الفصل الحادي عشر

المضخمات (المكبرات) العملياتية
Operational Amplifiers

أخذنا في الاعتبار في الجزء الثالث مصادر الجهد والتيار التابعة التي تعتمد على جهد أو تيار في مكان آخر في الدارة. وتم نمذجة هذه الأجهزة كجهاز ذي نهايتين. وهنا نأخذ في الاعتبار المضخم العملياتي، معروف أيضاً باسم op amp، وهو أداة متعددة الأطراف (النهايات). إن المضخم العملياتي هو أداة إلكترونية تتكون من عدد كبير من المقاومات والترانزستورات والمكثفات- إن فهم عمله تماماً يتطلب معرفة بالديودات (الثنائيات) والترانزستورات، وهي موضوعات لم يتم تغطيتها في هذا الكتاب. ومع ذلك، لتقدير كيف يعمل المضخم العملياتي في دارة تتضمن موضوع تمت تغطيته مسبقاً، وهو مصدر الجهد التابع.

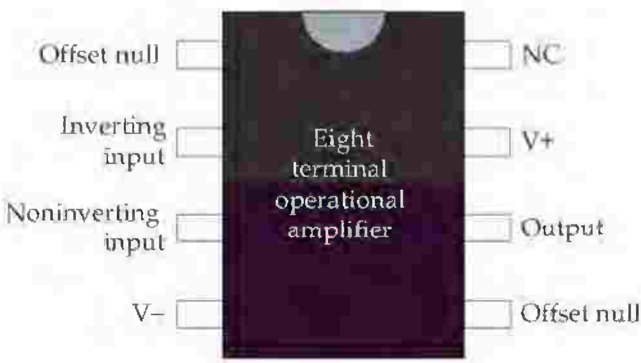
وكما يوحي الاسم، فإن المضخم العملياتي هو مضخم، ولكن عند تركيبه مع عنصر دارة آخر، فإنه يكامل، ويفاضل، ويجمع، ويطرح. إن أحد المضخمات العملياتية الأولى التي تم اعتمادها بشكل صندوق ذي ثمانية أرجل على صفين (eight-lead dual-in-line package (DIP)) مبين في الشكل.رقم (١١.١). يختلف هذا العنصر عن العناصر السابقة للدارة، بأنه يحتوي على أطراف (نهايات) لمدخلين وخرج واحد.

وبدلاً من رسم المضخم العملياتي باستخدام الشكل رقم (١١.١)، فإنه يتم رسم المضخم العملياتي بواسطة الرمز المبين في الشكل رقم (١١.٢). يتم تسمية نهايات الدخل بالدخل غير العاكس (+) والدخل العاكس (-). ويتم تسمية نهايات التغذية بـ +V و -V، التي كثيراً ما يتم حذفها نظراً لأنها لا تؤثر في سلوك الدائرة إلا في شروط الإشباع التي سيتم وصفها. يختصر معظم الناس اسم المضخم العملياتي إلى "op amp".

يبين الشكل رقم (١١.٣) نموذج لمضخم عملياتي يركّز على السلوك الداخلي لنهايات الدخل والخرج. إن العلاقة بين الدخل الخرج هي:

$$v_o = A(v_p - v_n) \qquad (11.1)$$

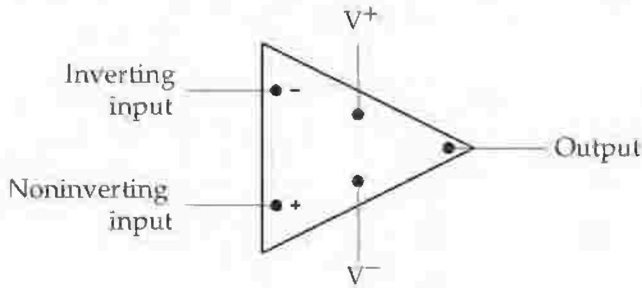
وبما أن المقاومة الداخلية كبيرة جداً، فإننا سوف نستبدلها بدارة مفتوحة لتبسيط التحليل مما يعطينا نموذج المضخم العملياتي المبين في الشكل رقم (١١.٤).



