإحداثيات الجغرافية (φ, λ) عليه، فإن قوانين التحويل المباشر تكون:

$$\left\{\begin{array}{l} x= a\,\lambda \\ y= a\,lnU \\ U=\dfrac{tan(45^0+\dfrac{\varphi}{2})}{tan^e(45^0+\dfrac{\psi}{2})}, \psi=arcsin(esin\varphi) \end{array}\right. \qquad (١٤,٧)$$

حيث يمثل a نصف القطر الكبير للاهليلج، و e^2 اللامركزية الأولى للاهليلج:

$$e^2=\frac{a^2-b^2}{a^2} \qquad (١٤,٨)$$

وb نصف القطر الصغير للاهليلج.

ولإيجاد (φ,λ) من قوانين التحويل العكسية نلاحظ أن حساب λ هو فوري:

$$\lambda=\frac{x}{a} \qquad (١٤,٩)$$

أما حساب φ بدلالة y فهو أكثر تعقيداً، إذ يتطلب عمليات تقريب متتالية،

حيث يمكننا كتابة العلاقة الثانية على الشكل:

$$ln\,tan(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2})-\frac{e}{2}ln\frac{1+e\,sin\varphi}{1-e\,sin\varphi}=\frac{y}{a} \qquad (١٤,١٠)$$

وبوضع:

$$P=\frac{e}{2}ln\frac{1+e\,sin\varphi}{1-e\,sin\varphi} \qquad (١٤,١١)$$

تكتب العلاقة السابقة على الشكل:

$$ln\,tan(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2})=\frac{y}{a}+P \qquad (١٤,١٢)$$

أو:

$$tan(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2})=\varepsilon^{\{\frac{y}{a}+P\}} \quad (١٤،١٣)$$

(ε : العدد النيبري)

ويمكننا كتابة العلاقة على الشكل:

$$\frac{1+tan\frac{\varphi}{2}}{1-tan\frac{\varphi}{2}}=\varepsilon^{\{\frac{y}{a}+P\}} \quad (١٤،١٤)$$

أو:

$$tan\frac{\varphi}{2}=\frac{\varepsilon^{\{\frac{y}{a}+P\}}-1}{\varepsilon^{\{\frac{y}{a}+P\}}+1}=th\{\frac{1}{2}(\frac{y}{a}+P)\} \quad (١٤،١٥)$$

أو:

$$\varphi=2.arctan[\,th\{\frac{1}{2}(\frac{y}{a}+P)\}] \quad (١٤،١٦)$$

حيث يرمز th إلى الظل الزائدي.

فباعتبار قيمة تقريبية ل φ ولتكن φ_1 (يمكن معرفتها باعتماد الكرة أولاً)، تعطينا العلاقة قيمة P وتسمح لنا عندئذ العلاقة بحساب قيمة تقريبية ثانية φ_2 لـ φ ، نستخدمها لحساب قيمة P من جديد من، وتعطينا العلاقة قيمة جديدة φ_3 لـ φ وهكذا. حتى يصبح الفرق بين قيمتين متتاليتين لـ φ مهملاً، فنعتمد القيمة الأخيرة لـ φ. نلاحظ من هذا المثال أن الانتقال من الإحداثيات المستوية إلى الإحداثيات الجغرافية، هي عملية معقّدة عند اعتماد الإهليلج الدوراني، ومن المؤكد أنها لا تشكل عقبة طالما أن الحسابات تتم على حاسوب، إلا أن عدد النقاط المطلوب تطبيق هذا التحويل العكسي عليها يكون عادة كبيراً جداً ويتطلب من الحاسوب زمناً طويلاً نسبياً، وهذا ما يشكل إحدى المساوئ الرئيسة لإتباع طرق التحويل التحليلي.

(١٤,٤) استخدام التحويلات الوسيطة في التحويل التحليلي [١٣]

لنعد إلى النموذج (١٤,١)، إن التحول العكسي من النظام المستوية (ξ,η) إلى نظام الإحداثيات الجغرافية (φ,λ)، قد يتطلب عدداً من التحويلات الوسيطة، وذلك لأسباب عديدة. إذ يتمّ قياس (ξ,η) ضمن نظام إحداثيات ديكارتية، وقد يكون من المناسب في نظام إسقاط محدّد تطبيق تحويل للإحداثيات الديكارتية (ξ,η) إلى إحداثيات قطبية (ρ,θ) في المستوي، ليصار بعدها إلى تحويل هذه الإحداثيات القطبية إلى إحداثيات جغرافية. ففي هذه الحالة يحوي نموذج التحويل مرحلة إضافية:

$$(\xi,\eta) \rightarrow (\rho,\theta) \rightarrow (\varphi,\lambda) \rightarrow (x,y) \qquad (١٤,١٧)$$

→ تحويل مباشر ← → تحويل عكسي ←

أضف إلى ذلك، أن هنالك بعض نظم الإسقاط قد تتطلب في التحويل المباشر من (φ,λ) إلى (x,y) تحويلات وسيطة وخاصة منها نظم الإسقاط المائلة والعرضانية، إذ علينا أولاً تطبيق تحويل للإحداثيات الجغرافية إلى نظام سموت ومسافات (z,d) على السطح، وذلك بتطبيق علاقات المثلثات الكروية أو الإهليلجية. فنموذج التحويل التحليلي يكون في هذه الحالة:

$$(\xi,\eta) \rightarrow (\rho,\theta) \rightarrow (\varphi,\lambda) \rightarrow (z,d) \rightarrow (x,y) \qquad (١٤,١٨)$$

→ تحويل مباشر ← → تحويل عكسي ←

وهنالك طريقة أخرى للتحويل التحليلي، هي استخدام النظام الديكارتية المتعامدة (x,y,z) في مركز السطح(الكرة أو الإهليلج)، لتعريف مواقع النقاط وذلك بعملية تحويل وسيطة من النظام (φ,λ) إلى النظام (x,y,z)، ومن ثم تطبيق تحويل عمودي (دورانات للمحاور) للنظام (x,y,z) للحصول على النظام (x',y',z') في مركز السطح، أو تحويل عمودي مع انسحابات للمحاور إلى مركز نظام الإسقاط

(φ_0, λ_0) على السطح، يليه تحويل وسيط آخر لـ (x', y', z') للحصول على إحداثيات (u, ζ) في نظام منحني على السطح، وأخيراً تطبيق تحويل من النظام (u, ζ) إلى النظام المستوية (x,y) وفق نظام إسقاط محدّد. فنموذج التحويل التحليلي في هذه الحالة يكون:

$$(\xi, \eta) \rightarrow (\varphi, \lambda) \rightarrow (X, Y, Z) \rightarrow (X', Y', Z') \rightarrow (u, \zeta) \rightarrow (x, y) \quad (١٤,١٩)$$

→ تحويل مباشر ← → تحويلات وسيطة على السطح ← → تحويل عكسي ←

إن طرق التحويل التحليلية هي دقيقة ومستقلة عند اتساع المنطقة التي يراد تمثيلها في النظام *(x,y,z)*والمراد اعتمادها في أنظمة المعلومات الجغرافي، إلا أن لهذه الطرق مساوئ أهمها أنها تتطلب حسابات معقدة وطويلة، وهذا ما يؤدي إلى بطء في عمليات التحويل للحصول على الإحداثيات *(x,y,z)*. ومما يزيد في تعقيد عمليات التحويل استخدام تحويلات وسيطة. ومن المؤكد أن الحواسيب ذات السرعات العالية تخفف من هذه السيئة، لكنها تبقى غير ملائمة إذا ما طبقت على ملفات ذات حجم كبير، فبالنسبة لنماذج التحويل هنالك تحويلات وسيطة ستطبق على كل نقطة، وتتعقد الحسابات إذا اعتبرنا الإهليلج الدوراني كشكل لسطح الأرض. ففي النموذج علينا حساب الإحداثيات *(x,y,z)* لكل نقطة، ثم تطبيق الدورانات والانسحابات عليها للوصول إلى النظام (x', y', z') ليصار بعدها إلى تحويل إحداثيات كل نقطة في هذا النظام الأخير إلى النظام (u, ζ)، باستخدام علاقات معقدة على الإهليلج تتطلب عمليات تقريب متتالية، أو تتطلب تطبيق قوانين المثلثات الكروية عند اعتماد الكرة كسطح لشكل الأرض.

