

### ديناميكا المفاعلات النووية

- مقدمة • أنواع النيوترونات في المفاعل • مدة دورة المفاعل والفاعلية • الحالات الانتقالية الكبيرة للمفاعل
- الحالات الانتقالية الصغيرة للمفاعل • تمارين

#### (٧, ١) مقدمة

لقد تناولنا في الفصل السابق الحالة الحرجة للمفاعل خاصة ، وشرحنا الظروف التي يجب أن تتوافر لتحقيق استقرار المفاعل وإنتاج قدرة ثابتة. وسنتناول في هذا الفصل ديناميكا المفاعلات الناتجة عن أهم التغيرات التي تحصل أثناء تشغيل المفاعل ، وندرس الحالات الانتقالية الطارئة. أثناء التشغيل تحصل تغيرات مختلفة لخصائص المفاعل ، مما يجعل المفاعل يخرج عن الحالة الحرجة ليصبح المفاعل تحت أو فوق الحالة الحرجة بسبب تغير عامل التضاعف الفعّال. وعندئذٍ يجب التدخل لتعديل هذه الحالات الانتقالية والتحكم في المفاعل لإنتاج القدرة الكهربائية المطلوبة ، وكذلك السيطرة على الحالات الطارئة لسلامة المحطة.

أثناء تشغيل المفاعل تتغير خصائصه لأسباب عديدة ، منها استهلاك العناصر الانشطارية تدريجياً ، وتوليد عناصر انشطارية جديدة ، وعناصر كثيرة أخرى. ومن بين هذه العناصر الجديدة ما يصبح عائقاً (ساماً) لعملية الانشطار ؛ لأن مقاطعها العرضية

كبيرة جداً لامتصاص النيوترونات، وتؤدي هذه العناصر السامة دوراً كبيراً أثناء التشغيل وحتى عند إيقاف المفاعل. ارتفاع درجة حرارة قلب المفاعل أثناء التشغيل تؤدي كذلك إلى تغيرات فيزيائية وهندسية ونوعية لبعض مكونات المفاعل. وتؤدي الحالات الطارئة أيضاً، مثل فقدان التبريد، إلى حالات خطيرة يجب معالجتها بسرعة. وتؤدي كل هذه التغيرات لخصائص مكونات قلب المفاعل إلى تغير عامل التضاعف الفعّال وخروج المفاعل عن الحالة المستقرة؛ ولهذا يجب التدخل للمحافظة على مستوى طاقة المفاعل الذي تعتمد عليه القدرة الكهربائية المطلوبة، ويجب التدخل السريع خاصة عند الحالات الطارئة للتحكم في المفاعل في كل الحالات. ولأداء هذه المهمة تُستعمل قضبان التحكم التي تحدث أثناء تحركها أو تغير موقعها في قلب المفاعل تغيرات مهمة في امتصاص النيوترونات، مما يمكننا من التحكم في قيمة عامل التضاعف الفعّال. كل هذه الحالات الانتقالية الطبيعية والطارئة للمفاعل من الأمور المهمة التي سندرسها في هذا الفصل من الكتاب؛ لما فيها من فائدة أثناء التصميم، وتشغيل المفاعل، والتحكم فيه.

## (٧، ٢) أنواع النيوترونات في المفاعل

لقد تطرقنا في الفصول السابقة إلى دراسة أنواع النيوترونات المختلفة من ناحية الطاقة ودورها في الانشطارات النووية الخاصة. ولم نتناول في هذا التعريف أصل النيوترونات بالتفصيل، واعتبرناها كلها ناتجة عن عملية الانشطار. هذا صحيح لكن عند دراسة ديناميكا المفاعلات يصبح من الضروري معرفة أصل النيوترونات وزمن إنتاجها؛ لما في ذلك من تأثير في دورة النيوترونات في المفاعل.

تنقسم النيوترونات داخل المفاعل بغض النظر عن طاقتها إلى نوعين أولهما النيوترونات الفورية التي تصدر مباشرة عند انشطار العناصر الانشطارية للوقود. والنوع الثاني هو ما يسمى بالنيوترونات المتأخرة التي تصدر عن بعض شظايا الانشطار

بعد فترة من عملية الانشطار أثناء تفككها الأمر الذي يجعلها تؤدي دوراً أساسياً خلال التحكم في المفاعل.

### (٧, ٢, ١) النيوترونات الفورية

تمثل النيوترونات الفورية جل النيوترونات (حوالي ٩٩٪) داخل المفاعل، وتوجد بطاقات مختلفة، منها السريعة، ومنها البطيئة، ومنها الحرارية. تولد هذه النيوترونات من خلال عملية انشطار النوى الثقيلة في الوقود وتصدر مباشرة مع شظايا الانشطار. وتكون كل النيوترونات الفورية سريعة عند إنتاجها، حيث إن معدل طاقتها حوالي 2 MeV، إلا أنها سرعان ما تتعرض لأحداث عديدة، منها التشتت، والتسرب، والامتصاص. ويؤدي تشتتها إلى نيوترونات بطيئة حرارية. وعند امتصاصها من طرف نوى الوقود الثقيلة تحدث انشطارات وتولد نيوترونات فورية جديدة، وهذا ما يسمى بالتفاعل المتسلسل.

### (٧, ٢, ٢) النيوترونات المتأخرة

أثناء عملية الانشطار تُنتج شظايا الانشطار المشعة والنيوترونات الفورية بمعدل  $\nu = 2.5$  نيوترون تقريباً لكل انشطار. بعد ذلك تتفكك نظائر هذه الشظايا حسب قانون التفكك الإشعاعي العادي للتخلص من الطاقة الزائدة، وذلك بإصدار جسيمات بيتا  $\beta$  وجاما  $\gamma$  خاصة، لكن بعض نظائر هذه الشظايا تصدر أحياناً نيوترونات أثناء تفككها. تصدر هذه النيوترونات بعد فترة زمنية قصيرة (بعض ثوانٍ) من عملية الانشطار؛ ولهذا سميت بالنيوترونات المتأخرة. وتتميز هذه النيوترونات بقلتها، حيث تمثل حوالي واحد بالمائة فقط من إجمالي النيوترونات في المفاعل، وانخفاض طاقتها (حوالي 0.5 MeV) مقارنةً بطاقة النيوترونات الفورية؛ ولهذا يختلف مصير هذه النيوترونات نوعاً ما عن مصير النيوترونات الفورية بسبب اختلاف طاقتها، فسرعان ما تتم تهديتها لتصبح حرارية، وتساهم في عملية الانشطار.

تُقسم عدد النظائر المشعة المنتجة للنيوترونات المتأخرة إلى ست مجموعات، وتتميز

كل واحدة منها بثابت تفكك  $\lambda$  ومعدل نسبي لعدد إنتاجها  $\frac{\beta_i}{\beta}$ ، حيث إن  $\beta = \frac{\nu d}{\nu}$

علماً أن  $\nu$  ترمز لمعدل عدد النيوترونات الفورية، و  $\nu_d$  لمعدل عدد النيوترونات المتأخرة الناتجة لكل انشطار. ويلاحظ أن  $\nu_d$  مرتبط بنوع العنصر الانشطاري، ويزيد مع طاقة النيوترون الذي سبب الانشطار. ويوضح الجدول رقم (٧، ١) أهم خصائص المجموعات الست للنيوترونات المتأخرة، وأهم العناصر الانشطارية.

الجدول رقم (٧، ١). خصائص مجموعات النيوترونات المتأخرة [١٣].