الشكل رقم (١١.١). مضخم عملياتي ذو ثمانية أطراف (نهايات).

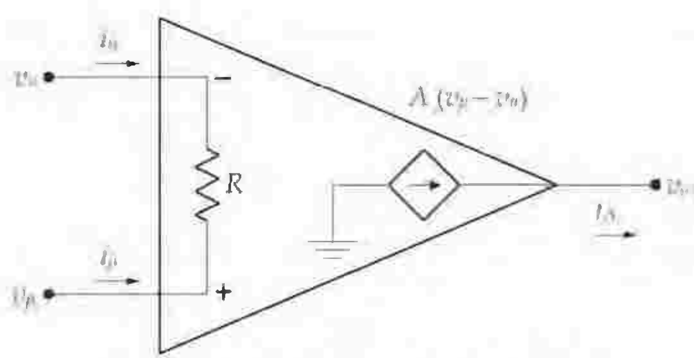
إن الطرف NC لا يتم توصيله، ويتم استخدام نهايتي تصفير الانحياز (Offset null) لتصحيح العيوب (عادة غير موصولة). إن +V و -V، هي أطراف تغذية الدارة.

تذكّر أن هناك أرضياً لكل من +V و -V ، وهو أرضي تشترك فيه عناصر أخرى في الدارة. تحتوي المضخمات العملياتية الحديثة على عشرة نهايات أو أكثر.



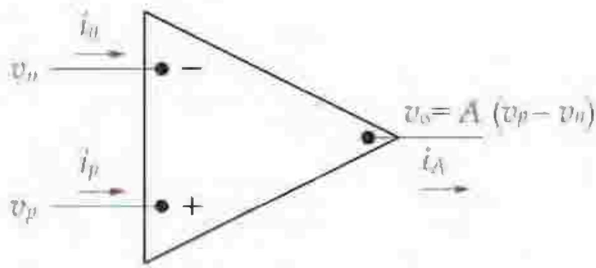
الشكل رقم (١١.٢). رمز عنصر الدارة للمضخم العملياتي.

ومن خلال استبدال المقاومة الداخلية بدارة مفتوحة ، فإن التيارات $i_n = i_p = 0\,A$. بالإضافة إلى ذلك ، فإن التيار i_A ، التيار الذي يتدفق خارجاً من المضخم العملياتي ، ليس مساوياً للصفر. ولأن i_A مجهول ، فإننا نادراً ما نطبّق قانون كيرشوف للتيار (KCL) على وصلة الخرج. ويتم في حل مسائل المضخم العملياتي تطبيق قانون كيرشوف للتيار على نهايات الدخل.



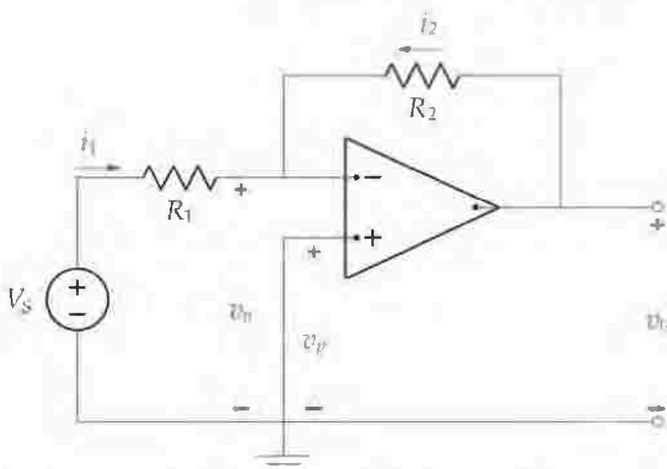
الشكل رقم (١١.٣). نموذج داخلي للمضخم العملياتي.