أضف إلى ذلك أنه في طرق التحويل التحليلي، علينا معرفة نوع نظام الإسقاط للنقاط التي قيست إحداثياتها (ξ,η) على الخريطة، كذلك تحديد طريقة نظام الإسقاط الذي نود اعتماده للوصول إلى الإحداثيات (x,y)التي ستستخدم في النظام.

وقد وضع سنايدر (Snyder) عام ١٩٨٦م برنامجاً في محاولة منه لمعرفة نوع نظام الإسقاط المستخدم في خريطة، وذلك استناداً إلى الإحداثيات المستوية لتسع نقاط واقعة على ثلاث موازيات وثلاث خطوط طول، حيث يتم استخلاص الإحداثيات المستوية لها بطريقة الترقيم(digitizing) . إلا أن هذا البرنامج لا يمكنه أن يحدّد أو يميّز إلا بعض أنواع نظم الإسقاط.

(١٤,٥) طرق التحويل الخطية المباشرة أو طرق التحويل من شبكة مستوية إلى شبكة مستوية [١٥]

تحدد هذه الطرق العلاقات بين الإحداثيات المستوية (ξ,η) والإحداثيات المستوية (x,y) لنفس النقاط في نظامي إسقاط مختلفين، وتكون هذه العلاقات خطية. فنموذج التحويل هذا يكون:

$$(\xi,\eta) \rightarrow (x,y) \qquad (١٤,٢٠)$$

لقد استخدمت طرق التحويل هذه لعدة أغراض في مجال الكارتوغرافيا التقليدية، كإنشاء شبكة إحداثيات متعامدة جديدة على خريطة طوبوغرافية، ومن هنا أتت التسمية: التحويل من شبكة مستوية إلى شبكة مستوية، ويستفاد منها لتوضيح معطيات صور استشعار عن بعد ضمن شبكة إحداثيات، وهي مستخدمة في المساحة التصويرية الجوية، ويستفاد من تقنية هذا التحويل في الطرق التي تتطلب تصحيحات هندسية لصور الاستشعار عن بعد، بما فيها تلك الصور المشتقة من (Landsat MSS)

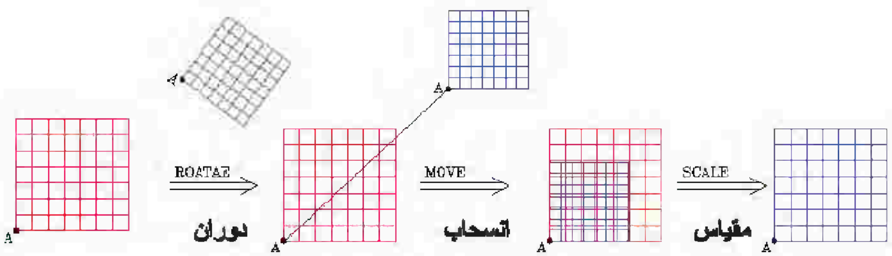
أو (Landsat MT) أو المجسّات (SPOT sensors) . ويتم التحويل في هذه الطرق بالاستعانة بنقاط "تحكم" أرضية (ground control points) ذات إحداثيات معلومة في النظام(x,y) ومقاسة في النظام (ξ,η) ، حيث تسمح نقاط التحكم هذه بتعيين وسطاء التحويل في علاقات التحويل، ليصار بعد ذلك إلى تحويل كافة النقاط المقاسة في النظام (ξ,η) ، إلى إحداثيات في النظام (x,y) الذي ستعتمد.

ويمكننا القول، بشكل عام، أنه يمكن تطبيق طرق التحويل الخطية المباشرة في كل المجالات التي نحتاج فيها إلى تحويل مجموعة كبيرة من النقاط ذات الإحداثيات المقاسة في نظام (ξ,η) إلى إحداثيات متعامدة في نظام (x,y) ، شريطة معرفة إحداثيات البعض من هذه النقاط في النظام(x,y) والتي بواسطتها نحدّد وسطاء التحويل.

إن الطرق الأكثر استخداماً في التحويل المباشر من شبكة إلى أخرى هي طرق خطية، أي أنها تتمتع بالخواص التالية :

- تبقى الخطوط المستقيمة خطوطاً مستقيمة بعد التحويل.
- تبقى الخطوط المتوازية متوازية بعد التحويل.
- تبقى نسب الأطوال على خط مستقيم نفسها بعد التحويل.

ولدينا طريقتان رئيستان للتحويل الخطي من شبكة إلى شبكة :



الشكل رقم (١٣٦). التحويل الخطي.

(١٤,٥,١) طريقة التحويل الخطي المطابقة (conform)

وتسمى بتحويل هلمرت (Helmert)

إن علاقات التحويل في هذه الطريقة هي من الشكل :

$$\begin{cases} x = a + c\xi - d\eta \\ y = b + d\xi + c\eta \end{cases} \qquad (١٤،٢١)$$

حيث الأمثال (a,b,c,d) مجهولة ، ونسميها وسطاء التحويل وعددها أربعة.

(١٤,٥,٢) طريقة التحويل المتصل (affine)

وتكون علاقات التحويل فيها من الشكل :

$$\begin{cases} x = a + c\xi + d\eta \\ y = b + e\xi + f\eta \end{cases} \qquad (١٤،٢٢)$$

حيث (a,b,c,d,e,f) هي وسطاء التحويل وعددها ستة.

يمكننا استخدام هاتين الطريقتين لتحويل الإحداثيات (ξ,η) المقاسة مثلاً بالمرقّم (digitizer) إلى إحداثيات (x,y) في نظام ، سيعتمد في أنظمة المعلومات الجغرافية ، وذلك بعد تعيّين قيم الوسطاء في كل طريقة. وسنبحث في الفقرات التالية طرق تعيّين هذه الوسطاء.

ويمكن القول أن كلاً من الطريقتين في التحويل تمثل هندسياً :

- انسحاباً لمحاور الإحداثيات ، وهذا واضح من وجود الوسيطين a وb في كلا التحويلين.
- تغيّراً في المقياس من شبكة أولى (ξ,η) إلى شبكة ثانية (x,y).

