الفصل الثامن

أنظمة الإسقاط شبه المخروطية

(٨,١) العلاقات العامة لنظم الإسقاط شبه المخروطية

تختلف أنظمة الإسقاط شبه المخروطية عن المخروطية بشكل التابع الذي يعبر عن الإحداثي القطبي δ ، حيث في هذه الأنظمة يكون تابعاً لكل من φ و λ . أي :

$$\delta = f(\varphi,\lambda) \qquad (٨,١)$$

ترتسم الموازيات في أنظمة الإسقاط شبه المخروطية ، أقواس دوائر متمركزة في نقطة واقعة على امتداد مرتسم خط الطول الأوسط. وبالتالي الشبكة غير متعامدة ، أي لا يمكن أن تكون إسقاطات مطابقة.

المعادلات العامة لهذه الإسقاطات يمكن إعطاؤها بالشكل التالي [٥]:

$$\begin{cases} x=\rho \sin\delta \\ y=q-\rho\cos\delta \\ \rho=f(\varphi) \\ \delta=f(\varphi,\lambda) \\ q=\rho_0=const. \\ \tan\varepsilon=-\dfrac{f}{h}=\rho\dfrac{\partial\delta}{\partial\varphi}\Big/\dfrac{d\rho}{d\varphi} \\ \mu_s=\dfrac{h}{Mr}=-\dfrac{\rho\dfrac{\partial\delta}{\partial\lambda}\dfrac{\partial\rho}{\partial\varphi}}{Mr} \\ n=\dfrac{\sqrt{g}}{r}=\dfrac{\rho}{r}\dfrac{\partial\delta}{\partial\lambda} \\ m=-\dfrac{\dfrac{d\rho}{d\varphi}}{M}\sec\varepsilon \\ \tan\dfrac{\omega}{2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{m^2+n^2-2\mu_s}{\mu_s}} \end{cases} \qquad (٨,٢)$$

من هذه العلاقات، وبفرض بعض الشروط، يمكن الحصول على نظام إسقاطات شبه مخروطية مكافئة أو متساوية المسافات وغير ذلك.

فمن أجل أنظمة الإسقاط المكافئة نطبق شرط التكافؤ $\mu_s = 1$. أي حسب(٨,٢):

$$\mu_s=-\frac{\rho}{Mr}\frac{d\rho}{d\varphi}\frac{\partial\delta}{\partial\lambda}=1 \qquad (٨,٣)$$

من هذه العلاقة نحصل على العلاقة التفاضلية التالية:

$$d\delta = \frac{-Mr}{\rho \ d\rho/d\varphi} d\lambda$$

بإجراء التكامل بالنسبة للمضمون λ نحصل على:

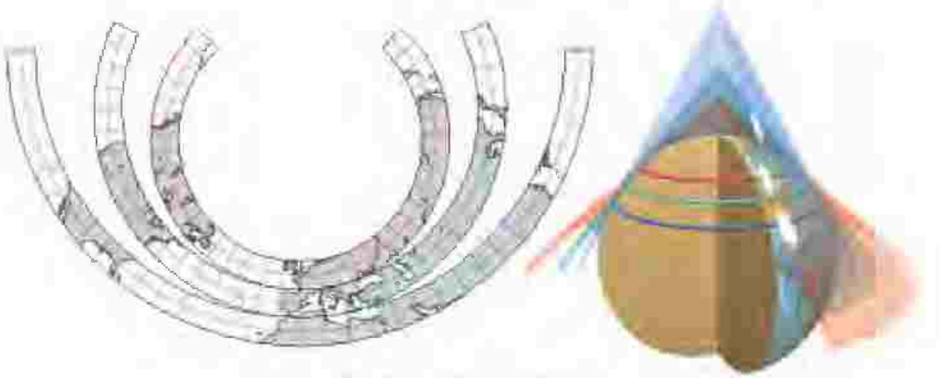
$$\delta = -\frac{Mr}{\rho d\rho/d\varphi}\lambda + F(\varphi) \qquad (٨,٤)$$

عندما $\lambda = 0$ فإن $\delta = 0$ ، وبالتالي ثابت التكامل $F(\varphi) = 0$. إذاً:

$$\delta = -\frac{Mr}{\rho d\rho/d\varphi}\lambda \qquad (٨,٥)$$

(٨,٢) نظام إسقاط بون (Bonne / 1727-1795)

يمكن الحصول على معادلات نظام إسقاط بون من المعادلات العامة (٨,٢) بعد فرض شرط التكافؤ $\mu_e = 1$ ، بالإضافة لفرض شرط ثبات المقياس المحلي حسب مرتسمات خطوط العرض $n = 1$ ، وحسب مرتسم خط الطول الأوسط $m_0 = 1$ (الشكل رقم ١١٥).



الشكل رقم (١١٥). مبدأ نظام إسقاط بون [٢].

من شرط التكافؤ وحسب العلاقات العامة (٨,٢) يكون:

$$-\rho\frac{\partial\delta}{\partial\lambda}\frac{d\rho}{d\varphi}=-\frac{d\rho}{d\varphi}nr=Mr \qquad (٨,٦)$$

وباعتبار أن $n=1$:

$$d\rho=-Md\varphi \qquad (٨,٧)$$

إذاً بالتكامل يمكن حساب المسافة القطبية ρ كما يلي:

$$\rho=C-\int Md\varphi=C-S \qquad (٨,٨)$$

وهي نفس العلاقة (٥,٤٠)، حيث S طول قوس من خط الطول بين الاستواء والعرض φ.