إن المقاومة الداخلية بين نهايات الدخل، R، كبيرة جداً وتتجاوز ١ ميغا أوم. إن ربح (كسب) المضخم، A، هو أيضاً كبير ويتجاوز ١٠⁴. يتم حذف نهايات التغذية للتبسيط.



الشكل رقم (١١.٤). نموذج مثالي للمضخم العملياتي مع المقاومة الداخلية، R، التي تم استبدالها بدارة مفتوحة.

مثال (١١.١): المطلوب إيجاد v_0 للدارة التالية.



الحل: باستخدام نموذج المضخم العملياتي من الشكل رقم (١١.٤)، فإن تطبيق قانون كيرشوف للتيار على الطرف (النهاية) العاكس يعطي

$$-i_1 - i_2 = 0$$

ولأنه لا يتدفق تيار إلى نهايات دخل المضخم العملياتي ، فإن استبدال التيار باستخدام قانون أوم يعطي

$$\frac{v_s - v_1}{R_1} + \frac{v_o - v_1}{R_2} = 0$$

وبالضرب بواسطة $R_1 R_2$ وجمع الحدود المتشابهة ، يكون لدينا

$$R_2 v_s = (R_1 + R_2) v_1 - R_1 v_o$$

الآن $v_o = A(v_p - v_n)$ ولأن الطرف غير العاكس موصول إلى الأرضي، $v_p = 0$ ، يكون

$$v_o = -A v_n$$

أو

$$v_n = -\frac{v_o}{A}$$

إن استبدال v_n في معادلة قانون كيرشوف للدخل العاكس يعطي

$$R_2 v_s = (R_1 + R_2)\left(-\frac{v_0}{A}\right) - R_1 v_o$$
$$= \left(\frac{R_1 + R_2}{A} + R_1\right) v_o$$

أو

$$v_o = \frac{-R_2 v_s}{\left(\frac{R_1 + R_2}{A} + R_1\right)}$$

وعندما تؤول A إلى اللانهاية ، تذهب المعادلة السابقة إلى

$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_s$$

ومن المثير للاهتمام، عندما يذهب A إلى اللانهاية، فإن v_0 يبقى محدوداً بسبب المقاومة R_2. ويحدث هذا لأن هناك مسار تغذية عكسية سالبة بين نهاية الخرج ونهاية الدخل العاكس من خلال R_2. وتُدعى هذه الدارة المضخم العاكس مع ربح إجمالي يساوي $-\frac{R_2}{R_1}$.

إن المضخم العملياتي مع ربح لانهائي معروف بالمضخم العملياتي المثالي. وبسبب الربح اللانهائي، يجب أن يكون هناك مسار تغذية عكسية بين الخرج والدخل ونحن لا نستطيع وصل مصدر جهد مباشرة بين نهايات الدخل العاكس و الدخل غير العاكس. عند تحليل دارة مضخم عملياتي مثالي، فإننا نقوم بتبسيط التحليل عن طريق وضع

$$v_n = v_p$$

انظر في المثال السابق. عندما $v_p = 0$ فإن هذا يعني $v_n = 0$. إن تطبيق قانون كيرشوف للتيار على المدخل العاكس يعطي

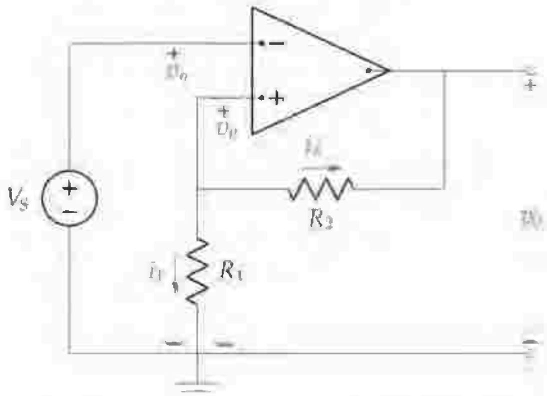
$$-\frac{v_s}{R_1} + \frac{-v_o}{R_2} = 0$$

أو

$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_s$$

لاحظ كيف يصبح التحليل بسيط عندما افترضنا أن $v_n = v_p$. تذكّر أن هذا التقارب صالح طالما أن A كبير جداً (لانهائي) وأن هناك تغذية عكسية.