والمميّز في تحويل هلمرت أن عامل المقياس هو نفسه بالاتجاه x وبالاتجاه y حيث يمكن دوماً وضع :

$$c = m.\cos\alpha \quad ; \quad d = m.\sin\alpha \qquad (١٤,٢٣)$$

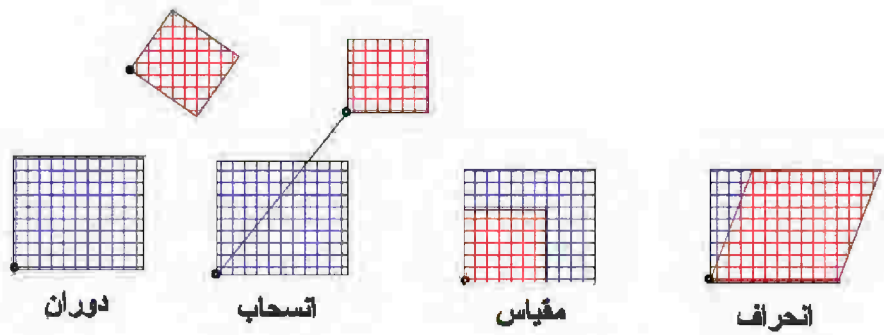
وكتابة العلاقتين على الشكل:

$$\begin{cases} x = a + m(\cos\alpha.\xi - \sin\alpha.\eta) \\ y = b + m(\sin\alpha.\xi + \cos\alpha.\eta) \end{cases} \qquad (١٤,٢٤)$$

بينما يكون عامل المقياس باتجاه x مختلفاً عنه باتجاه y في طريقة التحويل المتصل.

- دوراناً لمحاور نظام بالنسبة لمحاور النظام الآخر.

والفرق بين طريقتي التحويل هاتين، أن طريقة هلمرت لا تشوه الأشكال، أي أن مربعاً في النظام الأول يبقى مربعاً والدائرة تبقى دائرة، بينما تشوه طريقة التحويل المتصل الأشكال أي أن المربع قد يصبح بعد التحويل مستطيلاً أو متوازي أضلاع (الشكل رقم ١٣٧).



الشكل رقم (١٣٧). التحويل المتصل.

(١٤,٥,٣) تعيين الوسطاء في تحويل هلمرت Helmert

لنفرض أن لدينا نقطتين في النظام (x, y): (x_2, y_2) ; (x_1, y_1) وقد قيست إحداثياتهما في النظام (ξ, η): (ξ_2, η_2) ; (ξ_1, η_1).

إن العلاقات تسمح لنا بكتابة المعادلات:

$$\left\{\begin{aligned} x_1 &= a + c\xi_1 - d\eta_1 \\ y_1 &= b + c\eta_1 + d\xi_1 \\ x_2 &= a + c\xi_2 - d\eta_2 \\ y_2 &= b + c\eta_2 + d\xi_2 \end{aligned}\right. \qquad (١٤,٢٥)$$

فبطرح المعادلة الثالثة من المعادلة الأولى وطرح المعادلة الرابعة من المعادلة الثانية نجد:

$$\left\{\begin{aligned} x_1 - x_2 &= (\xi_1 - \xi_2)c - (\eta_1 - \eta_2)d \\ y_1 - y_2 &= (\eta_1 - \eta_2)c + (\xi_1 - \xi_2)d \end{aligned}\right. \qquad (١٤,٢٦)$$

ومن هاتين المعادلتين نحسب قيمة الوسيطين c و d ، فنجد:

$$c = \frac{(x_1 - x_2)(\xi_1 - \xi_2) + (y_1 - y_2)(\eta_1 - \eta_2)}{(\xi_1 - \xi_2)^2 + (\eta_1 - \eta_2)^2} \qquad (١٤,٢٧)$$

$$d = \frac{(y_1 - y_2)(\xi_1 - \xi_2) - (x_1 - x_2)(\eta_1 - \eta_2)}{(\xi_1 - \xi_2)^2 + (\eta_1 - \eta_2)^2} \qquad (١٤,٢٨)$$

وتعطينا المعادلتان الأولى والثانية من قيمة a وb.

وإذا أردنا حساب عامل المقياس m وزاوية الدوران α ، فمن العلاقتين نجد:

$$m^2 = c^2 + d^2 \qquad (١٤,٢٩)$$

$$\tan\alpha = \frac{d}{c} \qquad (١٤,٣٠)$$

نلاحظ مما تقدم أنه يكفي معرفة إحداثيات نقطتين في النظام(x,y) وقد قيست إحداثياتهما في النظام(ξ,η) لتعيين الوسطاء في تحويل هلمرت. وبعد معرفة قيمة الوسطاء تسمح لنا علاقتا التحويل بتحويل إحداثيات كافة النقاط التي قيست إحداثياتها في النظام (ξ,η) إلى إحداثيات في النظام (x,y).

إن تعيين وسطاء التحويل باستخدام نقطتين فقط غير كاف، لأن الإحداثيات المقاسة(ξ,η) لهاتين النقطتين تحمل أخطاء، وهذه الأخطاء تؤثر على قيم الوسطاء،

ومن ثم على عملية التحويل بأكملها لسائر النقاط التي يراد تحويلها إلى النظام(x,y).
وغالباً ما يكون لدينا أكثر من نقطتين معلومتين في النظام(x,y) وقد قيست إحداثياتها في النظام (ξ,η) ، ونقول في هذه الحالة أن لدينا قياسات فائضة(redundant)، وعلينا الأخذ بعين الاعتبار جميع هذه النقاط لاستنتاج أفضل القيم للوسطاء، ويتم ذلك بتطبيق مبدأ المربعات الصغرى الذي ينص على جعل مجموع مربعات الأخطاء أصغر ما يمكن. هذا ويمكننا اعتبار أن قياسات (ξ,η) غير مرتبطة ولها نفس الدقة.

لنعتبر إذن n نقطة(n>2) قد قيست إحداثياتها $(\xi_i,\eta_i, \quad i=1,2,...,n)$ في النظام(ξ,η). ولهذه النقاط إحداثيات معلومة $(x_i,y_i, \quad i=1,2,...,n)$ في النظام(x,y).

لتكن $(v_{\xi_i},v_{\eta_i}, \quad i=1,2,...,n)$تصحيحات مجهولة على القياسات (ξ_i,η_i). إن العلاقتين (١٤،٢١) تسمحان بكتابة المعادلات التالية :

$$x_i = a + c(\xi_i + v_{\xi_i}) - d(\eta_i + v_{\eta_i}) \qquad (١٤،٣١)$$

$$y_i = b + c(\eta_i + v_{\eta_i}) + d(\xi_i + v_{\eta_i}) \qquad (١٤،٣٢)$$

$$i = 1,2,...,n$$

لنعتبر: a_0,b_0,c_0,d_0 قيماً تقريبية لـ a,b,c,d ، ويمكن الحصول عليها اعتماداً على نقطتين فقط، وحسابها وفق الطريقة المذكورة آنفاً. لنضع :

$$\left\{\begin{array}{l} a = a_0 + \Delta a \\ b = b_0 + \Delta b \\ c = c_0 + \Delta c \\ d = d_0 + \Delta d \end{array}\right. \qquad (١٤،٣٣)$$

حيث $\Delta a,\Delta b,\Delta c,\Delta d$ تزايدات صغيرة مجهولة القيمة، يجب إضافتها إلى القيم التقريبية للحصول على القيم النهائية لوسطاء التحويل.