النيوترونات الحرارية		النيوترونات السريعة		
الإنتاج النسبي $\beta_i/\beta$	ثابت التفكك $\lambda_i(s^{-1})$	الإنتاج النسبي $\beta_i/\beta$	ثابت التفكك $\lambda_i(s^{-1})$	مجموعة
$\beta=0.0067$	$\nu_d=0.01668$	$\beta=0.0064$	$\nu_d=0.01673$	$^{232}\text{U}$
0.086	0.0126	0.096	0.0125	1
0.299	0.0337	0.208	0.0360	2
0.252	0.139	0.242	0.138	3
0.278	0.325	0.327	0.318	4
0.051	1.13	0.087	1.22	5
0.034	2.5	0.041	3.15	6
$\beta=0.0067$	$\nu_d=0.01668$	$\beta=0.0064$	$\nu_d=0.01673$	$^{235}\text{U}$
0.033	0.0124	0.038	0.0127	1
0.219	0.0305	0.213	0.0317	2
0.196	0.111	0.188	0.1150	3
0.395	0.301	0.407	0.3110	4
0.115	1.14	0.128	1.40	5
0.042	3.01	0.026	3.87	6
		$\beta=0.0164$	$\nu_d=0.0460$	$^{238}\text{U}$
		0.013	0.0132	1
		0.137	0.0321	2
		0.162	0.139	3
		0.388	0.358	4
		0.225	1.41	5
		0.075	4.02	6
$\beta=0.0022$	$\nu_d=0.00645$	$\beta=0.0020$	$\nu_d=0.0063$	$^{239}\text{Pu}$
0.035	0.128	0.038	0.0129	1
0.298	0.301	0.280	0.0311	2
0.211	0.124	0.216	0.134	3
0.326	0.325	0.328	0.331	4
0.086	1.12	0.103	1.26	5
0.044	2.69	0.035	3.21	6
$\beta=0.0054$	$\nu_d=0.0157$		$\nu_d=0.0152$	$^{241}\text{Pu}$
0.010	0.197			1
0.229	0.0297			2
0.273	0.124			3
0.390	0.352			4
0.182	1.61			5
0.016	3.47			6

## (٧,٣) مدة دورة المفاعل والفاعلية

يتكون عمر النيوترون الانشطاري الفوري من زمن التهدة وزمن الانتشار قبل امتصاصه. ومعلوم أن زمن التهدة أو النشئت قصير جداً، ويُمكن حسابه حتى بالنسبة للمفاعلات الحرارية، حيث يساوي حوالي  $10^{-7}$  ثانية وأصغر من ذلك بالنسبة لمفاعلات النيوترونات السريعة. أما زمن الانتشار فهو أطول بكثير من ذلك، ويعتمد على نوع المادة التي تنتشر فيها النيوترونات؛ ولهذا فإن متوسط عمر النيوترونات الفورية،  $t_p$  يُعد مساوياً لزمن الانتشار، وله المعادلة الآتية:

$$(٧,١) \quad t_p = t_m + t_d \approx t_d$$

حيث إن:

$t_m$ : زمن التهدة.

$t_d$ : زمن الانتشار.

يُمكن حساب عمر النيوترونات من خلال حساب زمن الانتشار، الذي يمثل الفترة الزمنية التي يستغرقها النيوترون الحراري لقطع مسافة معدل المسار الحر للامتصاص.

$$(٧,٢) \quad l_d = \lambda_a \frac{(E_0)}{v_0} = \frac{1}{\sum_a (E_0) \cdot v_0} = \frac{\sqrt{\pi}}{2 \sum_a v_T}$$

حيث إن:

$v_0$ : السرعة الأكثر احتمالاً للنيوترونات الحرارية ( $v_0 = 2200 \text{ m/sec}$ ).

$E_0$ : الطاقة الأكثر احتمالاً للنيوترونات الحرارية ( $E_0 = 0.025 \text{ eV}$ ).

$\lambda_a$ : معدل المسار الحر للامتصاص.

$\bar{\sum}_a$ : معدل المقطع العرضي لامتناس النيوترونات الحرارية في الوسط المادي.

$v_T$ : سرعة النيوترونات الحرارية.

يُوضح الجدول رقم (٧,٢) زمن التهذئة وزمن الانتشار للنيوترونات في أكثر المهذئات استعمالاً. ويُلاحظ أن زمن الانتشار كبير جداً مقارنةً بزمن التهذئة في كل الحالات.

الجدول رقم (٧,٢). زمن التهذئة وزمن الانتشار للنيوترونات في أكثر المهذئات استعمالاً [٨].

المهذئ	$\tau_{th}$ (cm)	$L_T$ (cm)	M (cm)	زمن التهذئة (S)	زمن الانتشار (S)	$\Sigma_a$ (cm <sup>-1</sup> )
الماء العادي	33	5.74	6.43	$1.0 \times 10^{-5}$	$2.1 \times 10^{-6}$	0.9
الماء الثقيل	120	10.9	101	$2.9 \times 10^{-5}$	0.15	0.43
البريليوم	98	9.9	25.8	$7.8 \times 10^{-5}$	$4.3 \times 10^{-3}$	0.55
الغرافيت	350	18.7	53.6	$1.9 \times 10^{-4}$	$1.2 \times 10^{-2}$	0.30

تجدر الإشارة إلى أن معدل المقطع العرضي،  $\bar{\Sigma}_a = \bar{\Sigma}_{aF} + \bar{\Sigma}_{aM}$  بالنسبة لخليط الوقود والمهذئ داخل المفاعل؛ ولهذا تصبح معادلة عمر انتشار النيوترونات في خليط من المواد على النحو الآتي:

$$(٧,٣) \quad l_d = \frac{\sqrt{\pi}}{2 \cdot v_T (\bar{\Sigma}_{aF} = \bar{\Sigma}_{aM})} = \frac{\sqrt{\pi}}{2 v_T} \frac{\bar{\Sigma}_{aM}}{\bar{\Sigma}_{aM} \bar{\Sigma}_{aF} + \bar{\Sigma}_{aM}}$$

حيث إن:

$\bar{\Sigma}_{aF}$ : معدل المقطع العرضي للامتصاص في الوقود.

$\bar{\Sigma}_{aM}$ : معدل المقطع العرضي للامتصاص في المهذئ.

يُلاحظ أن الجزء الأول من المعادلة (٧,٣) يساوي زمن الانتشار في المهذئ فقط، والجزء الثاني يساوي (1-f)، حيث إن f يمثل معامل الاستعمال الحراري. وهكذا يمكن أن يُعبر عن زمن الانتشار بالنسبة لخليط الوقود والمهذئ بالمعادلة الآتية:

$$(٧,٤) \quad l_d = l_{dM} (1 - f)$$

حيث إن :

$\lambda_{eff}$  : زمن انتشار النيوترونات في المهدئ.

$f$  : معامل الاستعمال الحراري.

(٧,٣,١) إهمال النيوترونات المتأخرة

تظهر أهمية النيوترونات المتأخرة على الرغم من قلتها عند دراسة مدة دورة المفاعل باعتبار أن كل النيوترونات في المفاعل فورية وإهمال النيوترونات المتأخرة ؛ ولهذا الغرض نعيد تعريف متوسط عمر النيوترونات الفورية  $l_p$  ، الذي يمكن تعريفه أيضاً بأنه متوسط عمر أجيال النيوترونات المتلاحقة ؛ وذلك لأن امتصاص النيوترون بعد الفترة الزمنية  $l_p$  يولد جيلاً جديداً من النيوترونات. وباستعمال هذا التعريف ومفهوم عامل التضاعف اللانهائي  $K_{\infty}$  ، يمكن كتابة المعادلة الآتية :

$$(٧,٥) \quad N_F(t + l_p) = K_{\infty} N_F(t)$$

حيث إن :

$N_F(t)$  : عدد الانشطارات في الزمن ، (جيل النيوترونات الأول مثلاً).

$N_F(t + l_p)$  : عدد الانشطارات في الزمن  $(t + l_p)$  للجيل الذي يليه (جيل

النيوترونات الثاني).