مثال (١١.٢): المطلوب إيجاد الربح الإجمالي للدارة التالية.



الحل: على افتراض أن المضخم العملياتي مثالي، فإننا نبدأ مع $v_n = v_p$. بعد ذلك ونظراً لأن الطرف غير العاكس للمضخم العملياتي موصول إلى المصدر فإن $v_n = v_p = v_s$. لأنه لا يتدفق تيار إلى المضخم العملياتي، فإنه من خلال قانون كيرشوف للتيار يكون لدينا

$$i_1 + i_2 = 0$$

و

$$\frac{v_s}{R_1} + \frac{v_s - v_o}{R_2} = 0$$

أو

$$v_o = \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1}\right) v_s$$

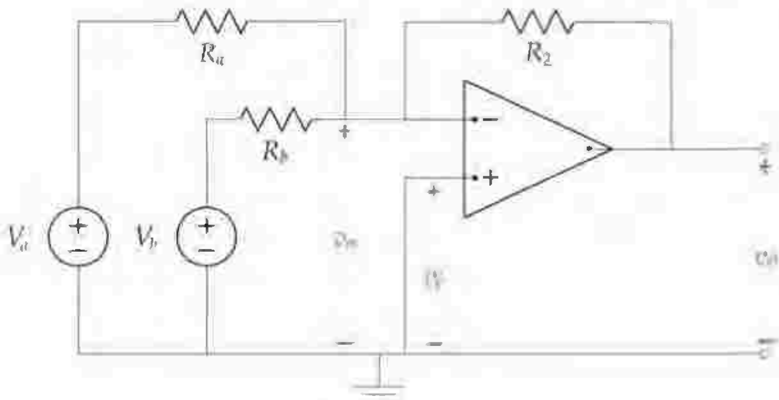
والربح الإجمالي يكون

$$\frac{v_o}{v_s} = \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1}\right)$$

إن هذه الدارة هي دارة مضخم عملياتي غير عاكس تُستخدم لتضخيم دخل المصدر. ويتم استخدام المضخمات في جميع الأجهزة الإكلينيكية (السريرية) تقريباً مثل تخطيط كهربية القلب (ECG)، وتخطيط كهربية الدماغ (EEG)، وتخطيط كهربية العين (EOG)، الخ.

ويصف المثال التالي دارة مضخم عملياتي جامع

مثال (١١.٣): المطلوب إيجاد الربح الإجمالي للدارة التالية.



الحل: كما كان من قبل فإننا نبدأ الحل مع $v_n = v_p$ ولاحظ أن الدخل غير العاكس موصول إلى الأرضي، مما يعطي $v_n = v_p = 0\ V$. إن تطبيق قانون كيرشوف للتيار على عقدة الدخل العاكس تعطي

$$-\frac{V_a}{R_a}-\frac{V_b}{R_b}-\frac{v_o}{R_2}=0$$

أو

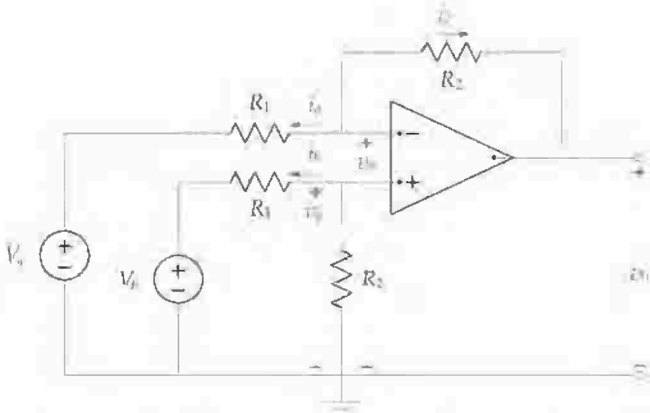
$$v_o=-\left(\frac{R_2}{R_a}V_a+\frac{R_2}{R_b}V_b\right)$$