وبذلك تكتب العلاقات على الشكل :

$$x_i = a_0 + \Delta a + (c_0 + \Delta c)(\xi_i + v_{\xi_i}) - (d_0 + \Delta d)(\eta_i + v_{\eta_i}) \qquad (14-34)$$

$$y_i = b_0 + \Delta b + (c_0 + \Delta c)(\eta_i + v_{\eta_i}) + (d_0 + \Delta d)(\xi_i + v_{\xi_i}) \qquad (14-35)$$

وبنشر الطرف الثاني من هذه المعادلات وباعتبار أن ($v_{\xi_i}, v_{\eta_i}, \Delta a, \Delta b, \Delta c, \Delta d$) هي لامتناهيات في الصغر من الدرجة الأولى، وبإهمال اللامتناهيات في الصغر من الدرجة الثانية، تكتب العلاقات السابقة على الشكل :

$$(١٤,٣٦) \quad -c_0 v_{\xi_i} + d_0 v_{\eta_i} = \Delta a + \xi_i \Delta c - \eta_i \Delta d - \{x_i - (a_0 + c_0 \xi_i - d_0 \eta_i)\}$$

$$(١٤,٣٧) \quad -d_0 v_{\xi_i} - c_0 v_{\eta_i} = \Delta b + \eta_i \Delta c + \xi_i \Delta d - \{y_i - (b_0 + c_0 \eta_i + d_0 \xi_i)\}$$

لنضع :

$$(١٤,٣٨) \qquad \Delta x_i = x_i - (a_0 + c_0 \xi_i - d_0 \eta_i)$$

$$(١٤,٣٩) \qquad \Delta y_i = y_i - (b_0 + c_0 \eta_i + d_0 \xi_{i_i})$$

$$i = 1,2,\ldots,n$$

وهي قيم يمكن حسابها.

وتكتب العلاقات على الشكل :

$$(١٤,٤٠) \qquad -c_0 v_{\xi_i} + d_0 v_{\eta_i} = \Delta a + \xi_i \Delta c - \eta_i \Delta d - \Delta x_i$$

$$(١٤,٤١) \qquad -d_0 v_{\xi_i} - c_0 v_{\eta_i} = \Delta b + \eta_i \Delta c + \xi_i \Delta d - \Delta y_i$$

وبإدخال رموز المصفوفات :

$$V^T = [\ v_{\xi_1} \quad v_{\eta_1} \quad v_{\xi_2} \quad v_{\eta_2} \quad . \quad . \quad v_{\xi_n} \quad v_{\eta_n}\ ]$$

$$W^T = [\ \Delta x_1 \quad \Delta y_1 \quad \Delta x_2 \quad \Delta y_2 \quad . \quad . \quad \Delta x_n \quad \Delta y_n\ ]$$

$$\Delta\beta^T = \begin{bmatrix} \Delta a & \Delta b & \Delta c & \Delta d \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -c_0 & d_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & . & . & . & 0 & 0 \\ -d_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & . & . & . & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_0 & d_0 & 0 & 0 & . & . & . & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -d_0 & -c_0 & 0 & 0 & . & . & . & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & . & . & . & -c_0 & d_0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & . & . & . & -d_0 & -c_0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \xi_1 & -\eta_1 \\ 0 & 1 & \eta_1 & \xi_1 \\ 1 & 0 & \xi_2 & -\eta_2 \\ 0 & 1 & \eta_2 & \xi_2 \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ 1 & 0 & \xi_n & -\eta_n \\ 0 & 1 & \eta_n & \xi_n \end{bmatrix}$$

إن درجة A هي (2n,2n) ودرجة B هي(2n,4).

نكتب العلاقات (١٤،٤٠) و(١٤،٤١) على الشكل:

$$AV = B\,\Delta\beta - W \qquad (١٤،٤٢)$$

ونعيّن متجه التزايدات $\Delta\beta$ وفق مبدأ المربعات الصغرى أي بشكل يصبح فيه التابع التالي أصغرياً:

$$\sum_{i=1}^{n}(v_{\xi_i}^2 + v_{\eta_i}^2) \qquad (١٤,٤٣)$$

ونجد العلاقة المصفوفية التالية:

$$[B^T(AA^T)^{-1}B]\Delta\beta = B^T(AA^T)^{-1}W \qquad (١٤,٤٤)$$

التي تمثل أربع معادلات بأربعة مجاهيل : $(\Delta a, \Delta b, \Delta c, \Delta d)$.

ونجد بسهولة:

$$AA^T = (c_0^2 + d_0^2)I \quad ; \quad (AA^T)^{-1} = \frac{1}{c_0^2 + d_0^2}I \qquad (١٤,٤٥)$$

ونجد:

$$B^T(AA^T)^{-1}B = \frac{1}{c_0^2+d_0^2}\begin{bmatrix} n & 0 & \sum\xi_i & -\sum\eta_i \\ 0 & n & \sum\eta_i & \sum\xi_i \\ \sum\xi_i & \sum\eta_i & \sum(\xi_i^2+\eta_i^2) & 0 \\ -\sum\eta_i & \sum\xi_i & 0 & \sum(\xi_i^2+\eta_i^2) \end{bmatrix} \qquad (١٤,٤٦)$$

وكذلك:

$$B^T(AA^T)^{-1}W = \frac{1}{c_0^2+d_0^2}\begin{bmatrix} \sum\Delta x_i \\ \sum\Delta y_i \\ \sum(\xi_i\Delta x_i + \eta_i\Delta y_i) \\ \sum(\xi_i\Delta y_i - \eta_i\Delta x_i \end{bmatrix} \qquad (١٤,٤٧)$$

ومن ثم يمكننا كتابة (١٤,٤٠):

$$n\Delta a + (\sum\xi_i)\Delta c - (\sum\eta_i)\Delta d = \sum\Delta x_i \qquad (١٤,٤٨)$$

$$n\Delta b + (\sum\eta_i)\Delta c + (\sum\xi_i)\Delta d = \sum\Delta y_i \qquad (١٤,٤٩)$$

$$(\sum\xi_i)\Delta a + (\sum\eta_i)\Delta b + (\sum\xi_i^2 + \eta_i^2)\Delta c = \sum(\xi_i\Delta x_i + \eta_i\Delta y_i) \qquad (١٤,٥٠)$$

$$-(\sum\eta_i)\Delta a + (\sum\xi_i)\Delta b + (\sum\xi_i^2 + \eta_i^2)\Delta d = \sum(\xi_i\Delta y_i - \eta_i\Delta x_i) \qquad (١٤,٥١)$$

وبحل هذه المعادلات نجد قيم: $(\Delta a, \Delta b, \Delta c, \Delta d)$. ونقول في هذه الحالة أننا أجرينا عملية تعديل(adjustment) وفق مبدأ المربعات الصغرى لاستنتاج أفضل القيم للوسطاء.

وبعد تعيين قيم وسطاء التحويل تسمح علاقتا التحويل (١٤،٢١) بتحويل سائر النقاط التي قيست إحداثياتها في النظام (ξ, η) إلى النظام (x, y).

يطبق تحويل هلمرت في عمليات المسح الجوي والاستشعار عن بعد لتحقيق أفضل وضعيّة للصور ضمن نظام إحداثيات أرضية علمت فيها إحداثيات عدد من النقاط المصورة.