وبحكم أن  $l_p$  صغير نسبياً ، يُمكن كتابة المعادلة (٧,٥) على النحو الآتي :

$$(٧,٦) \quad N_F(t + l_p) \approx N_F(t) + l_p \frac{dN_F(t)}{dt}$$

وبالتعويض في المعادلة (٧,٥) نحصل على ما يلي :

$$(٧,٧) \quad \frac{dN_F(t)}{dt} = \frac{K_{\infty} - 1}{l_p} N_F(t)$$

أما حل هذه المعادلة فهو على النحو الآتي :

$$N_F(t) = N_F(0) \exp\left(\frac{K_\infty - 1}{l_p} t\right) = N_F(0) \exp\left(\frac{t}{T}\right)$$

(V, A)

$$T = \frac{l_p}{K_\infty - 1}$$

حيث إن :

$N_F(0)$  : عدد الانشطارات في الزمن  $t=0$ .

$T$  : مدة دورة المفاعل عند إهمال النيوترونات المتأخرة.

مثال :

لنفرض أن لدينا مفاعلاً كبير الحجم يحتوي على محلول متجانس من الماء العادي واليورانيوم المخصب قليلاً ( $\eta = 1.73$ )، علماً أن هذا المفاعل في الحالة الحرجة المستقرة ( $K_\infty = 1$ )، احسب مدة دورة المفاعل عند إضافة مواد تُؤثر على عامل التضاعف فتصبح قيمته تساوي  $K_\infty = 1.0005$  ؟

الحل :

- مدة دورة المفاعل :

$$T = \frac{l_p}{K_\infty - 1}$$

- عامل التضاعف لمفاعل كبير الحجم :

$$K_\infty = \eta f \Rightarrow f = \frac{K_\infty}{\eta} = \frac{1}{1.73} = 0.578$$

- متوسط عمر النيوترونات الفورية :

$$l_p = t_{dm}(1 - f)$$

$$t_{dm}(H_2O) = 2.1 \times 10^{-4} \text{ sec}$$

$$l_p = 2.10 \times 10^{-4} (1 - 0.578) = 0.8862 \times 10^{-4} \text{ sec}$$

$$T = \frac{0.8862 \times 10^{-4}}{1.0005 - 1} = 0.18 \approx 0.2 \text{ sec}$$

نلاحظ أنه من الصعب في هذه الحالة التحكم في المفاعل لقصر مدة دورة المفاعل ، حيث تتزايد التفاعلات أسياً بسرعة فتتضاعف بمقدار حوالي خمس مرات في الثانية (  $\exp(\frac{1}{0.2}) = 5$  ) .

(٧, ٣, ٢) تأثير النيوترونات المتأخرة

تتميز النيوترونات المتأخرة بقلتها وبالطول النسبي لعمر نصف النظائر المشعة المولدة لها ؛ ولهذا السبب فإنها تؤدي دوراً مهماً خلال التحكم في المفاعل ، حيث تجعل مدة دورة المفاعل طويلة نسبياً ، ويصبح التدخل للتحكم في المفاعل ممكناً وعملياً ؛ ذلك لأن مدة دورة المفاعل تساوي مجموع متوسط عمر النيوترونات الفورية والمتأخرة حسب نسب كل منهما. ولتوضيح ذلك نحسب الآن مدة دورة المفاعل عند الأخذ في الحسبان بوجود النيوترونات المتأخرة.

إذا افترضنا أن نسبة النيوترونات المتأخرة في المفاعل لكل المجموعات الست تساوي  $\beta$  ، فإن نسبة النيوترونات الفورية تساوي في هذه الحالة  $(1-\beta)$  حيث إن :

$$(٧, ٩) \quad \beta = \sum_{i=1}^6 \beta_i$$

أما متوسط عمر النيوترونات الانشطارية سواء كانت فورية أو متأخرة ، فيمكن كتابته وفق المعادلة الآتية :

$$(٧, ١٠) \quad l = (1 - \beta)l_p + \sum_{i=1}^6 \beta_i l_i$$

حيث إن :

$l_p$  : متوسط عمر النيوترونات الفورية.

$l_i = \frac{1}{\lambda_i}$  : متوسط عمر النيوترونات المتأخرة للمجموعة  $i$  .

$\beta$ : النسبة الإجمالية للنيوترونات المتأخرة.

علما أن قيمة  $\beta$  صغيرة مقارنة بالعدد واحد ( $\beta \ll 1$ ) فيمكن إهمالها في المعادلة

(٧, ١٠) التي تُصبح كما يلي:

$$(٧, ١١) \quad l = l_p + \sum_{i=1}^6 \beta_i l_i$$

وعند تعويض متوسط عمر النيوترونات الفورية بمتوسط عمر النيوترونات

إجمالاً، الفورية والمتأخرة تصبح معادلة مدة دورة المفاعل (٧, ٨) على النحو الآتي:

$$(٧, ١٢) \quad T = \frac{l}{K_{\infty} - 1}$$

مثال:

أوجد مدة دورة المفاعل الذي اعتبرناه في المثال السابق عند الأخذ بعين الاعتبار

في هذه المرة بتأثير النيوترونات المتأخرة.

الحل:

- متوسط عمر النيوترونات الانشطارية (فورية ومتأخرة):

$$l = l_p + \sum_{i=1}^6 \beta_i l_i$$

- نستنتج من الجدول رقم (٧, ١) و(٧, ٢) القيم الآتية:

$$\beta = 0.0064 \quad ; \quad \sum \beta_i l_i = 0.082 \quad ; \quad l_p = 2.1 \times 10^{-4} \text{ Sec}$$

- مدة دورة المفاعل:

$$\begin{aligned} T &= \frac{l}{K_{\infty} - 1} \\ &= \frac{2.1 \times 10^{-4} + 0.082}{1.0005 - 1} = 164 \text{ Sec} \end{aligned}$$

نلاحظ أن مدة دورة المفاعل هذه أصبحت كبيرة جداً مقارنةً بمدة دورته السابقة ( $T = 0.2 \text{ sec}$ )، التي حسبناها سابقاً عندما أهملنا النيوترونات المتأخرة. وهكذا تتضح أهمية النيوترونات المتأخرة بإطالة مدة دورة المفاعل مما يسمح بالتدخل عملياً للتحكم في تشغيل المفاعل.

(٧, ٣, ٣) الفاعلية

يُقاس التغير الطارئ عن الحالة المستقرة للمفاعل بما يسمى بالفاعلية التي تعبر عن تغير عامل التضاعف الفعّال بسبب إضافة أو إزالة مواد ماصة للنيوترونات في قلب المفاعل؛ ولهذا يعبر عن الفاعلية بالمعادلة الآتية:

$$\rho = \frac{\Delta K}{K} = \frac{K-1}{K} \quad (٧, ١٣)$$

حيث إن:

$K$ : عامل التضاعف الفعّال للمفاعل الذي يساوي الواحد الصحيح ( $K = 1$ ) عند الحالة الحرجة أو المستقرة للمفاعل. أما الوحدة المستعملة للفاعلية فتكون على شكل نسبة مئوية أحياناً، أو نسبة لكل مائة ألف ( $\text{pcm} = 10^{-5}$ )، أو على شكل عدد دورات المفاعل في الساعة ( $\text{Inh}$ ) أي الدولار \$.

لقد تبين مما سبق أهمية مدة دورة المفاعل للتحكم فيه، وكلما كانت هذه المدة طويلة كان أفضل؛ ولهذا يجب البحث عن علاقة تربط بين مدة دورة المفاعل ومستوى الفاعلية في كل الحالات. وللحصول على هذه العلاقة نعود إلى معادلة انتشار النيوترونات للزمرة الواحدة التي درسناها في الجزء السابق لهذا الكتاب.

$$\frac{\lambda_{gr}}{3} \nabla^2 \phi - \sum_a \phi + S = \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{v} \frac{d\phi}{dt} \quad (٧, ١٤)$$

حيث إن:

$S$ : مصدر النيوترونات الناتجة عن الانشطارات.