ويمكننا إضافة مداخل إضافية بمقاومات مصدر، وعليه فإنه بشكل عام يكون

$$v_o=-\left(\frac{R_2}{R_a}V_a+\frac{R_2}{R_b}V_b+\cdots+\frac{R_2}{R_m}V_m\right)$$

توفر دارة المضخم العملياتي التالي خرجاً متناسباً مع الفرق بين جهديّ الدخل. وكثيراً ما يُشار إلى هذا المضخم العملياتي بالمضخم التفاضلي.

مثال (١١.٤): المطلوب إيجاد الربح الإجمالي للدارة التالية.



الحل: على افتراض أن المضخم العملياتي مثالي، فإننا نلاحظ أنه لا يتدفق تيار إلى نهايات الدخل وأن $v_n = v_p$. إن تطبيق قانون كيرشوف للتيار على نهاية الدخل العاكس يعطي

$$\frac{v_n - V_a}{R_1} + \frac{v_n - v_o}{R_2} = 0$$

و

$$\left(R_1 + R_2\right) v_n - R_2 V_a = R_1 v_o$$

تتضمن المعادلة السابقة مجهولين، وعليه فإننا بحاجة إلى معادلة أخرى من السهل إيجادها من خلال تطبيق مُقسِّم الجهد على الدخل غير العاكس.

$$v_p = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) V_b = v_n$$

إن استبدال هذه النتيجة من أجل v_n في معادلة قانون كيرشوف للتيار على الطرف العاكس يعطي

$$R_2 V_b - R_2 V_a = R_1 v_o$$

أو

$$v_o = \frac{R_2}{R_1}\left(V_b - V_a\right)$$

وكما هو مبين، فإن هذه الدارة لمضخم العمليات، المعروفة أيضاً باسم المضخم التفاضلي، تطرح إشارات الدخل الموزونة. يتم استخدام هذا المضخم للقياسات ثنائية القطبية التي تشمل تخطيط كهربية القلب (ECG) وتخطيط كهربية الدماغ (EEG) كما يتم الحصول على تسجيل نموذجي بين نهايتيّ الدخل ثنائية القطبية. ومن الناحية المثالية، يحتوي القياس فقط على الإشارة ذات الاهتمام غير مشوشة بالضجيج من الوسط المحيط. وعادة ما يسمى الضجيج بإشارة النمط المشترك.(common-mode signal). تأتي إشارة النمط المشترك من الإضاءة، و إشارات خط التغذية ذو التردد ٦٠ هرتزاً، وعدم كفاية التأريض، و تسرب التغذية. يمكن لمضخم عمليات تفاضلي ذي ترشيح مناسب التقليل من أثر إشارة النمط المشترك.

يمكن تحليل استجابة المضخم التفاضلي إلى مركبات نمط تفاضلي ومركبات نمط مشترك،

$$v_{dm} = v_b - v_a$$

و

$$v_{cm} = \frac{\left(v_b + v_a\right)}{2}$$

وكما هو موضح، فإن إشارة النمط المشترك هي متوسط جهود الدخل. وباستخدام المعادلتين السابقتين، يمكن حل v_a و v_b بالنسبة إلى v_{dm} و v_{cm} كما يلي

$$v_a = v_{cm} - \frac{v_{dm}}{2}$$

و

$$V_b = v_{cm} + \frac{v_{dm}}{2}$$

وعند استبدالها في الاستجابة في التمرين رقم ٤٤ تعطي

$$v_o = \left(\frac{R_1R_2 - R_1R_2}{R_1(R_1+R_2)}\right)v_{cm} + \left(\frac{R_2(R_1+R_2)+R_2(R_1+R_2)}{2R_1(R_1+R_2)}\right)v_{dm} = A_{cm}v_{cm} + A_{dm}v_{dm}$$