(١٤،٥،٤) التحويل المتصل (affine) أو التحويل الخطي غير المطابق

إن فرضية وجود قيمة وحيدة لعامل المقياس بالنسبة لكل الاتجاهات في تحويل هلمرت، جعل من هذا التحويل تحويلاً مطابقاً (conform)، وأدى إلى علاقات سهلة التطبيق. ومع أن اعتماد عامل مقياس ثابت بين نظامين يعتبر فرضية مقبولة في عدد من التطبيقات، إلا أن ذلك غير مقبول في تطبيقات أخرى. ففي مجال المساحة التصويرية، غالباً ما تتأثر أوضاع النقاط على الصور بتشوهات المادة الحساسة للفيلم من تقلّص وتمدّد، وقد لا يكون التقلّص أو التمدد ثابتاً في كل الاتجاهات. وكذلك الأمر بالنسبة لنقاط يتم أخذ إحداثياتها بطريقة الترقيم من خريطة ورقية، فقد تكون الخريطة قد تعرضت لتقلصات وتمددات غير متساوية في مختلف الاتجاهات. ولذلك فمن المفضل في عدد من التطبيقات استخدام طريقة التحويل المتصل، أي التحويل الخطي غير المطابق، أو اعتماد التحويل غير الخطي وفق كثيرات حدود.

يسمح التحويل الخطي المتصل بإدخال عاملين مختلفين للمقياس، الأول باتجاه المحور ξ والثاني باتجاه المحور η، وهذا يكافئ اعتبار عدم وجود تعامد كامل بين محوري الإحداثيات في النظام (ξ,η).

إن علاقتي التحويل المتصل المعطاة في(١٤،٢٢) تضمّ ستة وسطاء مجهولة: (a,b,c,d,e,f) ولتعيينها يجب معرفة ثلاث نقاط في النظام (x,y) والنظام (ξ,η)، فنحصل بذلك على ست معادلات، وبحلها نجد قيم الوسطاء. ثم بمعرفة هذه الوسطاء نتمكن من تحويل كل النقاط المقاسة إحداثياتها.

إلا أنه غالباً ما يكون لدينا n نقطة(n>3) قد قيست إحداثياتها (ξ_i,η_i) وهي معلومة في النظام (x,y). فكما في تحويل هلمرت، نعيّن قيم الوسطاء بتطبيق مبدأ المربعات الصغرى باعتبارn نقطة.

فإذا رمزنا بـ $\{(x_i,y_i)\ ;\ (\xi_i,\eta_i)\ ,\ i=1,2,...,n\}$ لإحداثيات هذه النقاط في جملتي الإحداثيات (x,y) و(ξ,η)، ورمزنا بـ $(v_{\xi_i},v_{\eta_i}\ ,\ i=1,2,...,n)$ للتصحيحات المجهولة على الإحداثيات

$(\xi_i,\eta_i\ ,\ i=1,2,...,n)$، يمكننا أن نكتب من علاقتي التحويل (١٤،٢٢):

$$x_i = a + c(\xi_i + v_{\xi_i}) + d(\eta_i + v_{\eta_i}) \qquad (١٤،٥٢)$$

$$y_i = b + e(\xi_i + v_{\xi_i}) + f(\eta_i + v_{\eta_i}) \qquad (١٤،٥٣)$$

وباعتماد قيم تقريبية a_0,b_0,c_0,d_0,e_0,f_0، يمكننا أن نكتب:

$$\begin{cases} a = a_0 + \Delta a \\ b = b_0 + \Delta b \\ c = c_0 + \Delta c \\ d = d_0 + \Delta d \\ e = e_0 + \Delta e \\ f = f_0 + \Delta f \end{cases} \qquad (١٤،٥٤)$$

حيث $(\Delta a, \Delta b, \Delta c, \Delta d, \Delta e, \Delta f)$ تزايدات صغيرة مجهولة.

ويذلك يمكننا كتابة المعادلات(١٤،٢٢) على الشكل :

$$x_i = a_0 + \Delta a + (c_0 + \Delta c)(\xi_i + v_{\xi_i}) + (d_0 + \Delta d)(\eta_i + v_{\eta_i}) \quad (١٤،٥٥)$$

$$y_i = b_0 + \Delta b + (e_0 + \Delta e)(\xi_i + v_{\xi_i}) + (f_0 + \Delta f)(\eta_i + v_{\eta_i}) \quad (١٤،٥٦)$$

$$i = 1,2,\ldots,n$$

وبنشر الطرف الثاني ، وعلى اعتبار أن التزايدات والتصحيحات لامتناهيات في الصغر من الدرجة الأولى وإهمال اللامتناهيات في الصغر من الدرجة الثانية ، نجد :

$$-c_0 v_{\xi_i} - d_0 v_{\eta_i} = \Delta a + \xi_i \Delta c + \eta_i \Delta d - \Delta x_i \quad (١٤،٥٧)$$

$$-e_0 v_{\xi_i} - f_0 v_{\eta_i} = \Delta b + \xi_i \Delta e + \eta_i \Delta f - \Delta y_i \quad (١٤،٥٨)$$

حيث :

$$\Delta x_i = x_i - (a_0 + c_0 \xi_i + d_0 \eta_i) \quad (١٤،٥٩)$$

$$\Delta y_i = y_i - (b_0 + e_0 \xi_i + f_0 \eta_i) \quad (١٤،٦٠)$$

وهي قيم يمكن حسابها.

ولإيجاد قيم التزايدات نطبق مبدأ المربعات الصغرى الذي يجعل التابع : $\sum (v_{\xi_i}^2 + v_{\eta_i}^2)$ أصغر ما يمكن فإذا أدخلنا الرموز المصفوفية :

$$A = \begin{bmatrix} -c_0 & -d_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & . & . & 0 & 0 \\ -e_0 & -f_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & . & . & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_0 & -d_0 & 0 & 0 & . & . & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -e_0 & -f_0 & 0 & 0 & . & . & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & . & . & -c_0 & -d_0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & . & . & -e_0 & -f_0 \end{bmatrix}$$

$$V^T = [\ v_{\xi_1} \quad v_{\eta_1} \quad v_{\xi_2} \quad v_{\eta_2} \quad . \quad . \quad . \quad v_{\xi_n} \quad v_{\eta_n}\ ]$$

$$W^T = [\ \Delta x_1 \quad \Delta y_1 \quad \Delta x_2 \quad \Delta y_2 \quad . \quad . \quad . \quad \Delta x_n \quad \Delta y_n\ ]$$

$$\Delta\beta^T = [\ \Delta a \quad \Delta b \quad \Delta c \quad \Delta d \quad \Delta e \quad \Delta f\ ]$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \xi_1 & \eta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \xi_1 & \eta_1 \\ 1 & 0 & \xi_2 & \eta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \xi_2 & \eta_2 \\ . & . & . & . & . & . \\ 1 & 0 & \xi_n & \eta_n & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \xi_n & \eta_n \end{bmatrix}$$

يمكننا كتابة المعادلات على الشكل:

$$AV = B\Delta\beta + W \qquad (١٤,٦١)$$

ويعطينا مبدأ المربعات الصغرى قيم عناصر المتجه $\Delta\beta$ أي: $(\Delta a, \Delta b, \Delta c, \Delta d, \Delta e, \Delta f)$ وذلك من العلاقة:

$$\Delta\beta = [B^T(AA^T)^{-1}B]^{-1}B^T(AA^T)^{-1}W \qquad (١٤,٦٢)$$

وتعطينا عندئذ العلاقات قيم وسطاء التحويل. وبمعرفة قيم وسطاء التحويل نتمكن من تطبيق علاقتي التحويل لإيجاد الإحداثيات (x, y) لكل النقاط التي تمّ قياس إحداثياتها في النظام (ξ, η).