عند اعتبار المفاعل غير متناهي الأبعاد، فإن فيض النيوترونات لا يتغير حسب الموقع، ومن ثم تصبح معادلة الانتشار السابقة وفق الزمن للنيوترونات الحرارية فقط على النحو الآتي:

$$(٧, ١٥) \quad S_T - \bar{\Sigma}_a \phi_T = \frac{1}{v} \frac{d\phi_T}{dt}$$

حيث إن:

$\bar{\Sigma}_a$ : متوسط المقطع العرضي المجهاري للمفاعل.

$S_d + S_p = S_T$ : مصدر النيوترونات الانشطارية الفورية  $S_p$ ، والنيوترونات

المتأخرة  $S_d$ ، اللذين يمكن حسابهما كما يلي:

أولاً: الجزء الخاص بالنيوترونات الفورية:

$$(٧, ١٦) \quad S_p = (1 - \beta) K_{\infty} \bar{\Sigma}_a \phi_T$$

حيث إن:

$\beta = \sum_{i=1}^6 \beta_i$ : ناتج النيوترونات المتأخرة للمجموعات الست.

ثانياً: الجزء الخاص بالنيوترونات المتأخرة:

$$(٧, ١٧) \quad S_d = p \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i$$

حيث إن:

$\lambda_i$ : ثابت التفكك للنظير المشع  $i$  المولد للنيوترونات المتأخرة.

$C_i$ : تركيز النظير المشع  $i$  المولد للنيوترونات المتأخرة.

$p$ : احتمال الهروب من امتصاص منطقة الرنين.

عند تعويض مصدر النيوترونات الحرارية  $S_T$  بقيمته في المعادلة (٧, ١٥) ثم قسمتها على متوسط المقطع العرضي للجهازي للمفاعل،  $\bar{\Sigma}_a$  تصبح المعادلة على النحو الآتي:

$$(٧, ١٨) \quad [-1 + (1 - \beta)K_{\infty}] \phi_T + \frac{P}{\Sigma_a} \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i = l \frac{d\phi_T}{dt}$$

حيث إن:

$$\frac{1}{\sum_a v} = l$$

أما تغير مجموعات النظائر المشعة المولدة للنيوترونات المتأخرة مع الزمن، فهو يساوي ناتج النيوترونات المتأخرة للمجموعة،  $\lambda_i$  ناقص تناقص تركيز النظير المشع بالتفكك. وهذا ما تعبر عنه المعادلة الآتية:

$$(٧, ١٩) \quad \frac{dC_i}{dt} = \beta_i \frac{K_{\infty}}{\rho} \Sigma_a \phi_T - \lambda_i C_i$$

تمثل المعادلة (٧, ١٨) والمعادلة (٧, ١٩) نظام مجموعة (n + 1) معادلة تفاضلية يجب حلها للحصول على فيض النيوترونات،  $\Phi_T$  وتركيز النظائر المشعة المولدة للنيوترونات المتأخرة  $C_i$ . ويمكن حل هذا النظام بإحدى الطرائق الرياضية وأبسطها كما هو معلوم طريقة تفريق المتغيرات التي تؤدي إلى الحل الآتي:

$$(٧, ٢٠) \quad \phi_T(t) = \phi_0 e^{\omega t}$$

$$(٧, ٢١) \quad C_i(t) = C_{0i} e^{\omega t}$$

حيث إن:

$\omega$ ،  $C_{0i}$ ،  $\phi_0$  : ثوابت تُحدد بالرجوع إلى الشروط الحدودية.

عند تعويض الفيض،  $\Phi_T$  والتركيز  $C_i$  في المعادلة (٧, ١٩) بقيمتيهما حسب المعادلتين (٧, ٢٠) و (٧, ٢١) نحصل على قيمة الثابت  $C_{0i}$  كما يلي:

$$(٧, ٢٢) \quad C_{0i} = \frac{\beta_i K_{\infty} \bar{\Sigma}_a}{\rho(\omega + \lambda_i)} \phi_0$$

بعد ذلك تُدخل هذه القيمة في المعادلة (٧, ١٨)، مما يجعلنا نتخلص من الثابت،  $\Phi_0$  ومن ثم تصبح تلك المعادلة على النحو الآتي:

$$(٧, ٢٣) \quad (1 - \beta)K_{\infty} - 1 + K_{\infty} \sum_{i=1}^6 \frac{\lambda_i \beta_i}{\omega + \lambda_i} = l \omega$$

وأخيراً، يتم تعويض  $\sum_{i=1}^6 \beta_i = \beta$  بقيمتها ومع القليل من الترتيب نحصل على معادلة الفاعلية المشهورة الآتية:

$$(٧, ٢٤) \quad \rho = \frac{K_{\infty} - 1}{K_{\infty}} = \frac{l \omega}{K_{\infty}} + \sum_{i=1}^6 \frac{\omega \beta_i}{\omega + \lambda_i}$$

$$= \frac{\omega l}{1 + \omega l} + \frac{\omega}{1 + \omega l} \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{(\omega + \lambda_i)}$$

تُسمى هذه المعادلة أحياناً بمعادلة الإين-أور (In hour)

نلاحظ أن عدد جذور هذه المعادلة يساوي سبعة، إذا افترضنا ست مجموعات للنيوترونات المتأخرة. وهكذا يصبح حل نظام المعادلات التفاضلية (٧, ١٨) و (٧, ١٩) مقتصرًا على البحث عن جذور معادلة الفاعلية (٧, ٢٤). وللحصول على هذه الجذور حسب إشارة الفاعلية التي يمكن أن تكون سالبة أو موجبة، نرسم الدالة التي تمثل الجزء الأيمن لمعادلة الفاعلية كما هو موضح في الشكل رقم (٧, ١).



إعادة الحسابات في هذه الحالة للحصول على معادلة الفاعلية والأخذ في الحسبان بالنيوترونات المتسربة، إلا أن معادلة النتيجة شبيهة جداً بما حُصلَ عليه سابقاً، حيث إن معادلة الفاعلية للمفاعلات الحرارية المتناهية الأبعاد تكون على النحو الآتي:

$$(٧, ٢٧) \quad \rho = \frac{\Delta K}{K} = \frac{\omega l_1}{1 + \omega l_1} + \frac{\omega}{1 + \omega l_1} \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{\omega + \lambda_i}$$

حيث إن:

$$\begin{aligned} \text{العمر الفعّال للنيوترونات الفورية: } & \frac{l}{1 + B^2 L_T^2} = l_1 \\ \text{احتمال تسرب النيوترونات خارج المفاعل: } & \frac{1}{1 + B^2 L_T^2} \end{aligned}$$

$$l_d \approx l_d + l_p = l$$

بالنسبة للمفاعلات النووية السريعة، فإن الفاعلية لها أيضاً شكل المعادلة (٧, ٢٤) نفسها، إلا أنه كما سبق شرحه أن عمر النيوترونات الفورية في هذه المفاعلات قصير جداً ( $10^{-7}$ )، وذلك لعدم وجود مرحلة طويلة للانتشار، كما هو الحال بالنسبة للمفاعلات الحرارية. ولهذا يمكن إهمال الجزء الذي يحتوي على عمر النيوترونات الفورية، لتصبح معادلة الفاعلية بالنسبة للمفاعلات السريعة كما يلي:

$$(٧, ٢٨) \quad \rho = \frac{\Delta K}{K} = \omega \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{\omega + \lambda_i}$$

(٧, ٣, ٤) علاقة الفاعلية بمدة دورة المفاعل

تُستج العلاقة بين الفاعلية ومدة دورة المفاعل من خلال دراسة معادلة الفاعلية (٧, ٢٤). ويفضل عادة لتسهيل الحسابات اعتماد مجموعة واحدة من النيوترونات المتأخرة، وذلك باعتماد ما يلي:

$$\beta = \sum_{i=1}^6 \beta_i$$

$$\lambda = \left[ \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{\lambda_i} \right]^{-1}$$