ومن الشرط $n=1$ وحسب العلاقات (٨,٢) نستنتج بعد التكامل أن:

$$\delta=\frac{r}{\rho}\lambda \qquad (٨,٩)$$

$$\tan\varepsilon=\frac{\rho}{M}\left(\frac{\lambda\rho M\sin\varphi-r\lambda M}{\rho^{2}}\right)=\lambda\left(\sin\varphi-\frac{r}{\rho}\right) \qquad (٨,١٠)$$

تتقاطع مرتسمات خطوط الطول مع مرتسمات خطوط العرض بزاوية قائمةK فقط حسب خط عرض φ_0 ، ومن ثم ε عند هذا الخط تساوي الصفر. إذاً:

$$\sin\varphi_0=\frac{r_0}{\rho_0}$$
$$\rho_0=N_0\, c\tan\varphi_0 \qquad (٨,١١)$$

فإذا عدنا الآن للعلاقة (٨,٨) نجد أن:

$$C=\rho_0+S_0=N_0\, c\tan\varphi_0+(S_0-S) \qquad (٨,١٢)$$

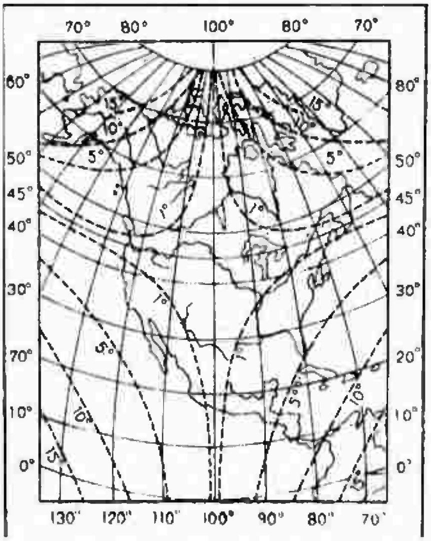
إذاً المعادلات النهائية لنظام إسقاط (بون) هي كالتالي:

$$
\left\{
\begin{array}{l}
x=\rho \sin \delta \\
y=q-\rho \cos\delta \\
q=const. \\
\delta=\dfrac{r}{\rho}\lambda \\
\rho=N_0 c\tan\varphi_0+(S_0-S) \\
\tan\varepsilon=\lambda(\sin\varphi-\dfrac{r}{\rho}) \\
m=\sec\varepsilon \\
n=1,\mu_s=1 \\
\tan\dfrac{\omega}{2}=\dfrac{\tan\varepsilon}{2}
\end{array}
\right. \qquad (٨,١٣)
$$

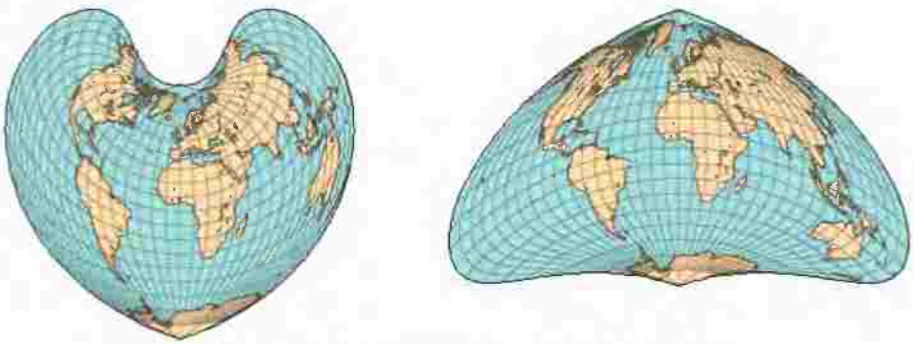
مـن أجـل تمثيـل منطقـة صـغيرة نـسبياً باسـتخدام نظـام إسـقاط (بـون)، يمكـن استخدام العلاقات التالية لحساب التشوهات الأعظمية:

$$
\left\{
\begin{array}{l}
a=1+\dfrac{\varepsilon}{2}+\dfrac{\varepsilon^2}{8}+..... \\
b=1-\dfrac{\varepsilon}{2}+\dfrac{\varepsilon^2}{8}+...... \\
\varepsilon=\lambda(\varphi-\varphi_0)\cos\varphi_0 \\
\omega\approx\varepsilon
\end{array}
\right. \qquad (٨,١٤)
$$

المعادلة $\varepsilon = \lambda -(\varphi - \varphi_0)\cos\varphi_0$ تدل على أن خطـوط تـساوي التشوهات ε بجوار النقطة المركزية (نقطة تقـاطع خـط الطـول الأوسـط مـع الموازي φ_0)، عبـارة عن منحنيات قطع زائد بأربعة فروع متناظرة بالنسبة لخط الطول الأوسط. يبين الـشكل رقـم (١١٦) اسـتخدام نظـام إسـقاط بـون لخريطـة شمـال أمريكـا. ويـبين الـشكل رقـم (١١٧) قارات العالم في نفس النظام.



الشكل رقم (١١٦). شمال أمريكا في إسقاط بون.



الشكل رقم (١١٧). خارطة العالم في إسقاط بون [٢].