(١٤,٥,٥) استخدام طرق التحويل الخطية المباشرة للتخفيف من التشوهات الورقية [١٦]

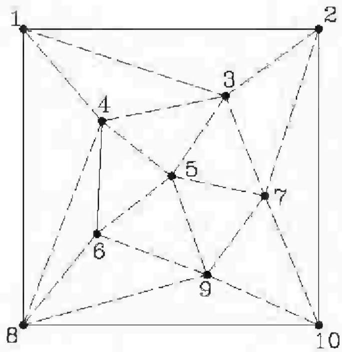
لقد ذكرنا في الفقرة أنه يمكن استخدام طرق التحويل للتخفيف من التشوهات في الخرائط الورقية، وذلك عند اعتماد الماسحة أو جهاز المرقّم في تحويل الخرائط الورقية إلى معطيات رقمية، وفي هذه الحالة نعتمد مجموعة من النقاط ممثلة على الخريطة وإحداثياتها معلومة ومعتبرة صحيحة (نقاط تثليث، نقاط مضلعات، نقاط تقاطع شبكة المربعات الديسيمترية) ونسميها بنقاط التحكم (control points). فهذه النقاط معلومة إحداثياتها في النظام التي سيتم تحويل الإحداثيات إليه، ويمكن قياس إحداثياتها المشوهة (ξ,η) على الخريطة بعد عملية المسح أو الترقيم (digitizing). إن هذه المعطيات تسمح لنا بحساب وسطاء التحويل سواء في تحويل هلمرت أو التحويل المتصل، وفق ما هو مشروح في الفقرات السابقة. وبمعرفة الوسطاء يمكننا تحويل جميع الإحداثيات (ξ,η) "المشوهة" المقاسة إلى النظام(x,y)، ويمكن اعتبار الإحداثيات(x,y) لهذه النقاط مصححة، إلى حد ما، من تأثير التشوهات.

تدعى هذه العملية في بعض المراجع بالربط المرن(Rubersheeting). والجدير بالذكر أنه يمكن تطبيق الربط المرن بطريقتين:

- باعتبار جميع النقاط المعلومة إحداثياتها في النظام (x,y) والمقاسة إحداثياتها في النظام(ξ,η) ، نحسب وسطاء التحويل(هلمرت أو المتصل). وكما ذكرنا في الفقرات السابقة يجب معرفة إحداثيات ثلاث نقاط على الأقل في النظامين حين اتباع طريقة التحويل المتصل، أو معرفة نقطتين على الأقل حين اللجوء إلى طريقة هلمرت، إلا أنه غالباً ما يكون لدينا عدداً أكبر من العدد اللازم لحساب الوسطاء، فنلجأ إلى طريقة المربعات الصغرى لتعيين الوسطاء، كما

في الشكل رقم (١٣٨)، حيث لدينا عشر نقاط تحكم. وبعد حساب قيم الوسطاء تسمح لنا قوانين التحويل بحساب الإحداثيات(x,y) لكل النقاط التي تمّ قياس إحداثياتها (ξ,η).

- نجزئ المخطط إلى مثلثات رؤوسها نقاط التحكم، ونطبق طريقة التحويل المتصل لكل مثلث باستخدام نقاط التحكم التي تشكل رؤوسه. ونحصل بذلك على وسطاء تحويل خاصة بكل مثلث، يمكن استخدامها في قانون التحويل المتصل لتحويل الإحداثيات المقاسة للنقاط الواقعة داخل المثلث.



الشكل رقم (١٣٨). المخطط المجزأ قبل التحويل.

إن اختيار إحدى الطريقتين يتعلق بطبيعة التشوهات في المخطط. وبشكل عام يمكن أن نعطي التوصيات العملية التالية:

- إذا تبيّن أن التشوه منتظم وثابت في كل أرجاء المخطط فينصح باستخدام طريقة هلمرت دون التجزئة إلى مثلثات. هذا ويمكن ملاحظة انتظام وثبات التشوهات، من شبكة المربعات الديسيمترية التي تبقى متعامدة في هذه الحالة،

وتبقى خطوطها متوازية، لكنّ أطوال أضلاع المربعات تكون مشوهة بشكل منتظم.

- إذا لاحظنا أن شبكة المربعات الديسيمترية هي تقريباً متعامدة وخطوطها متوازية وأن المربعات قد أصبحت تقريباً مستطيلات أو متوازيات أضلاع، فإنه يمكن اللجوء إلى طريقة التحويل المتصل دون التجزئة إلى مثلثات.
- إذا تبيّن أن التشوهات غير منتظمة على المخطط، وخاصة في حالة المخططات المطوية حيث تزداد التشوهات عند أحرف الطي، فينصح باستخدام طريقة التحويل المتصل مع تجزئة إلى مثلثات، إلا أنه لا بدّ لنا هنا أن نراعي شرطاً يقضي بأن يكون عدد نقاط التحكم كافياً، وأن تكون نقاط التحكم موزعة بشكل منتظم على كامل المخطط. وتدعى طريقة التحويل المتصل حين استخدام التجزئة بطريقة التحويل المتصل الجزئي (piecewise affine).

(١٤,٦) طرق التحويل العددية أو طرق التحويل باستخدام كثيرات الحدود (polynomial)

تستخدم في التحويل العددي كثيرات حدود لربط الإحداثيات الديكارتية لنقاط على الخريطةK بالإحداثيات الجغرافية للنقاط المقابلة على سطح الأرض، أو أيضاً لربط الإحداثيات الديكارتية لنقاط في نظام أول(ξ,η)، بإحداثيات ديكارتية لنظام ثان (x,y)، فهي تسمح بتحويل إحداثيات مستوية إلى إحداثيات جغرافية، أو تحويل إحداثيات منسوبة إلى نظام مستوية إلى نظام مستوية ثانية.

إن طرق التحويل العددية هي هامة في مجال الحساب العددي، ولها تطبيقات في عدة ميادين ضمن أنظمة المعلومات الجغرافية. ويمكن أن نقول أنها تستخدم بقدر متساو من الفعّالية لتحويل نقاط معرّفة في نظام الإحداثيات الجغرافية (φ,λ) إلى نظام

إحداثيات ديكارتية (x,y). أو لتحويل نقاط قيست إحداثياتها (ξ,η) في نظام مستوية إلى إحداثيات مستوية (x,y) في نظام آخر متعامد.

ويمكننا مبدئياً اختيار أي درجة كثيرة حدود لعملية التحويل. فإذا اعتبرنا كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة التي تربط الإحداثيات الجغرافية لنقطة بنظيرتها في نظام إحداثيات ديكارتية فإن النموذج الرياضي للتحويل يكون:

$$\begin{cases} x = a_{00} + a_{10}\lambda + a_{01}\varphi + a_{20}\lambda^2 + a_{11}\lambda\varphi + a_{02}\varphi^2 + a_{30}\lambda^3 + a_{21}\lambda^2\varphi + a_{12}\lambda\varphi^2 + a_{03}\varphi^3 \\ y = b_{00} + b_{10}\lambda + b_{01}\varphi + b_{20}\lambda^2 + b_{11}\lambda\varphi + b_{02}\varphi^2 + b_{30}\lambda^3 + b_{21}\lambda^2\varphi + b_{12}\lambda\varphi^2 + b_{03}\varphi^3 \end{cases} \quad (١٤,٦٣)$$

وعلينا تعيين الأمثال $(a_{00},......,a_{03})$ والأمثال $(b_{00},......b_{03})$ التي نسميها وسطاء التحويل، ليصار إلى تحويل إحداثيات نقطة ما من النظام (φ,λ) إلى النظام (x,y).