(٧,٢٩)

وعند ذلك تصبح معادلة الفاعلية (٧,٢٤) على النحو الآتي:

$$\rho = \frac{\Delta K}{K} = \frac{l\omega}{K} + \frac{\omega\beta}{\omega\lambda}$$

(٧,٣٠)

تتحول معادلة الفاعلية هذه إلى معادلة من الدرجة الثانية بالنسبة لـ  $\omega$  كما يلي:

$$\omega^2 \frac{l}{K} + \omega \left( \frac{l\lambda}{K} + \beta - \rho \right) - \lambda\rho = 0$$

(٧,٣١)

وعند إهمال عامل ضرب،  $l\lambda$  لأنه صغير جداً بحكم أنه ضرب قيمتين صغيرتين واعتبار عامل التضاعف الفعال  $K$  يساوي العدد واحداً، أو قريباً من ذلك في كل الحالات تصبح المعادلة (٧,٣١) على النحو الآتي:

$$\omega^2 l + \omega(\beta - \rho) - \rho\lambda = 0$$

(٧,٣٢)

أما جذور هذه المعادلة، فهي كما يلي:

$$\omega_1 = \frac{\lambda\rho}{\beta - \rho}$$

$$\omega_2 = -\frac{\beta - \rho}{l}$$

(٧,٣٣)

وهكذا يصبح الشكل العام لفيض النيوترونات أو قدرة المفاعل في حالة اعتماد مجموعة واحدة للنيوترونات المتأخرة على النحو الآتي:

$$\phi_T(t) = A_1 e^{\omega_1 t} + A_2 e^{\omega_2 t}$$

(٧,٣٤)

حيث إن :

$A_1$  و  $A_2$  : ثابتان يُحددان بالرجوع إلى الشروط الحدودية.

يعتمد تحليل تغير حالة المفاعل على دراسة المعادلة (٧,٣٤) عند الخروج عن الحالة المستقرة ( $\rho = 0$ ) ، وذلك بإدخال فاعلية موجبة أو سالبة في قلب المفاعل.

(٧,٣,٤,١) الفاعلية موجبة ( $\rho > 0$ )

عندما تكون الفاعلية موجبة وأقل من ناتج النيوترونات المتأخرة ( $\rho < \beta$ ) كما هو واضح من المعادلة (٧,٣٣) ، فإن  $w_1$  تكون موجبة و  $w_2$  سالبة ، مما يجعل الحالة الانتقالية (مباشرة بعد إدخال الفاعلية) تحت تأثير  $w_2$  أي الدالة الأسية المتمثلة في الجزء الأخير من المعادلة (٧,٢٤). هذه الحالة تنتهي بسرعة ، وتبدأ الحالة المستقرة بتزايد قدرة المفاعل تحت تأثير  $w_1$  أي الدالة الأسية المتمثلة في الجزء الأول من المعادلة (٧,٣٤) ،  
(  $A_1 \exp(w_1 t)$  ) الأمر الذي سنتطرق له لاحقاً.

(٧,٣,٤,٢) الفاعلية سالبة ( $\rho < 0$ )

عندما تكون الفاعلية سالبة يتضح من المعادلة (٧,٣٣) أن كلا من  $w_1$  و  $w_2$  سالبان و  $w_2$  أصغر من  $w_1$  مما يجعل أيضاً الحالة الانتقالية تنتهي بسرعة تحت تأثير  $w_2$ . بعد ذلك تبدأ الحالة المستقرة فيتناقص فيض النيوترونات ، أي قدرة المفاعل تحت تأثير  $w_1$  ، أيضاً أي الدالة الأسية المتمثلة في الجزء الأول من المعادلة (٧,٣٤) ،  
(  $A_1 \exp(w_1 t)$  ) .

نستنتج مما سبق أن الحالة الانتقالية لفيض النيوترونات أو قدرة المفاعل مباشرة عند إدخال الفاعلية سواء كانت موجبة أو سالبة تكون تحت تأثير الدالة الأخيرة من المعادلة (٧,٣٤). وكذلك الحال أيضاً بالنسبة للمعادلة (٧,٢٥) عند اعتماد المجموعات الست للنيوترونات المتأخرة ، حيث إن  $w_2, w_3, \dots, w_7$  كلها سالبة كما هو موضح في الشكل رقم (٧,١). ومع مرور الزمن يصل المفاعل إلى حالة استقرار جديدة تحت تأثير الدالة الأولى فقط مما يعبر عنه بالمعادلة الآتية :

$$(٧,٣٥) \quad \phi_T(t) \rightarrow A_1 e^{\omega_1 t} = A_1 e^{-t/T}$$

ومن هذه المعادلة نستنتج العلاقة بين الفاعلية ومدة دورة المفاعل، حيث تكتب على النحو الآتي:

$$(٧,٣٦) \quad T = \frac{1}{\omega_1} = \frac{\beta - \rho}{\lambda \rho}$$

#### (٧,٤) الحالات الانتقالية الكبيرة للمفاعل

نقصد بالحالات الانتقالية الكبيرة للمفاعل التغيرات السريعة التي تحصل عند إدخال أو إزالة كمية كبيرة نسبياً من المواد الماصة للنيوترونات، مما يسبب تغيراً كبيراً في عامل التضاعف الفعال للمفاعل. وهذا ما يعبر عنه أيضاً بالتغير المفاجئ في الفاعلية عندما يكون المفاعل في الحالة المستقرة ( $K = 1$ ). وسندرس الآن بعضاً من هذه التغيرات الأساسية للمفاعل.

##### (٧,٤,١) الحالة الحرجة الفورية

يتناسب عامل التضاعف الفعال للمفاعل مع عدد النيوترونات الانشطارية الفورية والمتأخرة أيضاً. وكما هو معلوم، فإن الجزء الخاص بالنيوترونات الفورية يتناسب مع  $(1-\beta)$ ؛ وذلك لأن ناتج مجموعات النيوترونات المتأخرة يساوي  $\beta$ ؛ ولهذا يعدّ المفاعل في الحالة الحرجة الفورية أي بدون حاجة إلى النيوترونات المتأخرة عندما تتحقق المعادلة الآتية:

$$(٧,٣٧) \quad (1 - \beta)K = 1$$

وفي هذه الحالة تكون مدة دورة المفاعل الفورية  $T = \frac{l_p}{K-1}$  قصيرة جداً، أو أقل من الثانية في كل الحالات مما يجعل التحكم في المفاعل صعباً. ولهذا يجب طرح

السؤال : كم قيمة الفاعلية التي تؤدي إلى الحالة الحرجة الفورية؟ يمكن حساب ذلك باستخلاص قيمة  $K$  من المعادلة (٧,٣٧) أولاً ثم حساب الفاعلية :

$$(٧,٣٨) \quad \rho = \frac{\Delta K}{K} = \frac{\left(\frac{1}{1-\beta}\right) - 1}{\left(\frac{1}{1-\beta}\right)} = \beta$$

نستنتج من هذه المعادلة أن الحالة الحرجة الفورية تتحقق عندما تكون الفاعلية أكبر أو تساوي  $\beta$ . وبما أن ناتج النيوترونات المتأخرة  $\beta$  مرتبط بنوع الوقود، فإنها بالنسبة للمفاعلات الحرارية التي تستخدم اليورانيوم  $^{235}\text{U}$  تساوي  $\beta = 0.0065$  أي  $\rho = 0.65 \times 10^{-2}$  فقط. ويلاحظ أن هذه القيمة صغيرة؛ ولهذا يجب جعل حد أثناء تصميم المفاعل على ألا يمكن في أي حال من الأحوال إضافة فاعلية أكبر أو مساوية لهذا الحد، لكي لا يصل المفاعل إلى الحالة الحرجة الفورية، ويخرج عن التحكم والسيطرة.