لاحظ أن الحد الضارب، $A_{cm}\,v_{cm}$ يساوي صفراً، هو صفة مميزة لمضخم العمليات المثالي الذي يضخِّم فقط النمط التفاضلي للإشارة. ونظراً لأن المضخمات ليست مثالية وأن المقاومات ليست دقيقة تماماً، فإن ربح النمط المشترك ليس صفراً. لذلك عندما يصمم المرء مضخماً تفاضلياً، فإن الهدف هو الحفاظ على A_{cm} صغيراً بقدر الإمكان، و A_{dm} كبيراً بقدر الإمكان.

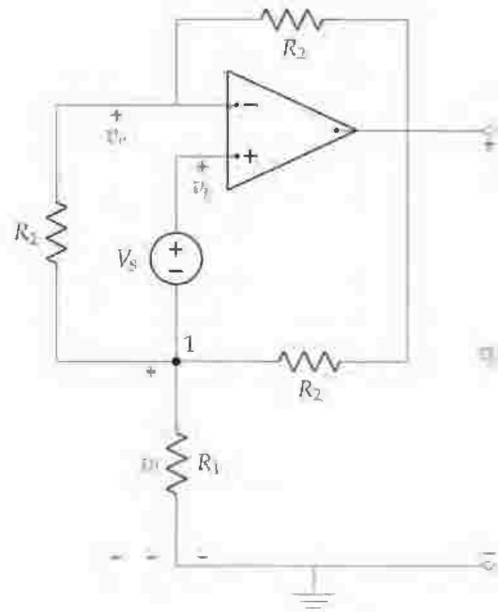
إن رفض إشارة النمط المشترك يُدعى رفض النمط المشترك (common-mode rejection)، ويُدعى مقياس مدى مثالية المضخم التفاضلي نسبة رفض النمط المشترك (common-mode rejection ratio) (CMRR)، وتُعطى على النحو

$$CMMR = 20\log_{10}\left|\frac{A_{dm}}{A_{cm}}\right|$$

إذ كلما كانت قيمة الـ CMRR أكبر كلما كانت أفضل. إن قيم الـ CMRR للمضخم التفاضلي للـ EEG، والـ ECG، والـ EMG هي من ١٠٠ إلى ١٢٠ ديسبل.

إن الطريقة العامة لحل دارات المضخم العملياتي هي أولاً افتراض أن يكون المضخم العملياتي مثالياً و $v_p = v_n$. بعد ذلك نطبق قانون كيرشوف للتيار (KCL) أو قانون كيرشوف للجهد (KVL) على نهايات الدخل. وفي الدارات الأكثر تعقيداً، فإننا نواصل تطبيق أدواتنا لتحليل الدارات لحل المسألة كما هو موضح في المثال التالي

مثال (١١.٥): المطلوب إيجاد v_0 للدارة التالية.



الحل: مع $v_n = v_p$ نطبق قانون كيرشوف للتيار على الدخل العاكس

$$\frac{v_n - v_1}{R_2} + \frac{v_n - v_o}{R_2} = 0$$

و

$$2v_n - v_1 - v_o = 0$$

بعد ذلك نطبِّق قانون كيرشوف للجهد من الأرضي إلى العقدة رقم ١ إلى الدخل غير العاكس والعودة إلى الأرضي مما يعطي

$$-v_1 - V_s + v_p = 0$$

ومع $v_n = v_p$ يكون لدينا $v_n - v_1 = V_s$.