وإذا اعتبرنا كثير حدود من الدرجة الثالثة تربط الإحداثيات الديكارتية (ξ,η) بالإحداثيات الديكارتية (x,y)، فإن النموذج الرياضي للتحويل يكون:

$$\begin{cases} x = c_{00} + c_{10}\xi + c_{01}\eta + c_{20}\xi^2 + c_{11}\xi\eta + c_{02}\eta^2 + c_{30}\xi^3 + c_{21}\xi^2\eta + c_{12}\xi\eta^2 + c_{03}\eta^3 \\ y = d_{00} + d_{10}\xi + d_{01}\eta + d_{20}\xi^2 + d_{11}\xi\eta + d_{02}\eta^2 + d_{30}\xi^3 + d_{21}\xi\ \eta + d_{12}\xi\eta^2 + d_{03}\eta^3 \end{cases} \quad (١٤,٦٤)$$

حيث وسطاء التحويل هي: $(c_{00},........,c_{03})$ و $(d_{00},.......,d_{03})$، وعلينا تعينها لاستخدام هذا النموذج.

نلاحظ أنه باعتماد كثيرة حدود من الدرجة الثالثة يكون لدينا عشرون وسيطاً مجهولاً. ولتعيين هذه الوسطاء نحتاج إلى معرفة إحداثيات عشر نقاط على الأقل في كلا النظامين.

إن عدد وسطاء التحويل، ومن ثم العدد الأصغر للنقاط التي يجب معرفة إحداثياتها في الجملتين، وكذلك كمية الحسابات المطلوبة لتعيين الوسطاء، تتعلق كلها بدرجة كثيرة الحدود. فعند اعتماد كثيرات حدود من الدرجة الثالثة ومعرفة إحداثيات

عشر نقاط في النظامين، نتمكن من المعادلة الأولى في كلا التحويلين (١٤,٦٣) و(١٤,٦٤) من كتابة عشر معادلات بعشرة مجاهيل، هي الوسطاء في المعادلة الأولى، وبحل هذه المعادلات نحصل على قيم الوسطاء، وكذلك الأمر بالنسبة للمعادلة الثانية في كلا التحولين (١٤,٦٣) و(١٤,٦٤).

إن طريقة التحويل المتصل(affine) ما هي إلا حالة خاصة من طريقة التحويل باستخدام كثيرات الحدود، حيث الاعتماد فيها على كثير حدود من الدرجة الأولى، وهو يحتاج إلى ثلاث نقاط معلومة في النظامين لحساب وسطاء التحويل. وإذا اعتمدنا كثيرات حدود من الدرجة الثانية، فإننا نحتاج إلى ست نقاط معلومة. وسرعان ما يزداد عدد الوسطاء بزيادة درجة كثيرة الحدود، فنلاحظ بسهولة أنه عند اعتماد كثيرات حدود من الدرجة الرابعة، فإننا نحتاج إلى خمس عشرة نقطة، وبالنسبة للدرجة الخامسة يجب أن لا يقل عدد النقاط المعلومة في النظامين عن إحدى وعشرين نقطة.

وبشكل عام يكون عدد النقاط المعروفة إحداثياتها في النظامين أكبر من العدد الأصغر لإيجاد تعيين وحيد لوسطاء التحويل. وفي هذه الحالة نطبق مبدأ المربعات الصغرى لتعيين قيم الوسطاء.

فإذا اعتمدنا كثيرات الحدود من الدرجة الثالثة وفرضنا أن لدينا n نقطة(n>10)، ذات إحداثيات جغرافية (φ_i, λ_i) وإحداثيات مستوية (x_i, y_i) معروفة، فيكون:

$$x_i = a_{00} + a_{10}\lambda_i + a_{01}\varphi_i + a_{20}\lambda_i^2 + a_{11}\lambda_i\varphi_i + a_{02}\varphi_i^2 + a_{30}\lambda_i^3 + a_{21}\lambda_i^2\varphi_i + a_{12}\lambda_i\varphi_i^2 + a_{03}\varphi_i^3 \quad (١٤,٦٥)$$

$$y_i = b_{00} + b_{10}\lambda_i + b_{01}\varphi_i + b_{20}\lambda_i^2 + b_{11}\lambda_i\varphi_i + b_{02}\varphi_i^2 + b_{30}\lambda_i^3 + b_{21}\lambda_i^2\varphi_i + b_{12}\lambda_i\varphi_i^2 + b_{03}\varphi_i^3 \quad (١٤,٦٦)$$

$$i = 1,2,\ldots,n$$

وبإدخال الرموز المصفوفية التالية:

$$\beta_1^T = [a_{00} \quad a_{10} \quad a_{01} \quad a_{20} \quad a_{11} \quad a_{02} \quad a_{30} \quad a_{21} \quad a_{12} \quad a_{03}]$$
$$\beta_2^T = [b_{00} \quad b_{10} \quad b_{01} \quad b_{20} \quad b_{11} \quad b_{02} \quad b_{30} \quad b_{21} \quad b_{12} \quad b_{03}]$$

$$Y^T = [y_1 \quad y_2 \quad \dots\dots\dots \quad y_n]$$
$$X^T = [x_1 \quad x_2 \quad \dots\dots\dots \quad x_n]$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & \lambda_1 & \varphi_1 & \lambda_1^2 & \lambda_1\varphi_1 & \varphi_1^2 & \lambda_1^3 & \lambda_1^2\varphi_1 & \lambda_1\varphi_1^2 & \varphi_1^3 \\ 1 & \lambda_2 & \varphi_2 & \lambda_2^2 & \lambda_2\varphi_2 & \varphi_2^2 & \lambda_2^3 & \lambda_2^2\varphi_2 & \lambda_2\varphi_2^2 & \varphi_2^3 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ 1 & \lambda_n & \varphi_n & \lambda_n^2 & \lambda_n\varphi_n & \varphi_n^2 & \lambda_n^3 & \lambda_n^2\varphi_n & \lambda_n\varphi_n^2 & \varphi_n^3 \end{bmatrix}$$

يمكننا كتابة مجموعة المعادلات (١٤,٦٣) و(١٤,٦٤) على الشكل:

$$B\beta_1 = X \quad ; \quad B\beta_2 = Y \qquad (١٤,٦٧)$$

وتعطينا طريقة المربعات الصغرى متجهي الوسطاء β_1 و β_2 من العلاقتين:

$$\beta_1 = (B^T B)^{-1} B^T X \quad ; \quad \beta_2 = (B^T B)^{-1} B^T Y \qquad (١٤,٦٨)$$

هذا وعند اعتماد التحويل بكثيرات حدود من الدرجة الثالثة من النظام (ξ,η) إلى النظام (x,y) وفق النموذج(١٤,٦٨)، فإن الطريقة الواردة آنفاً، لحساب الوسطاء، تبقى نفسها على أن نعتبر في المصفوفة B ξ بدلاً من λ وη بدلاً من φ وأن نعتبر مركبات الشعاع β_1 هي $(c_{00},\dots\dots\dots,c_{03})$ ومركبات β_2 هي $(d_{00},\dots\dots,d_{03})$ ، وتعطينا العلاقتان (١٤,٦٨) قيم وسطاء التحويل.