#### (٧,٤,٢) القفزة الفورية للفاعلية

عند إدخال أو إزالة كمية من الفاعلية ( $|\rho| \leq \beta$ ) فجأة في قلب المفاعل تحصل قفزة فورية صعوداً أو نزولاً في قيمة فيض النيوترونات وقدرة المفاعل. وعند دراسة هذه القفزة واعتماد ست مجموعات من النيوترونات المتأخرة تصبح الحسابات معقدة بدون فائدة ملموسة، ولهذا فغالباً ما نفترض مجموعة واحدة للنيوترونات المتأخرة لدراسة هذه المسألة، الأمر الذي يسهل الحسابات ويوفي بالقرص لمعرفة التغيرات الأساسية الحاصلة. ولهذا نكتب من جديد نظام معادلات ديناميكي المفاعل بافتراض مجموعة واحدة من النيوترونات المتأخرة.

$$(٧,٣٩) \quad \begin{aligned} \frac{d\phi}{dt} &= \left[ \frac{(\rho - \beta)}{l} K \right] \phi + \lambda C \\ \frac{dC}{dt} &= \beta \frac{K}{l} \phi - \lambda C \end{aligned}$$

لقد وجدنا حل هذا النظام في الفقرة السابقة (٧,٣,٤) وكان شكل فيض النيوترونات على النحو الآتي :

$$(٧,٤٠) \quad \phi(t) = A_1 e^{\omega_1 t} + A_2 e^{\omega_2 t}$$

حيث إن :

$A_1$  و  $A_2$  : ثابتان يجب تحديدهما بالرجوع إلى الشروط الحدودية.  
 $w_1$  و  $w_2$  : فلقد حسبناهما سابقاً في المعادلة (٧,٣٣) من خلال دراسة معادلة الفاعلية أو افتراض مجموعة واحدة من النيوترونات المتأخرة أيضاً.  
نحصل على الثابتين  $A_1$  و  $A_2$  بافتراض تركيز النظائر المشعة المولدة بالنيوترونات المتأخرة ثابت وكذلك فيض النيوترونات عند  $t=0$  قبل إدخال الفاعلية. وهذا ما يعبر عنه المعادلتان الآتيتان :

$$(٧,٤١) \quad \begin{aligned} \frac{dC}{dt} = 0 &\Rightarrow C(0) = \frac{\beta K}{\lambda l} \phi_0 \\ \frac{d\phi}{dt} = 0 &\Rightarrow \phi(0) = \phi_0 \end{aligned}$$

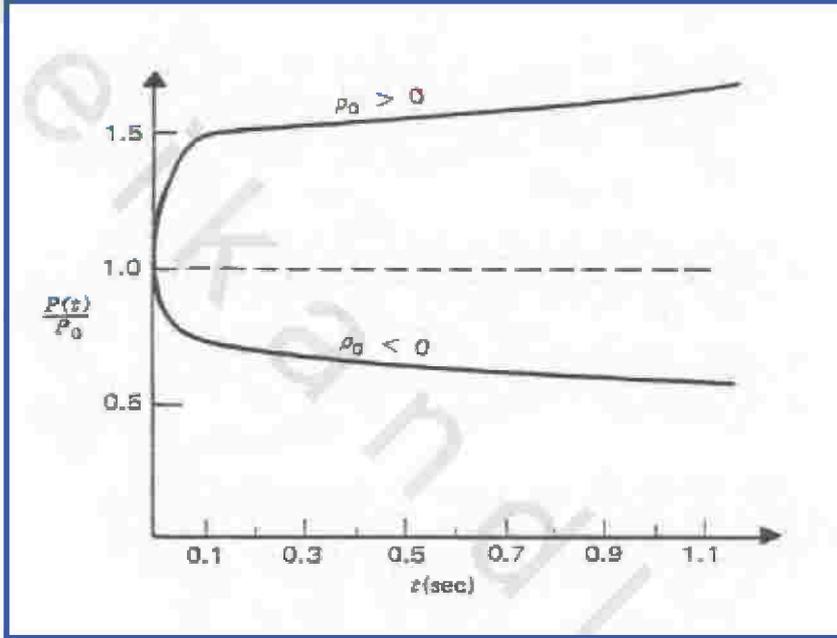
عند استعمال هذه الشروط الحدودية نحدد قيمة كل من الثابت  $A_1$  و  $A_2$  ثم نأخذ قيمة  $w_1$  و  $w_2$  من المعادلة (٧,٣٣) فيصبح فيض النيوترونات (٧,٤٠) على النحو الآتي :

$$(٧,٤٢) \quad \phi(t) = \phi_0 \left[ \left( \frac{\beta}{\beta - \rho} \right) \exp\left( \frac{\lambda \rho}{\beta - \rho} t \right) - \left( \frac{\rho}{\beta - \rho} \right) \exp\left( - \left( \frac{\beta - \rho}{l} \right) t \right) \right]$$

ويوضح الشكل رقم (٧,٢) تغير هذا الفيض عند إضافة كمية من الفاعلية مقدارها  $|\rho| = 0.0025$  لمفاعل وقوده اليورانيوم وله الخصائص الآتية  $\beta = 0.0075$  ;  $\lambda = 0.08 \text{ sec}^{-1}$  ;  $l = 10^{-3} \text{ sec}$ . ويلاحظ أن قفزة الفيض (الحالة الانتقالية) تتزايد أو تتناقص أسياً حسب إشارة الفاعلية وتستغرق هذه الحالة

حوالي 0.2 ثابتة، ثم بعد ذلك يصبح تغير الفيض أو قدرة المفاعل مع الزمن مرتبط بمدة

$$T = \frac{1}{\omega_1} \text{ دورة المفاعل التي تساوي}$$



الشكل رقم (٧, ٢). القفزة الفورية للفاعلية [١٣].

### (٧, ٤, ٣) إطفاء المفاعل أو إيقافه

عند إطفاء (إخماد) المفاعل أو إيقافه فجأة أثناء الحالات الطارئة تدخل جميع قضبان التحكم إلى قلب المفاعل مما يجعل قيمة الفاعلية السالبة كبيرة جداً مقارنةً بنتائج مجموع النيوترونات المتأخرة ( $\rho \gg \beta$ ). وينتج عن ذلك حالة انتقالية سريعة تتمثل في قفزة كبيرة نزولاً في قدرة المفاعل. هذه الحالة يمكن حسابها بافتراض المفاعل

مستقراً ( $K=1$  ,  $\rho=0$ ) وناتج مجموعات النيوترونات المتأخرة ثابتاً قبل وحين إدخال الفاعلية  $t=0$  مما يعبر عنه بالمعادلة الآتية :

$$(٧, ٤٣) \quad \frac{d\phi}{dt} = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i = \frac{\beta}{l} K \phi(0)$$

يؤدي هذا الافتراض إلى اختصار نظام المعادلات التفاضلية لديناميكا المفاعل إلى معادلة تفاضلية واحدة تكتب على النحو الآتي :

$$(٧, ٤٤) \quad \frac{d\phi}{dt} = \left[ \frac{\rho - \beta}{l} K \right] \phi(t) + \frac{\beta}{l} K \phi(0)$$

يعطي حل هذه المعادلة مدى قفزة نزول الفيض أي قدرة المفاعل في اللحظات الأولى عند إدخال الفاعلية السالبة الكبيرة. ويكون حل هذه المعادلة كما يلي :

$$(٧, ٤٥) \quad \phi(t) = \phi_0 e^{\omega t} + \frac{\beta \phi_0}{(\beta - \rho) K} [1 + e^{\omega t}]$$

حيث إن :

$$\frac{1}{T_p} = \left[ \frac{(\rho - \beta)}{l} K \right] = \omega$$

$T_p$  : مدة دورة المفاعل للنيوترونات الفورية فقط.