نطبِّق الآن قانون كيرشوف للتيار على العقدة رقم ١ ، مع ملاحظة أنه لا يتدفق تيار إلى نهاية الدخل غير العاكس

$$\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_1 - v_o}{R_2} + \frac{v_1 - v_n}{R_2} = 0$$

إن جمع الحدود المتشابهة في المعادلة السابقة يعطي

$$-R_1 v_n + (2R_1 + R_2)v_1 - R_1 v_o = 0$$

مع ثلاث معادلات و ثلاثة مجاهيل، نتخلص أولاً من v_1 بطرح معادلة قانون كيرشوف للدخل العاكس من معادلة قانون كيرشوف للجهد مما يعطي

$$v_1 = v_o - 2V_s$$

بعد ذلك نتخلص من v_n من خلال تعويض v_1 في معادلة كيرشوف للتيار للدخل العاكس على النحو التالي

$$\begin{aligned} v_n &= \frac{1}{2}(v_1 + v_o) \\ &= \frac{1}{2}(v_o - 2V_s + v_o) \\ &= v_o - V_s \end{aligned}$$

وأخيراً، فإننا نستبدل الحلول من أجل v_1 و v_n في معادلة قانون كيرشوف للتيار للعقدة رقم ١ مما يعطي

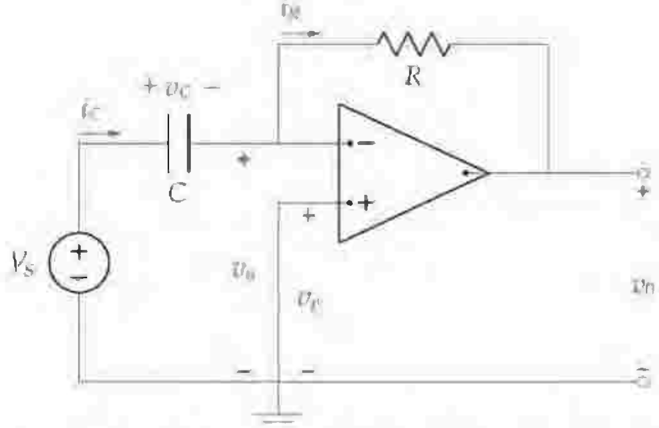
$$-R_1 v_n + (2R_1 + R_2)v_1 - R_1 v_o = 0$$

بعد التبسيط، يكون لدينا

$$-R_1(v_o - V_s) + (2R_1 + R_2)(v_o - 2V_s) - R_1 v_o = 0$$

يبين المثالين التاليين دارة مضخم عملياتي تقوم بالتفاضل و التكامل باستخدام مكثف.

مثال (١١.٦): المطلوب إيجاد v_0 للدارة التالية.



الحـل: عنـدما يكـون الـدخل غـير العـاكس موصـولاً إلى الأرضـي يكـون لـدينا $v_p = 0 = v_n$. ومن قانون كيرشوف للجهد

$$v_C = V_s$$

ويترتب على ذلك أن

$$i_C = C\frac{dv_C}{dt} = C\frac{dV_s}{dt}$$

ونظراً لعدم تدفق تيار إلى المضخم العملياتي، فإن $i_C = i_R$. مع

$$i_R = \frac{v_n - v_o}{R} = -\frac{v_o}{R}$$

و

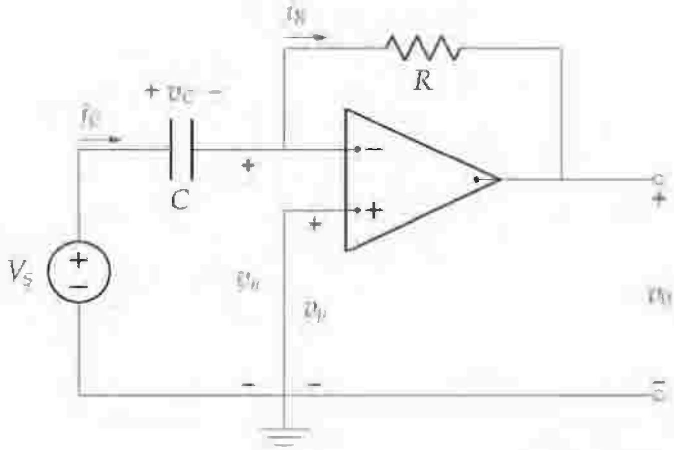
$$i_C = C\frac{dV_s}{dt} = i_R = -\frac{v_o}{R}$$