عند استخدامنا كثيرات الحدود من الدرجة الثالثة تكون درجة المصفوفة B(n,10) نلاحظ بسهولة أن درجة B تصبح(n,m) إذا استخدمنا كثيرات حدود ذات عدد أمثال(وسطاء) m و(n>m) وتبقى العلاقتان (١٤،٦٨) هي نفسها.

إن الفائدة المتوخاة عند استخدام كثيرات حدود ذات درجات عالية ، من حيث دقة التحويل، لا يمكن تبريرها إذا ما قورنت بالجهد والزمن الطويل اللذين تتطلبهما الحسابات. وقد بيّن (Snyder) أن زيادة درجة كثيرات الحدود من الدرجة الثالثة إلى الدرجة الرابعة، هو أمر غير مجد في الكثير من التطبيقات، بغية زيادة الدقة في عملية التحويل.

بعد تعيين وسطاء التحويل في الطرق العددية التي تعتمد على كثيرات الحدود، يمكننا استخدام النموذج لتحويل مجموعة كبيرة من النقاط من نظام إلى نظام. ولاقتصار زمن التحويل يفضل إجراء التحويل بعد ترتيب كثيرات الحدود ترتيباً جبرياً، فمثلاً يمكن كتابة المعادلة الأولى من النموذج (١٤،٦٣) على الشكل:

$$x = a_{00} + \varphi(a_{01} + a_{02}\varphi) + \lambda\{a_{10} + \varphi(a_{11} + a_{12}\varphi)\} + \lambda^2(a_{20} + a_{21}\varphi + a_{30}\lambda) + ...$$
(١٤،٦٩)

وقد بيّن (Snyder) أن استخدام هذا الشكل عوضاً عن الشكل المبيّن في النموذج (١٤،٦٣) أو النموذج (١٤،٦٤) من شأنه تحقيق توفير في زمن الحساب يتراوح بين ٢٠٪ و٣٠٪عند تطبيقه على عدد كبير من النقاط، باستخدام كثيرات الحدود من الدرجة الخامسة.

كما بيّن (Snyder) أيضاً أنه يمكن تطبيق التحويل باستخدام كثيرات الحدود في نظم الإسقاط المطابقة (conform) للإهليلج على المستوي، مستخدمين في كثيرات الحدود زاوية العرض الإيزومتري ψ عوضاً عن زاوية العرض φ. وإن استخدام ψ

من شأنه أن يسمح باعتماد كثيرات حدود ذات درجة أقل من تلك التي نحتاجها حين استخدام φ ، وذلك للوصول إلى نفس الدقة في عملية التحويل.

تعتمد دقة طرق التحويل العددي على سعة المنطقة التي يتم تحويل نقاطها إلى النظام (x, y). وتعتبر هذه الطرق جيدة من حيث الدقة شريطة أن تكون المعطيات متجانسة وخاصة عند التحويل من النظام (ξ, η) التي تمّ قياس إحداثياتها من الخريطة. لكن ملفاً يضمّ عدداً كبيراً من النقاط التي تمّ استخلاص إحداثياتها بطريقة الترقيم من خريطة ورقية، قد لا تشكل مجموعة من المعطيات المتجانسة، إذ من المحتمل أن تكون بعض أجزاء الخريطة قد أصابها تشوهات مغايرة للتشوهات التي أصابت أجزاء أخرى منها. ولذلك فمن الضروري حين اللجوء إلى طرق التحويل هذه تقسيم الخريطة إلى عدة مناطق، وتحويل كل منطقة على حدة، باعتماد نموذج لكثيرة حدود.

المراجع

[١] بيلاني، حسن. *الجيوديزيا (الارتسامات)*. منشورات جامعة حلب. حلب: ١٩٩٦م، ص ٢٥٩.

[٢] http://www.progonos.com

[٣] بيلاني، حسن. "الطريقة الهندسية في دراسة النظرية العامة للارتسامات"، *مجلة بحوث جامعة حلب*، سلسلة العلوم الهندسية، العدد ٢٦، ١٩٩٩م.

[٤] http://www.fes.uwaterloo.ca/crs/geog165/index.htm

[٥] BOGAYEVCKY L. M., VARkHRAMYEVA L. A., *Geodezya- Kartographicheckeye proecktcy*. Nedra, Moscow, 1992.

[٦] JOHN P. SNYDER, An *album of map projections*. U. S. Geological survey, Denver, 1989, 240.

[٧] http://www.clark.net/pub/bblake/geoclock

[٨] http://www.quadibloc.com/main.htm

[٩] البيروني، أبوالريحان أحمد بن محمد، "تسطيح الصور وتبطيح الكور"، تحقيق د. أحمد سعيدان، *مجلة دراسات*، المجلد الرابع، العددان ١و٢، ١٩٧٧، الجامعة الأردنية، عمان، ص ٨ - ٢٢.

[١٠] بيلاني، حسن. "إسقاط لابورد المعدل"، *مجلة المعارف*، الجيوديزيا والتصوير الجوي، العدد ٤-١٩٩٠، ص ١٤٥-١٥٠، موسكو.

[١١] جزماتي، سامح؛ بيلاني، حسن. "نظرية الارتسامات المركبة"، *مجلة بحوث جامعة حلب*، سلسلة العلوم الهندسية، العدد ١٧، ١٩٩٥م.

[١٢] جزماتي، سامح ؛ بيلاني، حسن. "إيجاد ارتسام دقيق لخرائط سورية بتطبيق نظرية الارتسامات المركبة "، *مجلة بحوث جامعة حلب*، سلسلة العلوم الهندسية، العدد ١٨، ١٩٩٦م.

[١٣] QIHE YANG, JOHN P. SNYDER and WALDO R. TOBLER, *Map Projection Transformation, principles and applications*. Taylor & Francis, 2000, New York.

[١٤] جزماتي، سامح ؛ مقدسي، سامي. *أنظمة المعلومات الجغرافية*، ٢٠٠٢م.

[١٥] رمضان، محمود. "الاستخدام الأمثل للصور الفضائية والجوية في إدارة المشاريع الهندسية "، *رسالة ماجيستير*، قسم الإدارة الهندسية، جامعة حلب، ٢٠٠٤م.

[١٦] بيلاني، حسن ؛ مقدسي، سامي ؛ كامل، عبدالله. "منهجية جديدة لبناء نموذج تضاريسي رقمي لسورية اعتماداً على الخرائط الرقمية"، *مجلة بحوث جامعة حلب، سلسلة العلوم الهندسية*، العدد ٣٠، ٢٠٠١م.

[١٧] JONATHAN I LIFFE, *Datums and Map Projections for remote sensing, GIS and surveying_*. 2000, New York.

[١٨] BOMFO RD G. , *Geodesy*. Oxford University Press, 1980 .

[١٩] MAGUIRE, D. J., 1991. *Geographical information systems*, principles and applications, New York.

[٢٠] Muehrcke, Phillip C, *Map Use: Reading, Analysis and Interpretation*, 2005, New York.