تُلاحظ أن الدوال الأسية للفيض خلال هذه الحالة الانتقالية تحت تأثير النيوترونات الفورية فقط ( $T_p$ ) مما يجعل هذه الدوال تتلاشى بسرعة، وتقفز قدرة المفاعل وفيض النيوترونات نزولاً في أقل من ثانية إلى القيمة الآتية :

$$(٧, ٤٦) \quad \phi(t) \rightarrow \frac{\beta}{\beta - \rho} \phi_0$$

بعد هذه المرحلة الانتقالية يدخل المفاعل في حالة استقرار جديدة ويصبح افتراض ثبوت تركيز النظائر المشعة المولدة للنيوترونات غير واقعي ؛ ولهذا يفضل

استعمال نظام المعادلات التفاضلية الأصلية للتعبير عن هذه الحالة الجديدة أو الاكتفاء باعتماد مجموعة واحدة من النيوترونات المتأخرة. ولقد تناولنا هذا الموضوع سلفاً (٤, ٣, ٧) ووجدنا أن فيض النيوترونات سرعان ما يصبح تحت تأثير النيوترونات المتأخرة خاصة والمتمثلة في مدة دورة المفاعل ( $T = \frac{1}{\omega_1}$ ). وتؤول هذه المدة إلى أطول عمر النظائر المشعة المولدة للنيوترونات المتأخرة ( $\lambda_1$ ) وهذا ما يعبر عنه بالمعادلة الآتية:

$$(٧, ٤٧) \quad \phi(t) = A_1 e^{\omega_1 t} \rightarrow \phi_0 e^{-t/T}$$

$$\rho \rightarrow -\infty \Rightarrow \omega_1 = -\lambda_1$$

مثال:

أوجد قدرة مفاعل نووي بعد ربع ساعة من محاولة طارئة لإطفائه بإدخال جل قضبان التحكم إذا كانت هذه العملية تعادل فاعلية سالبة مقدارها % 15 -  $\rho$ . علماً أن الوقود المستعمل يحتوي على اليورانيوم  $^{235}\text{U}$  وقدرة المفاعل قبل هذا التدخل تساوي:

$$P_0 = 900 \text{ MWE}$$

الحل:

عند إدخال كمية الفاعلية السالبة هذه ينزل فيض النيوترونات وقدرة المفاعل

فجأة إلى المستوى  $P_1$ .

$$P_1 = \frac{\beta}{\beta - \rho} P_0$$

$$P_1 = \frac{0.0065}{0.0065 + 0.15} \times 900 = 0.042 \times 900 = 37.4 \text{ MWE}$$

بعد ذلك يتواصل نزول القدرة وفق المعادلة الآتية:

$$P = P_1 e^{-t/T}$$

حيث إن :

$$T = \frac{1}{\omega_1} = -\frac{1}{\lambda_1} = 80 \text{ sec}$$

$$P = 37.4 \times e^{-\frac{(15 \times 60)}{80}} = 4.86 \times 10^{-4} \text{ MWE}$$

تجدر الإشارة إلى أن إدخال هذه الكمية من الفاعلية السالبة أدت إلى نزول قدرة المفاعل فجأة إلى حوالي 4 ٪ من قدرته الانشطارية الأصلية ، ولكن وصول هذه القدرة إلى الصفر أي توقف المفاعل تماماً لا تتم حتى بعد ربع ساعة ؛ وذلك لأن القدرة الناتجة عن الانشطارات لا يمكن إيقافها فجأة مهما كانت قيمة الفاعلية السالبة بسبب النيوترونات المتأخرة التي يتواصل إنتاجها في بعض أنواع المفاعلات إلى حوالي بضع ساعات. بالإضافة إلى ذلك ، فإن النظائر المشعة في قلب المفاعل تساهم أيضاً في حوالي 7 ٪ من القدرة الإجمالية للمفاعل ، وهذا الجزء يتناقص تدريجياً حسب قانون تفكك النظائر المشعة ؛ ولهذا يجب تبريد المفاعل لمدة ساعات بعد عملية الإخماد في كل الحالات.

#### (٧,٥) الحالات الانتقالية الصغيرة للمفاعل

أثناء التشغيل العادي للمفاعل ، غالباً ما تكون تغيرات الفاعلية صغيرة للمحافظة على مستوى القدرة المطلوبة. وتتم هذه التعديلات عن طريق تحريك بسيط لقضبان التحكم أو إدخال أو إزالة مواد كيميائية ماصة للنيوترونات مع سائل التبريد. وعندما تكون تغيرات الفاعلية في حدود ١ ٪ أو أقل نلاحظ أن العامل  $w$  يصبح صغيراً أمام ثابت تفكك النظائر المشعة المولدة للنيوترونات المتأخرة ( $w \gg \lambda_i$ ). وبالعودة إلى معادلة الفاعلية (٧,٢٤) ، نجد أن بالإمكان في هذه الحالة إهمال  $w$  أمام  $\lambda_i$  في المقام لتصبح معادلة الفاعلية على النحو الآتي :

$$(٧, ٤٨) \quad \rho \approx \omega \left( l + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{\lambda_i} \right)$$

ويستنتج من هذه المعادلة مدة الدورة المستقرة للمفاعل التي لها المعادلة الآتية:

$$(٧, ٤٩) \quad T = \frac{1}{\omega} = \frac{1}{\rho} \left( l + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{\lambda_i} \right)$$

وبما أن متوسط عمر النيوترونات الانشطارية صغير ( $l \approx 10^{-4} \text{ sec}$ ) أيضاً أمام  $\sum \frac{\beta_i}{N_i}$  الخاص بالنيوترونات المتأخرة، فيمكن إهماله لتصبح المعادلة السابقة على النحو الآتي:

$$(٧, ٥٠) \quad T \approx \frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{\lambda_i}$$

تجدر الإشارة إلى أهمية هذه المعادلة التي تظهر تناسباً عكسياً بين الفاعلية ومدة دورة المفاعل عندما تكون تغيرات الفاعلية صغيرة ( $|\rho| \leq 1\%$ )؛ ولهذا فإنها تستعمل كثيراً لقياس الفاعلية من خلال قياس مدة دورة المفاعل، علماً أن العامل  $\sum \frac{\beta_i}{N_i}$  ثابت بنوع وقود المفاعل.

(٧, ٥, ١) العلاقة بين القدرة والفاعلية

عندما نبحث عن تغير القدرة مع الزمن لمفاعل مستقر نتيجة تغير بسيط للفاعلية نكتب من جديد معادلات ديناميكا المفاعل (٨, ٣٩) ثم تعويض فيض النيوترونات بالقدرة على النحو الآتي:

$$(٧, ٥١) \quad \begin{aligned} \frac{dP(t)}{dt} &= \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} + \lambda C(t) \\ \frac{dC(t)}{dt} &= \frac{\beta}{\Lambda} P(t) - \lambda C(t) \end{aligned}$$

حيث إن:

$P(t)$ : قدرة المفاعل.

$C(t)$ : تركيز المواد المشعة المولدة للنيوترونات المتأخرة.

$\frac{l}{K} = \Lambda$  : عمر جيل النيوترونات الانشطارية.