يكون لدينا

$$v_o = -R\,C\frac{dV_s}{dt}$$

إذا كانت $R = \frac{1}{C}$ فإن الدارة في هذا المثال تفاضل الدخل، أي $v_o = -\frac{dV_s}{dt}$

مثال (١١.٧): المطلوب إيجاد v_0 للدارة التالية.



الحل: يترتب على ذلك

$$v_p = v_n = 0$$

و

$$i_C = i_R = \frac{V_s}{R}$$

ولذلك

$$v_C = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_C \, d\lambda = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} \frac{V_s}{R} d\lambda$$

ومن قانون كيرشوف للجهد (KVL)، يكون لدينا

$$v_C + v_o = 0$$

و

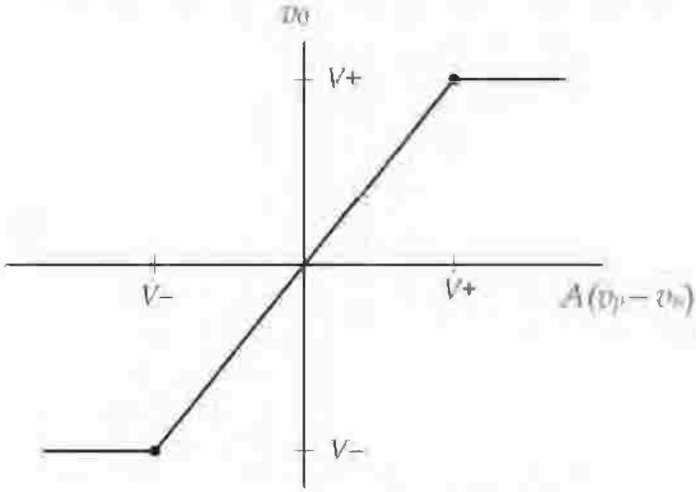
$$v_o = -\frac{1}{RC}\int_{-\infty}^{t} V_s d\lambda$$

عندما $R = \frac{1}{C}$ فإن الدارة تعمل بوصفها مكامل

$$v_o = -\int_{-\infty}^{t} V_s \, d\lambda$$

(١١.١) خصائص الجهد للمضخم (المكبر) العملياتي (Op Amp)
VOLTAGE CHARACTERISTICS OF THE OP AMP

في الأمثلة السابقة المتضمنة مضخم عملياتي، أهملنا أخذ جهود التغذية في الاعتبار (كما هو موضح في الشكل رقم (١١.٢) وأنه يتم تقييد جهد الخرج لمضخم عملياتي مثالي ليعمل بين جهديّ التغذية +V و _V. إذا كان التحليل يحدد أن v_0 أكبر من V^+، فإنه يتم إشباع v_0 عند V^+. إذا كان التحليل يحدد أن v_0 أقل V^- فإنه يتم إشباع v_0 عند V^-. إن الخصائص المميزة لجهد الخرج مبينة في الشكل رقم (١١.٥).



الشكل رقم (١١.٥). الخصائص المميزة لمضخم عملياتي.

مثال (١١.٨): في الدائرة المبينة في المثال رقم (١١.٥) ضع $V^+ = 10V$ و $V^- = -10\,V$. ارسم مخطط الخصائص المميزة لجهد الخرج للدارة.

الحل: إن الحل للمثال رقم (١١.٥) هو

$$v_o = \left(\frac{3R_1 + 2R_2}{R_2}\right)V_s$$

الذي يتم إشباعه كلما كان v_0 أقل من V^- وأكبر من V^+ كما هو موضح في المخطط التالي.