أثناء بداية تغير الفاعلية يُمكن افتراض ثبوت إنتاج المواد المشعة المولدة للنيوترونات المتأخرة أولاً وحساب تلك التغيرات البسيطة ثانياً. يمكن في هذه الحالة اختصار نظام المعادلات السابق ليصبح معادلة تفاضلية واحدة من الدرجة الأولى، وذلك بتعويض تركيز المواد المشعة بالقيمة الآتية:

$$\begin{aligned} \frac{dC(t)}{dt} = 0 &\Rightarrow \lambda C(0) = \frac{\beta}{\Lambda} P_0 \\ (٧,٥٢) \quad \frac{dP(t)}{dt} &= \left[ \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} \right] + \frac{\beta}{\Lambda} P_0 \end{aligned}$$

يُعرف الحل العام لهذا النوع من المعادلات التفاضلية وبغض النظر عن دالة الفاعلية  $\rho(t)$  بالمعادلة الآتية:

$$\begin{aligned} P(t) &= e^{I_1} \left[ P_0 + \int_0^t dt' \lambda C(t') e^{-I_1} \right] \\ (٧,٥٣) \quad I_1 &= \int_0^t \left[ \frac{\rho(\tau) - \beta}{\Lambda} \right] d\tau \end{aligned}$$

حيث إن:

$$\rho(t) = \begin{cases} 0; & t < 0 \\ \rho_0; & t \geq 0 \end{cases}$$

(٧,٥,٢) التغير البسيط الثابت للفاعلية

إذا كان المفاعل مستقراً في الحالة الحرجة ثم أدخلت كمية صغيرة ثابتة من الفاعلية الموجبة، أو السالبة، تصبح معادلتنا الفاعلية وقدرة المفاعل كما يلي:

$$(٧,٥٤) \quad \frac{dP(t)}{dt} = \left[ \frac{\rho_0 - \beta}{\Lambda} \right] P(t) + \frac{\beta}{\Lambda} P_0$$

وعند تطبيق معادلة الحل (٧,٥٣) نحصل على النتيجة الآتية:

$$I_1 = \int_0^t \left[ \frac{\rho_0 - \beta}{\Lambda} \right] d\tau = \left( \frac{\rho_0 - \beta}{\Lambda} \right) t$$

$$(٧,٥٥) \quad P(t) = \exp\left(\frac{\rho_0 - \beta}{\Lambda} t\right) \left[ P_0 + \frac{\beta}{\Lambda} P_0 \int_0^t e^{-\frac{(\rho_0 - \beta)}{\Lambda} t'} dt' \right]$$

$$= P_0 \left[ \frac{\rho_0}{\rho_0 - \beta} \exp\left(\frac{\rho_0 - \beta}{\Lambda} t\right) + \frac{\beta}{\beta - \rho_0} \right]$$

(٧,٥,٣) التغير الخطي للفاعلية

إذا كان المفاعل مستقراً في الحالة الحرجة، ثم أدخلت كمية صغيرة خطية للفاعلية تصبح معادلتنا الفاعلية وقدرة المفاعل على النحو الآتي:

$$\rho(t) = \begin{cases} 0 & ; t < 0 \\ \rho_0 + \mu t & ; t \geq 0 \end{cases}$$

(٧,٥٦)

$$\frac{dP(t)}{dt} = \left[ \frac{\rho_0 - \beta + \mu t}{\Lambda} \right] P(t) + \frac{\beta}{\Lambda} P_0$$

وعند تطبيق معادلة الحل (٧,٥٣) نحصل على النتيجة الآتية:

$$(٧,٥٧) \quad P(t) = e^{I_1} \left[ P_0 + \frac{\beta P_0}{\Lambda} \int_0^t e^{-I_1} dt' \right]$$

حيث إن:

$$(٧,٥٨) \quad I_1 = \int_0^t \left( \frac{\rho_0 - \beta + \mu t}{\Lambda} \right) d\tau = \left( \frac{\rho_0 - \beta}{\Lambda} \right) t + \frac{\mu}{2\Lambda} t^2$$

يلاحظ أن  $I_1$  يمكن أن تكون موجبة أو سالبة، أما إذا كانت تساوي الصفر فنحصل على نتيجة الفقرة السابقة المتمثلة في المعادلة (٧,٥٥).

تجدر الإشارة إلى أن دوائر التحكم التي درسناها حتى الآن حسبتها مفتوحة، حيث لم نأخذ في الحسبان بظاهرة التأثير المرتد. لكن لهذه الظاهرة دوراً مهماً يجعلها تحد من ارتفاع قدرة المفاعل مثلاً بسبب ارتفاع درجة حرارة قلب المفاعل، وكذلك تأثير عوامل أخرى سنتطرق لها في الفصل التاسع من هذا الكتاب إن شاء الله.

## (٧, ٦) تمارين

- ١- عرّف أنواع النيوترونات في المفاعل النووي من حيث مصدرها.
- ٢- عرّف الفاعلية ثم أعط مثلاً لكل من الفاعلية الموجبة والفاعلية السالبة.
- ٣- اشرح العلاقة بين الفاعلية ومدة دورة المفاعل.
- ٤- ما هو دور النيوترونات المتأخرة أثناء التحكم في المفاعل؟
- ٥- هل يمكن إخماد المفاعل تماماً مباشرة؟ ولماذا؟
- ٦- يحتوي مفاعل نووي كبير الحجم على محلول متجانس من الماء واليورانيوم الطبيعي، وإذا كان هذا المفاعل في الحالة الحرجة ( $K_{eff} = 1.0$ ) ثم عند رفع مسافة قليلة لقضبان التحكم أصبح معامل التضاعف  $K_{eff} = 1.0006$  فاحسب في هذه الحالة ما يلي:
  - (أ) مدة دورة المفاعل عند إهمال النيوترونات المتأخرة.
  - (ب) مدة دورة المفاعل عند الأخذ بتأثير النيوترونات المتأخرة.
- ٧- علماً أن حل معادلة انتشار النيوترونات للزمرة الواحدة يساوي

$$\phi(t) = A_1 \exp(w_1 t) + A_2 \exp(w_2 t)$$

- (أ) عرّف كلاً من  $w_1$  و  $w_2$  في هذه المعادلة.
- (ب) أوجد العلاقة بين الفاعلية ودورة النيوترونات في المفاعل.
- ٨- ارسم تغير الفاعلية لمجموعة واحدة للنيوترونات المتأخرة الخاصة بمفاعل حراري يستعمل وقود اليورانيوم  $^{235}\text{U}$  عندما يكون عمر النيوترونات الفورية يساوي  $15^{-4}, 0$  و  $10^{-3}$  ثانية. علماً أن  $\beta = 0.0065$  و  $\lambda = 0.1 \text{ sec}$ . أوجد في حالة  $\beta = 10^{-3} \text{ sec}$  دورة المفاعل عندما تكون:

(أ) الفاعلية تساوي  $+ 0.1\%$

(ب) الفاعلية تساوي  $-10 \text{ cents}$

(ج) الفاعلية تساوي  $+ \$ 1.00$

- ٩- يشتغل مفاعل نووي للماء المضغوط (PWR) بوقود اليورانيوم  $U^{235}$  وعند مستوى ثابت للقدرة تساوي 10 mw (ملي واط). وعند رفع قدرة المفاعل إلى 10 MW (ميجاواط) فاحسب ما يلي:
- (أ) المدة الزمنية التي يصل فيها المفاعل إلى المستوى الجديد، علماً أن دورة المفاعل تساوي ١٥ دقيقة.
- (ب) مستوى القدرة والزمن اللازم لذلك عند إدخال فاعلية موجبة مقدارها ٥% عن المستوى الأصلي.
- ١٠- إذا كانت قدرة مفاعل نووي وقوده البلوتونيوم  $Pu^{239}$  تساوي 50MW لدفع غواصة حرية، ثم واجهت حالة طارئة استدعت إخماد المفاعل، وذلك بإدخال كل قضبان التحكم مما يعادل فاعلية مقدارها 10%، فاحسب:
- (أ) قدرة المفاعل التي يصلها فجأة بعد هذه العملية.
- (ب) الزمن اللازم لتبريد المفاعل ليصل إلى التوقف التام، علماً أن أطول عمر نصف للنظائر المولدة للنيوترونات المتأخرة تساوي حوالي  $T_{1/2} = 53,72 \text{ sec}$ .